

# Entrega 01: Difraccion Escalar discreta

STEVEN NACIR OLIVARES ARAQUE<sup>1</sup> AND DIEGO ALCIDES PEREZ PINEDA<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup> Instrumentos Opticos 2025-2

\*solivares@unal.edu.co, diperezp@unal.edu.co

Compiled September 29, 2025

Este es el primer informe sobre instrumentos ópticos, en el cual aplicamos herramientas teóricas y computacionales para analizar el comportamiento de la difracción de la luz. El estudio se desarrolla de manera discreta empleando el espectro angular y la transformada de Fresnel, ambos implementados mediante el uso de la Transformada Rápida de Fourier (FFT).

De esta forma, se establece una correlación entre los métodos computacionales y los resultados experimentales, lo que permite caracterizar los fenómenos de difracción escalar. Además, se aplican modelos matemáticos que favorecen el desarrollo de habilidades en la solución de problemas inversos y en la interpretación del comportamiento de la luz en sistemas ópticos.

© 2025 Optica Publishing Group

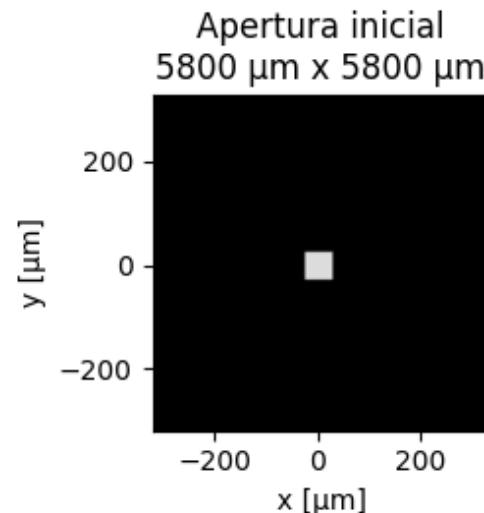


Fig. 1. Apertura Cuadrada que sera  $U[n,m,0]$

## 1. IMPLEMENTACION COMPUTACIONAL

Se desarrolló un algoritmo computacional para el estudio de la difracción de la luz empleando dos herramientas fundamentales: el método del espectro angular (basado en la función de transferencia exacta) y la difracción de Fresnel, formulada mediante la transformada de Fresnel. El diseño del algoritmo partió de un análisis analítico y discreto de señales, considerando la solución de la ecuación de Helmholtz, lo que condujo a la formulación de la difracción por espectro angular, así como a los fundamentos teóricos de Fresnel–Kirchhoff y Rayleigh–Sommerfeld. A partir de este marco teórico se establecieron los siguientes algoritmos o “recetas”:

### A. Espectro Angular:

#### A.1. Tomar o generar $U[n,m,0]$ :

En nuestro caso, para poder comparar con una solución analítica previamente conocida, definimos  $U[n,m,0]$  como una rejilla cuadrada, tal como se muestra en la Figura 1.

#### A.2. Calcular $A[p,q,0]$ por FFT:

$$A[p,q,0] = \Delta^2 \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} U[n,m,0] e^{-i\frac{2\pi}{N}(pn+qm)}. \quad (1)$$

#### A.3. Calcular $A[p,q,z]$ :

$$A[p,q,z] = A[p,q,0] e^{izk \sqrt{1 - (\lambda \Delta f)^2 (p^2 + q^2)}}. \quad (2)$$

#### A.4. Calcular $U[n,m,z]$ por IFFT:

$$U[n,m,z] = (\Delta_f^2) \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} A[p,q,z] e^{i\frac{2\pi}{N}(pn+qm)}. \quad (3)$$

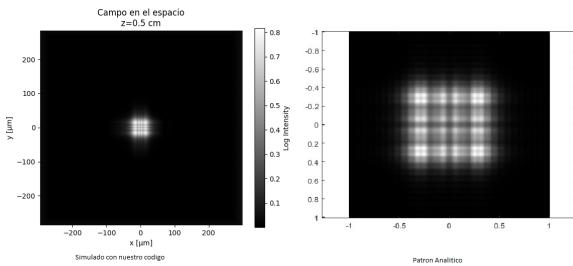
#### A.5. Re-ordene el campo (shift):

Este procedimiento, en teoría, es realizado automáticamente por la librería de Python utilizada para calcular las FFT. Como resultado, al momento de graficar se obtiene el siguiente patrón de difracción, el cual puede corroborarse que coincide con la solución analítica correspondiente a una rejilla cuadrada (ver figura 2).

