

稳健性偏好、惯性效应与中国股市的 投资策略研究

李少育*

摘 要 本文拓展了 Rodriguez and Sbuelz (2006) 模型, 引入稳健性偏好来研究中国股市的惯性投资策略和对冲投资策略。稳健性投资者对惯性投资策略反应不足, 部分执行反转投资策略, 从而印证了实证研究所发现的中国股市在中短期内惯性效应夹杂着反转效应的情况; 稳健性投资者对对冲投资策略反应过度, 并且随着投资周期的变长, 其与一般投资者的对冲投资策略差异拉大; 风险规避系数大和存在稳健性偏好的投资者能够把投资策略控制在合理的区间内。

关键词 稳健性偏好, 惯性投资策略, 对冲投资策略

一、引 言

现代金融经济学的一个普遍共识是股票收益是可预测的, 并有大量文献提供了股市收益可测性的证据, 其中一个重要现象就是全球的股票市场从不同程度上存在中短期惯性效应现象。同时, 从理论角度, Rodriguez and Sbuelz (2006) 首次研究了惯性效应下的投资策略, 并解释了中短期投资者的投资策略。因此, 着眼于惯性效应在金融理论与实务中的价值, 本文在投资者认知的角度上, 利用投资者稳健性偏好拓展了 Rodriguez and Sbuelz (2006) 模型, 从理论上进一步研究惯性效应下中国股市的中短期投资策略问题, 并解释了以往经验研究中的一些重要发现, 即中国股市中短期内 (10 年内) 存在惯性效应夹杂着反转效应。

惯性效应在 Campbell (2004) 的定义是: 在前期信息冲击下, 股票的价格会连续几个月向同一方向移动。这些信息包括价格本身的冲击, 公司盈余信

* 西南财经大学证券与期货学院。通信地址: 四川省成都市温江区柳台大道 555 号西南财经大学证券与期货学院, 611130; 电话: 028-87092071, 18215613728; E-mail: 87456860@163.com。本文获得国家自然科学基金项目 (71001087) 资助。作者感谢两位审稿人对本文提出的修改建议, 也感谢台湾中央大学黄鸿仁博士、厦门大学王亚南经济研究院的郑挺国副教授、方颖副教授、博士研究生王霞和左浩苗及武汉大学的魏立佳副教授对本文提出的建设性修改意见。当然, 文责自负。

息的突然发布及盈余报告偏离了股市分析师们的预测¹。当价格趋势在持续一段时间后会 出现反转,即反转效应。国外的文献对于惯性效应的存在性问题上经历了二十多年实证研究,结果表明股市存在惯性效应。Lo and MacKinlay (1998), Jegadeesh and Titman (1993) 及 Rouwenhorst (1998) 分别发现了美国股票市场和国际股票市场都存在价格惯性。Jegadeesh and Titman (1993) 组建惯性组合,即买进过去 3—12 个月收益率高的股票并同时卖出对应时间段收益率低的股票,研究发现投资组合在持有期 3—12 个月内会产生显著的超额收益。Jegadeesh and Titman (2001) 通过再次实证分析,认为他们先前关于惯性效应和反转效应的检验并不是数据挖掘的结果。

对于惯性效应现象的形成机制,传统的资产定价模型一般应用风险补偿来解释股票在盈余信息刺激下出现的高收益。但 Griffin *et al.* (2003) 认为,当碰到现实中的杠杆效应,即一个高杠杆公司的股票当其升值时会变得更加的安全,风险补偿的说法就不攻自破。对此,行为金融学理论更适用于解释惯性效应。这类文献认为,在非理性投资者间的交互作用下,信息反应不足和过度反应会引起惯性效应现象。Daniel *et al.* (1998) 认为投资者缺少信息来源和处理能力,对私人信息表现得过于自信,导致价格的过度反应,而在面对公共信息时则又反应不足,这两种情况都会引起惯性效应。² Hong and Stein (1999) (HS 模型) 假定市场上存在非理性惯性投资者和信息观察者,信息观察者拥有部分私人信息,并让信息逐步扩散,这样会出现反应不足,而便于惯性投资者在短期内利用价格趋势获利,从而产生惯性效应。Daniel and Titman (2004) 提出,在面对不确定性的信息时,非理性投资者反应迟钝,产生了类似“羊群效应”的追涨杀跌行为,使股票价格偏离基本面,从而出现惯性效应。另外,从投资者偏好和认知的角度,Barberis and Huang (2001) 通过在偏好中引入损失厌恶来解释收益率的反转效应,但并没有解释惯性效应。Rodriguez and Sbuclz (2006) 用 CRRA 偏好描述了投资者如何利用市场上惯性效应过程制定跨期投资策略。Koijen *et al.* (2009) 同样以 CRRA 偏好解释了投资者同时利用市场上的惯性效应过程和反转效应过程制定跨期投资策略。国内也有部分学者们应用行为金融学的理论模型来解释中国股票市场的惯性效应和反转效应。朱战宇和吴冲锋 (2005) 在投资行为偏差和卖空限制的假定下研究惯性收益和反转收益。该文献描述了惯性投资者、反转投资者和消息投资者的行为偏差引起惯性效应和反转效应,证明了卖空限制下,输者组合的反转效应概率会更小。鲁臻和邹恒甫 (2007) 在政策市场

¹ 由于其他如盈余信息冲击和股评家观点产生的惯性都会反映在股票价格上,所以本文笼统地把惯性效应归纳在一个移动平均收益的随机过程中,并可称为价格惯性。

² 这里的反应不足和过度是指投资者对信息的反应,而本文下面几部分所涉及到的反应不足和反应过度分别针对惯性投资策略和对冲投资策略。

的背景下改进 HS 模型来研究惯性效应与反转效应。

目前,国内的研究主要集中在惯性效应和反转效应及对应策略的实证检验上,尤其是有些文献(徐中信和郑纯毅,2006;鲁臻和邹恒甫,2007)发现中短期内存在惯性效应与反转效应夹杂的现象。³首先,有些文献对是否存在反转效应展开研究。张人骥等(1998)使用1993—1996年的沪市数据,发现反转现象并不存在。与此相反的是,王永宏和赵学军(2001)研究沪深1993年以后上市的所有股票,发现中国股票市场存在显著的收益反转,但没有明显的惯性效应。刘博和皮天雷(2007)从沪深A股1994—2005年数据中发现了反转投资策略显著的证据但惯性投资策略并不显著,并提出风险补偿理论可以部分解释中国股市的反转投资策略。其次,也有些学者对是否存在惯性效应展开研究。周琳杰(2002)研究了1995—2000年沪深两市股票的惯性策略特征,发现各种形成和持有期的股票均表现出惯性效应。吴世农和吴超鹏(2005)用2000—2003年沪市A股数据检验了4种盈余信息所产生的惯性效应的差异性,从中发现4种盈余信息度量方式都能产生超额收益,并证实风险补偿理论并不能支持盈余惯性。还有些文献认为惯性效应和反转效应都存在。徐中信和郑纯毅(2006)对1995—2001年沪深A股进行检验发现,惯性效应发生在1—6个月的时间区间内,超过半年就呈现反转趋势,风险补偿理论可以解释大部分的惯性收益。鲁臻和邹恒甫(2007)检验发现中国股市既存在中期的惯性效应与长期的反转效应,也存在一个超短期的惯性与短期的反转,并且反转效应会更显著一些。总之,学者们对是否存在惯性效应存在争论,同时对风险补偿是否能够解释惯性效应也存在争论。

