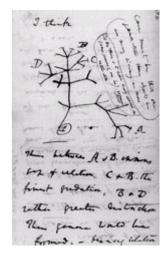
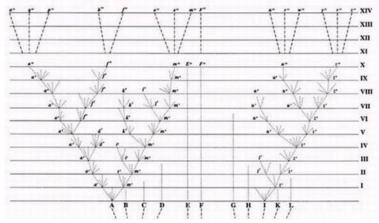
# 2024년도 한국진화학회 겨울학교

(분자진화학분야)

극지연구소 서태건

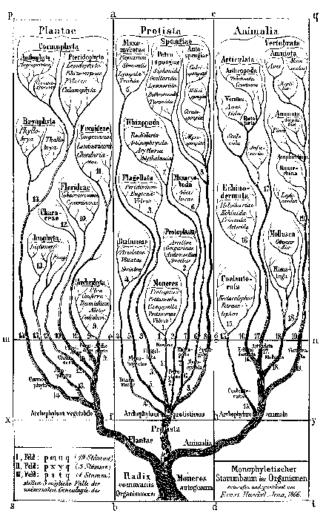
### 계통수(phylogenetic tree)와 생물의 진화/유연 관계





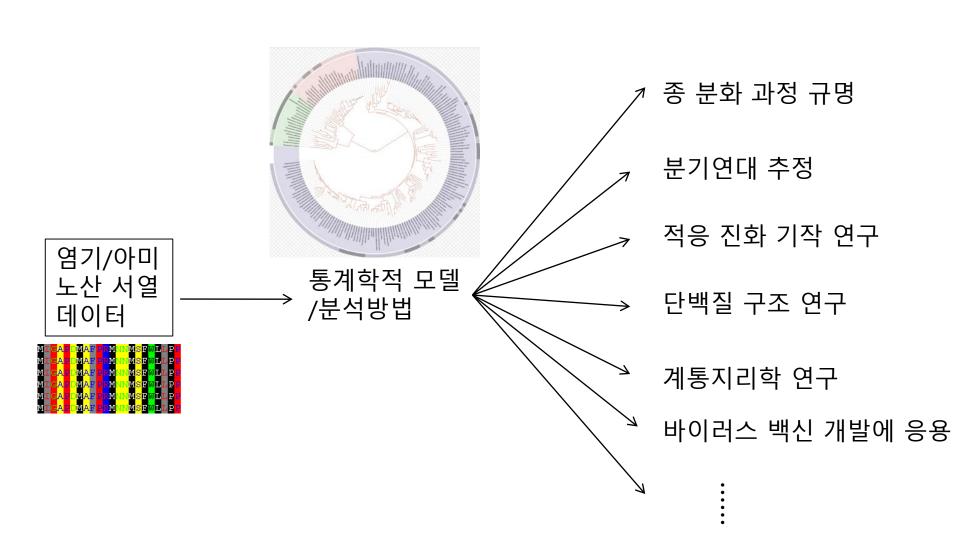
Darwin's notebook (1837)

On the Origin of Species by Natural Selection (Darwin, 1859)

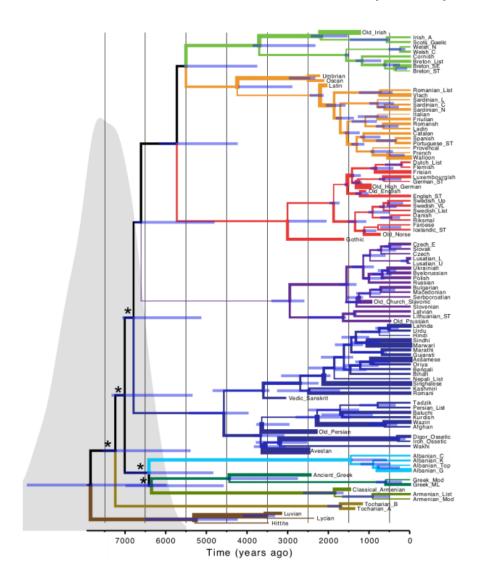


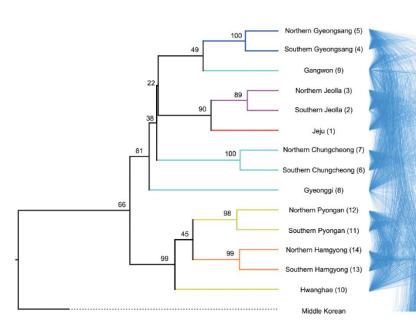
Generelle Morphologie der Organismen (Haeckel 1866) 2

#### 분자계통수의 추정이 다른 연구에 미치는 영향은 매우 크다



### 계통수 추정은 무생물 (언어)의 진화과정 규명에도 이용된다

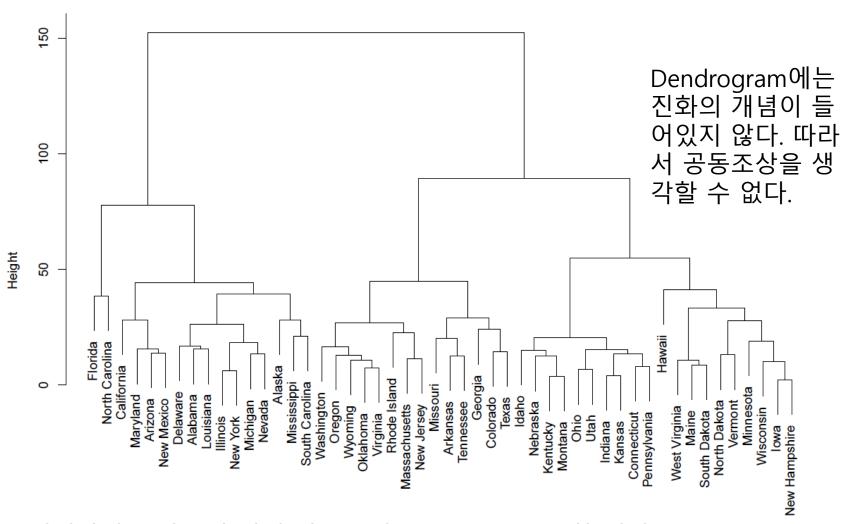




(Lee 2015)

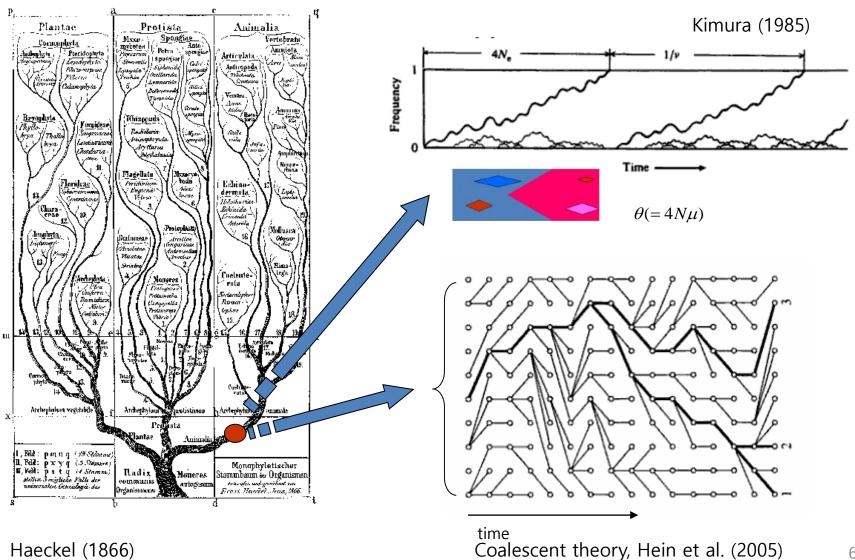
(Bouckaert et al. 2012)

### Phylogeny 와 dendrogram(clustering)은 다르다

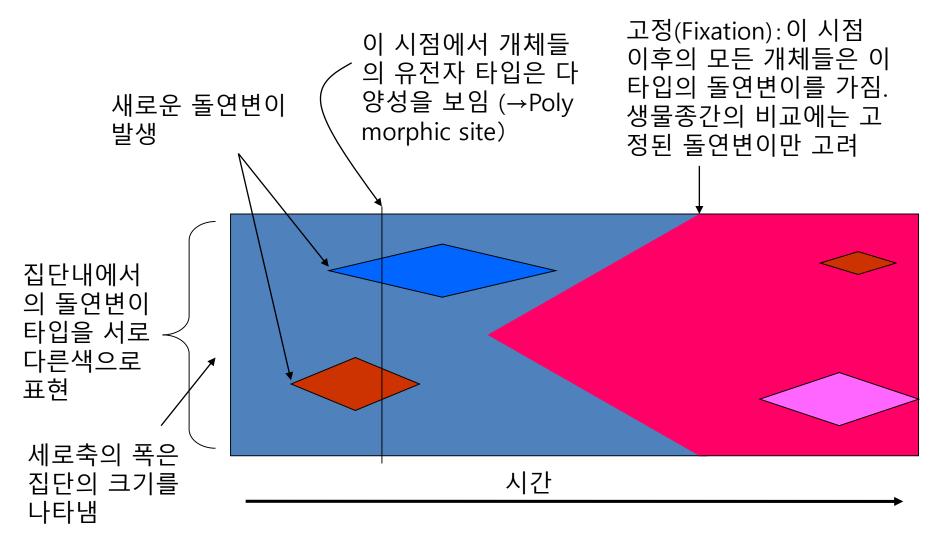


범죄발생 유사도에 의해 미국50개 주를 clustering 한 결과

### 계통수와 집단유전학과의 관계



### 돌연변이의 발생과 집단내에서의 고정

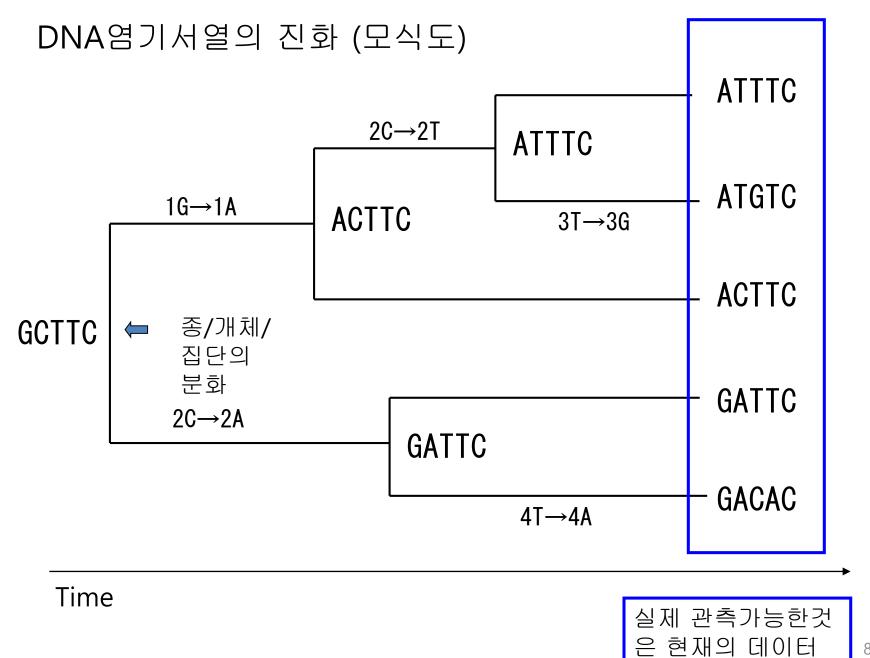


집단의 다양성을 나타내는 척도

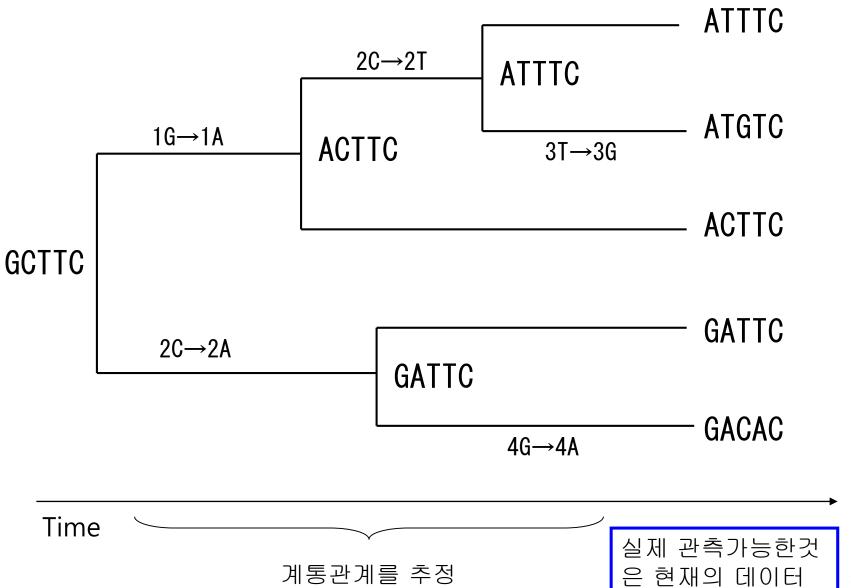
$$\theta (=4N\mu)$$

N: effective population size (집단의 크기)

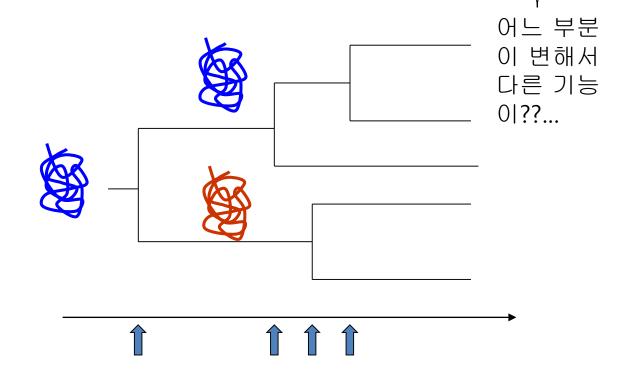
μ: mutation rate per generation (세대당 돌연변이율)



#### DNA염기서열의 진화 (모식도)



- 분자진화학의 데이터분석으로 가능한것들의 예
  - 계통관계의 추정 (☲ )
  - 분기연대의 추정 (1111111111)
  - 조상의 유전자배열, 단백질 구조의 추정 ( 👺 )
  - 기능의 변화 과정의 추정( ※ → ※ ※



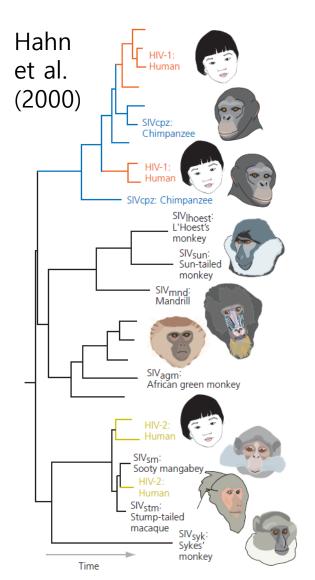
# 분자계통수로 추정하는 생명의 기원 (HIV의 예)



- HIV (Human Immunodeficiency Virus)가 AIDS를 유발
- 20세기 이전에 AIDS (후천성 면역결핍증)는 지구상에 존재하지 않았던 질병
- HIV도 20세기 이전에 존재하지 않았던 바이 러스
- HIV가 어떻게 세상에 등장하게 되었을까?