## B. Transformada de Fresnel:

#### B.1. Tomar o generar $U[n,m,0]$

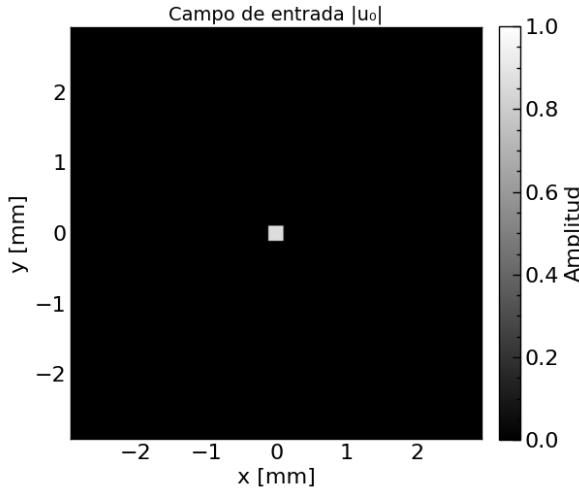
De manera similar al caso anterior, generamos un campo de entrada correspondiente a una rejilla cuadrada, y ya que se debe cumplir que:



**Fig. 2. Patrones de espectro angular:** a la izquierda nuestra simulación con espectro angular y a la derecha el patrón de la solución analítica

$$\frac{M\Delta x^2}{\lambda} \leq z \quad (4)$$

Siendo  $Z$  la distancia entre el campo  $U[n, m, 0]$  y el plano de salida, esta puede variar en tamaño y condiciones para garantizar un muestreo adecuado en la transformada de Fresnel. Teniendo en cuenta lo anterior, se obtiene un campo de entrada como el que se muestra en la figura 3.



**Fig. 3.** El campo  $U[n, m, 0]$  aplicado en la transformada de Fourier

#### B.2. Preparar $U(n, m, 0)$ :

Siendo  $U(n, m, 0)$  una fase esférica de entrada:

$$U'[n_0, m_0, 0] = U[n_0, m_0, 0] \cdot e^{\frac{ik}{2z} ((n_0 \Delta x_0)^2 + (m_0 \Delta y_0)^2)} \quad (5)$$

#### B.3. Calcular $U(n, m, z)$ por FFT:

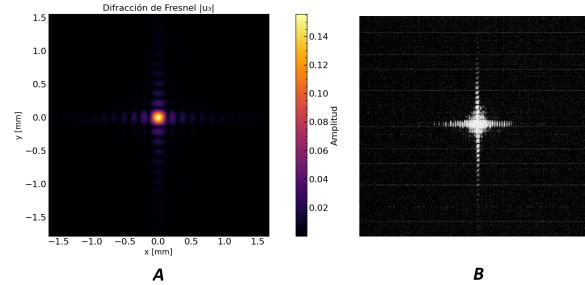
$$U''[n, m, z] = (\Delta^2) \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} U'[n_0, m_0, 0] e^{-i \frac{2\pi}{N} (pn + qm)} \quad (6)$$

#### B.4. Escalar $U[n, m, z]$ :

Siendo  $U[n, m, z]$  una fase esférica de salida:

$$U[n, m, z] = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{-\frac{ik}{2z} ((n \Delta x)^2 + (m \Delta y)^2)} U''[n, m, z] \quad (7)$$

Como resultado de este procedimiento, y considerando el reordenamiento del campo (shift) —el cual es ejecutado automáticamente por las librerías de la FFT—, se obtiene el patrón de difracción mostrado a continuación 4.

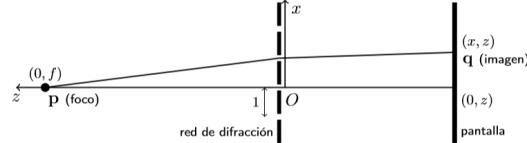


**Fig. 4. Patrones de Fresnel:** A corresponde al patrón generado mediante la simulación, mientras que B representa el patrón obtenido del libro *Introducción a la Óptica de Fourier*.

## 2. CASO DE ESTUDIO CON SOLUCIÓN ANALÍTICA: FORMACIÓN DE AUTOIMÁGENES

#### A. Formación de autoimágenes:

Para realizar el análisis correspondiente, es necesario definir primero el sistema de estudio. En este caso, se considera una red de difracción compuesta por rendijas equidistantes, sobre la cual incide una onda de luz monocromática, tal como se muestra en la figura 5.



**Fig. 5. Sistema de estudio**

Si se supone que los centros de las rendijas se encuentran en los valores enteros de  $x$ , particularmente separados por una distancia unitaria, es posible establecer una ecuación característica de la red de difracción en función de  $x$ , la cual puede expresarse de la siguiente manera:

$$D(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \chi\left(\frac{x+n}{w}\right) \quad \text{con} \quad \chi(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } |x| \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (8)$$

Donde  $w$  indica el ancho de cada rejilla donde esta varía entre  $0 < w < 1$ . Se observa que la función  $\chi\left(\frac{x+n}{w}\right)$  únicamente toma el valor 1 cuando se cumple que  $|x+n| \leq w/2$ , lo cual puede suceder, como máximo, una sola vez para cada valor de  $x$ . En consecuencia,  $D(x) = 1$  si el punto  $(x, 0)$  se encuentra dentro de alguna de las rendijas (es decir, a una distancia menor que  $w/2$  respecto de un número entero), y  $D(x) = 0$  en caso contrario.