按以上文献的理解,股票收益的正自相关直接成为惯性效应的测度标准,并决定着投资者是否采取惯性投资策略。然而,从理论上直接设定市场上的惯性效应过程并建立惯性投资策略并不可靠,这通常会引起投资者的质疑,原因有三:首先,文献的研究结果表明,学者对中国股市是否存在中短期惯性效应及风险补偿是否能够解释惯性效应都是有争论的;其次,投资者对股票价格及收益率趋势的判断也常常持怀疑的态度,一个很明显的直觉是,按技术分析的角度,股票价格的均线走势是惯性效应的主要指标,可以成为制定和执行投资策略的重要依据,但股评家和投资者往往又对此抱着不同的意见;最后,一般计量经济学模型估计的惯性效应随机过程还存在着模型误设的不确定性⁴。因此,在对惯性效应过程产生质疑的中国现实背景下,投资者考虑修正过的惯性效应过程,从中制定投资策略并获得更大的效用,但也害

³ 国内关于惯性和反转的实证研究文献所提到的中期和长期一般都不会超过3年,所以都在本文定义的中短期投资周期范围内(10年以内)。

⁴ 基于模型误设而产生的不确定性是无法预测的,这种不确定性指的是奈特不确定性(knightian uncertainty)。

怕因为错误的修正而弄巧成拙,这种谨慎性心理改变了决策法则,从而形成稳健性偏好 (robustness)。

稳健性偏好在国外的文献中有许多研究。单就连续时间模型来说, Hansen and Sargent (2001) 在连续时间模型中引入稳健性偏好。接着, Anderson *et al.* (2000, 2003) 提出了基于状态过程漂移项质疑的稳健性偏好理论框架。在应用方面, Maenhout (2006) 把基于风险资产超额收益的均值回归过程 (视为反转效应过程) 和稳健性偏好相结合, 并应用到投资策略分析中。与不同的是, 本文的研究是基于惯性效应过程的质疑而产生的稳健性偏好, 并解释中国投资者的行为。

总之, 本文的创新点有以下三方面: 第一, 本文把投资者的稳健性偏好与惯性效应过程结合来分析投资策略问题, 据作者所知, 这在国内外的文献中并未见到;⁵ 第二, 中国股票市场经过二十多年已经发展成为具有完善功能的市場, 特别是 2010 年 4 月开始引入股指期货和融资融券, 使卖空和跨期投资成为可能, 从而国内投资者可以进行跨期对冲交易, 然而, 国内还没有学者从认知的角度来研究惯性效应过程支配下的跨期对冲投资策略, 因此, 本文所研究的不同类型投资者的跨期投资行为具有重要的理论与现实意义; 第三, 本文认为具有稳健性偏好的投资者 (稳健性投资者) 利用惯性效应过程谋取效用最大化的行为会对投资策略产生显著的影响, 即, 稳健性投资者对惯性效应过程产生怀疑, 尤其是对风险补偿的不同看法, 会引起中短期投资行为偏差, 这类偏差的效应类似于执行了反转投资策略, 从而解释了中国股市在中短期内存在惯性效应夹杂着反转效应的现象。

本文余下部分安排如下: 第二部分给出模型, 并进行理论分析; 第三部分利用犯错概率选择合理的稳健性偏好系数; 第四部分估计惯性效应过程, 并进行校准分析; 最后, 给出本文的结论。

二、模 型

经济中存在两种资产: 一种为无风险资产, 投资者会把一部分个人财富放在无风险的资金账户内, 在时间 t 时, 它的价格是 B_t , 其瞬时无风险收益率为常数 r , 其动态过程是 $dB_t/B_t = rdt$; 还有一种资产是风险资产, 如股票组合或者股票指数。 π_t 被定义为投资到风险资产上的资金占个人财富的比例, 即本文提到的投资策略。风险资产的价格是 S_t , 其动态过程是

$$dS_t/S_t = (\mu + \phi(y_t - \mu))dt + \sigma dz_t, \quad (1)$$

⁵ Maenhout (2006) 把稳健性偏好应用到基于风险资产超额收益的均值回归过程 (视为反转效应过程) 上, 但他强调的是解释证券投资策略之谜, 并没有突出说明反转效应, 更没有涉及惯性效应。

其中 $\mu > 0$, $\sigma > 0$ 和 $0 < \phi < 1$ 。风险资产的无条件期望收益和方差分别是 $E(dS_t/S_t) = \mu dt$ 和 $\text{Var}(dS_t/S_t) = \sigma^2 dt$ 。其中, 长期期望收益 μ 大于无风险收益率 r 。如果投资者认为过去的收益率和现在的收益率有很强的正自相关性, 则惯性效应变量 y_t 就可以用过去收益率的加权平均过程来表示

$$y_t = \int_0^t \exp(u-t) \frac{dS_u}{S_u}, \quad dy_t = \frac{dS_t}{S_t} - y_t dt. \quad (2)$$

通过伊藤引理, 可以得到惯性效应过程

$$dy_t = -(1-\phi)(y_t - \mu)dt + \sigma dz_t, \quad (3)$$

其中, 惯性运动趋势的强弱取决于参数 ϕ , 当 ϕ 越大时, 惯性越明显, 持续时间越长, 也即发生反转所需要的时间越长。当过去的加权收益率超过收益率的长期均值时, 即 $y_t - \mu > 0$, 投资者则期望股票收益超过其无条件收益均值 ($E(dS_t/S_t) > \mu dt$)。当 $\phi \downarrow 0$, 惯性效应变量就失去预测性。当去掉了风险资产的长期期望收益 μ , 惯性效应变量及其过程转化为惯性状态变量

$$x_t = y_t - \mu, \quad dx_t = -(1-\phi)x_t dt + \sigma dz_t. \quad (4)$$

从公式 (4) 中, 可以推断出风险资产的收益和惯性状态变量是完全正相关。投资者财富 W_t 的期望收益是无风险资产的期望收益和风险资产的期望收益之和, 其取决于惯性效应过程和投资策略。从而, 利用公式 (1) 和 (4) 可以推出投资者财富 W_t 服从

$$dW_t/W_t = [\pi_t(\mu + \phi x_t - r) + r]dt + \pi_t \sigma dz_t. \quad (5)$$

在对模型设定完全信任的情况下, 投资者会把状态变量过程 (4) 和 (5) 设为基准状态向量过程

$$dY_t = \Theta(Y_t)dt + \Lambda(Y_t)dZ_t, \quad (6)$$

其中 $Y_t = (W_t, x_t)^\top$ 是状态向量, Θ 是漂移项, Λ 是状态向量过程的波动矩阵, $\Sigma = \Lambda\Lambda^\top$ 是方差协方差矩阵, $Z_t = (z_t, \tilde{z}_t)^\top$ 是布朗运动向量。