(동아일보 1983년 3월 17일 기사)

### DNA 염기서열을 이용한 HIV의 기원 추정



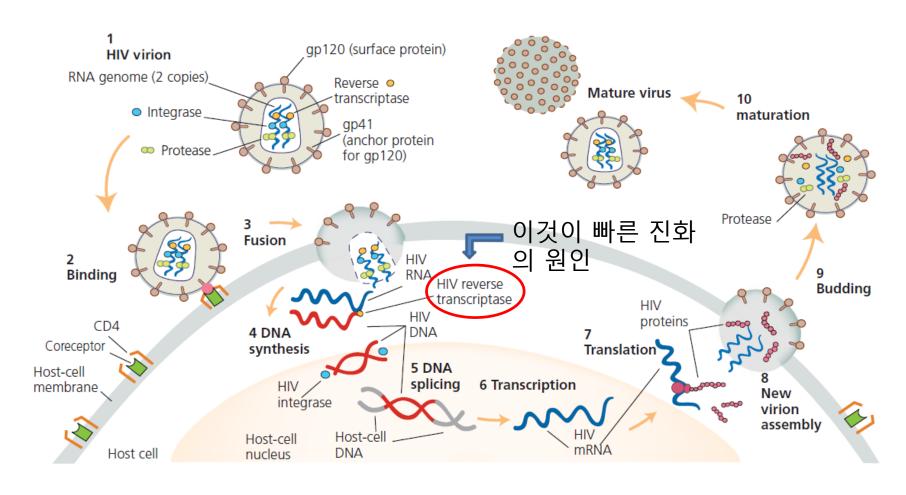
- HIV 은 침팬지를 감염시키는 SIV (Simian Immunodeficiency Virus)와 진화적으로 가깝다
- HIV-1, HIV-2는 단계통이 아님

```
Zoonosis (=zoonotic transmission):바이러스
의 숙주의 영역을 넘어서 다른 숙주를 감염시키
게 되는 현상
FIV (Feline ~) → 고양이과를 감염시킴
SIV (Simian ~) → 원숭이 부류를 감염시킴

► HIV → 인간에게 감염시킬수
있는 능력획득
```

(그림 출처 : Herron and Freeman 2014 Evolutionary Analysis 5/e)

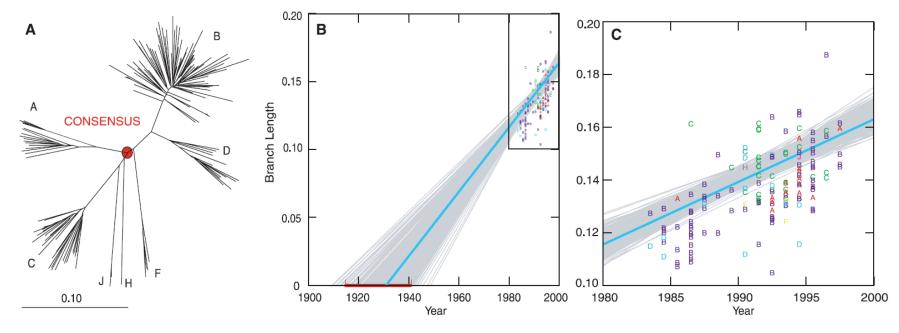
### HIV는 왜 빨리 진화하는가?



HIV의 life cycle (Herron & Freeman 2014)

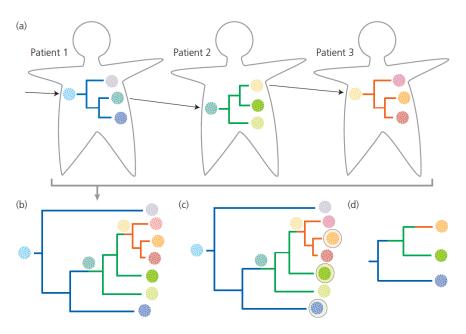
## HIV-1 의 최초 등장 시기 추정

(Korber et al. 2000)

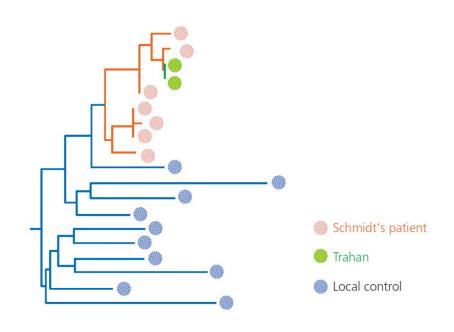


- 매년 DNA 치환량을 측정하여 회귀직선을 구하면 공동조상의 연대를 추정할수 있다 ← 분자시계 (molecular clock) 개념 이용
- HIV가 최초 등장한 시기는 대략 1931년 (1915~1941)
- 이 결과는 OPV (Oral Polio Vaccine) AIDS 가설을 반증하는 증거의 하나가 됨

#### 법의학분야에서도 사용되는 분자계통수



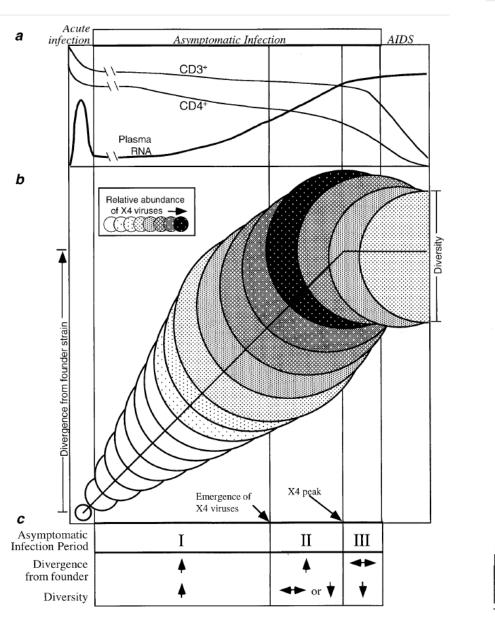
환자에서 환자로 HIV가 전이되는 양 상과 각각의 분자계통수

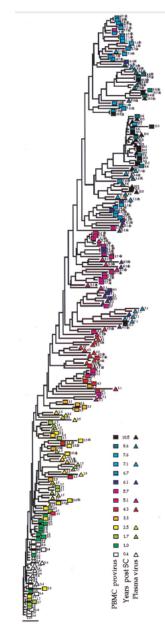


미국 Louisiana 주의 내과의사 Schmidt가 내연관계의 간호사 Trahan에게 고의로 HIV를 주사했다 고 의심되는 사건 → 징역 50년 유 죄판결 확정 (2000년)

(그림 출처 : Herron and Freeman 2014 Evolutionary Analysis 5/e)

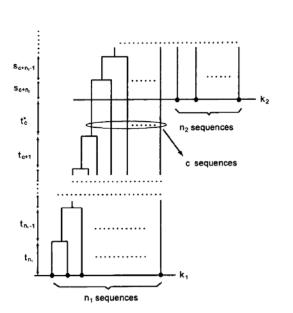
### 환자의 체내에서 HIV가 진화하는 방식





(Shankarppa et al 1999)

# Coalescent 이론을 이용한 환자 체내의 HIV의 집단의 크기 추정 (Seo et al. 2002)



$$L_{1} = \left[ \prod_{i=n_{1}}^{c+1} p(t_{i}|e(t_{i}), N_{c}) \right] \times p(t_{c}^{*}, s_{c+n_{2}}|e(t_{c}^{*}), k_{2}, N_{c})$$

$$\times \left[ \prod_{i=c+n_{2-1}}^{2} p(s_{i}|e(s_{i}), N_{c}) \right]$$

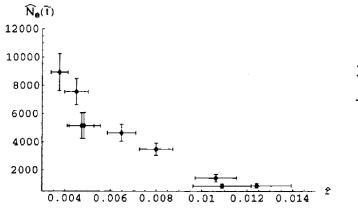
$$p(t_{i}|e(t_{i}), N_{c}) = \frac{i(i-1)}{2N_{c}} \exp\left(\frac{-i(i-1)}{2N_{c}}t_{i}\right)$$

$$p(t_{c}^{*}, s_{c+n_{2}}|e(t_{c}^{*}), k_{2}, N_{c}) = \exp\left(-\frac{c(c-1)}{2N_{c}}t_{c}^{*}\right) \frac{(c+n_{2})(c+n_{2}-1)}{2N_{c}}$$

$$\times \exp\left(\frac{-(c+n_{2})(c+n_{2}-1)}{2N_{c}}s_{c+n_{2}}\right)$$

$$p(s_{i}|e(s_{i}), N_{c}) = \frac{i(i-1)}{2N_{c}} \exp\left(\frac{-i(i-1)}{2N_{c}}s_{i}\right)$$

좌측의 계통수가 얻어지는 가능성을 likelihood 함수로 표현



진화속도와 집단의 크기사이에는 음의 상관관계가 있다. 이를 를 환자의 면역체계와 관련하여 설명 가능

면역력 강함 → 바이러스 집단 감소 & 바이러스 빨리 진화 면역력 약함 → 바이러스 집단 증가 & 바이러스 천천히 진화

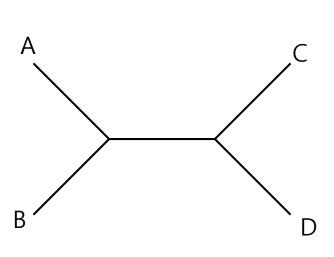
# 계통수 추정법의 종류

- Maximum parsimony
  - nonparametric; DNA 치환 모델 가정 X
  - long branch attraction
- Distance matrix method
  - NJ (Neighbor-Joining method), UPGMA
- Maximum likelihood method
  - parametric; DNA 치환 모델 가정
- Bayesian method
  - posterior ∝ prior × likelihood

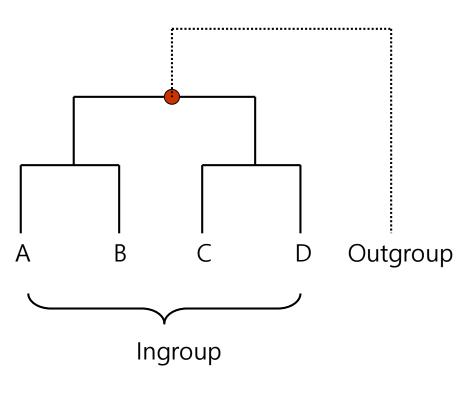
### 분자계통수에 관한 기본 사항

Phylogeny, phylogenetic tree (계통수)

#### Unrooted tree



#### Rooted tree



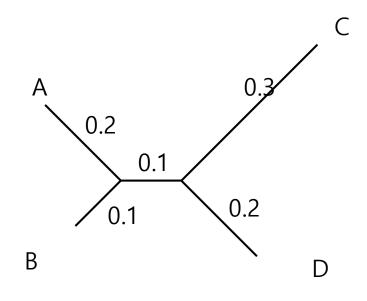
(((A,B),(C,D)),Outgroup);

<sup>\*</sup> Newick (New Hampshire ) tree format

### Evolutionary distance (진화적인 거리)

Branch length 는 진화의 거리(사이트당평균적으로 일어나는염기치환수) 나타냄

예) 0.2 : 1사이트중 평균적으로 2회 치환 이 일어남을 의미



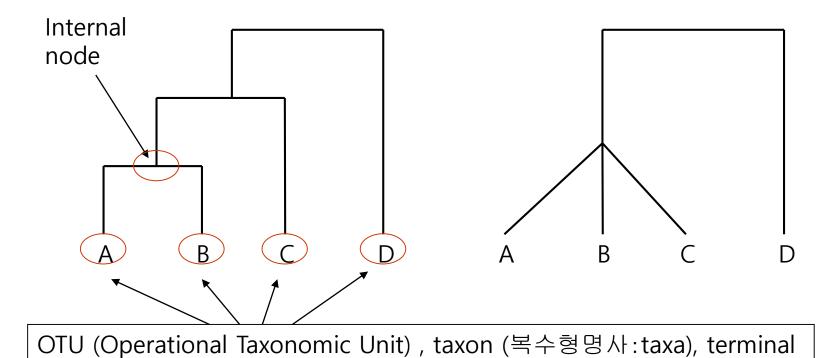
```
((A:0.2,B:0.1):0.1,C:0.3,D:0.2); 혹은
((C:0.3,D:0.2):0.1,A:0.2,B:0.1); 로 계통
수를 표시함
```