Ya que hemos encontrado una representación matemática para describir nuestra red de difracción, y observamos que presenta una periodicidad constante, podemos expresar su función característica mediante una serie de Fourier. En consecuencia, se procede a determinar los coeficientes de Fourier  $\{c_k\}_{k=-\infty}^{\infty}$ , de

modo que  $D(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e(kx)$ , con excepción de los puntos de discontinuidad. Dado que  $D(x)$  es 1-periódica, entonces, para  $k \neq 0$ :

$$c_k = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} D(t) e^{-kt} dt = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} e^{-kt} dt = \frac{\sin(\pi w k)}{\pi k}. \quad (9)$$

Es evidente que  $c_0 = w$ . Por lo tanto, considerando este resultado, la función  $D(x)$  en los puntos de continuidad puede expresarse de la siguiente manera:

$$D(x) = w + \sum_{\substack{k \in \mathbb{Z} \\ k \neq 0}} \frac{\sin(\pi w k)}{\pi k} e^{(kx)}. \quad (10)$$

Una vez definido el campo de entrada, se empleará la **difracción de Fresnel** para analizar su propagación y evaluar los efectos inducidos por la rejilla periódica. La difracción de Fresnel se expresa matemáticamente como:

$$U(x, y, z) = -i \frac{e^{ikz}}{\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_0, y_0, 0) e^{\frac{ik}{2z}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} dx_0 dy_0 \quad (11)$$

Para simplificar el análisis y facilitar la interpretación de los resultados, consideremos el caso unidimensional de la ecuación anterior, el cual se expresa como:

$$U(x, z) = -i \frac{e^{ik_0 z}}{\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} U(x_0, 0) e^{\frac{ik_0}{2z}(x-x_0)^2} dx_0. \quad (12)$$

Al agregar el campo de entrada que conocemos a la ecuación y permutando sumas e integrales obtenemos que:

$$U(x, z) = -i \frac{e^{ik_0 z}}{\lambda z} \left[ w \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{ik_0}{2z}(x-x_0)^2} dx_0 + \sum_{n \neq 0} \frac{\sin(\pi w n)}{\pi n} \int_{-\infty}^{\infty} e^{inx_0} e^{\frac{ik_0}{2z}(x-x_0)^2} dx_0 \right]. \quad (13)$$

La expresión obtenida pone de manifiesto que, al omitir temporalmente los factores de normalización que dependen únicamente de  $z$  y de  $k_0$ , cada armónico se propaga conservando su dependencia espacial  $e^{inx}$ , mientras acumula una fase cuadrática en  $n$ , proporcional a  $z$ . En lo que sigue, las integrales se evaluarán mediante el método de completar cuadrados y donde  $\alpha = \frac{k_0}{2z}$ .

1. Integral base (independiente de  $x$ ):

$$I_0 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha(x-x_0)^2} dx_0 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha u^2} du = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{i\pi/4},$$

con el cambio  $u = x_0 - x$ .

2. Integral con armónico  $k_n$ :

$$I_n = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_n x_0} e^{i\alpha(x-x_0)^2} dx_0 = e^{ik_n x} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha u^2} e^{ik_n u} du.$$

La integral gaussiana-Fourier (fórmula estándar) es:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha u^2 + ik_n u} du = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{i\pi/4} e^{-i\frac{k_n^2}{4\alpha}}.$$

Sustituyendo  $\alpha = \frac{k_0}{2z}$  obtenemos que

$$\frac{k_n^2}{4\alpha} = \frac{k_n^2}{4 \left( \frac{k_0}{2z} \right)} = \frac{k_n^2 z}{2k_0}.$$

Obteniendo por ende que:

$$I_n = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{i\pi/4} e^{ik_n x} e^{-i\frac{k_n^2 z}{2k_0}}.$$

Como vemos todos los términos de  $U(x, z)$  tiene como un factor común  $I_0 = \sqrt{\pi/\alpha} e^{i\pi/4}$  por lo que una expresión compacta de nuestro campo de salida es

$$U(x, z) = -i \frac{e^{ik_0 z}}{\lambda z} I_0 \left[ w + \sum_{n \neq 0} \frac{\sin(\pi w n)}{\pi n} e^{inx} e^{-i\frac{n^2}{\alpha}} \right].$$

Además, se definen  $C(z) = -i \frac{e^{ik_0 z}}{\lambda z} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{i\pi/4}$ ,  $C_n = \frac{\sin(\pi w n)}{\pi n}$  y  $c_0 = w$  lo que permite obtener una expresión más compacta y de mayor interés. Dado que en la práctica se miden intensidades, resulta más conveniente trabajar con  $|U(x, z)|^2$ . SU forma compacta es:

$$U(x, z) = C(z) \sum_n c_n e^{ik_n x} e^{-i\frac{k_n^2 z}{2k_0}}. \quad (14)$$

Tal como se indicó previamente, la intensidad del patrón de difracción generado por la red se determina a partir del módulo cuadrado de  $U(x, z)$ ; en consecuencia, se obtiene:

$$I(x, z) = |C(z)|^2 \sum_n \sum_m c_n c_m^* e^{i(k_n - k_m)x} e^{-i\frac{(k_n^2 - k_m^2)z}{2k_0}}.$$