假定用 CRRA 效用来代表投资者的偏好, γ 表示相对风险规避系数。投资者在投资过程并不考虑消费, 而是希望通过投资产生的最后财富能够最大化其未来期望效用。如公式 (5) 和 (7) 所示, 投资者的效用最大化问题可以描述为: 在 t 时, 投资者动态地把个人财富 W_t 投资到风险资产和资金账户, 期望一种投资策略能够最大化其财富在 $T > t$ 时产生的效用。本文用 J 来代表期望效用最大化后的价值方程, 投资策略最优问题就被标准化为:

$$J(W_t, x_t, t, T) = \max_{\pi} E[(W_T^{1-\gamma})/(1-\gamma)]. \quad (7)$$

解公式 (7) 的最优控制问题要使用汉密尔顿-雅可比-贝尔曼 (HJB) 方程

$\max_{\pi} D^{(\pi)} J = 0$ 。从直觉上分析, HJB 等式中的 $D^{(\pi)} J$ 相当于价值方程 J 的偏导数, 是用来测量瞬时期望值。当选取的投资策略使瞬时期望值等于 0 时, 价值方程就达到最大值。

给定基准状态向量过程, 即公式 (6), 稳健性投资者会怀疑其中惯性效应过程的稳健性, 担心存在模型误设问题。为此, 稳健性投资者会考虑在基准状态向量过程的漂移项中加入风险中性补偿的调整项, 从而形成备选状态向量过程, 即公式 (8)。⁶ 公式 (8) 中的风险补偿项不确定性与本文引言中关于风险补偿解释能力的争论形成对应。

$$dY_t = \Theta(Y_t)dt + \Lambda(Y_t)[\Lambda(Y_t)^T u(Y_t)dt + dZ_t], \quad (8)$$

其中 Σu 相当于风险中性补偿, $u(Y_t)$ 是一个由最优化决策问题下内生的漂移扭曲项。

稳健性投资者对状态向量过程的调整将改变最优化决策过程。一方面, 他在原来的 HJB 中增加了一个包含着漂移扭曲的风险调整项, 即公式 (9) 中的第二项 $u^T \Sigma \partial J$ 。这一项反映了当投资者信任备选状态向量过程时对瞬时期望值的调整。从另一方面, 他也担心选择备选状态向量过程反而会产生更糟糕的负向作用。因此, 稳健性投资者很少会考虑偏离基准状态向量过程太远的备选状态向量过程, 他只会考虑一些靠近基准状态向量过程的备选状态向量过程。为此, 稳健性投资者在原来的 HJB 中再加入一惩罚项, 即公式 (9) 中的第三项 $u^T \Sigma u / 2\eta$, 它引自 Anderson *et al.* (2003) 的相对熵。越靠近基准状态向量过程, 相对熵越小。⁷ 其中, η 是测量稳健性偏好的强度, 更确切地说, 是对基准状态向量过程的信任程度。当 $\eta = 0$ 时, 稳健性投资者对基准状态向量过程完全信任。 η 值越大意味着投资者对基准状态向量过程越不信任, 从而稳健性投资者会考虑偏离基准状态向量过程 (或者它的漂移项) 更远的备选状态向量过程。

通过以上的分析, 稳健性投资者的最优化问题就成为调整后的 HJB

$$\max_{\pi} \min_u \left\{ D^{(\pi)} J + u^T \Sigma \partial J + \frac{1}{2\eta} u^T \Sigma u \right\} = 0. \quad (9)$$

公式 (9) 表达的是, 在优化过程中, 稳健性投资者先选择一个最佳漂移扭曲水平来达到矛盾心理的均衡, 然后在最佳的漂移扭曲水平下, 选择一个

⁶ 基准状态向量过程取决于里面包含的惯性效应过程。引言中关于惯性效应现象存在性的争论使投资者对惯性效应过程产生质疑, 进而考虑备选状态向量过程。稳健性投资者考虑的一系列备选状态向量中可能包含有反转状态过程。

⁷ 使用常规的计量方法, 在估计和模型设定时都会存在偏差, 从而很难把那些靠近基准状态向量的备选状态向量与基准状态向量区分开来。

最优投资策略来实现期望效用的最大化。其实，在这个最大最小化问题中，两个优化步骤相当于是两个有独立目标的博弈主体之间的零和博弈。先是自然人选择一个扭曲水平，然后是决策者在自然人的决策基础上选择投资策略。因此，本文使用两步法解公式(9)的动态最优控制问题。第一步先解最小化问题，可以得到一阶优化条件 $u^* = -\eta \partial J$ 。接着把第一步的优化条件代入到公式(9)中，就成为解最大化问题

$$0 = \max_{\pi} \left\{ D^{(\pi_t)} J - \frac{\eta}{2} [J_W^2 (W_t \pi_t \sigma)^2 + 2\pi_t W_t \sigma^2 J_W J_x + J_x \sigma^2] \right\}. \quad (10)$$

最后，对 π_t 求一阶导数，整理得到最优投资策略：

$$\pi_t = \frac{-J_W(\mu + \phi x_t - r)}{\sigma^2 W_t [J_{WW} - \eta J_W^2]} + \frac{-J_{Wx} \sigma^2}{\sigma^2 W_t [J_{WW} - \eta J_W^2]} + \frac{\eta \sigma^2 J_W J_x}{\sigma^2 W_t [J_{WW} - \eta J_W^2]}. \quad (11)$$

化简最优投资策略 π_t ，需要对 η 和价值方程 J 进行设定。一方面，采用 Maenhout (2006) 的同质（即保持 CRRA 效用函数的财富独立性）稳健性偏好强度 $\eta = \theta / ((1-\gamma)J) > 0$ ；另一方面，猜测价值方程拥有下列的解析式：

$$J(W_t, x_t, \tau) = I(x_t, \tau)^\gamma \frac{W_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \quad (12)$$

其中， $I(x_t, \tau) = \exp\left(A_1(\tau) \frac{x_t^2}{2} + A_2(\tau)x_t + A_3(\tau)\right)$ ，

$$A_1(0) = A_2(0) = A_3(0) = 0, \quad J(W_t, x_t, 0) = \frac{W_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}.$$

为了方便起见，在已知 T 的情况下，用 $\tau = T - t$ 代替 t 。通过解常微分方程可以获得时变系数 $A_1(\tau)$ 、 $A_2(\tau)$ 和 $A_3(\tau)$ 的解析式，具体的推导详见附录1。价值方程的解析式(12)代入到最优投资策略公式(11)中，可以获得解析解：

$$\pi_t = \frac{\mu - r}{\sigma^2(\gamma + \theta)} + \frac{\phi x_t}{\sigma^2(\gamma + \theta)} + \frac{(1-\gamma-\theta)\gamma}{(1-\gamma)(\gamma + \theta)} (A_1(\tau)x_t + A_2(\tau)). \quad (13)$$

公式(13)表示的最优投资策略结构与 Rodriguez and Sbuelz (2006) 相似，与 Rodriguez and Sbuelz (2006) 不同的是，以上三个部分都包含了稳健性偏好系数 θ 。另外，时变系数 $A_1(\tau)$ 和 $A_2(\tau)$ 的解析式里面也包含着稳健性偏好系数 θ 。这是因为普通的风险是无法描述所有的不确定性，原先的风险规避系数不足以量化投资者对待全部不确定性的态度，特别是在模型误设及收益的概率分布无先验可依据的情况下。当 $\theta \downarrow 0$ 时，公式(13)就成为了 Rodriguez and Sbuelz (2006) 的投资组合等式，所以考虑了稳健性偏好的情况包含了前者的设定。