### • 계통수의 형태

node, tip

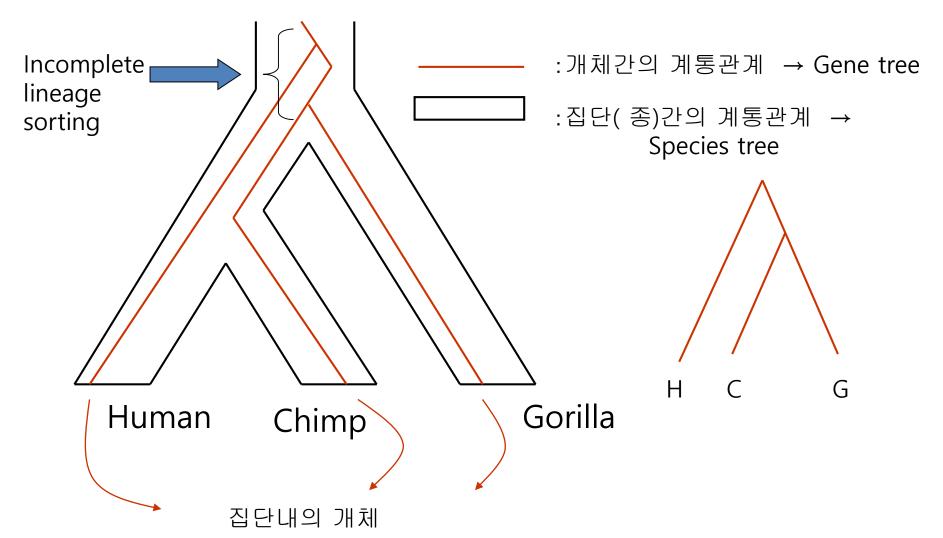
### Bifurcating tree

#### Multifurcating tree

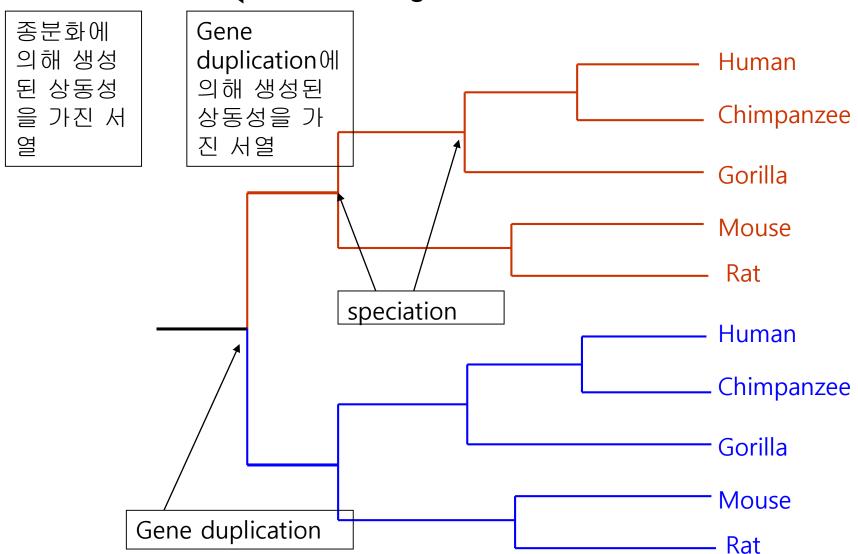


23

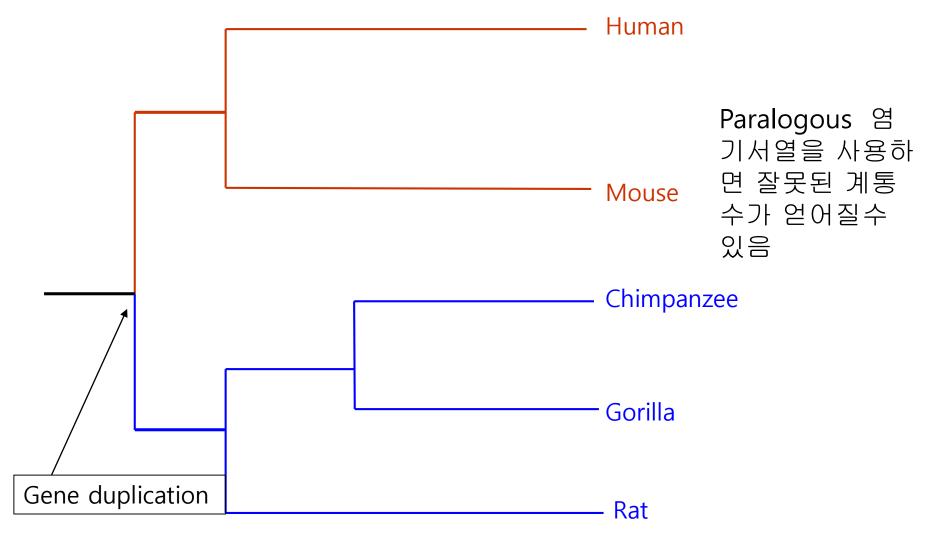
• Gene tree와 species tree는 일치하지 않을수 있으므로 주의를 요함



● Ortholog/paralog 에 주의 (種의 계통관계 추정을 위해서는 ✓ orthologous 서열을 사용해야함)



• Ortholog/paralog 에 주의 (種의 계통관계 추정을 위해서는 orthologous 서열을 사용해야함)



# Maximum parsimony (MP) method

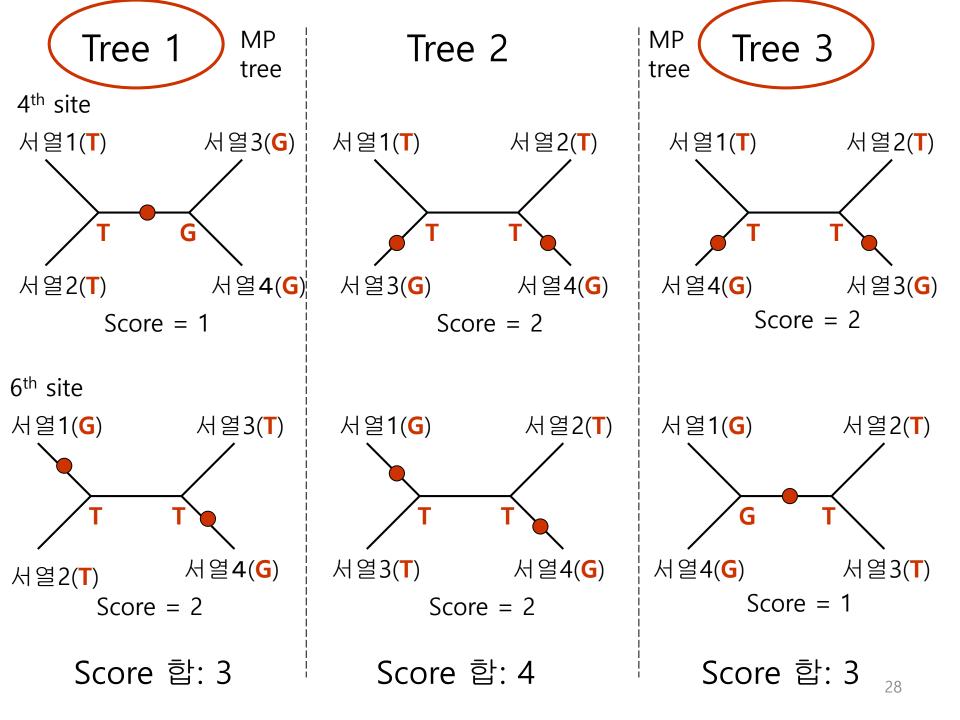
계통수상에서 일어나는 염기치환의 수를 단순히 세어 염기치환수가 최소 가 되는 계통수를 구하는 방법. 염기치환의 중복을 고려하지 않는다.

사이트									
서열1	A	Α	Τ	T	С	G	C	C	A
서열2	A	A	T	Τ	C	Т	C	C	Τ
서열3	G	A	C	G	C	Т	C	G	G
서열1 서열2 서열3 서열4	A	A	T	G	C	G	C	C	T

1,3,4,6,9 : variable sites 4,6 : informative sites

Informative sites : 2종류 이상의 염기가 각각 2회이상 등장하는 사이트.
MP method에서는 informative sites 만 고려됨

4개의 염기서열에 대하여 가능한 Unrooted tree는 3가지. 3가지의 계통수에 대하여 parsimony score를 계산.

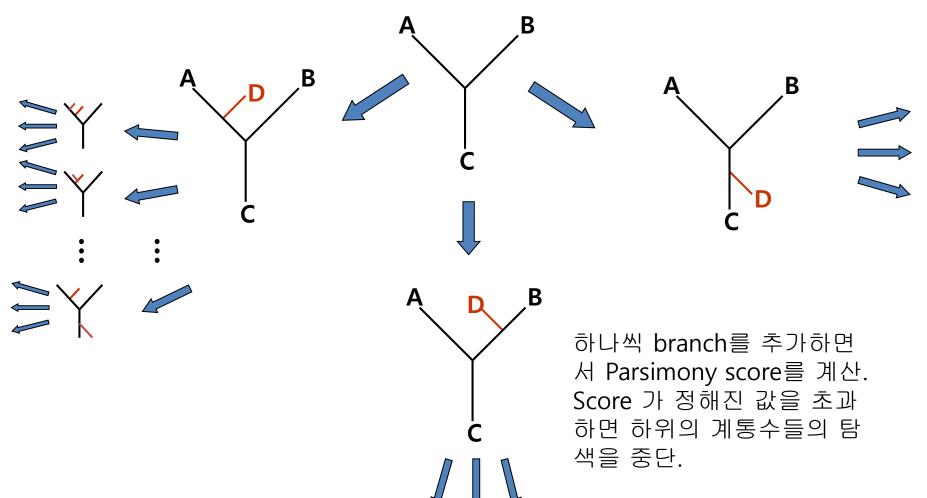


 염기서열의 수가 증가함에 따라 가능한 계통수의 수는 급격히 증가

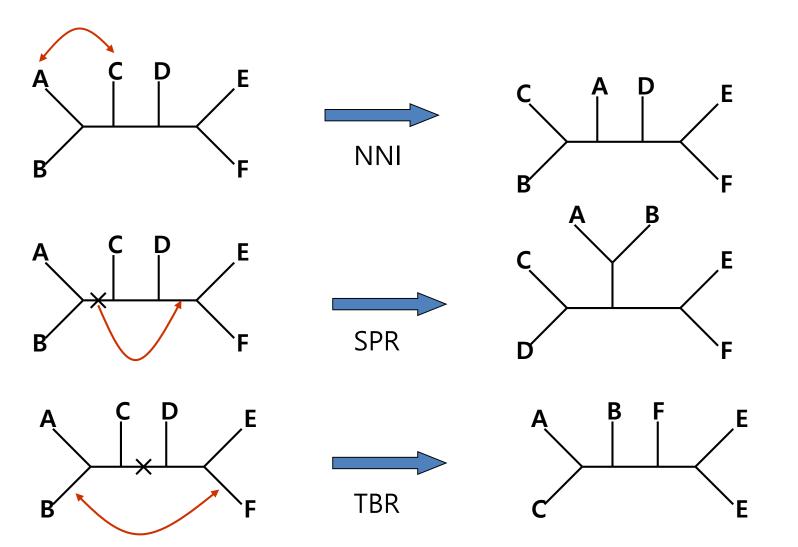
→ 모든 계통수에 대하여 parsimony score를 계산/비교하는 것은 불가능

Num of OTU	Num of rooted tree	Num of unrooted tree
2	1	1
3	3	1
4	15	3
5	105	15
6	954	105
7	10,395	954
8	135,135	10,395
9	2,027,025	135,135
10	34,459,425	2,027,025
11	654,729,075	34,459,425
12	13,749,310,575	654,729,075
13	316,234,143,225	13,749,310,575
14	7,905,853,580,625	316,234,143,225
15	213,458,046,676,875	7,905,853,580,625
n	$\frac{(2n-3)!}{2^{n-2}(n-2)!}$	$\frac{(2n-5)!}{2^{n-3}(n-3)!}$

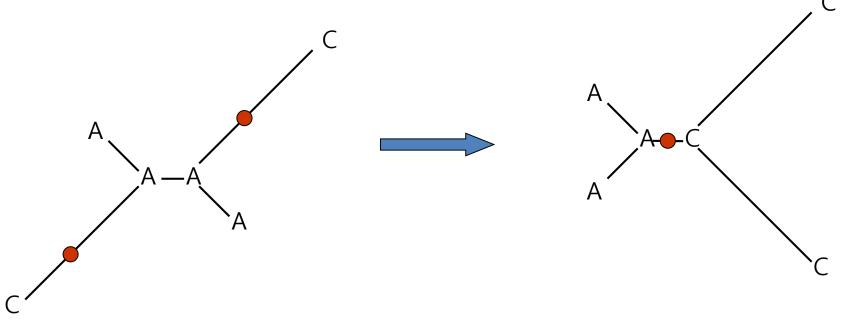
- 계통수 탐색법: exhaustive search
  - branch-and-bound : 비현실적인 계통수를 만나면 탐색을 도중에 중단.
     모든 계통수를 조사하지 않아도 전부 조사한것과 같은 결과 。



- 계통수 탐색법 :heuristic search (계통수의 일부분만 탐색)
  - Nearest neighbor interchange (NNI)
  - Subtree pruning and regrafting (SPR)
  - Tree bisection and reconnection (TBR)



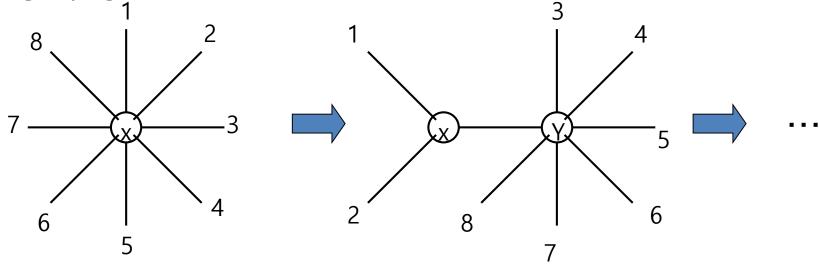
- Maximum parsimony의 문제점
  - 다중치환이 고려되지 않음 (한번만 카운트됨)
  - Long branch attraction