Para que esta ecuación posea un significado físico consistente, es necesario considerar que la intensidad en la dirección  $z$  debe ser igual a la intensidad en  $z = 0$ , es decir,  $I(x, z) = I(x, 0)$  para todo  $x$ . Asimismo, es indispensable que todos los factores de fase en los términos cruzados sean iguales a uno. De este modo:

$$e^{-i\frac{(k_n^2 - k_m^2)z}{2k_0}} = 1 \quad \text{para todos } n, m \text{ con } c_n c_m^* \neq 0.$$

algo equivalente a esto seria:

$$\frac{(k_n^2 - k_m^2)}{2k_0} z = 2\pi \cdot (\text{entero}) \quad \forall n, m.$$

si la red es periódica en  $a$ , los armónicos espaciales serían  $k_n = 2\pi n/a$  sustituyendo en la condición anterior y además factorizando el  $(2\pi/a)^2$  da como resultado

$$\frac{\left(\frac{2\pi}{a}\right)^2 (n^2 - m^2)}{2k_0} z = 2\pi \cdot \text{entero}.$$

Sustituimos  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$  y simplificamos:

$$\frac{(2\pi)^2}{2(2\pi/\lambda)a^2} (n^2 - m^2)z = \frac{2\pi\lambda}{2a^2} (n^2 - m^2)z = \frac{(n^2 - m^2)\lambda z}{2a^2} = 2\pi \cdot \text{entero}.$$

Para que esto se cumpla para todo  $n, m$ , la elección mínima positiva (recordemos que debe ser entero) para tal que el factor  $\frac{\lambda z}{2a^2}$  sea igual a 1 (puede ser cualquier entero, pero el 1 además de ser la distancia mínima no nula, es el más fácil de analizar). Por lo tanto

$$z_t = \frac{2a^2}{\lambda} \quad (15)$$

130 A esta distancia se le denomina *distancia de Talbot*. Al analizar  
131 la intensidad en esta posición, se observa que:

$$I(x, z_T) = |U(x, z_T)|^2 = |C(z_T)|^2 |D(x)|^2.$$

132 Se observa que el patrón de intensidades formado es idéntico  
133 al patrón de la red de difracción, multiplicado por una amplitud  
134 global y por un factor de fase. Este último no altera el patrón de  
135 intensidades.

136 Recapitulando, a partir de la Ecuación (13) se observó la existencia  
137 de una dependencia espacial con una fase acumulativa, lo  
138 que permitía intuir la formación de autoimágenes. No obstante,  
139 se procedió a evaluar las integrales correspondientes, obteniéndose  
140 así una expresión más compacta para analizar el espectro de  
141 intensidad. Al imponer la condición necesaria para conservar  
142 la consistencia física del sistema, se determinó la distancia de  
143 Talbot, dada por la Ecuación (15). Al evaluarla, se evidenció el  
144 fenómeno de las autoimágenes, ya que se reprodujo el mismo  
145 patrón presente en la red de difracción. Este fenómeno se conoce  
146 como *Efecto Talbot*.

## 147 B. Implementación numérica de la transformada de Fresnel:

148 Para verificar el efecto Talbot, el cual describe la formación de  
149 autoimágenes periódicas a lo largo de la propagación de una  
150 onda, se empleará el código desarrollado en el numeral 1 corre-  
151 spondiente a la transformada de Fresnel. En este caso, el campo  
152 inicial corresponde a una rejilla de Ronchi con una periodicidad  
153 de 10 pares de líneas por milímetro, iluminada por una onda  
154 plana monocromática de 633 nm de longitud de onda (véase la  
155 Figura 6).



Fig. 6. Rejilla de Ronchi

156 Según el efecto talbot las autoimágenes se generan si  $z$  cumple  
157 la ecuación (15), que en nuestro caso y teniendo una periodicidad  
158 dada por el enunciado tenemos los patrones de difracción que  
159 se ven en la figura 7

160 Al realizar los cálculos se obtiene que  $z_t = \frac{2a^2}{\lambda}$  es aproximada-  
161 mente 32 mm, lo que confirma la aparición de una autoimagen.  
162 Surge entonces la pregunta: ¿qué ocurre para  $z = 16$  mm?

### 163 B.1. Autoimágenes en el efecto Talbot

164 Sea la distancia de Talbot

$$z_T = \frac{2a^2}{\lambda}, \quad \zeta = \frac{z}{z_T}.$$

165 Cada armónico se propaga con una fase

$$e^{-i2\pi\zeta n^2},$$

166 y la intensidad contiene factores del tipo

$$e^{-i2\pi\zeta(n^2 - m^2)}.$$

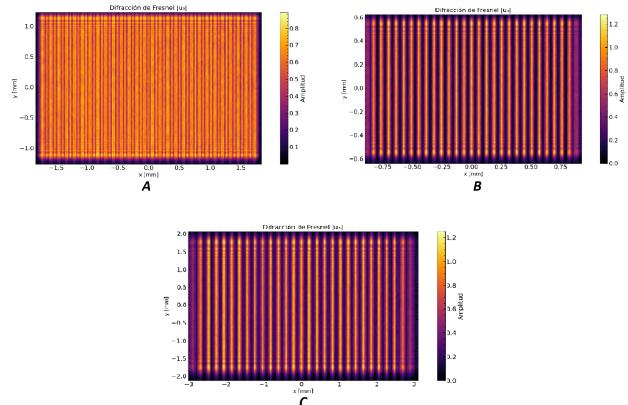


Fig. 7. Autoimágenes y patrones de la rejilla de Ronchi: En la Figura A se presenta una semi-autoimagen correspondiente a  $z_t/4 = 8$  mm. La Figura B muestra una autoimagen para  $z_t/2 = 16$  mm, mientras que la Figura C corresponde a otra autoimagen con  $z_t = 32$  mm.