本文把最优投资策略分成三个不同的部分进行说明。第一部分 $\pi_m = (\mu - r) / (\sigma^2(\gamma + \theta))$ 是常见的短视固定投资策略，投资者会在此基础上添加投机性

交易。第二部分 $\pi_a = \phi x_t / (\sigma^2(\gamma + \theta))$ 是惯性投资策略: $x_t > 0$ 暗示着正的超额期望收益, 或者赢者投资组合, 刺激投资者利用这些信息购买赢者组合; $x_t < 0$ 暗示了负的超额期望收益, 投资者卖出输者组合。这样, 投资者可以从惯性投资策略 ($\phi > 0$) 中获利。前两部分加总后称为短视投资策略, 在执行短视投资策略时投资者更加重视风险资产的现时收益。对于风险规避程度大的投资者会偏好在资金账户存放更多财富来享受无风险收益, 减小惯性组合的投资幅度。同时, 短视投资策略中再加入稳健性偏好系数 θ , 可看成是提高了相对风险规避系数的作用, 但影响惯性投资策略的机制却不尽相同。投资者会因为考虑了稳健性偏好 θ 而担心惯性效应过程的稳健性, 在惯性效应过程和反转效应过程之间做出权衡, 导致了惯性投资策略的幅度变小。这相当于稳健性投资者在执行惯性投资策略时, 又考虑了反转投资策略, 从而部分抵消了原来惯性投资策略的幅度。

投资者还会把惯性状态变量的未来变动考虑进时变的投资机会中, 以防范未来风险资产收益往相反的方向变动的风险, 并组建跨期对冲投资策略。 $\pi_{ch} = (1 - \gamma - \theta)\gamma A_1(\tau)x_t / ((1 - \gamma)(\gamma + \theta))$ 和 $\pi_{uh} = (1 - \gamma - \theta)\gamma A_2(\tau) / ((1 - \gamma)(\gamma + \theta))$ 分别是条件对冲投资策略和无条件对冲投资策略, 两者加总后被称为对冲投资策略, 在执行跨期对冲投资策略时投资者会更加重视风险资产的未来收益。

由于国外有关文献通过实证方法估计出的相对风险规避系数大于 1, 所以本文也只考虑 $\gamma > 1$ 的情况。当 $\gamma > 1$ 时, $A_1(\tau)$ 和 $A_2(\tau)$ 的解析式是:

$$A_1(\tau) = \frac{2a(1 - \exp(-\lambda\tau))}{2\lambda - (b + \lambda)(1 - \exp(-\lambda\tau))},$$

$$A_2(\tau) = A_1(\tau) \left[\frac{1}{1 - \phi} + \frac{2}{\lambda} \frac{(1 - \exp(-\lambda\tau/2))^2}{(1 - \exp(-\lambda\tau))} \right] f \frac{\gamma + \theta}{1 - \gamma - \theta} \frac{\phi}{1 - \phi}.$$

由于 $a < 0$ 和 $2\lambda - (b + \lambda) > 0$, $\phi \in (0, 1)$ 和 $f(\gamma + \theta)/(1 - \gamma - \theta) < 0$, 所以 $A_1(\tau)$ 和 $A_2(\tau)$ 都是负的。这两个时变系数的符号方向可以应用到对冲投资策略的敏感性分析上。

本文依据惯性效应变量计算出来的惯性状态变量初始条件进行对冲投资策略的敏感性分析, 具体有以下三种情况。⁸ 首先, 当惯性状态变量是非负的, 即 $x_t \geq 0$, 由于其与风险资产收益完全正相关性, 这个正冲击虽然会改善投资机会, 但投资者会认为未来惯性趋势无法持续而出现反转, 所以出售部分风险资产来防范这种风险, 进而对冲投资策略是负的。其次, 当惯性状态变量还未达到足够小的负数时, 即 $-A_2(\tau)/A_1(\tau) < x_t < 0$, 虽然这时惯性投资策

⁸ 可以把不同的惯性状态变量初始值直接理解为不同收益表现的投资组合, 比如惯性状态变量为负时, 就是输者组合, 反之就是赢者组合。

略是负的，但是投资者认为惯性趋势未来将持续，就继续减少持有风险资产以防未来收益继续恶化，所以对冲投资策略仍是负的。以上两种情况只有存在卖空机制时才有大幅度操作的可能。最后，当 $x_t < -A_2(\tau)/A_1(\tau)$ 时，惯性状态变量是足够小的负数，促使对冲投资策略变为正的。投资者认为大的负向收益在未来会反转，这意味着未来投资机会的改善，从而增加持有风险资产。

以上的理论分析还存在三个未解决的问题：首先，尽管理论上分别解释了惯性状态变量初始值和惯性投资策略关系，但还需要实证上结合风险规避系数和稳健性偏好进行评价；其次，由于风险规避系数和稳健性偏好系数都包含在两个时变系数中，两者在对冲投资策略中的作用方向并没有惯性投资策略的解析式明显；最后，由于 $A_1(\tau)$ 和 $A_2(\tau)$ 都是投资周期 τ 的单调减函数，从公式 (13) 发现，对冲投资策略受惯性状态变量初始值的影响，所以很难准确判断稳健性偏好、对冲投资策略与投资周期的关系。以上三点还需要从实证上进行数值分析。为此，本文采用了文献中通常所用的校准方法。由于无法从计量上估计出稳健性系数 θ ，校准前需要先选择合理的 θ 值。

三、计算犯错概率

根据 Anderson *et al.* (2003)，只有投资者犯错的概率不少于 10% 时才算存在稳健性偏好。文献中计算犯错的概率有多种方法，但本文使用 Maehaut (2006) 的计算方法，其优点是能利用基准状态向量和备选状态向量，导出犯错概率的解析解。从公式 (6) 和公式 (8) 中，可以发现，基准状态向量和备选状态向量的转换实质上是两种不同概率测度的转换。假定 P 是基准状态向量的概率测度，而 Ω 是备选状态向量的概率测度。根据 Girsanov 定理，Radon-Nikodym 导数是

$$\frac{d\Omega}{dP} = \Xi_{1,t}, \quad \frac{d\Xi_{1,t}}{\Xi_{1,t}} = -\Lambda(Y_t)^T u(Y_t) dZ_t, \quad \Xi_{1,0} = 1. \quad (14)$$

设定 $g = \Lambda(Y_t)^T u(Y_t)$ ，并用伊藤引理求出两个 Radon-Nikodym 导数的对数过程，得到两个对数似然率

$$\begin{aligned} \xi_{1,t} &= \ln \Xi_{1,t} = \ln \left(\frac{d\Omega}{dP} \right) = - \int_0^t g^T dZ_s - \frac{1}{2} \int_0^t g^T g ds, \\ \xi_{2,t} &= \ln \Xi_{2,t} = \ln \left(\frac{dP}{d\Omega} \right) = \int_0^t g^T dZ_s + \frac{1}{2} \int_0^t g^T g ds, \end{aligned} \quad (15)$$

