Psychologische Forschungsmethoden

BSc Philosophie-Neurowissenschaften-Kognition WiSe 2022/23

BSc Psychologie WiSe 2022/23

Prof. Dr. Dirk Ostwald

(7) Skalenarten

Überblick

Basierend auf den Beobachtungen zur Bedeutsamkeit von Aussagen bei Gewichts- und Temperaturmessungen besteht spätestens seit Stevens (1946) ein Verlangen, zu klassifizieren welche Art von Aussagen und Operationen im Zahlenraum bei welcher Art von Messproblem angemessen ist. Traditionell führt dies auf die Begriffe der Ordinal-, Verhältnis, und Intervallskala, wie in untenstehender Tabelle aus Stevens (1946) skizziert.

TABLE 1

Scale	Basic Empirical Operations	Mathematical Group Structure	Permissible Statistics (invariantive)
NOMINAL	Determination of equality	*Permutation group* $x' = f(x)$ $f(x)$ means any one-to-one substitution	Number of cases Mode Contingency correlation
ORDINAL	Determination of greater or less	*Isotonic group* $x' = f(x)$ $f(x)$ means any monotonic increasing function	Median Percentiles
INTERVAL	Determination of equality of intervals or differences	*General linear group* $x' = ax + b$	Mean Standard deviation Rank-order correlation Product-moment correlation
RATIO	Determination of equality of ratios	*Similarity group* $x' = ax$	Coefficient of variation

Die verschiedenen Skalen hier sind im Sinne des Eindeutigkeitsproblems der Messtheorie eindeutig bis auf eine bestimmte Art von Funktionstransformation. Es ergibt sich also die Frage, was der Begriff der "Skalenart" bezeichnet und vor dem Hintegrund der Messtheorie bedeutet. Die folgenden Ausführungen dazu basieren auf Roberts (1984), Kapitel 2 und insbesondere Roberts and Franke (1976). Die Begriffe der Ordinal-, Verhältnis-, und Intervallskala stehen in Korrespondenz zu den Begriffen der Ordinal-, Extensiv-, und Differenzmessung, respektive, die wir in nachfolgenden Einheiten diskutieren. Den Begriff der Nominalskala sparen wir aus.

Reguläre Repräsentationen

Skalenarten

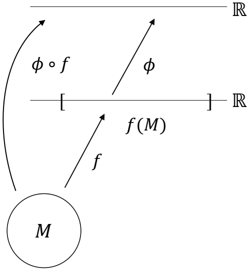
Selbstkontrollfragen

Definition (Zulässige Transformationen einer Skala)

Gegeben sei eine Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ mit zugrundeliegenden Mengen M und $\mathbb{R}$. Sei weiterhin ϕ eine Funktion der Form $\phi : f(M) \to \mathbb{R}$, wobei $f(M) := \{f(m)|m \in M\} \subseteq \mathbb{R}$ die Bildmenge von M unter f bezeichnet. Sei schließlich $\phi \circ f : M \to \mathbb{R}$ die Verkettung von ϕ und f. Dann heißt ϕ eine *zulässige Transformation von* $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$, wenn $\phi \circ f$ ein Homomorphismus bezüglich $\mathcal{M}$ und $\mathcal{N}$ ist.

Bemerkung

- Zur Konstruktion von f, ϕ und $\phi \circ f$, siehe untenstehende Abbildung.



Beispiele

Es seien $\mathcal{M} := (\mathbb{N}, >)$, $\mathcal{N} := (\mathbb{R}, >)$ und $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}, n \mapsto f(n) := 2n$. Dann ist $f \in \mathcal{H}(\mathcal{M}, \mathcal{N})$ und $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ eine Skala, weil für alle $n, m \in \mathbb{N}$ gilt, dass

$$n > m \Leftrightarrow 2n > 2m \Leftrightarrow f(n) > f(m). \tag{1}$$

(1) Es sei nun $\phi : f(\mathbb{N}) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := x + 5$. Dann ist ϕ eine zulässige Transformation von $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$, denn auch

$$\phi \circ f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}, n \mapsto (\phi \circ f)(n) := \phi(f(n)) = 2n + 5 \tag{2}$$

ist ein Homomorphismus, weil für alle $n, m \in \mathbb{N}$ auch gilt, dass

$$n > m \Leftrightarrow 2n + 5 > 2m + 5 \Leftrightarrow (\phi \circ f)(n) > (\phi \circ f)(m). \tag{3}$$