- 167 1. **Autoimagen completa ( $\zeta$  entero).** Si  $\zeta \in \mathbb{Z}$ , todas las fases  
168 relativas son múltiplos de  $2\pi$ . En consecuencia, la intensi-  
169 dad se reproduce exactamente:

$$I(x, z_T) = I(x, 0).$$

- 170 2. **Autoimagen desplazada ( $\zeta = 1/2$ ).** Para  $\zeta = \frac{1}{2}$  (es decir,  
171  $z = z_T/2$ ), la intensidad se reproduce pero con un despla-  
172 zamiento espacial de medio periodo:

$$I(x, z_T/2) = I\left(x + \frac{a}{2}, 0\right).$$

173 Este es el caso de  $z \approx 16$  mm, donde se observa una autoim-  
174 agen que parece idéntica, pero corresponde en realidad a  
175 una réplica desplazada.

- 176 3. **Autoimagen fraccionaria ( $\zeta = p/q$ ).** Si  $\zeta = \frac{p}{q}$  en fracción  
177 irreducible, se generan autoimágenes fraccionarias: el pa-  
178 trón se multiplica o subdivide dentro de un periodo. Por  
179 ejemplo, para  $\zeta = \frac{1}{4}$  (caso de  $z \approx 8$  mm):

$I(x, z_T/4)$  muestra una fraccionaria con subestructuras periódicas.

180 En resumen,  $z = 31$  mm corresponde a una autoimagen com-  
181 pleta ( $z \approx z_T$ ),  $z = 16$  mm a una autoimagen desplazada ( $z \approx$   
182  $z_T/2$ ) y  $z = 8$  mm a una autoimagen fraccionaria ( $z \approx z_T/4$ ).

## C. Validación Experimental

183 En el laboratorio se reprodujo el mismo sistema descrito en el  
184 numeral anterior, utilizando una rejilla de Ronchi iluminada con  
185 luz monocromática de longitud de onda 633 nm. En la imagen 8  
186 se muestra el montaje experimental.

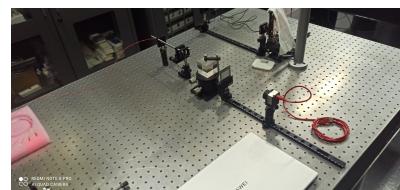
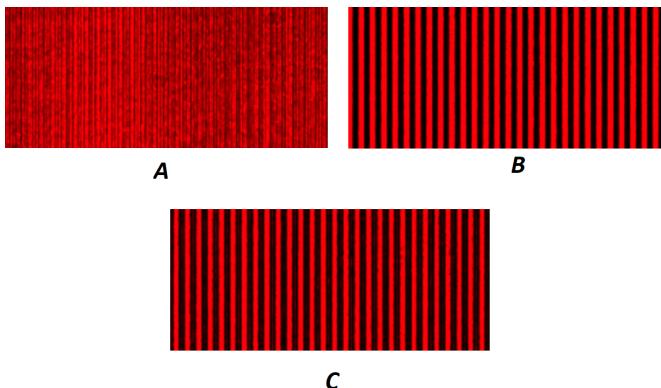


Fig. 8. Montaje Óptico para ver el efecto Talbot

188 Se varió la distancia entre la rejilla de Ronchi y el sensor de  
 189 intensidad con el fin de observar la formación del patrón de  
 190 difracción y comprobar si se cumplen los valores de  $z_t$  descritos  
 191 en la teoría y en la simulación con el cual se obtuvo la figura 9.



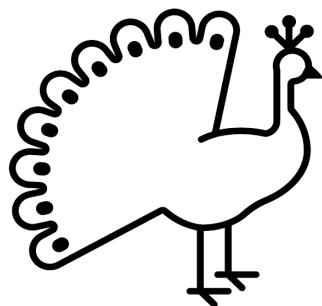
**Fig. 9. Autoimágenes y patrones de la rejilla de Ronchi experimentales:** Donde a A le corresponde a un  $z$  de 8mm respecto al la primera imagen, la B corresponde a un  $z$  de 16mm y la C a un  $z$  de 29mm

192 Como se puede observar, los resultados coinciden con lo  
 193 previsto por la teoría analítica y con la simulación, a excepción  
 194 del caso C. Esta discrepancia se debe a que la última fotografía  
 195 fue tomada a una distancia de 29 mm y no se realizaron más  
 196 mediciones. Sin embargo, puede apreciarse que se encontraba  
 197 muy cerca de una autoimagen.