其中公式 (15) 中的第一个对数似然率表明投资者更信任备选状态向量, 并把概率测度从 P 调整为 Ω , 第二个刚好相反。利用这两个对数似然率, 可以把计量经济学里面的假设检验思想引入到寻找犯错概率中去。如果 P 是真的概率测度, 而投资者基于 N 个样本而错误地使用了 Ω , 从而导致 $\xi_{1,N} > 0$, 即第一种错误。还有一种错误是, 如果 Ω 是真的概率测度, 而投资者基于 N 个样本而错误地使用了 P , 从而引起 $\xi_{1,N} < 0$ 或者 $\xi_{2,N} > 0$ 。所以, 寻找基于 N 样本的条件犯错概率就是

$$\varepsilon_N(\theta) = \Pr(\xi_{1,t} > 0 \mid P)/2 + \Pr(\xi_{1,t} < 0 \mid \Omega)/2, \quad (16)$$

其中, 犯错概率 $\varepsilon_N(\theta)$ 取决于稳健性偏好系数 θ 。与公式 (16) 中两个条件概率相对应的特征函数是

$$\begin{aligned} \Phi_P(\omega, t, N) &= E_t^P[\exp(i\omega\xi_{1,N})] = E_t^P[\Xi_{1,N}^\omega], \\ \Phi_\Omega(\omega, t, N) &= E_t^\Omega[\exp(i\omega\xi_{1,N})] = E_t^\Omega[\Xi_{1,N}^\omega]. \end{aligned} \quad (17)$$

为了得到这两个特征函数的解析解, 可以先猜测

$$\begin{aligned} \Phi_P(\omega, t, N) &= \Xi_{1,N}^\omega \exp[D(t) + E(t)x_t + x_t^2 F(t)/2], \\ \Phi_\Omega(\omega, t, N) &= \Xi_{1,N}^{\omega+1} \exp[G(t) + H(t)x_t + x_t^2 L(t)/2], \end{aligned} \quad (18)$$

其中, 边界条件是 $D(N) = E(N) = F(N) = 0$ 和 $G(N) = H(N) = L(N) = 0$ 。解两个常微分方程系统可以分别得到 $D(t), E(t), F(t)$ 和 $G(t), H(t), L(t)$ 的解析解。详细的推导见附录 2。根据 Maehaut (2006), $\varepsilon_N(\theta)$ 可以通过下面的列维转换实现:

$$\varepsilon_N(\theta) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \{ \operatorname{Re}(\Phi_\Omega(\omega, t, N)/i\omega) - \operatorname{Re}(\Phi_P(\omega, t, N)/i\omega) \} d\omega. \quad (19)$$

在本文的实际数值计算过程中, 定积分内的函数具有良好的收敛性质, 并可把不同的积分上限值的计算误差控制在四位小数点之后。

四、校准: 稳健性偏好对惯性效应下的 投资策略的量化影响

这一部分分三个步骤进行。首先估计出惯性效应过程参数, 然后求出稳健性偏好系数的合理值, 最后选择相应的合理值代入到投资策略中进行实证分析。

以往文献一般以股票来代理风险资产, 用股票市场指数来代理有效市场组合。目前, 中国股票指数期货的交易已持续了一年多的时间, 股指期货产品以沪深 300 股票指数 S_t 为依据, 产品设计是以月为基本单位。根据锐思数据库 (www. reset. com) 提供的沪深 300 指数和指数期货交易数据, 从 2010

年 4 月 16 日到 2011 年 4 月 1 日，沪深 300 指数的日均收益率和标准差分别是 0.000027 和 0.016，而指数期货是 -0.00022 和 0.029，股票市场显然是低风险和正收益，而股指期货市场恰恰相反，是高风险和负收益，这可以说明，股指期货市场具有对冲股票市场的性质。同时，本文使用沪深 300 指数计算月累积收益，并估计惯性效应过程。计算月累积收益的方法与惯性效应过程的定义相

吻合，使用了标准的欧拉离散化分解： $y_t \approx \sum_{i=1}^t e^{-i} ((S_{t-i+1} - S_{t-i})/S_{t-i})$ 。本文所设定的惯性效应过程公式 (2) 经离散化后变成一阶自回归过程。考虑到投资者也会参考 2010 年 4 月以前的月累积收益，及为了保证回归样本有充分的长度，本文把样本点拓展到 2010 年 4 月以前的月份，选择的数据样本从 2006 年 10 月到 2011 年 3 月，共 55 个样本点。这样选择的优点是允许股票市场设定成无卖空限制的情形，分析跨期对冲投资策略才有可行性。惯性效应过程系数，即一阶自回归过程，可以用 GLS 估计出来。

显然，表 1 中各参数具有一定的统计显著性， $\phi=0.581$ 表明了惯性运动趋势较强。接着，假定一个以 5 年为投资周期的投资者，初始值 y_0 设为惯性效应变量的样本均值 $\bar{y}=0.0129$ ，并结合表 1 的参数代入到公式 (19) 中计算 $\epsilon_N(\theta)$ 。⁹ 然后，选择与 γ 值相对应的 θ 值，并分析多大的 θ 值才能保证投资者的犯错概率大于 10%。从表 2 中发现，给定 γ ，当 θ 的值上升时，犯错概率虽然出现明显的下降，但最终的值都远大于 10%。正如 Anderson *et al.* (2003) 所说的， θ 的值取决于特定的经济背景。在惯性效应环境下并以 γ 的值为依据，本文可以在相对大的范围内取 θ 值来保证稳健性偏好的存在，并结合 γ 来讨论其对投资策略的影响。

表 1

	μ	ϕ	σ	R^2
参数值	0.0156	0.581	0.044	0.092
(p 值)	(0.092)	(0.015)		

为了考察稳健性偏好是否影响到投资策略，依据表 2 分别设定 $\theta=0$ 和 $\theta=\gamma$ 两种情况，前者是期望效用下的投资策略（如 Rodriguez and Sbuelz, 2006），而后者就是加入了合理的稳健性偏好后的投资策略。表 3 描述了一个以 5 年为投资周期的投资者基于初始值 $y_0 = \bar{y}=0.0129$ 的投资策略，并比较了无稳健性偏好和有稳健性偏好的投资策略及其各组成部分。

⁹ 根据程序调试结果，在惯性效应环境中，不同投资周期对犯错概率的影响很小，本文选择 5 年期。

表 2 基于 θ 值的犯错概率

$\gamma \backslash \theta$	1	2	3	4	5	6	10
1	0.486	0.443	0.400	0.368	0.345	0.329	0.298
2	0.498	0.488	0.472	0.451	0.430	0.410	0.353
3	0.499	0.496	0.489	0.479	0.467	0.453	0.401
4	0.499	0.498	0.495	0.490	0.482	0.474	0.434
5	0.500	0.499	0.497	0.494	0.490	0.484	0.455
6	0.500	0.499	0.498	0.496	0.493	0.490	0.468
10	0.500	0.500	0.499	0.499	0.498	0.497	0.490