Homoplasy가 존재하는 데이타 (공동조상에서 유래한것이 아니지만 상동성을 가짐) 추정된 계통수

# Neighbor-Joining (NJ) method

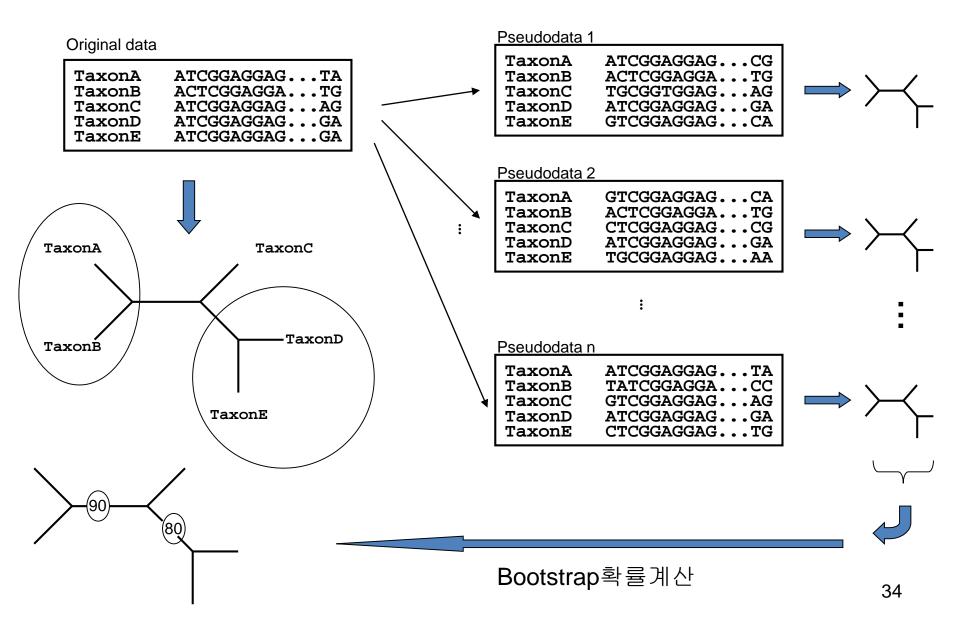
• Distance matrix method중 가장 널리 쓰이는 방법。 Star tree로 부터 시작, branch length의 합계가 최소가 되도록, 단계적으로 grouping 한다 (Saitou & Nei 1987)。



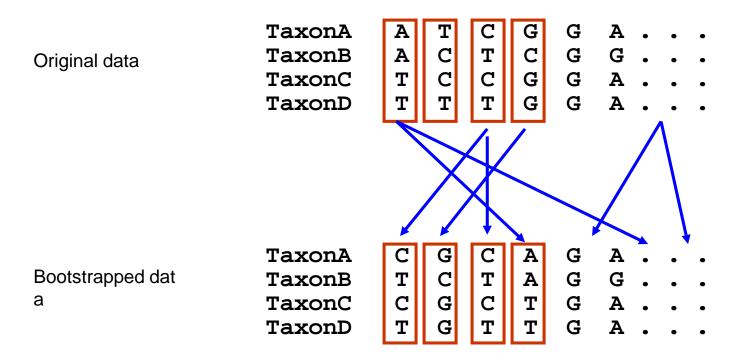
$$S_{12} = \frac{1}{2(N-2)} \sum_{k=3}^{N} (d_{1k} + d_{2k}) + \frac{1}{2} d_{12} + \frac{1}{N-2} \sum_{3 \le i < j < N}^{N} d_{ij}$$

dij:서열i와j사이의 진화적인 거리. 사이트당 염기치환수를 나타냄

### Bootstrap method (계통수의 신뢰도 추정)



#### Generation of pseudo-data

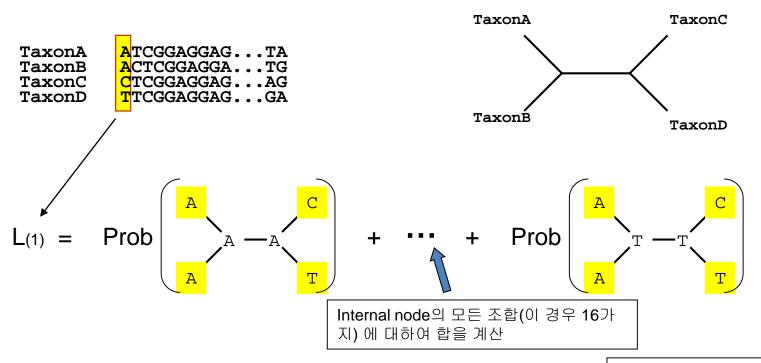


- i.i.d. assumption: independently and identically distributed sample
- Each alignment column is resamplied

# Maximum likelihood (ML) method

- 각 계통수별로 likelihood를 계산, likelihood가 최대가 되는 계통수 및 모델파라미터를 구하는 방법

(likelihood: 데이타가 모델에 어느정도 잘 맞는가 나타내는 수치. 「데이타가 생성될 확률」과 밀접한 관계가 있음.)



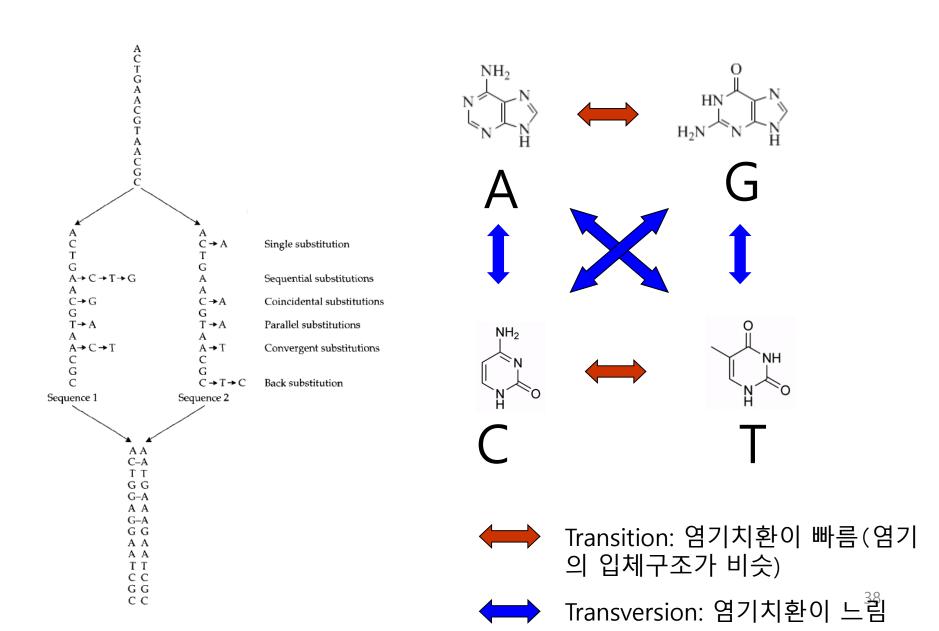
$$L = L_{(1)} \times L_{(2)} \times L_{(3)} \times \cdots \times L_{(n)}$$

 $logL = logL_{(1)} + logL_{(2)} + logL_{(3)} + \cdot \cdot \cdot + logL_{(n)}$ 



Log-likelihood가 최대가 되는 계통수, branch length, 모델 파라미터등을 추정한 다.

## DNA서열은 어떻게 진화하는가?



## DNA염기치환 모델

- 염기치환의 상대적인 속도를 파라미터로 표현
- 복잡한 분자진화 현상을 단순화 하여 몇 개의 파라미터로 설명 예) Jukes-Cantor model (JC), Kimura's two parameter model (K2,K80), Hasegawa-Kishino-Yano model (HKY85), etc.

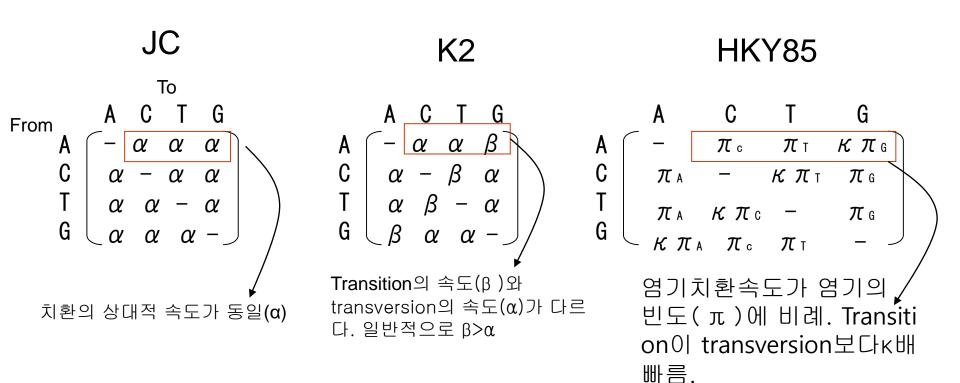


Table 3.2 Models of nucleotide substitution.

*****	A	T	C	G	A	Т	C	G	
	(A) Ju	kes-Canto	$_{ m r}$ model			(E) HK	Y model		
Α	-	α	α	α	-	$\beta g_{_{\rm T}}$	$eta g_{ m C}$	$lpha g_{ m G}$	
${f T}$	α	_	α	α	$eta g_{ m A}$	-	$\alpha g_{\mathrm{C}}^{-}$	$eta g_{ m G}^-$	
C	α	α	-	α	$\beta g_{ m A}$	$lpha g_{_{ m T}}$	-	$eta g_{ m G}^{}$	
G	α	α	α	-	$\alpha g_{\mathbf{A}}^{\mathbf{r}}$	$\beta g_{_{\rm T}}$	$eta g_{ m C}$	-	
	(B)	Kimura m	odel			(F) Tamura	-Nei mode	l	
Α	-	β	β	α	-	$\beta g_{_{\rm T}}$	$eta g_{ extsf{C}}$	$\alpha_1^{g}$	
Т	β	-	α	β	$eta g_{ m A}$	-	$\alpha_2 g_C$	$\beta g_{ m C}$	
С	β	α	-	β	$eta g_{ m A}$	$\alpha_{2}^{}\mathbf{g}_{\mathrm{T}}^{}$	-	$oldsymbol{eta} g_{oldsymbol{G}}$	GTR 모델이라
G	α	β	β	-	$\alpha_1 g_A$	$eta g_{\mathrm{T}}$	$eta g_{ extsf{C}}$	-	고 불림
	(C) Eo	ual-input	model		(G)	General re	versible me	odel	
Α	-	$\alpha g_{\mathrm{T}}$	$\alpha g_{\mathrm{C}}$	$\alpha g_{G}$	- '	$ag_{_{ m T}}$	$bg_{f C}$	$c g_{ m G}$	
${f T}$	$\alpha g_{ m A}$	-	$\alpha g_{\rm C}$	$\alpha g_{G}$	$ag_{A}$	-	$dg_{ m C}$	$eg_{ m G}$	
C	$\alpha g_{\rm A}$	$\alpha g_{\mathrm{T}}$	-	$\alpha g_{G}$	$bg_{ m A}$	$dg_{\mathbf{T}}$	-	$\mathit{fg}_{\mathbf{G}}$	
G	$\alpha g_{A}$	$\alpha g_{\mathrm{T}}$	$lpha g_{ m C}$	-	$cg_{A}$	$eg_{_{ m T}}$	$\mathit{fg}_{\mathtt{C}}$	-	
	(D)	Tamura m	odel			(H) Unrest	ricted mode	el	_
Α	-	$\beta\theta_2$	$\beta\theta_1$	$\alpha\theta_1$	-	$\mathbf{a_{12}}$	a <sub>13</sub>	a <sub>14</sub>	
T	$\beta \theta_2$	-	$\alpha\theta_1$	$\beta \theta_1$	a <sub>21</sub>	•	a <sub>23</sub>	$\mathbf{a_{24}}$	
С	$\beta \theta_2$	$\alpha\theta_2$	-	$\beta \theta_1$	a <sub>31</sub>	$a_{32}$	-	a <sub>34</sub>	
G	$\alpha \theta_2$	$\beta \theta_2^2$	$\beta\theta_1$	-	a <sub>41</sub>	<b>a</b> <sub>42</sub>	a <sub>43</sub>	-	

## Transition probabilities

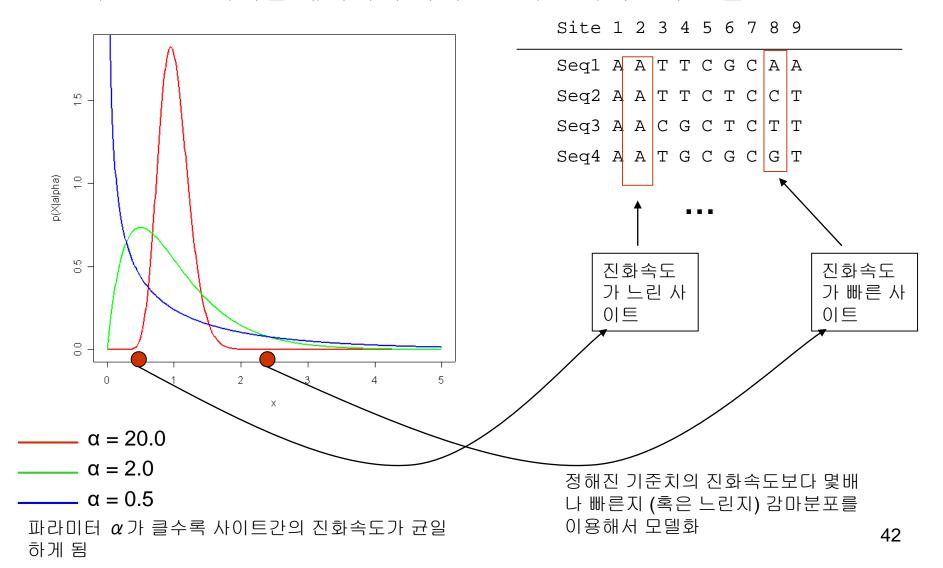
$$\mathbf{R} := \begin{bmatrix} A & C & T & G \\ -\alpha & \alpha & \beta \\ C & \alpha - \beta & \alpha \\ \alpha & \beta - \alpha \\ \beta & \alpha & \alpha - \end{bmatrix}$$

Transition probabilities after time t are

$$\mathbf{P}(t) := e^{t\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} P_{AA}(t) & P_{AC}(t) & P_{AT}(t) & P_{AG}(t) \\ P_{CA}(t) & P_{CC}(t) & P_{CT}(t) & P_{CG}(t) \\ P_{TA}(t) & P_{TC}(t) & P_{TT}(t) & P_{TG}(t) \\ P_{GA}(t) & P_{GC}(t) & P_{GT}(t) & P_{GG}(t) \end{pmatrix}$$