(2) Es sei nun $\phi : f(\mathbb{N}) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := -x$. Dann ist ϕ keine zulässige Transformation von $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$, denn

$$\phi \circ f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}, n \mapsto (\phi \circ f)(n) := \phi(f(n)) = -2n \tag{4}$$

ist kein Homomorphismus, weil für alle $n, m \in \mathbb{N}$ gilt

$$n > m \Leftrightarrow -2n < -2m \not\Leftrightarrow (\phi \circ f)(n) > (\phi \circ f)(m). \tag{5}$$

Definition (Reguläre Skala und reguläre Repräsentation)

$\mathcal{M}$ sei ein qualitatives Relationssystem, $\mathcal{N}$ sei ein numerisches Relationssystem und $\mathcal{H}(\mathcal{M}, \mathcal{N})$ sei die Menge der Homomorphismen von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$. Eine Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ heißt *regulär*, wenn zu jedem $g \in \mathcal{H}(\mathcal{M}, \mathcal{N})$ eine Funktion ϕ gefunden werden kann, so dass $g = \phi \circ f$ gilt. Wenn jede Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ regulär ist, sagt man, *dass die Repräsentation $\mathcal{M} \to \mathcal{N}$ regulär ist*.

Bemerkungen

- Reguläre Repräsentationen vereinfachen die Beantwortung des Eindeutigkeitsproblems.
- Reguläre Repräsentationen induzieren den Begriff der *Skalenart*.
- Die Regularität einer Repräsentation liegt in der speziellen Form von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$ begründet.

(1) Beispiel für eine reguläre Repräsentation

Es seien $\mathcal{M} := (\mathbb{N}, >)$, $\mathcal{N} := (\mathbb{R}, >)$ und

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}, n \mapsto f(n) := 2n \tag{6}$$

sowie

$$g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}, n \mapsto g(n) := 7n \tag{7}$$

Dann sind $f, g \in \mathcal{H}(\mathcal{M}, \mathcal{N})$ und $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ und $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, g)$ sind Skalen. In diesem Fall ergibt sich

$$g = \phi \circ f \text{ für } \phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto f(x) := \frac{7}{2}x, \tag{8}$$

denn

$$(\phi \circ f)(n) = \phi(2n) = \frac{7}{2} \cdot 2n = 7n = g(n). \tag{9}$$

Per Konstruktion ist $g = \phi \circ f \in \mathcal{H}(\mathcal{M}, \mathcal{N})$ und ϕ damit eine zulässige Transformation von f.

Reguläre Repräsentationen

(2) Beispiel für eine irreguläre Repräsentation

Es sei $\mathcal{M} := (M, R)$ mit $M := \{r, s, t\}$ und $R := \{(r, s), (r, t)\}$. Weiterhin sei $\mathcal{N} := (\mathbb{R}, >_1)$, wobei

$$x >_1 y \Leftrightarrow x > y + 1 \tag{10}$$

für alle $x, y \in \mathbb{R}$. Dann ist

$$f : M \to \mathbb{R} \text{ mit } f(r) := 2, f(s) := 0, f(t) := 0 \tag{11}$$

ein Homomorphismus von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$, weil

$$\begin{aligned}(r, s) \in R \Leftrightarrow 2 > 0 + 1 \Leftrightarrow 2 >_1 0 \Leftrightarrow f(r) >_1 f(s)\\ (r, t) \in R \Leftrightarrow 2 > 0 + 1 \Leftrightarrow 2 >_1 0 \Leftrightarrow f(r) >_1 f(t).\end{aligned} \tag{12}$$