### 198 3. CASO DE ESTUDIO CON SOLUCION COMPUTACIONAL: PATRON DE DIFRACCION

200 Para cumplir con la condición de variar la distancia entre 10 cm y  
 201 40 cm, se emplea la transformada de Fourier. Esto se debe a que  
 202 en este método la distancia  $z$ , que corresponde a la separación  
 203 entre el sensor y el campo de entrada, no presenta un límite  
 204 superior, lo que permite un muestreo adecuado de la imagen  
 205 incluso a distancias largas.

206 En contraste, en el enfoque del espectro angular, la variable  
 207  $z$  sí posee un límite superior, aunque no inferior, lo que lo hace  
 208 menos conveniente para este caso específico. La transmitancia  
 209 que se nos es la figura 10:



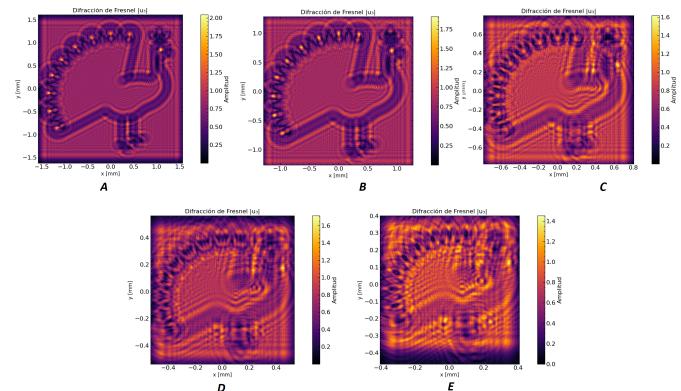
**Fig. 10. Transmitancia Binaria de 5.8 mm de una dimensión trasversal**

210 Es importante garantizar un muestreo adecuado, tal como se  
 211 mencionó previamente. Por lo tanto, debemos asegurarnos de

212 que la variable  $z$  en la ecuación Eq. (4) satisfaga la desigualdad  
 213 correspondiente.

214 Al realizar los cálculos con los parámetros iniciales  $M = 1084$ ,  
 215  $\Delta x = 5.3 \times 10^{-6} \text{ m}$  y  $\lambda = 633 \text{ nm}$ , se obtiene que para cumplir  
 216 con el criterio de muestreo la distancia  $z$  debe ser mayor o igual  
 217 a 4.9 cm.

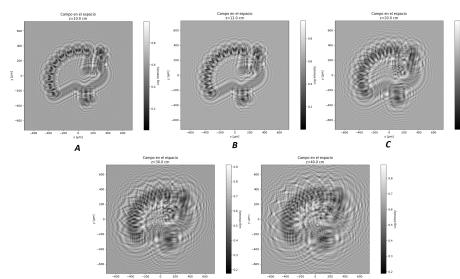
218 Si bien esta condición se cumple sin dificultad en el caso  
 219 de la transformada de Fourier, se realizó una modificación de  
 220 parámetros, aumentando a  $M = 3084$  y ajustando  $\Delta x = 0.58 \mu\text{m}$   
 221 (mediante la modificación de  $L$ ). Este ajuste se llevó a cabo con  
 222 el fin de mejorar la visualización, ya que con las condiciones  
 223 iniciales la medida a 40 cm solo habría mostrado un punto de  
 224 demasiado pequeño. Obteniendo como resultado de la simulación  
 225 la figura 11



**Fig. 11. Patrones de difracción por la trasmitancia binaria:** Donde A le corresponde a un  $z$  de 10cm, la B una de 12cm (donde aparece con sombrero, lo cual lo hace la más cool de todas), la C una de 20cm, la de D a un 30cm y la E a unos 40cm

226 Si aplicamos el método del espectro de difracción, este im-  
 227 pone la condición  $z \leq \frac{M\Delta x^2}{\lambda}$ , la cual coincide numéricamente  
 228 con el mismo límite obtenido en la transformada de Fourier, es  
 229 decir, aproximadamente 4.9 cm. La diferencia radica en que, en  
 230 este caso, la restricción exige que  $z$  sea menor o igual a dicho  
 231 valor, lo cual resulta poco conveniente.

232 Por esta razón, aunque no es la herramienta más adecuada  
 233 para este análisis, se utilizó con el propósito de mostrar en la  
 234 siguiente figura 12 los patrones resultantes.



**Fig. 12. Patrones de difracción por la trasmitancia binaria en el espectro angular:** Donde A le corresponde a un  $z$  de 10cm, la B una de 12cm, la C una de 20cm, la de D a un 30cm y la E a unos 40cm

235 **A. Validación experimental:**

236 En la parte experimental se utilizó un sensor de intensidad junto  
 237 con la aplicación *ThorCam* para observar el patrón de difracción.  
 238 De acuerdo con el montaje mostrado en la figura 13, se introduce  
 239 una fase lineal que puede modificar el patrón, ya sea ensanchándolo,  
 240 deformándolo o estirándolo en una dirección determinada,  
 241 en función de la pendiente  $M$  (de ahí el nombre de fase lineal).

242 No obstante, estas contribuciones no representan un incon-  
 243 veniente significativo para la comparación entre los resultados  
 244 experimentales y las simulaciones.