表 3 有无稳健性偏好的最优投资策略比较

$\gamma, (\theta=0)$	π	π_m	π_a	π_{ch}	π_{uh}	$(\pi_{ch} + \pi_{uh}) / (\pi_m + \pi_a)$
1	4.6227	5.4258	-0.8031	0.0000	0.0000	0.0000
2	1.8690	2.7129	-0.4016	0.0468	-0.4891	-0.1914
3	1.1809	1.8086	-0.2677	0.0397	-0.3997	-0.2336
4	0.8637	1.3564	-0.2008	0.0327	-0.3246	-0.2526
5	0.6810	1.0852	-0.1606	0.0275	-0.2711	-0.2634
7	0.4786	0.7751	-0.1147	0.0207	-0.2025	-0.2753
10	0.3310	0.5426	-0.0803	0.0151	-0.1463	-0.2839
$\gamma, (\theta=\gamma)$	π	π_m	π_a	π_{ch}	π_{uh}	$(\pi_{ch} + \pi_{uh}) / (\pi_m + \pi_a)$
1	1.8690	2.7129	-0.4016	0.0468	-0.4891	-0.1914
2	0.5621	0.9043	-0.1339	0.0237	-0.2320	-0.2704
3	0.2746	0.4521	-0.0669	0.0127	-0.1233	-0.2871
4	0.1633	0.2713	-0.0402	0.0078	-0.0757	-0.2935
5	0.1084	0.1809	-0.0268	0.0053	-0.0510	-0.2967
7	0.0578	0.0969	-0.0143	0.0029	-0.0276	-0.2996
10	0.0294	0.0493	-0.0073	0.0015	-0.0141	-0.3012

一方面，表 3 的上半部分是投资者没有稳健性偏好的情况。惯性效应初始值的设定导致惯性状态变量初始值 $x_0 = y_0 - 0.0156$ 是负值，从而惯性投资策略是负的，即卖出输者组合，而风险规避程度大的投资者认为惯性投资策略的负向收益可能无法达到预期，所以卖出的幅度较小。同时，鉴于风险资产的惯性效应未来有继续下行的风险，从而对冲投资策略也是负的，即投资者愿意继续卖出风险资产来防范未来风险，提高了对冲投资策略占短视投资策略的绝对值比重。这种趋势会随着 γ 的增大而愈加明显，其含义是，投资者的风险规避程度越大，越希望平滑各期的财富，从而增加对冲交易的比重。另一方面，表 3 下半部分显示，在惯性投资策略上，稳健性投资者会权衡惯性效应过程及反转效应过程，其不仅会执行惯性投资策略，也会部分采取反转投资策略，即买入一些输者组合，从而使惯性投资幅度变小。同时，稳健性投资者会考虑到未来更多的不确定性，特别是风险资产收益下行的趋势可能更加剧烈，即更愿意提高对冲投资策略占短视投资策略的绝对值比重，即使在 对数效用的情况下，对冲投资策略也不再是 0。以上的分析与第二部分中

的理论分析相吻合。另外，加入稳健性偏好后，当风险规避系数等于 2 时，风险资产的总投资占总财富的比例进入到接近 0.6 的范围，这一点不管从理论上还是从现实直觉上都是较合理的。

表 3 的结果是固定了投资周期和惯性效应初始值的情况下产生，但是现实市场中的投资者会对市场上不同表现的投资组合有不同的反应，也会依据不同的投资周期执行差异化的投资策略。因此，以表 3 的分析结果为基准，本文在图 1 至图 3 中考察了初始状态变化对投资策略的影响，而图 4 至图 5 反映了投资周期变化对投资策略的影响。

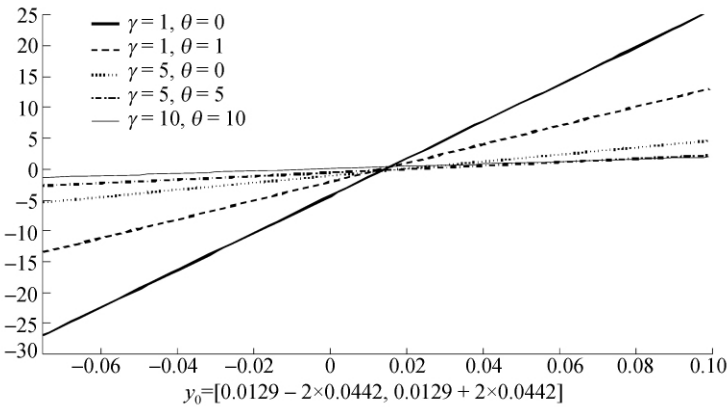


图 1 不同惯性效应初始值 y_0 下的惯性投资策略

图 1 至图 3 横轴表示的是惯性效应变量的初始值偏离于惯性样本均值 2 个标准差的范围。从图 1 中不难理解第二部分对惯性投资策略的解释。当惯性效应初始值超过风险资产的长期期望收益时，意味着这是一个赢者组合，投资者会提高风险资产的持有比重，当惯性效应初始值低于长期期望收益时，投资者则会卖出风险资产。图 1 中最接近横轴的两条线所表示的投资策略比其他三条线小很多，这说明，当投资者风险规避系数大时，投资者制定投资策略时会持谨慎的态度，同样，稳健性偏好引起的投资者两难抉择更会引起了反应不足，这类似于执行了反转投资策略后的效果。从另一侧面，也表明风险规避系数低和无稳健性偏好的投资者更有可能大幅度地执行惯性投资策略。当惯性效应初始值低于风险资产的长期期望收益时，意味着这是一个输者组合，结果亦然。

图 2 展示了不同惯性效应初始值下，对冲投资策略占短视投资策略的比重变化趋势。正如在本文第二部分中描述，对冲投资策略和惯性状态变量初始值的关系共有三个阶段：当惯性状态变量初始值是正时，投资者为了防止未来出现反转而下跌，会卖空风险资产；类似于表 3 的分析，当惯性状态变量初始值还未达到足够小的负值时，投资者会认为还有下跌空间，会卖空

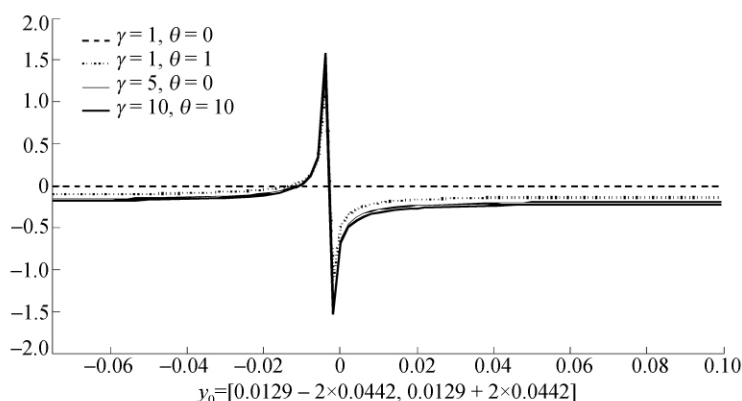


图 2 不同惯性效应初始值 y_0 下对冲投资策略占短视投资策略的比重

注: $\gamma=5, \theta=5$ 的曲线与 $\gamma=10, \theta=10$ 的曲线几乎重合, 所以没有反映在图中。

更多的风险资产; 当惯性状态变量初始值是足够小的负数时, 投资者会逐步持有风险资产。从图 2 中五条线的比较来看, 当风险规避和稳健性偏好变大时, 以上三个阶段的幅度会更大一些, 这是因为风险规避程度大和具有稳健性偏好的投资者更加想规避跨期的财富波动, 而表现出反应过度。