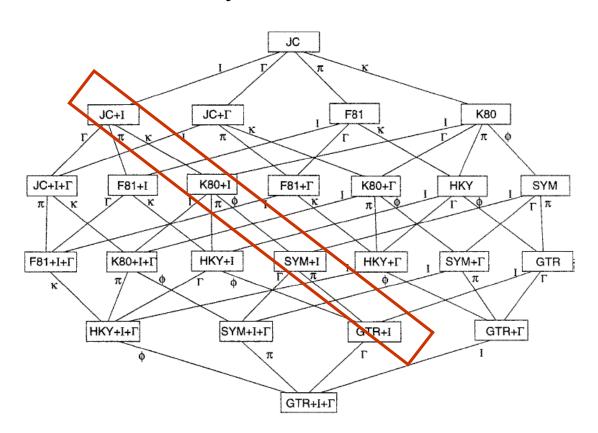
## Rate heterogeneity among site (Yang 1993)

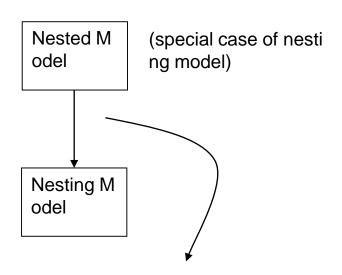
감마분포: 염기서열 데이터의 사이트간의 진화속도의 모델



# Likelihood 스코어를 이용한 모델 비교 (likelihood ratio test; LRT)

#### Hierarchy of DNA models



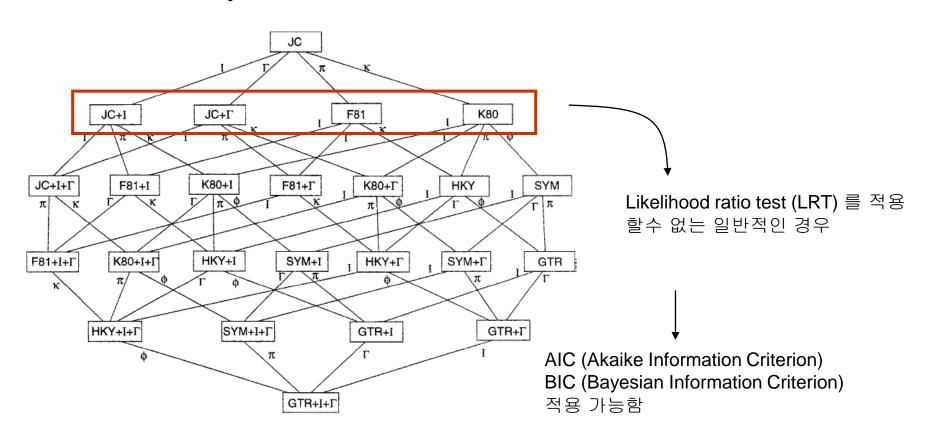


두 모델의 비교에 있어서 복잡한 모델의 파라미터를 특정한 값으로 고정시키면 단순한 모델이 될 경우 Likelihood ratio te st (LRT) 를 적용할수 있다

Posada and Crandall (2001)

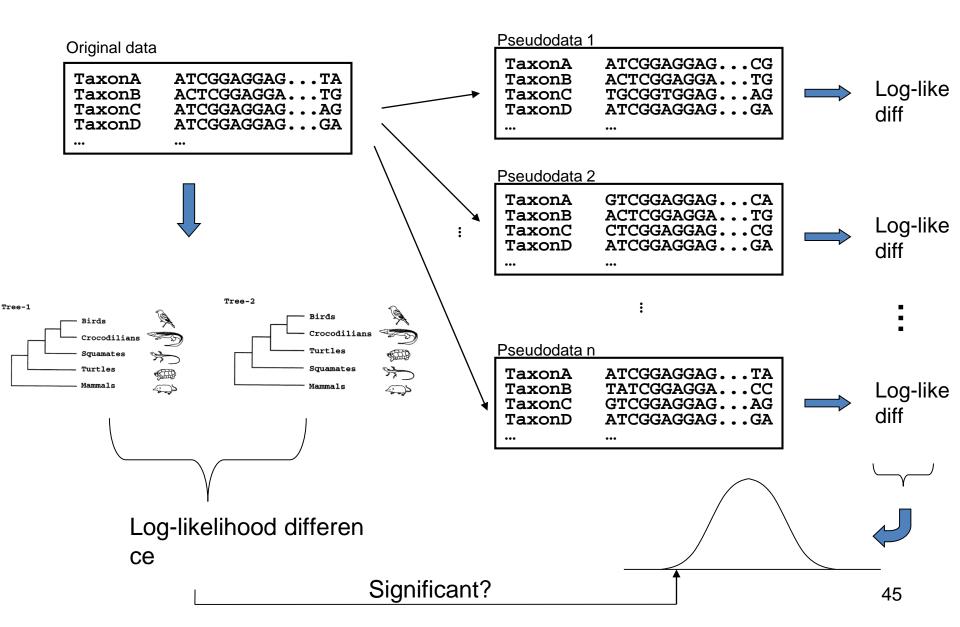
# Likelihood 스코어를 이용한 모델 비교 (AIC, BIC, 등)

Hierarchy of DNA models

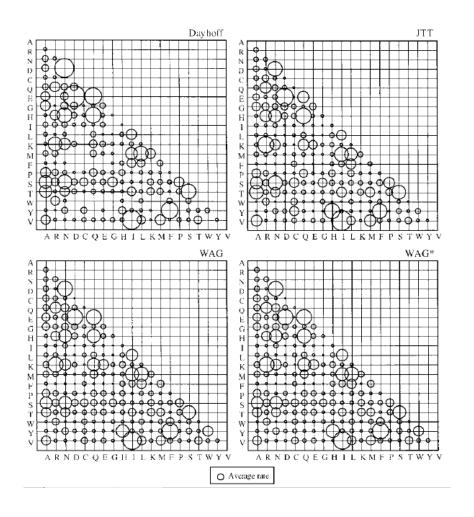


Posada and Crandall (2001)

# Bootstrap method (계통수의 신뢰도 추정)



# 아미노산 치환 모델



	Ala	Arg	Asn	Asp	Cys	Gln	Glu	Gly	His	Ile	Leu	Lys	Met	Phe	Pro	Ser	Thr	Trp	Tyr	Val
Ala	98669	11	40	56	12	34	97	211	8	24	35	21	11	7	126	282	216	0	7	133
Arg	23	99137	13	1	8	93	1	8	80	23	13	370	13	5	52	106	16	21	2	16
Asn	87	14	98198	423	1	40	75	124	180	29	29	256	1	6	21	343	134	2	29	10
Asp	104	1	360	98592	0	51	562	110	29	9	1	57	0	0	7	66	39	0	1	11
Cys	32	10	1	0	99725	0	0	10	10	16	1	0	1	1	10	113	10	1	29	32
Gln	78	100	42	64	0	98754	353	25	203	7	63	123	17	0	78	39	31	0	1	23
Glu	169	1	60	528	0	268	98656	71	15	22	10	66	4	0	25	55	20	0	6	24
Gly	207	4	56	58	4	11	40	99351	4	0	6	21	2	6	17	161	18	0	0	35
His	20	96	211	40	9	227	21	9	99132	3	37	21	1	19	47	24	13	3	37	28
Пe	57	26	31	11	15	7	30	1	3	98727	217	37	49	77	6	17	111	0	11	568
Leu	36	6	14	0	0	28	6	6	15	95	99465	15	77	62	16	12	19	5	9	113
Lys	23	189	128	34	0	58	41	24	9	17	15	99251	36	0	17	67	79	0	4	7
Met	61	36	2	2	1	42	15	15	1	121	439	191	98764	36	8	42	59	0	1	163
Phe	16	6	6	0	1	0	0	14	16	71	133	0	14	99457	6	32	8	8	207	8
Pro	215	42	17	6	6	58	25	31	31	4	27	27	2	4	99260	168	45	0	0	31
Ser	350	62	196	44	53	21	39	204	12	9	15	76	9	18	122	98415	316	8	10	20
Thr	323	11	93	31	5	20	17	27	8	71	28	110	15	5	40	381	98699	0	13	102
Trp	1	86	10	0	3	1	1	3	10	1	41	1	1	32	1	54	1	99733	19	2
Tyr	21	3	38	1	32	1	11	0	42	14	24	11	0	275	1	23	24	6	99453	18
Val	178	10	6	8	16	13	18	47	15	323	148	8	38	5	24	21	91	0	8	99020

 $\tau = -0.087 - 0.041 - 0.040 - 0.047 - 0.033 - 0.038 - 0.050 - 0.089 - 0.034 - 0.037 - 0.085 - 0.080 - 0.015 - 0.040 - 0.051 - 0.070 - 0.058 - 0.010 - 0.030 - 0.065 - 0.010 - 0.030 -$ 

Table 1: Transition probabilify(×105) of the Dayhoff model during a time interval of one substitution per 100 amino acids (1 PAM)

아미노산 치환의 상대적인 속도를 데이터로부터 경험적 으로 얻음

Whelan & Goldman (2001)

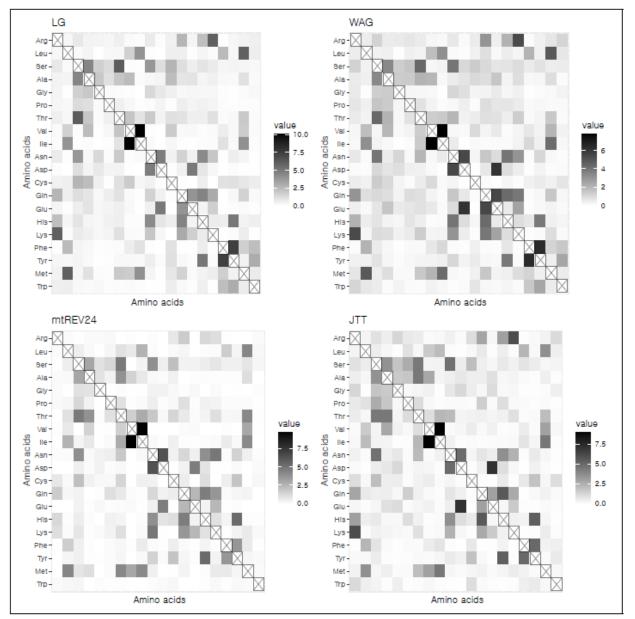
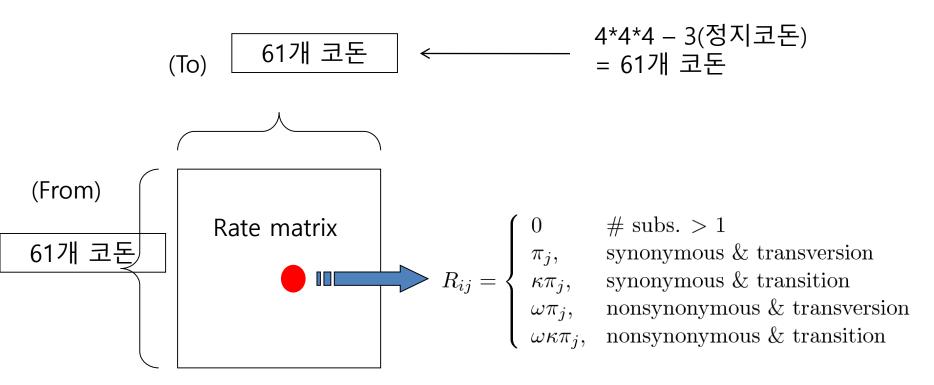


그림 2. 아미노산 모형의  $s_{a_ia_j}$ 값들.  $s_{a_ia_j}$ 값이 크면 해당 아미노산 쌍은 치환이 빈번하게 일어남을 의미한다. 임의로 LG(Le and Gascuel 2008), WAG(Whelan and Goldman 2001), mtREV24(Adachi et al. 1996), JTT(Jones et al. 1992) 네 종류 아미노산 치환 모형을 선택했다. 가로축 아미노산 순서 (좌에서 우)는 세로축 아미노산 순서(위에서 아래)와 같다.

# 코돈치환 모델

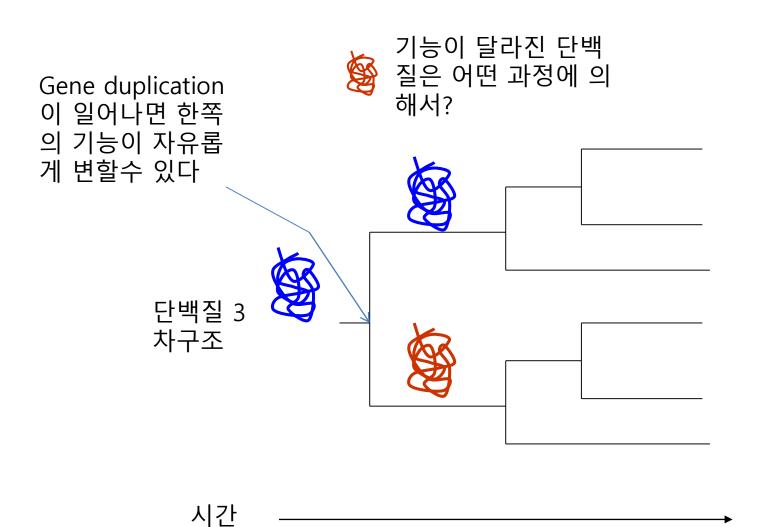


(e.g., Goldman & Yang 1994)

	CGT	CGC	CGA	CGG	AGA	AGG	
CGT	_	$\kappa\pi_{CGC}$	$\pi_{CGA}$	$\pi_{CGG}$	0	0	]
CGC	$\kappa\pi_{CGT}$	_	$\pi_{CGA}$	$\pi_{CGG}$	0	0	
CGA	$\pi_{CGT}$	$\pi_{CGC}$	_	$\kappa\pi_{CGG}$	$\pi_{AGA}$	0	
CGG	$\pi_{CGT}$	$\pi_{CGC}$	$\kappa\pi_{CGA}$	_	O	$\pi_{AGG}$	
AGA	0	0	$\pi_{CGA}$	0	_	$\kappa\pi_{AGG}$	
AGG	0	0	0	$\pi_{CGG}$	$\kappa\pi_{AGA}$	_	

(아르기닌을 코딩하는 코돈끼리의 치환률 예시)