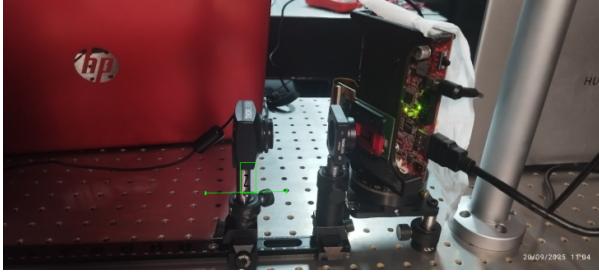


Fig. 13. Montaje Experimental sobre la Transmitancia asig-  
nada

245 De este montaje se pudo obtener los siguientes patrones que  
 246 se observan en la figura 14

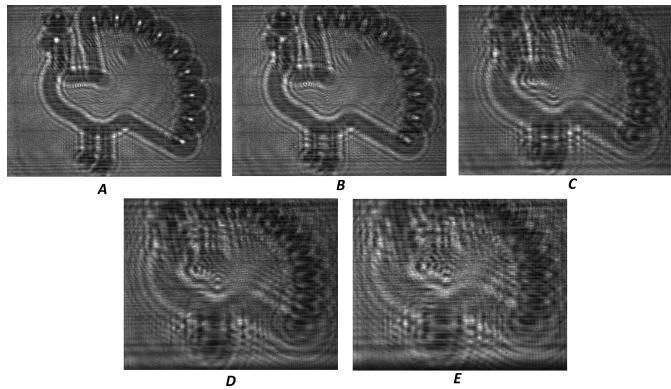


Fig. 14. Patrones de difracción experimentales: Donde A le corresponde a un  $z$  de 10cm, la B una de 12cm , la C una de 20cm, la de D a un 30cm y la E a unos 40cm

247 Como se observa, los resultados experimentales coinciden  
 248 de manera más cercana con la simulación realizada mediante la  
 249 transformada de Fourier, lo cual resulta coherente con las consi-  
 250 deraciones previamente discutidas en esta sección. En definitiva,  
 251 puede concluirse que existe una buena correspondencia entre los  
 252 resultados computacionales y los obtenidos experimentalmente.

253 **4. CASO DE ESTUDIO EXPERIMENTAL CON SOLUCION  
254 COMPUTACIONAL: TRANSMITANCIA DESCONOCIDA**

255 **A. Descripción del experimento**

256 El experimento consistió en iluminar un **patrón de calibración**  
 257 **bidimensional (2D)** para un microscopio, con pasos de 0.1, uti-  
 258 lizando una **fuente aproximadamente divergente**. Se fijo el pa-  
 259 trón con respecto al fuente, se registró el patrón de difracción  
 260 para diferentes posiciones entre el sensor y el patrón.

261 En la Figura 15 se muestra el **montaje experimental**, donde  
 262 se observa la disposición de la fuente, el patrón de calibración y  
 263 el sensor de captura.

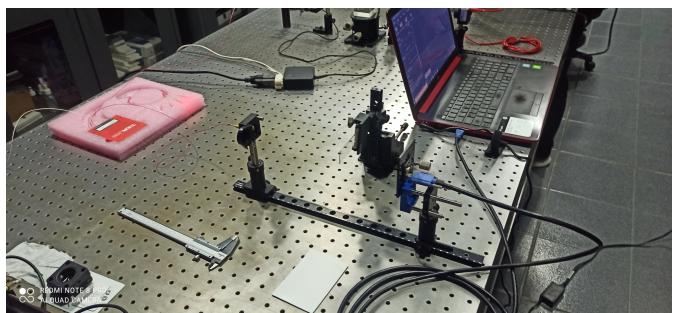


Fig. 15. Patrones de difracción experimentales: Esquema del montaje experimental empleado para el registro de los patrones de difracción.

264 Se realizaron mediciones variando la distancia entre el patrón  
 265 y el sensor. A continuación, se presentan dos ejemplos de los  
 266 **patrones de intensidad registrados** para distintas distancias  $z$ :

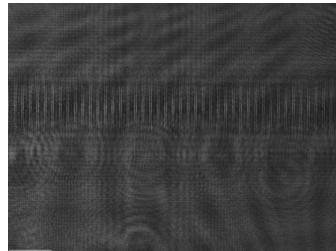


Fig. 16. patron registrado para  $z=0.1$  m

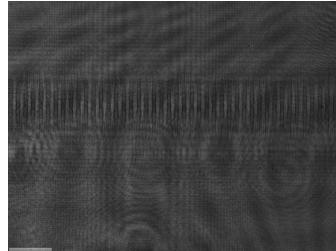


Fig. 17. patron registrado para  $z=0.15$  m

267 Cabe resaltar que la información experimental disponible  
 268 corresponde únicamente a la intensidad registrada en el plano  
 269 de detección, debido a que el sensor utilizado mide el módulo  
 270 cuadrado del campo óptico. En consecuencia, el problema a re-  
 271 solver consiste en determinar el campo complejo en el plano del  
 272 patrón a partir de esta intensidad, sin disponer de la información  
 273 de fase en el plano del detector.