Weiterhin ist

$$g : M \to \mathbb{R} \text{ mit } g(r) := 2.0, g(s) := 0.1, g(t) := 0.0 \tag{13}$$

ein Homomorphismus von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$, weil

$$\begin{aligned}(r, s) \in R \Leftrightarrow 2.0 > 0.0 + 1 \Leftrightarrow 2 >_1 0.0 \Leftrightarrow g(r) >_1 g(s)\\ (r, t) \in R \Leftrightarrow 2.0 > 0.1 + 1 \Leftrightarrow 2 >_1 0.1 \Leftrightarrow g(r) >_1 g(t).\end{aligned} \tag{14}$$

Allerdings existiert keine Funktion der Form $\phi : f(M) \to \mathbb{R}$ mit $g = \phi \circ f$, denn für ein solches ϕ müsste

$$g(s) = (\phi \circ f)(s) = (\phi \circ f)(t) = g(t) \tag{15}$$

gelten, weil $f(s) = f(t)$ und ϕ als Funktion jedem $x \in f(M)$ genau ein $\phi(x) \in \mathbb{R}$ zuordnet.

Es gilt aber nach Definition $g(s) = 0.1 \neq 0.0 = g(t)$.

Theorem (Charakterisierung regulärer Skalen)

Eine Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ ist dann und nur dann regulär, wenn für alle $g \in \mathcal{H}(\mathcal{M}, \mathcal{N})$ und $m, n \in M$ gilt, dass aus $f(m) = f(n)$ folgt, dass $g(m) = g(n)$.

Beweis

Beweis von "$(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ ist regulär $\Rightarrow$ Aus $f(m) = f(n)$ folgt, dass $g(m) = g(n)$."

Sei zunächst $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ ein reguläre Skala. Dann existiert für jede beliebige Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, g)$, also insbesondere für jedes $g \in \mathcal{H}(\mathcal{M}, \mathcal{N})$ eine Funktion der Form $\phi : f(M) \to \mathbb{R}$, so dass $g = \phi \circ f$. Es gilt also

$$f(m) = f(n) \Rightarrow (\phi \circ f)(m) = (\phi \circ f)(n) \Leftrightarrow g(m) = g(n), \tag{16}$$

da ϕ als Funktion jedem $x \in f(M)$ genau ein (und nicht etwa mehrere) $\phi(x)$ zuordnet.

Beweis von "Aus $f(m) = f(n)$ folgt, dass $g(m) = g(n) \Rightarrow (\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ ist regulär."

Sei umgekehrt ein $g \in \mathcal{H}(\mathcal{M}, \mathcal{N})$ mit $g(m) = g(n)$ und definiere

$$\phi \circ f : f(M) \to \mathbb{R}, m \mapsto (\phi \circ f)(m) := g(m). \tag{17}$$

Dann gilt, weil aus $f(m) = f(n)$ folgt, dass $g(m) = g(n)$ und damit $(\phi \circ f)(m) := (\phi \circ f)(n)$ ist, dass ϕ eine Funktion ist, also jedem $x \in f(M)$ genau ein (und nicht etwa mehrere) $\phi(x)$ zuordnet. Weiterhin ist $g = \phi \circ f$. Es existiert also für eine beliebige Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, g)$ eine Funktion der Form $\phi \circ f : f(M) \to \mathbb{R}$ mit $g = \phi \circ f$, und damit ist die Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ regulär.

□

Theorem (Isomorphismen und Regulärität)

Wenn f ein Isomorphismus ist, dann ist $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ regulär.

Beweis

Wenn f ein Isomorphismus ist, dann ist f ein injektiver Homomorphismus von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$. Insbesondere gilt für f also, dass aus $f(m) = f(n)$ folgt, dass $m = n$ ist. Sei g ein weiterer Homomorphismus von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$. Dann ist g insbesondere eine Abbildung von M nach $\mathbb{R}$ und ordnet jedem $m \in M$ genau ein $g(m) \in \mathbb{R}$ zu. Also folgt aus $m = n$, dass $g(m) = g(n)$. Also impliziert für einen Isomorphismus und alle $m, n \in M$ $f(m) = f(n)$ immer, dass für einen weiteren Homomorphismus g von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$ gilt, dass $g(m) = g(n)$ und dies ist gerade die Bedingung für die Regularität von $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ nach dem Theorem zur Charakterisierung regulärer Skalen.