图 3 的纵轴是风险资产的投资策略。显然, 从图中可以发现, 如果固定了投资周期, 惯性初始值与风险资产的投资策略成正相关。这是因为, 从总体影响的大小来分析, 图 1 中的惯性投资策略和短视固定投资策略仍然占优于图 2 中的对冲投资策略, 从而使投资策略与惯性投资策略的走势类似。稳健性偏好不但会影响投资策略的水平, 还会影响其斜率。5 个风险规避系数及稳健性偏好系数组合都交叉于横坐标中的一点, 在这一点上, 投资策略从负的转变为了正的。在负向的惯性下, 投资策略是净卖出风险资产, 而在正向的惯性下, 投资策略是净买入风险资产。对于风险规避系数及稳健性偏好系数大的投资者, 其在风险资产上投资占其财富的比重较小。

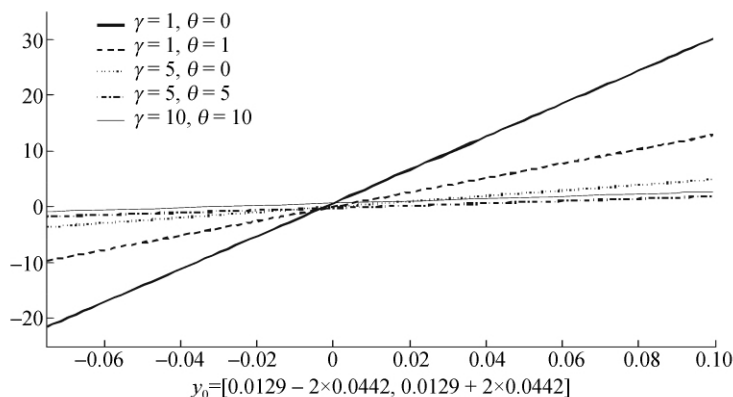


图 3 不同惯性效应初始值 y_0 下的投资策略选择

图 4 显示，在 1—250 个月的投资周期下，对冲投资策略占短视投资策略的比重出现明显的递减过程。在 1—160 个月内，这个变化尤为显著，并呈现凹形下降趋势。在前面 1—50 个月的周期内，对冲投资策略比重的绝对值增长的速率最大，而后逐渐平缓，说明投资周期较短的投资者对冲投资需求越迫切。由于设定的惯性效应初始值为惯性样本均值 0.0129，其减去长期均值 0.0156 后，还未达到足够小的负值，投资者担心风险资产有继续下行的可能，所以会出售风险资产。在风险规避系数和稳健性偏好很强的情况下，这种卖出行为尤为明显，因为这类投资者更害怕来自惯性效应过程所引起的未来不确定。同时，图 4 中的五条曲线的走势还说明了，投资行为的差别随着投资周期的延长而拉大。另外，从单一曲线的弯曲度来说，一个长周期投资者的对冲投资策略并不会比 100 个月投资周期的投资者大多少，惯性效应只有中短期影响。

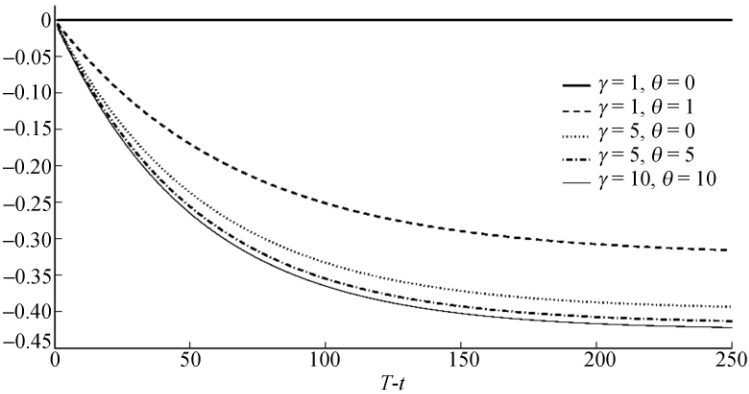


图 4 投资周期变化下的对冲投资策略比较

由于投资周期变动只会对对冲投资策略和总的投资需求产生影响，而短视投资策略是固定的并占优于对冲投资策略，所以图 5 的投资策略虽然跟随了图 4 的形状走势，但弯曲度并不那么明显。如图 5 所示，当惯性初始值被固定为样本均值，并且投资周期从 1—250 个月变化时，具有对数效用的代表性投资者的投资策略是相对固定的。在控制了风险规避和稳健性偏好后，投资者对风险资产的需求的绝对值随着投资周期的拉长而增加，即卖出更多的风险资产以对冲风险，从而使投资策略出现缓慢下降，这一点明显地体现在 1—100 个月投资周期的投资者上。但是，对于投资周期大于 100 个月的投资者，持有风险资产占财富的比重并没有很明显的差异。对于风险规避和稳健性偏好很强的投资者（虚线表示），其风险资产的持有比例保持在 0 和 1 的合理区间内，并且，相对于其他三种情况，其持有的比重最小。

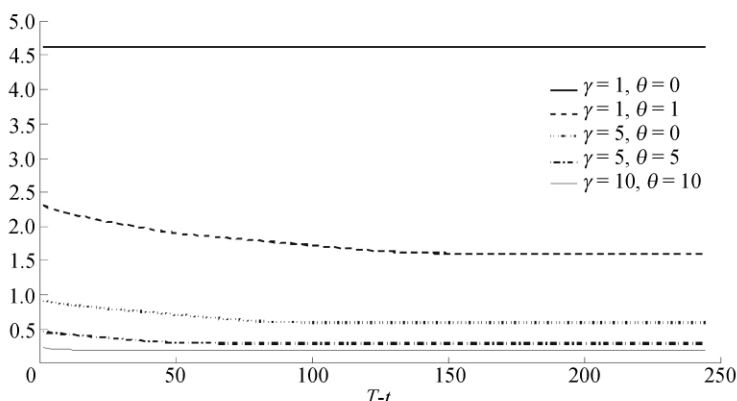


图 5 投资周期变化下的投资策略比较

从上面的校准结果来看,在不同的惯性效应下,投资者会依据投资组合的表现来执行惯性投资策略,对赢者组合增加持有,对输者组合减少持有。风险规避系数大的投资者持有或减持的幅度较小,稳健性投资者对赢者和输者组合更是反应不足,这类似于部分执行了反转投资策略,进而对惯性投资策略产生了抵偿效应。同时,投资者也会依据惯性效应进行对冲交易,风险规避系数大的投资者会有相对迫切的对冲投资策略,稳健性投资者更会出现反应过度的情况。另一方面,惯性效应环境下的投资行为主要体现在具有中短期投资周期的投资者身上,投资周期越短的投资者执行对冲投资策略越迫切。其中,风险规避系数大和存在稳健性偏好的投资者所要求的对冲投资策略比例更大。长期投资者的投资行为与中期投资者差别很小。本文还发现:风险规避系数大和存在稳健性偏好的投资者能够把投资策略控制在较合理的区间内。这些结果不仅符合直觉,而且与理论分析也是对应的。

五、结 论

股市的惯性效应是金融学 and 业界研究的一个重要问题,特别是对分析不同市场初始环境下,中短期投资者的投资策略是很有指导意义的。本文考虑到中国股市最近一年来存在卖空机制的特征,从投资者的稳健性偏好出发,应用中国股市沪深 300 指数形成的惯性效应过程,研究中国投资者的投资策略。

