

Optimización con Nesterov Accelerated Gradient (NAG)

1 Introducción

El método de *Nesterov Accelerated Gradient* (NAG) es una mejora del Gradiente Descendente con Momentum (GDM) que introduce una corrección en la dirección del gradiente para mejorar la convergencia. Se analiza la diferencia matemática entre ambos métodos.

2 Formulación Matemática

El Gradiente Descendente con Momentum (GDM) se define mediante la siguiente actualización:

$$v_{t+1} = \beta v_t - \alpha \nabla f(x_t) \quad (1)$$

$$x_{t+1} = x_t + v_{t+1} \quad (2)$$

donde β es el coeficiente de momentum y α es la tasa de aprendizaje.

El método de NAG modifica esta regla aplicando el gradiente en la dirección anticipada:

$$v_{t+1} = \beta v_t - \alpha \nabla f(x_t + \beta v_t) \quad (3)$$

$$x_{t+1} = x_t + v_{t+1} \quad (4)$$

Esta corrección permite reducir la oscilación y mejorar la convergencia en problemas convexos y no convexos.

3 Visualización

En la Figura 1 se muestra la evolución de ambos métodos en una función de optimización.

Las Figuras 2 y 3 muestran la convergencia de cada método hacia el mínimo de la función $f(x) = (x - 5)^2$. Se observa que el método NAG logra una convergencia más rápida y estable en comparación con GDM, que presenta mayor oscilación antes de estabilizarse.

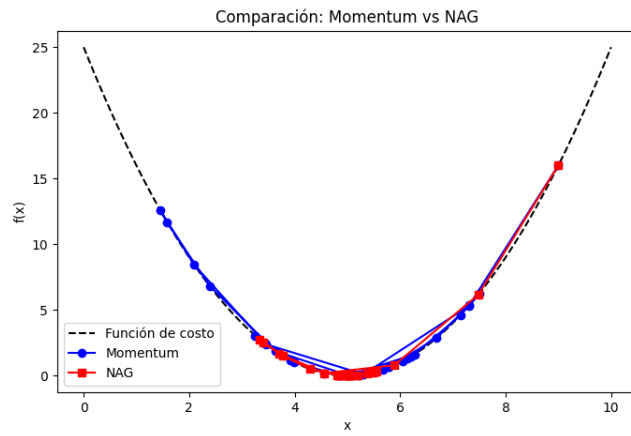


Figure 1: Comparación entre GDM y NAG en una función cuadrática.

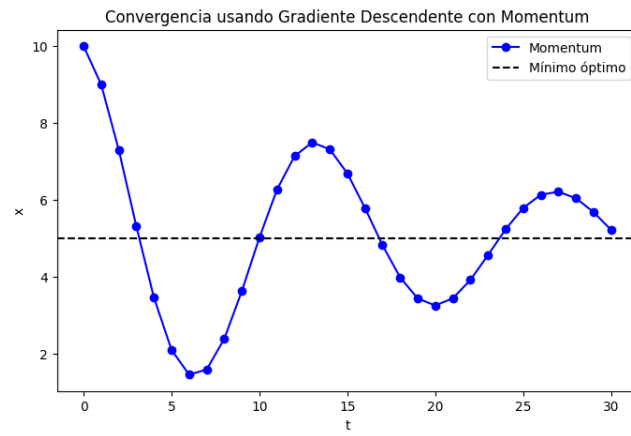


Figure 2: Convergencia usando Gradiente Descendente con Momentum.

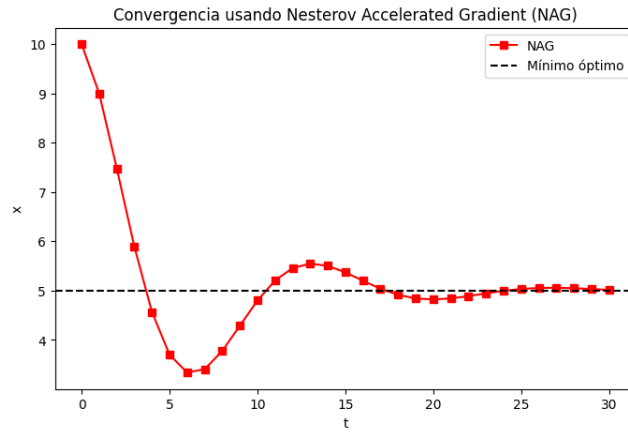


Figure 3: Convergencia usando Nesterov Accelerated Gradient (NAG).

4 Comparación de Métodos

En la siguiente tabla se comparan los parámetros utilizados en cada optimizador y sus características principales:

Parámetro	GDM (Momentum)	NAG
Tasa de aprendizaje (α)	0.1	0.1
Coefficiente de momentum (β)	0.9	0.9
Posición inicial (x_0)	10	10
Número de iteraciones	30	30
Gradiente aplicado en	x_t	$x_t + \beta v_t$
Convergencia	Más lenta, con oscilaciones	Más rápida y estable

Table 1: Comparación entre Gradiente Descendente con Momentum y Nesterov Accelerated Gradient.