$\square$

Reguläre Skalen

Skalenarten

Selbstkontrollfragen

Definition (Skalenart)

Gegeben sei eine Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ mit zugrundeliegenden Mengen M und $\mathbb{R}$ und Homomorphismus f. Weiterhin sei

$$\Phi := \{\phi | \phi : f(M) \to \mathbb{R}\} \tag{18}$$

eine *Klasse von Funktionen*. Wenn Φ die Menge der zulässigen Transformationen der Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ ist, dann sagt man, dass $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ von gleicher Skalenart sind.

Bemerkungen

- Primär von Interesse sind im Folgenden folgende Funktionenklassen
  - Die Klasse der *monoton steigenden Funktionen*

$$\Phi := \{\phi | \phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) \text{ mit } x > y \Leftrightarrow f(x) > f(y) \text{ für alle } x, y \in f(M)\} \tag{19}$$

  - Die Klasse der *Ähnlichkeitstransformationen*

$$\Phi := \{\phi | \phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x \text{ mit } \alpha > 0\} \tag{20}$$

  - Die Klasse der *positiv linear-affinen Transformationen*

$$\Phi := \{\phi | \phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x + \beta \text{ mit } \alpha > 0\} \tag{21}$$

Definition (Ordinalskala)

Gegeben sei eine Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ mit zugrundeliegenden Mengen M und $\mathbb{R}$. Wenn die Klasse der zulässigen Transformationen von $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ die Klasse der *monoton steigenden Funktionen*

$$\Phi := \{\phi | \phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) \text{ mit } x > y \Leftrightarrow f(x) > f(y) \text{ für alle } x, y \in f(M)\} \tag{22}$$

ist, dann heißt $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ *Ordinalskala*.

Bemerkungen

- Wir werden in Einheit (9) sehen, dass Ordinalmessungen Ordinalskalen induzieren.
- Ein prototypische Beispiel für Ordinalmessungen ist das Messen von Entscheidungsoptionspräferenzen.

Definition (Verhältnisskala)

Gegeben sei eine Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ mit zugrundeliegenen Mengen M und $\mathbb{R}$ und Homomorphismus f. Wenn die Klasse der zulässigen Transformationen der Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ die Klasse der *Ähnlichkeitstransformationen*

$$\Phi := \{\phi | \phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x \text{ mit } \alpha > 0\} \tag{23}$$

ist, dann heißt $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ *Verhältnisskala*.

Bemerkungen

- Wir werden in Einheit (9) sehen, dass Extensivmessungen Verhältnisskalen induzieren.
- Das prototypische Beispiel für eine Extensivmessung ist das Messen des Gewichts eines Objekts.

Definition (Intervallskala)

Gegeben sei eine Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ mit zugrundeliegenen Mengen M und $\mathbb{R}$ und Homomorphismus f. Wenn die Klasse der zulässigen Transformationen der Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ die Klasse der *positiv linear-affinen Transformationen*

$$\Phi := \{\phi | \phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x + \beta \text{ mit } \alpha > 0\} \tag{24}$$

ist, dann heißt $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ *Intervallskala*.

Bemerkungen

- Wir werden in Einheit (11) sehen, dass Differenzmessungen Intervallskalen induzieren.
- Das prototypische Beispiel für Differenzmessungen ist das Messen der Temperatur in Celsius oder Fahrenheit.