274 **B. Introducción a los Modelos Numéricos Aplicados**

275 Para abordar la reconstrucción del campo óptico a partir de  
 276 las mediciones experimentales, es necesario emplear **modelos**  
 277 **numéricos** que describan la propagación de la onda desde el  
 278 plano del objeto hasta el plano del sensor, así como algoritmos  
 279 iterativos capaces de **recuperar la fase perdida**.

280 En este caso, la información experimental disponible corre- 325  
 281 sponde únicamente a la **intensidad registrada** en el plano de 326  
 282 detección, ya que el sensor utilizado mide el **módulo cuadrado** 327  
 283 del **campo óptico**. Por tanto, el problema consiste en determi- 328  
 284nar la **distribución compleja del campo** en el **plano del objeto** 329  
 285 (amplitud y fase) a partir de la intensidad medida en el plano 330  
 286 del detector, sin disponer de información directa sobre la fase. 331

287 Para resolver este problema, que es **mal planteado e indeter- 331  
 288 minado**, se combinan dos componentes fundamentales:

- 289 1. **Un modelo de propagación** en este caso el de espectro 332  
 290 angular **ASM**, el cual permite simular la propagación del 333  
 291 campo óptico y devolverse en esa operación de propagación 334  
 292 por su carácter lineal, cuya fórmula está dada por la sigui- 335  
 293 ente expresión:

$$U(x, y; z) = \mathcal{F}^{-1} \{ G(f_x, f_y) \cdot H(f_x, f_y; z) \}, \quad (16)$$

294 donde  $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$  representa la transformada inversa de 339  
 295 Fourier y  $H(f_x, f_y; z)$  es la función de transferencia del 340  
 296 medio libre, dada por:

$$H(f_x, f_y; z) = \exp \left[ ikz \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2} \right], \quad (17)$$

297 con  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  el número de onda y  $\lambda$  la longitud de onda de 345  
 298 la luz.

299 La **propagación inversa** (del plano del detector hacia el 346  
 300 plano del objeto) se obtiene propagando una distancia  $-z$ :

$$g(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F}\{U(x, y; z)\} \cdot H(f_x, f_y; -z) \}, \quad (18)$$

- 301 2. **Un algoritmo iterativo de recuperación de fase**, que im- 347  
 302 pone **restricciones físicas** en ambos dominios (objeto y de- 348  
 303 tector) hasta alcanzar una solución consistente. Entre los 349  
 304 métodos más utilizados se encuentran:

- 305 • **Algoritmo de Reducción de Error (ER)**: garantiza una 350  
 306 disminución monótona del error, aunque su conver- 351  
 307 gencia es lenta.
- 308 • **Método de Descenso Más Pronunciado (Steepest De- 352  
 309 scendent)**: interpreta el problema como una minimización 353  
 310 de un funcional de error, pero requiere un alto número 354  
 311 de iteraciones.
- 312 • **Algoritmo Híbrido de Entrada-Salida (HIO)**: combi- 355  
 313 na robustez y rapidez, evitando el estancamiento 356  
 314 típico de los métodos anteriores y logrando mejores 357  
 315 resultados en la práctica.

316 El esquema general de la reconstrucción numérica se basa en 358  
 317 un proceso iterativo:

- 318 1. Se **propaga** el campo estimado desde el plano del objeto al 359  
 319 plano del detector mediante el **ASM**.
- 320 2. Se **impone la intensidad medida**, reemplazando el módulo 360  
 321 del campo por la raíz cuadrada de la intensidad experimen- 361  
 322 tal.
- 323 3. Se **propaga de vuelta** al plano del objeto y se aplican **restric- 362  
 324 ciones físicas** sobre la amplitud o el soporte.

- 325 4. Se repite el proceso hasta alcanzar la **convergencia**, es decir, 326  
 327 cuando el error entre la intensidad calculada y la medida es 328  
 329 mínimo.

330 Este enfoque iterativo permite reconstruir la **transmitancia** 331  
**compleja** del patrón iluminado, revelando tanto su **estructura** 332  
**espacial** (amplitud) como la **información de fase** asociada.

## 5. REFERENCIAS

### A. Sample Dataset Citation

- 332 1. M. Partridge, "Spectra evolution during coating," figshare 333  
 334 (2014), <http://dx.doi.org/10.6084/m9.figshare.1004612>.

### B. Sample Code Citation

- 335 2. C. Rivers, "Epipy: Python tools for epidemiology," figshare 336  
 337 (2014) [retrieved 13 May 2015], 338  
<http://dx.doi.org/10.6084/m9.figshare.1005064>.

### C. Sample code Citation

- 340 3. A. K. Gupta and N. K. Nishchal, "Transport of intensity equa- 341  
 342 tion for phase imaging: A review," Asian Journal of Physics, vol. 343  
 28, no. 10–12, pp. 777–786, 2019.

### D. Sample code Citation

- 344 4. J. R. Fienup, "Phase retrieval algorithms: A comparison," 345  
 346 Applied Optics, vol. 21, no. 15, pp. 2758–2769, 1982.

## REFERENCES

**FULL REFERENCES**