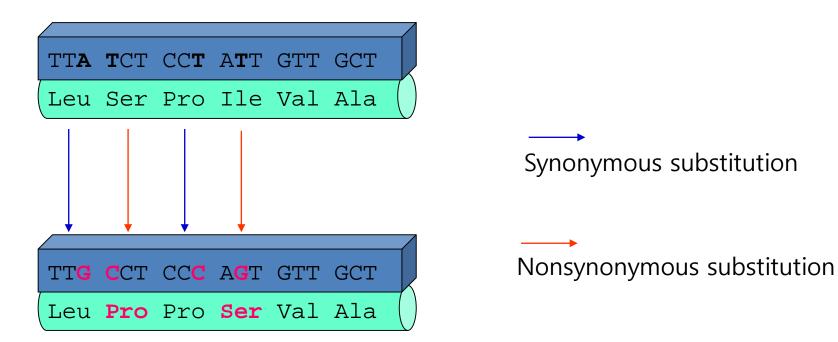
## 코돈치환 모델을 이용한 단백질의 분자진화 연구



50

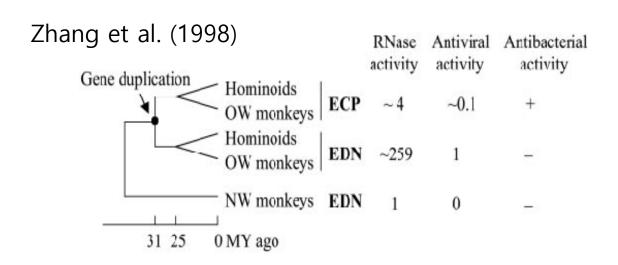
#### - 단백질 코딩 영역의 DNA 염기치환의 분류

- · Synonymous 염기치환 → 아미노산이 변하지 않음 ex. TTA (Leu) → TTG (Leu)
- Nonsynonymous 염기치환 → 아미노산이 변함
   ex. TCT(Ser) → CCT(Pro)



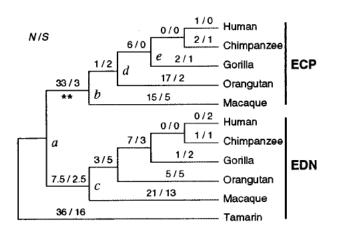
- Synonymous, Nonsynonymous 치환을 구분함으로서 얻을 수 있는 정보
  - Synonymous 치환
    - 자연선택의 영향을 받지 않음
  - Nonsynonymous 치환
    - 자연선택의 영향을 받음
    - 단백질 기능향상 → 치환속도 증가
    - 단백질 기능저하 → 치환속도 감소
  - Nonsynonymous/synonymous 치환 속도의 비율 (=  $\omega$ , dn/ds)
    - > 1 : positive (diversifying) selection
    - = 1 : neutral evolution
    - < 1 : purifying selection

### - Synonymous/Nonsynonymous 염기치환을 이용한 연구의 예

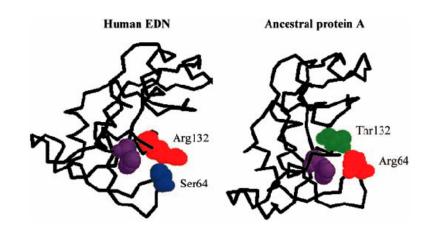


- · NW (New World) monkeys : 중남미에 분포
- · OW(Old World) monkeys : 아시아,아프리카에 분포
- · EDN: eosinophil-derived neurotoxin
- ECP : eosinophil cationic protein
- · EDN은 본래 antibacterial activity를 가지고 있지 않음. ECP는 가짐
- · Hominoids/OW monkey는 EDN의 활성이 크다

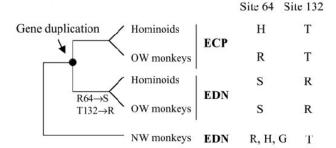
#### Zhang & Rosenberg (2002)

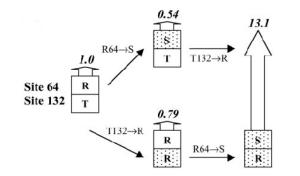


Gene duplication 직후에 Nonsynonymous 염기치환 (N)이 synonymous 염기치환(S)에 비하여 매우 왕성하게 일어났음을 알수 있다 -> 이 nonsynonymous 치환이 단백질의 기능과 밀접하게 관련이 있을것이라 추측됨



조상형의 단백질을 추정 → EDN의 기능에 있어서 64번째, 132번째 아미노산 치환이 중요





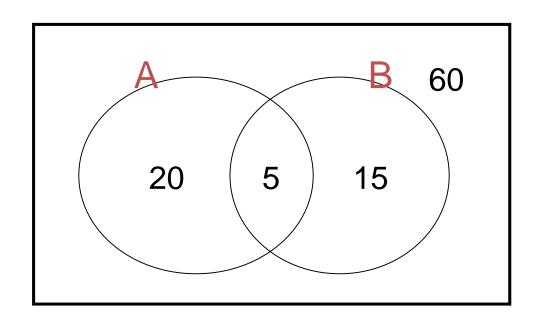
EDN의 기 능향상과 관련하여 단백질을 실제로 합 성하여 명

모형	장점	단점
(1) DNA 치환 모형	계산속도가 빠름	비현실적인 (암묵적인) 가정      정지코돈의 존재 가정      정지코돈의 치환 가정
(2) 아미노산 치환 모형	경험적으로 얻은 치환 정보 반영 동의치환 포화에 영향을 받지 않음	동의치환 정보 손실
(3) 코돈 치환 모형	자연선택 검출 가능	계산속도 느림

표 1. 세 그룹 모형의 장단점

# 베이지안 분자계통수 추정

### 조건부 확률



$$P(A) = (20+5)/100 = 1/4$$
  
 $P(B) = (15+5)/100 = 1/5$   
 $P(A \cap B) = 5/100 = 1/20$   
 $P(B \mid A) = 5/(20+5) = 1/5$   
 $P(A \mid B) = 5/(15+5) = 1/4$ 

$$P(A \cap B) = P(A \mid B)P(B)$$
 $P(A \cap B) = P(B \mid A)P(A)$ 

$$\begin{cases} P(B \mid A) = P(B) = 1/5 \\ P(A \mid B) = P(A) = 1/4 \\ \text{A와B는 독립} \implies P(A \cap B) = P(A)P(B) \end{cases}$$
57

# Bayes 정리

D: data  $\theta$ : parameter

$$P(\theta \mid D) = \frac{P(\theta, D)}{P(D)}$$

$$= \frac{P(D \mid \theta)P(\theta)}{P(D)}$$
데이타가 주어  
진 상태에서 파  
라미터의 확률  
밀도 함수 
$$= \frac{P(D \mid \theta)P(\theta)}{\sum P(D \mid \theta)P(\theta)}$$

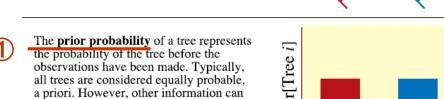


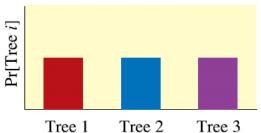
Tomas Bayes (1703-1761)

P(D|θ): Non-Bayesian(Frequentist, classical) framework에서는 θ:고정、D:랜덤

 $P(\theta|D)$ : Bayesian framework 에서는 D:고정、 $\theta$ :랜덤 → 미지의 파라미터에 대해서 확률분포를 생각하는것이 가능

## 분자 계통수의 베이지안 추정법



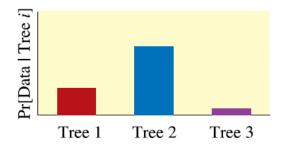


The **likelihood** is proportional to the probability of the observations (often an alignment of DNA sequences) conditional on the tree. This probability requires making specific assumptions about the processes generating the observations.

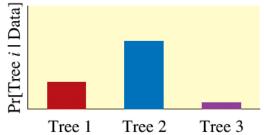
group).

be used to give some trees more prior

probability (e.g., the taxonomy of the



The posterior probability of a tree is the probability of the tree conditional on the observations. It is obtained by combining the prior and likelihood for each tree using Bayes' formula.



- - $(Tree \mid Data) =$

(1) 사전확률 (事前確率): 테이타를 관측하기전에 사 전에 가지고 있던 정보에 의한 확률(정보가 없는 경 우 균등한 확률을 생각하는 것이 무난함)

(2) likelihood: 테이타가 계통수에 얼마만큼 잘 적합 한가 나타내는 수치

- (3) 사후확률(事後確率): 사전확률과 likelihood를 곱 해서 얻은 확률
- $\frac{P(Data | Tree)P(Tree)}{P(Data)^{59}}$

Huelsenbeck et al. (2001, Sc ience 294(5550):2310-4)

Fig. 1. The main components of a Bayesian analysis.

#### 계통수의 사후확률 계산의 간단한 예\*

\* branch length, 모델 파라미 더 등의 사후분포도 생각해야 하므로, 실제의 계산은 이보다 훨씬 더 복잡함

Tree1, Tree2, Tree3의 계통수에 대하여 계산한 log-likelihood score가 각각 -10.0, -11.0, -12.0 일 경우, 베이즈 정리를 이용하여 사후확률을 계산해보자

각 계통수의 사전확률을 1/3이라고 가정하면 Tree1의 사후확률은...

$$P(T_1 | D) = \frac{P(T_1, D)}{P(D)} = \frac{P(D | T_1)P(T_1)}{P(D)}$$

$$= \frac{P(D | T_1)P(T_1)}{P(D | T_1)P(T_1) + P(D | T_2)P(T_2) + P(D | T_3)P(T_3)}$$

$$= \frac{e^{-10.0} \times 1/3}{e^{-10.0} \times 1/3 + e^{-11.0} \times 1/3 + e^{-12.0} \times 1/3}$$

$$\approx 0.6652$$

(<mark>참고</mark>) 사전확률이 각각 1/2, 1/4, 1/4 일 경우 Tree1의 사후확률을 계산하면 ?

## 계통수의 사후확률 계산의 간단한 예(2) \*

\* branch length, 모델 파라미 더 등의 사후분포도 생각해야 하므로, 실제의 계산은 이보다 훨씬 더 복잡함

Tree1, Tree2, Tree3의 계통수에 대하여 계산한 log-likelihood score가 각각 -30.0, -33.0, -36.0 일 경우, 베이즈 정리를 이용하여 사후확률을 계산해보자 (5페이지의 예에 비하여 염기배열의 길이가 3배)

각 계통수의 사전확률을 1/3이라고 가정하면 Tree1의 사후확률은...

$$P(T_1 \mid D) = \frac{P(T_1, D)}{P(D)} = \frac{P(D \mid T_1)P(T_1)}{P(D)}$$

$$= \frac{P(D \mid T_1)P(T_1)}{P(D \mid T_1)P(T_1) + P(D \mid T_2)P(T_2) + P(D \mid T_3)P(T_3)}$$

$$= \frac{e^{-30.0} \times 1/3}{e^{-30.0} \times 1/3 + e^{-33.0} \times 1/3 + e^{-36.0} \times 1/3}$$

$$\approx 0.95033$$

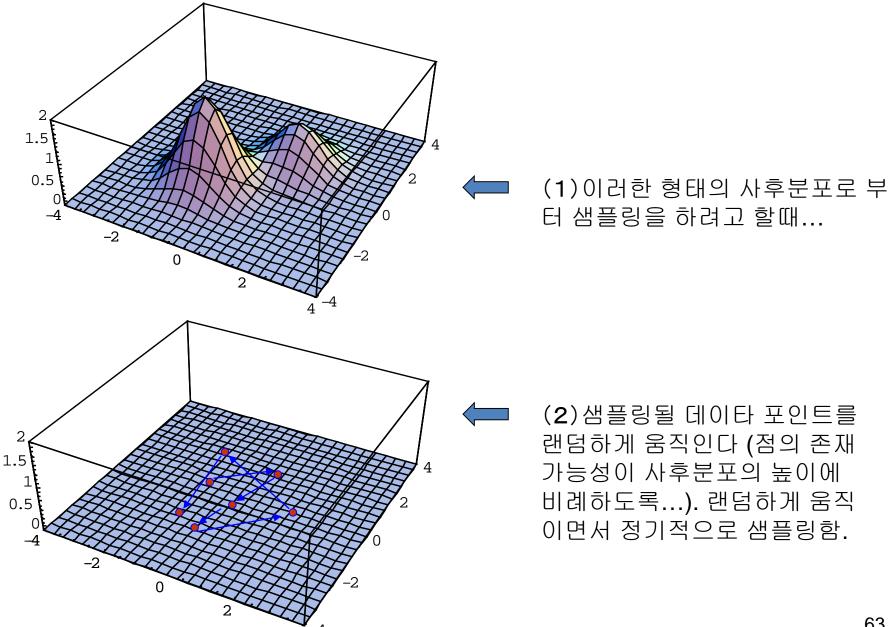
(<mark>참고</mark>) 사전확률이 각각 1/2, 1/4, 1/4 일 경우 Tree1의 사후확률을 계산하면 ? 중요포인트: 데이타의 수 가 많으면 사전확률은 사 후 확률에 거의 영향을 미 치지 않음. 사전확률선택 의 주관성에 대한 걱정 불 필요.