Skalenarten

Beispiel (1) Nachweis der Ordinalskalenart einer Skala

Gegeben sei das qualitative Relationssystem $\mathcal{M} := (M, R)$ mit

$$M := \{r, s, t\} \text{ und } R := \{(r, s), (s, t), (r, t)\} \tag{25}$$

$\mathcal{M}$ ist homomorph zu dem numerischen Relationssystem $\mathcal{N} := (\mathbb{R}, >)$, denn mit

$$f : M \to \mathbb{R} \text{ mit } f(r) := 2, f(s) := 1, f(t) = 0 \tag{26}$$

existiert ein Homomorphismus von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$ und $\mathcal{H}(\mathcal{M}, \mathcal{N}) \neq \emptyset$:

$$\begin{aligned}
(r, s) \in R \Leftrightarrow 2 > 1 \Leftrightarrow f(r) > f(s) \Leftrightarrow (f(r), f(s)) \in > \\
(s, t) \in R \Leftrightarrow 1 > 0 \Leftrightarrow f(s) > f(t) \Leftrightarrow (f(s), f(t)) \in > \\
(r, t) \in R \Leftrightarrow 2 > 0 \Leftrightarrow f(r) > f(t) \Leftrightarrow (f(r), f(t)) \in >
\end{aligned} \tag{27}$$

Da f weiterhin injektiv ist, ist die Repräsentation regulär. Weiterhin ist ϕ eine zulässige Transformation von f dann und nur dann, wenn $g := \phi \circ f$ wiederum ein Homomorphismus von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$ ist, wenn also gilt

$$\begin{aligned}
g(r) > g(s) \Leftrightarrow (\phi \circ f)(r) > (\phi \circ f)(s) \Leftrightarrow \phi(2) > \phi(1) \\
g(s) > g(t) \Leftrightarrow (\phi \circ f)(s) > (\phi \circ f)(t) \Leftrightarrow \phi(1) > \phi(0) \\
g(r) > g(t) \Leftrightarrow (\phi \circ f)(r) > (\phi \circ f)(t) \Leftrightarrow \phi(2) > \phi(0)
\end{aligned} \tag{28}$$

Dann gilt für ϕ mit $f(M) := \{0, 1, 2\}$ aber, dass

$$\phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) \text{ mit } x > y \Leftrightarrow f(x) > f(y) \text{ für alle } x, y \in f(M) \tag{29}$$

und ϕ ist dann und nur dann eine zulässige Transformation von f, wenn ϕ eine monoton steigende Funktion ist. Damit ist $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ eine Ordinalskala.

Theorem (Skalenart)

Wenn eine Repräsentation $\mathcal{M} \to \mathcal{N}$ regulär ist und wenn f und g Homormorphismen von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$ sind, dann ist f eine Ordinalskala, Verhältnisskala, oder Intervallskala genau dann und nur dann, wenn g eine Ordinalskala, Verhältnisskala, oder Intervallskala, respektive, ist.

Bemerkungen

- Bei regulären Repräsentationen sind also alle Skalen von der gleichen Skalenart.
- Die Regularität einer Repräsentation liegt in der speziellen Form von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$ begründet.
- Im Folgenden betrachten wir, wie $\mathcal{M}$ und $\mathcal{N}$ beschaffen sein müssen, um obige Skalenarten zu induzieren.

Beweis

Wir beweisen das Theorem nur für den Fall einer Ordinalskala. Wir zeigen dabei auch lediglich, dass aus der Regularität von $\mathcal{M} \to \mathcal{N}$ und der Tatsache, dass f eine Ordinalskala ist, folgt, dass ein weiterer Homomorphismus g von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$ ebenfalls eine Ordinalskala ist.

f sei eine Ordinalskala. Wir halten zunächst fest, dass weil die Repräsentation $\mathcal{M} \to \mathcal{N}$ regulär ist, es ein $\phi : f(M) \to \mathbb{R}$ mit $g = \phi \circ f$ gibt. Weiterhin gilt, dass weil g ein Homomorphismus ist, ein solches ϕ eine zulässige Transformation von f ist. Schließlich gilt, dass weil f eine Ordinalskala ist und damit per Definition alle zulässigen Transformationen von f monoton steigende Funktionen sind, ein solches ϕ eine monoton steigende Funktion ist.

Der restliche Beweis erfolgt durch Beweis folgender Implikationen:

(1) ϕ' : $g(M) \to \mathbb{R}$ ist monoton steigend $\Rightarrow \phi'$ ist eine zulässige Transformation von g.
(2) ϕ' ist eine zulässige Transformation von $g \Rightarrow \phi'$: $g(M) \to \mathbb{R}$ ist monoton steigend.