# MCMC (Markov chain Monte Carlo)

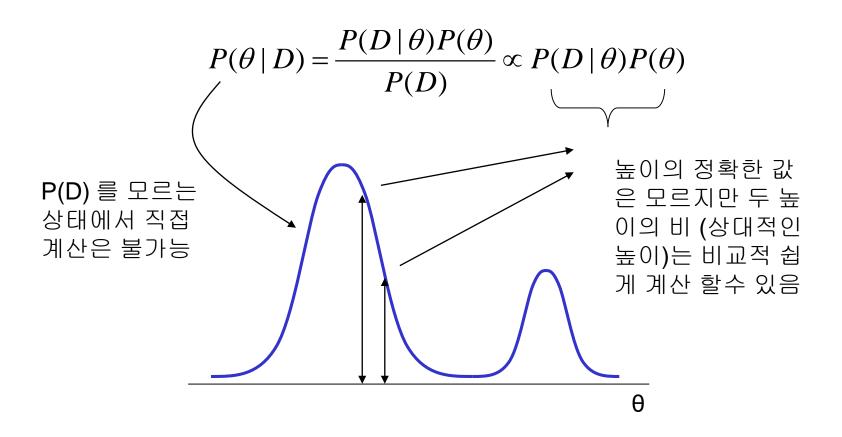
$$P(\theta \mid D) = \frac{P(D \mid \theta)P(\theta)}{P(D)}$$
 (D: data,  $\theta$ : parameter) 
$$= \frac{P(D \mid \theta)P(\theta)}{\sum_{\theta} P(D \mid \theta)P(\theta)} \quad \text{or} \quad \frac{P(D \mid \theta)P(\theta)}{\int_{\theta} P(D \mid \theta)P(\theta)}$$

- (1) P(D)를 직접 계산하는것은 어려움 (고차원의 파라미터의 경우 다중적 분에 상당한 계산시간이 소요됨)
- (2) P(D)는 파라미터  $\theta$  에 의존하지 않는 확률이므로 직접 계산하지 않아 도 사후확률을 구할수 있음  $\rightarrow$  MCMC 이용

#### MCMC (Markov chain Monte Carlo)의 원리



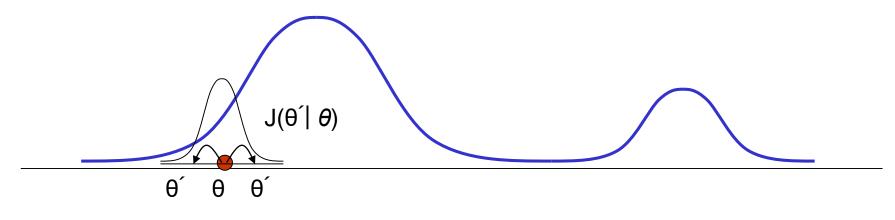
## MCMC(Markov chain Monte Carlo)의 원리



D: data  $\theta$ : parameter

## MCMC(Markov chain Monte Carlo)의 원리

$$P(\theta \mid D) = \frac{P(D \mid \theta)P(\theta)}{P(D)} \propto P(D \mid \theta)P(\theta)$$

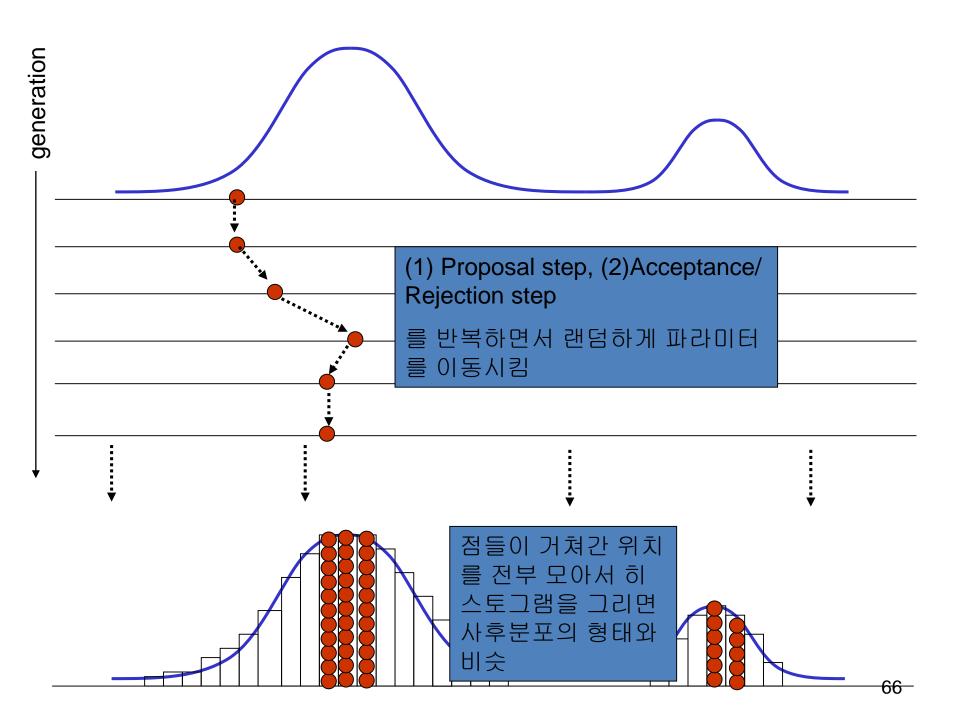




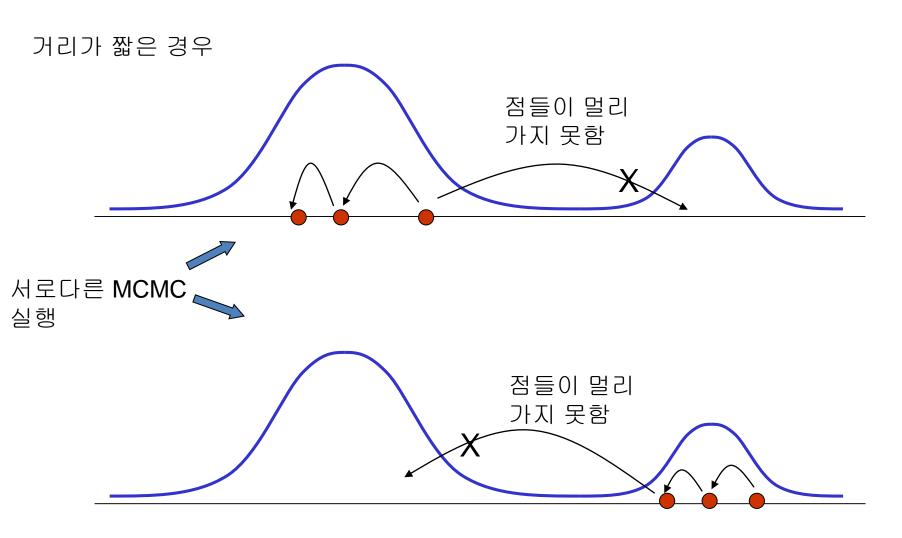
- (1) Proposal step (현재의 파라미터의 다음 위치를 결정)(2) Acceptance/rejection step (다음 위치를 채택/기각 할지 결정)

반복하면 서 점을 움직임

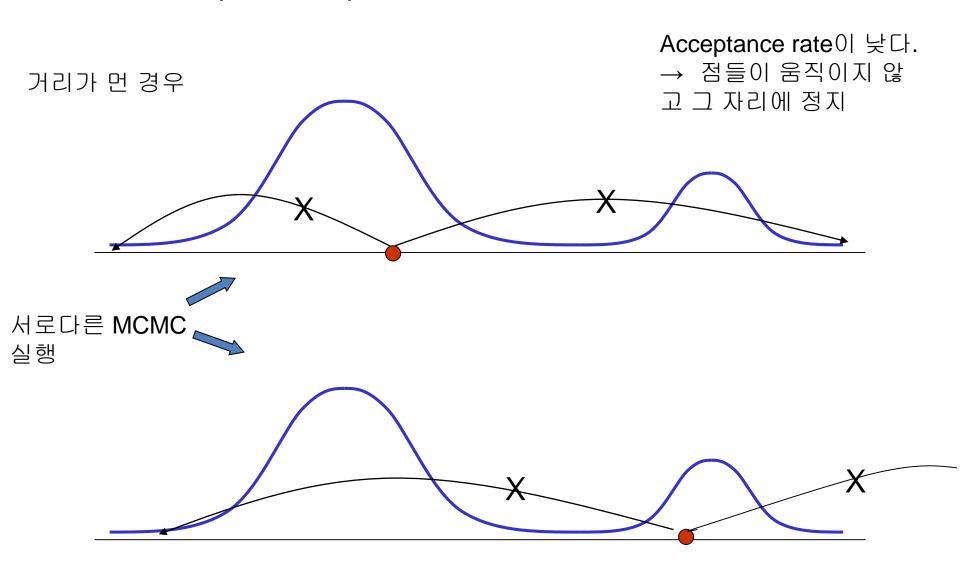
Accept proposed state with probability  $\min \left( 1, \frac{P(\theta'|D)J(\theta|\theta')}{P(\theta|D)J(\theta'|\theta)} \right)$ 



### Proposal step에서 $\theta$ 와 $\theta$ 사이의 거리가 중요

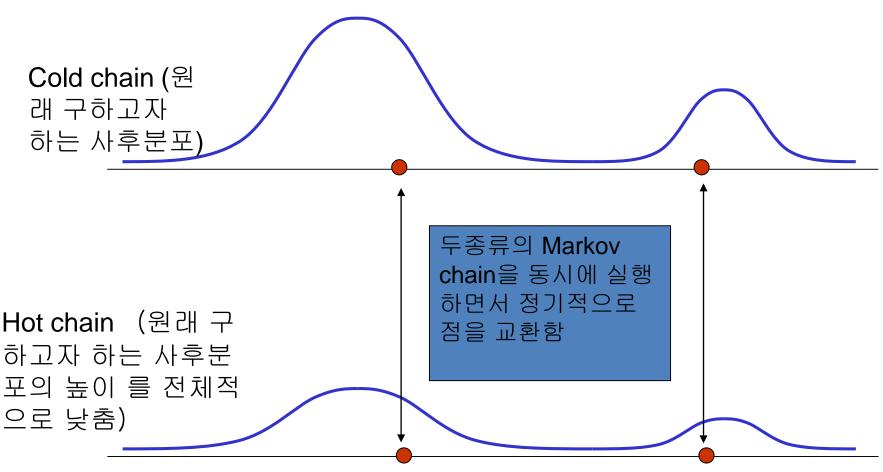


### Proposal step에서 $\theta$ 와 $\theta$ 사이의 거리가 중요



#### Cold chain & Hot chain

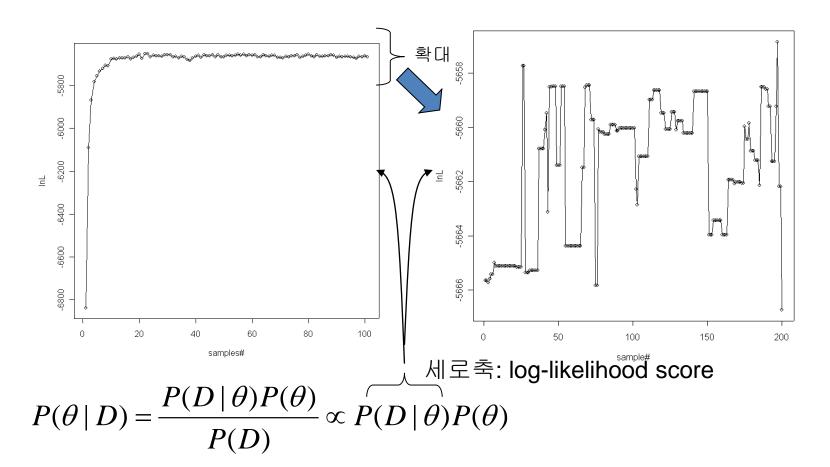
 $(\theta'$ 와 $\theta$ 사이의 거리를 정하기 힘들때 유용한 수단)



Hot chain: 열을 가해서 녹아내린 모습을 연상하면 이해하기 쉬움.  $\theta'$  와 $\theta$ 의 거리에 비교적 영향을 덜 받고 점들이 잘 움직임

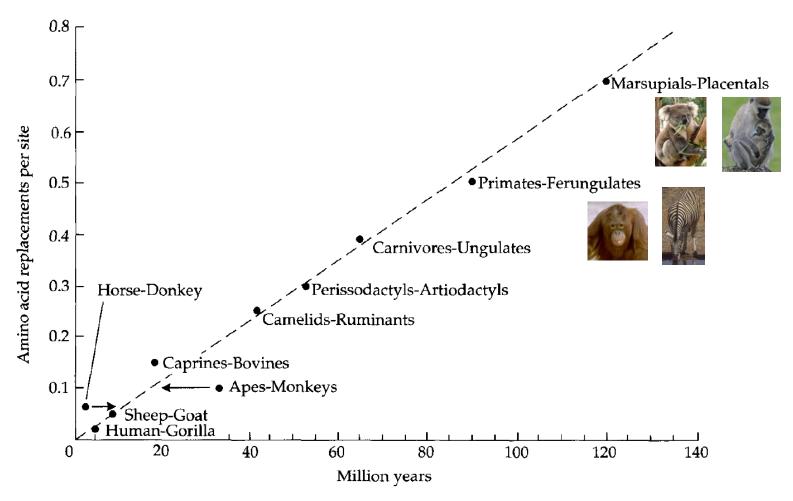
Number of burn-in : MCMC의 결과가 초기치의 영향을 받지 않게 하기위해 초기의 샘플을 무시한다. 무시하는 generation의 수

Number of interval: MCMC로 부터 샘플링되는 점들 사이의 상관관계를 줄이기 위해서 일정 generation간격으로 점들을 샘플링. 그 간격의 수



분자계통수를 이용한 분기연대 추정

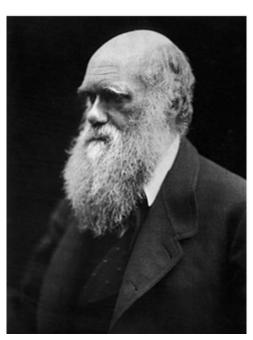
분자진화의 중립설 (neutral theory of molecular evolution) 과 분자시계 (molecular clock)



헤모글로빈  $\alpha$ ,  $\beta$ , 시토크롬c, 피브리노펩타이드A 아미노산 치환 속도 (Langley and Fitch 1974; Graur & Li 2000)



라마르크(용불용설) (1744~1829)

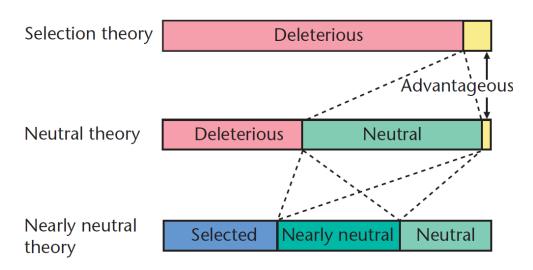


다윈 (종의기원) (1809~1882)



기무라 (분자진화의 중립설) (1924~1994)

## 돌연변이의 분류 및 고정(fixation)



**Figure 1** The classification of new mutants under the selection, neutral and nearly neutral theories. Note that while most selected mutants are deleterious, the group also includes advantageous mutants.

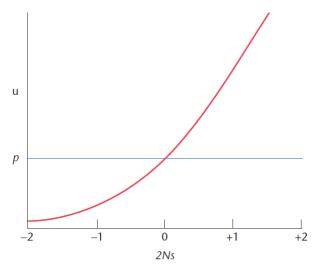
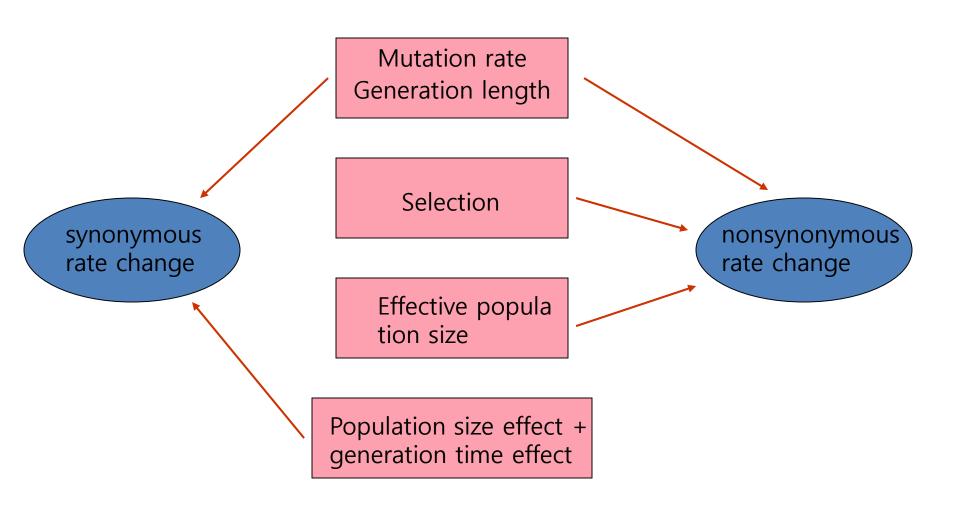


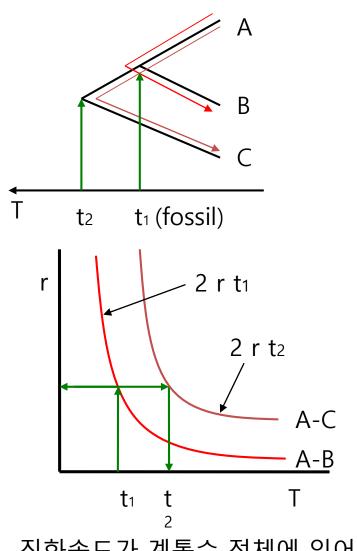
Figure 2 Fixation probability of a mutant in a finite population as a function of 2Ns. p is the initial frequency of the mutant. The region of 2Ns < 0 is that of slightly deleterious mutations.

(Ohta 2008)

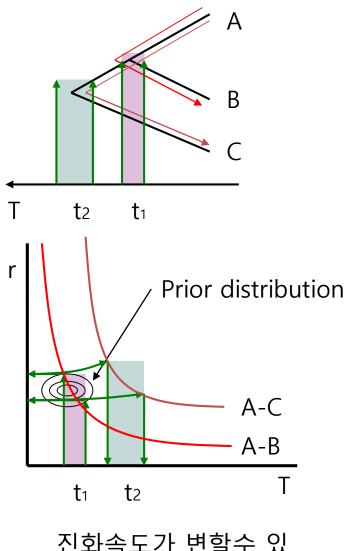
# 진화속도 변화의 요인



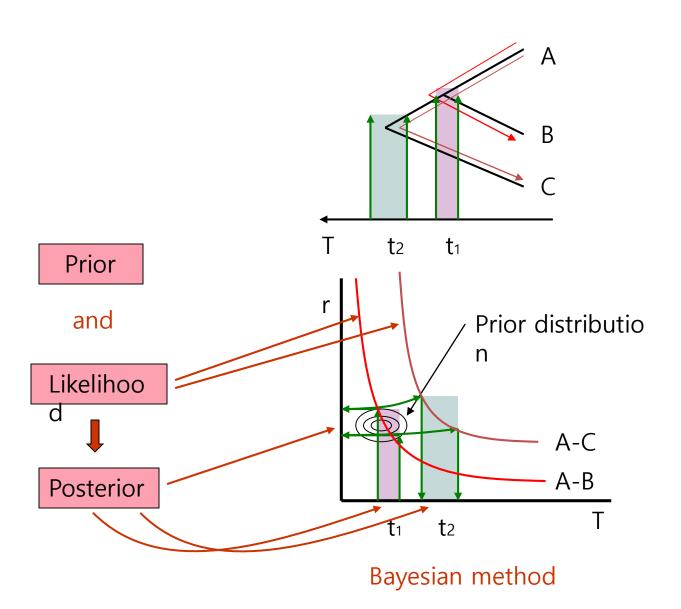
# Molecular clock vs. Bayesian method



진화속도가 계통수 전체에 있어 서 일정하다고 가정

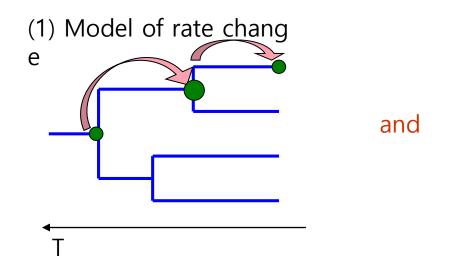


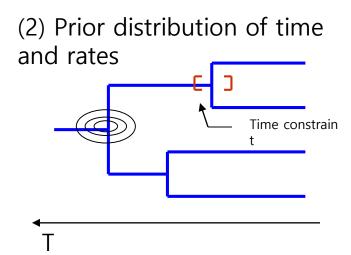
진화속도가 변할수 있 다고 가정

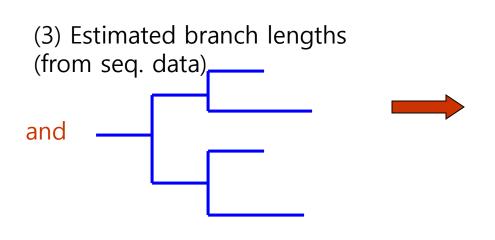


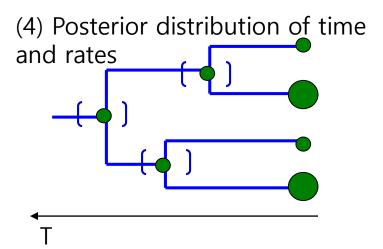
# 베이지안 분기연대 추정

(autocorrelated rate change model)

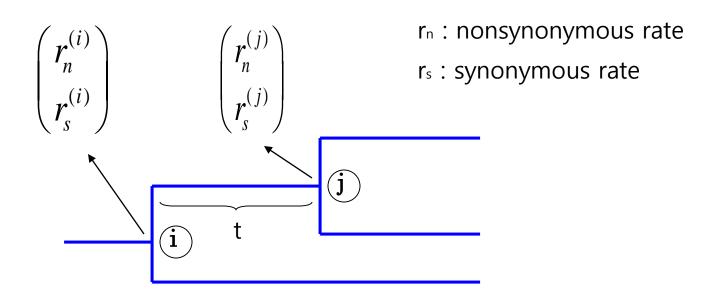




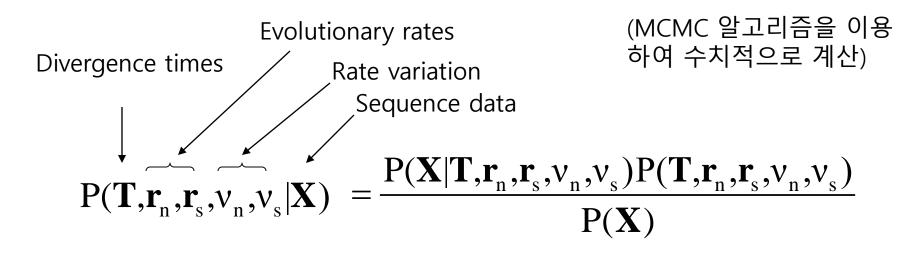




· 진화속도 변화 모델 : {log-normal 분포, 코돈모델}의 예시



· Posterior distribution (사후분포) of parameters



$$= \frac{1}{P(\mathbf{X})} P(\mathbf{X}|\mathbf{T},\mathbf{r}_{n},\mathbf{r}_{s}) P(\mathbf{r}_{n},\mathbf{r}_{s}|\mathbf{T},\mathbf{v}_{n},\mathbf{v}_{s}) P(\mathbf{T}) P(\mathbf{v}_{n}) P(\mathbf{v}_{s}) P(\mathbf{r}_{n}) P(\mathbf{r}_{s})$$

Phylogenetic likelihood calculation (Codon model)

Lognormal distribution

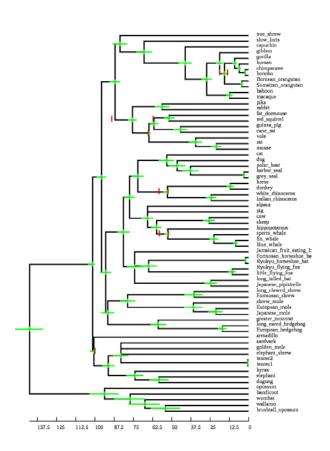
Prior distribution

**T**: Gamma + modified Dirichlet

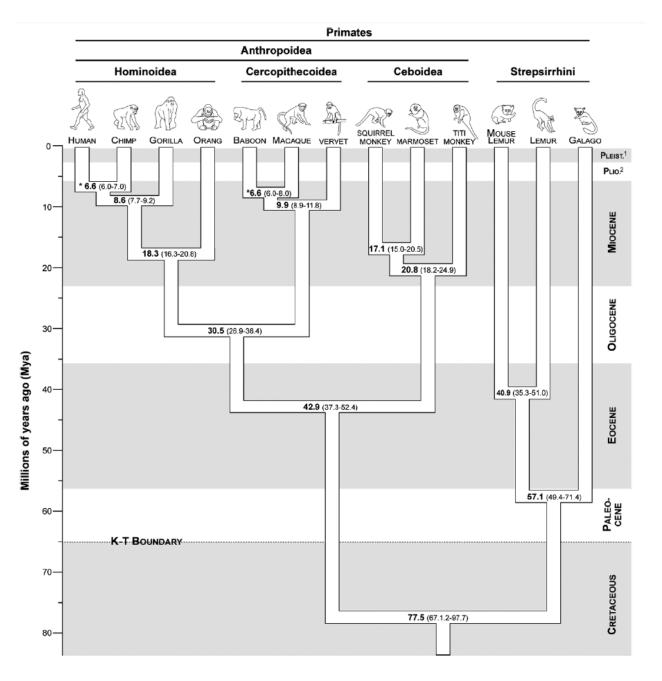
 $v_n, v_s$ : exponential

rn, rs: exponential

# 미토콘드리아 유전자를 이용한 포유류의 분기연대 추정 (Seo et al. 2008)

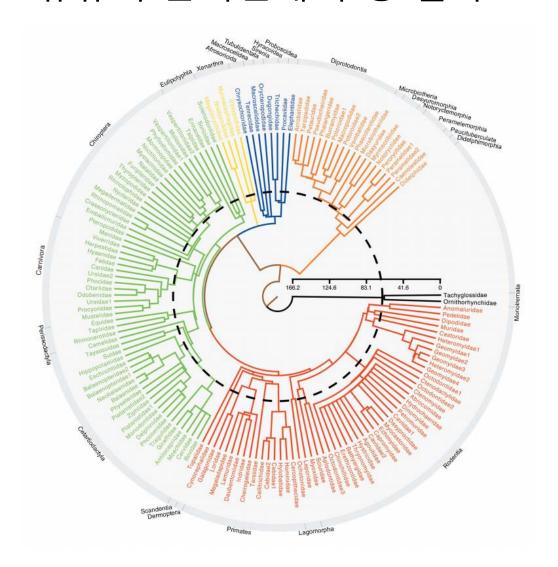


Branching	$\operatorname{Mt-Codon}^{(a)}$	${\rm Mt\text{-}proteins}^{(b)}$	12 Nuclear + 2 $Mt^{(c)}$	19 Nuclear + 3 $\mathrm{Mt}^{(d)}$
Base of Afrotheria	$91.3 \pm 2.0$	$79.9 \pm 2.9$	$82.8 \pm 2.7$	$79.9 \pm 3.0$
Euarchontoglires/Laurasiatheria	$95.7\pm1.6$	-	$91.2\pm1.8$	$94.0\pm3.4$
Euarchonta/Glire	$87.0\pm1.8$	$89.0\pm1.9$	$81.6\pm1.8$	$87.3\pm3.2$
Base of Euarchonta	$83.7\pm2.4$	-	$78.4\pm2.2$	$86.0\pm3.1$
Base of Primates	$68.2\pm2.7$	-	$73.1\ \pm2.7$	$77.1\ \pm 3.3$
Patyrrhini/Catarrhini	$41.3\pm2.2$	-	$37.5\ \pm 3.1$	_
Hominoidea/Cercopithe coidea	$27.3 \pm 1.7$	$34.6\pm1.6$	$25.5 \pm 2.7$	-
Human/gibbon	$18.9\pm1.3$	$21.7\pm1.0$	$15.6\pm2.1$	-
Human/chimpanzee	$6.13\pm0.60$	$7.4\pm0.7$	_	-
Base of Lagomorpha (rabbit/pika)	$56.3\pm2.4$	_	$50.5\ \pm 3.2$	$50.9\ \pm 4.0$
Mouse/rate	$21.0\pm1.8$	$16.2\pm1.4$	$16.0\pm1.9$	$16.3\pm2.2$
Base of Eulipotyphla	$91.6\pm2.2$	$61.0\pm3.1$	$75.3\pm3.1$	$75.9\pm2.3$
Base of Chiroptera	$74.1\pm2.6$	$65.2\pm2.9$	$74.9\pm3.0$	$65.3\pm1.4$
Base of Carnivora	$53.3\pm2.6$	$49.0\pm2.7$	$56.8\pm3.2$	$55.1\ \pm2.5$
Base of Cetartiodactyla	$65.7\pm2.1$	$64.1\pm2.3$	$67.3\pm2.7$	$63.8\pm0.8$
White rhinoceros/Indian rhinoceros	$24.3\pm1.7$	$26.1\pm2.3$	-	-
Opossum/wallaroo	$93.8\pm4.8$	$99.5\pm5.4$	_	_



영장류의 분기연대 추정 결과 (Steiper & Young 2006)

## 포유류의 분기연대 추정 결과



K-T boundary 이전에도 포 유동물은 상당히 진화가 진 행되었음을 알수 있다

(Bininda-Emonds et al. 2007)