Also gilt

$$\phi' \text{ ist eine zulässige Transformation von } g \Leftrightarrow \phi' : g(M) \to \mathbb{R} \text{ ist monoton steigend.} \tag{30}$$

Die Klasse der zulässigen Transformation von g ist damit also die Klasse der monoton steigenden Funktionen und g ist damit eine Ordinalskala.

Beweis

Beweis der Implikation (1) $\phi' : g(M) \to \mathbb{R}$ *ist monoton steigend* $\Rightarrow \phi'$ *ist eine zulässige Transformation von* g

Die Implikation gilt, weil mit obigem ϕ gilt, dass

$$\phi' \circ g = \phi' \circ (\phi \circ f) = (\phi' \circ \phi) \circ f. \tag{31}$$

Weil ϕ' und ϕ monoton steigende Funktionen sind, ist $\phi' \circ \phi$ auch monoton steigend und damit eine zulässige Transformation von f. Damit ist wiederum $\phi' \circ g$ ein Homomorphismus von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$ und ϕ' daher eine zulässige Transformation von g.

Beweis der Implikation (2) ϕ' *ist eine zulässige Transformation von* $g \Rightarrow \phi' : g(M) \to \mathbb{R}$ *ist monoton steigend*

Die Implikation gilt, weil mit obigem ϕ gilt, dass

$$\phi' \circ g = \phi' \circ (\phi \circ f) = (\phi' \circ \phi) \circ f \tag{32}$$

ein Homorphismus von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$ ist und $\phi' \circ \phi$ somit eine zulässige Transformation f. Damit muss $\phi' \circ \phi$ aber eine monoton steigende Funktion sein und deshalb auch ϕ'.

Skalenarten

Weitere Skalenarten

Man unterscheidet weiterhin mindestens folgende Skalenarten:

Name	Menge der zulässigen Transformationen
Absolutskala	$\Phi := \{\phi \vert \phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := x\}$
Log-Intervallskala	$\Phi := \{\phi \vert \phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x^{\beta}, \alpha, \beta > 0\}$
Differenzskala	$\Phi := \{\phi \vert \phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := x - \beta, \beta \in \mathbb{R}\}$
Nominalskala	$\Phi := \{\phi \vert \phi : f(M) \to \mathbb{R}$ und ϕ ist injektiv$\}$

- Jede dieser Skalenarten ist durch die spezielle Form von $\mathcal{M}$ und $\mathcal{N}$ determiniert.
- Im Rahmen dieser Einführung verzichten wir auf eine detaillierte Diskussion ihrer Repräsentationen.
- Log-Intervallskalen werden uns jedoch in Einheit (12) Psychophysik begegnen.

Reguläre Skalen

Skalenarten

Selbstkontrollfragen

Selbstkontrollfragen

1. Definieren Sie den Begriff der zulässigen Transformation einer Skala.
2. Definieren Sie die Begriffe der regulären Skala und der regulären Repräsentation.
3. Definieren Sie den Begriff der Skalenart.
4. Definieren Sie den Begriff der Ordinalskala.
5. Definieren Sie den Begriff der Verhältnisskala.
6. Definieren Sie den Begriff der Intervallskala.
7. Geben Sie das Theorem zur Skalenart wieder.

Referenzen

Roberts, Fred S. 1984. *Measurement Theory with Applications to Decisionmaking, Utility, and the Social Sciences*. Encyclopedia of Mathematics and Its Applications ; Section, Mathematics and the Social Sciences, v. 7. Cambridge [Cambridgeshire] ; New York, NY, USA: Cambridge University Press.

Roberts, Fred S., and Charles H. Franke. 1976. "On the Theory of Uniqueness in Measurement." *Journal of Mathematical Psychology* 14 (3): 211–18. https://doi.org/10.1016/0022-2496(76)90002-X.

Stevens, S. S. 1946. "On the Theory of Scales of Measurement." *Science, New Series* 103 (2684): 677–80. http://www.jstor.org/stable/1671815.