本文的基本结论是,在惯性效应环境下,一般投资者会贯彻惯性投资策略,即卖出输者组合和买进赢者组合。稳健性投资者会对惯性投资策略反应不足,尽管这时惯性投资策略仍占绝对上风,但稳健性偏好还是产生了部分类似于反转投资策略的效果,这从某种程度上解释了先前文献所发现的中国股市在中短期内存在惯性效应夹杂着反转效应的情况。同时,一般投资者也

会利用惯性效应过程执行对冲投资策略：当惯性效应是正向或者未达到足够小的负值时，投资者会卖出风险资产，当惯性效应是足够小的负值并达到低谷时，投资者就会买入风险资产。针对以上两种情况，稳健性投资者会对对冲投资策略反应过度，并且会因为投资周期的拉长，与一般投资者的对冲投资策略差距拉大。另外，本文还发现：长期投资者的投资行为与中期投资者差别很小；风险规避系数大和稳健性偏好很强的投资者能够把投资策略控制在较合理的区间内。

在市场存在卖空机制时，本文对投资策略的研究无论是对投资者还是对金融制度设计者都有前瞻性意义。一方面，投资者可以依据卖空特性，充分利用惯性效应趋势进行跨期对冲和套利，这样比没有参与对冲交易的情况下更加利于合理配置资产和防范风险。另一方面，稳健性投资者更害怕未来的不确定，从而使对冲投资策略存在反应过度的现象。所以，金融制度设计者面对金融市场的发展趋势，应该设计更优的卖空机制及股指期货产品，增强其对现货市场价格的引导作用，减少对冲交易的过度反应，使市场走势更加的平稳。

附录 1

定义状态向量是 $Y_t = (W_t, x_t)^T$ ，根据正文中公式 (4) 和公式 (5)，可以定义

$$\Lambda(Y_t) = \begin{bmatrix} \pi_t W_t \sigma & 0 \\ \sigma & 0 \end{bmatrix}, \quad \Sigma = \Lambda(Y_t) \Lambda(Y_t)^T = \begin{bmatrix} (\pi_t W_t \sigma)^2 & \pi_t W_t \sigma^2 \\ \pi_t W_t \sigma^2 & \sigma^2 \end{bmatrix}.$$

因为

$$\begin{aligned} D^{(\pi)} J &= J_t + W_t [\pi_t (\mu + \phi x_t - r) + r] J_W - [(1 - \phi) x_t] J_x + \frac{(W_t \pi_t \sigma)^2 \sigma^2}{2} J_{WW} \\ &\quad + \pi_t W_t \sigma^2 J_{Wx} + \frac{\sigma^2}{2} J_{xx}, \end{aligned}$$

所以，使用考虑了稳健性偏好后的 HJB 可以得到偏微分方程：

$$\begin{aligned} 0 &= J_t + W_t [\pi_t (\mu + \phi x_t - r) + r] J_W - [(1 - \phi) x_t] J_x + \frac{(W_t \pi_t \sigma)^2}{2} J_{WW} \\ &\quad + \pi_t W_t \sigma^2 J_{Wx} + \frac{\sigma^2}{2} J_{xx} - \frac{\eta}{2} [(W_t \pi_t \sigma)^2 J_W^2 + 2 \pi_t W_t \sigma^2 J_W J_x + \sigma^2 J_x^2]. \end{aligned}$$

给定猜测公式 (12) 和 $\eta = \frac{\theta}{(1-\gamma)J} > 0$ ，可得

$$\begin{aligned} 0 &= -\gamma \left(\dot{A}_1(\tau) \frac{x_t^2}{2} + \dot{A}_2(\tau) x_t + \dot{A}_3(\tau) \right) + (1 - \gamma) \pi_t (\mu + \phi x_t - r) \\ &\quad + (1 - \gamma) r - (1 - \phi) \gamma x_t \frac{I_x}{I} - \gamma (1 - \gamma) \frac{\sigma^2}{2} \pi_t^2 + \frac{\sigma^2}{2} \gamma^2 \left(\frac{I_x}{I} \right)^2 + \frac{\sigma^2}{2} A_1(\tau) \\ &\quad + \gamma (1 - \gamma) \pi_t \sigma^2 \frac{I_x}{I} - \frac{\theta}{2} (1 - \gamma) \pi_t^2 \sigma^2 - \theta \gamma \pi_t \sigma^2 \frac{I_x}{I} - \frac{\theta}{2(1-\gamma)} \sigma^2 \gamma^2 \left(\frac{I_x}{I} \right)^2, \end{aligned}$$

其中 $\frac{I_t}{I} = A_1(\tau)x_t + A_2(\tau)$ 。把 π_t 的解析式 (13) 代入得

$$\begin{aligned} 0 = & -\gamma \left(\dot{A}_1(\tau) \frac{x_t^2}{2} + \dot{A}_2(\tau)x_t + \dot{A}_3(\tau) \right) + \frac{(1-\gamma)(\mu-r+\phi x_t)^2}{2\sigma^2(\gamma+\theta)} + (1-\gamma)r \\ & - (1-\phi)\gamma A_2(\tau)x_t + \frac{\gamma(1-\gamma-\theta)}{\gamma+\theta}(\mu-r+\phi x_t)(A_1(\tau)x_t + A_2(\tau)) \\ & - (1-\phi)\gamma A_1(\tau)x_t^2 + \frac{\sigma^2}{2}A_1(\tau)\gamma + \frac{(1-\gamma-\theta)\gamma^2\sigma^2}{2(1-\gamma)(\gamma+\theta)}(A_1(\tau)x_t + A_2(\tau))^2. \end{aligned}$$

分别取出 x_t^2 , x_t 和常数项的系数, 可以得到一个一阶常微分方程组:

$$\begin{aligned} \dot{A}_1(\tau) &= cA_1(\tau)^2 + bA_1(\tau) + a, \\ \dot{A}_2(\tau) &= cA_1(\tau)A_2(\tau) + \frac{b}{2}A_2(\tau) + fA_1(\tau) + af \frac{1}{\phi} \frac{\gamma+\theta}{1-\gamma-\theta}, \\ \dot{A}_3(\tau) &= \frac{c}{2}A_2(\tau)^2 + \frac{c}{2}A_1(\tau) + fA_2(\tau) + \frac{1-\gamma}{\gamma} + \frac{1}{2}af^2 \left(\frac{1}{\phi} \frac{\gamma+\theta}{1-\gamma-\theta} \right)^2, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} a &= \frac{1-\gamma}{\gamma(\gamma+\theta)} \left(\frac{\phi}{\sigma} \right)^2, \quad b = 2 \left[-(1-\phi) + \frac{(1-\gamma-\theta)\phi}{\gamma+\theta} \right], \\ c &= \frac{\gamma(1-\gamma-\theta)}{(1-\gamma)(\gamma+\theta)}\sigma^2, \quad f = \frac{(1-\gamma-\theta)}{\gamma+\theta}(\mu-r). \end{aligned}$$

当 $\gamma > 1$, 由于 $a < 0$, 则 $q = b^2 - 4ac$ 总是大于 0, 定义 $\lambda = q^{\frac{1}{2}}$, 则根据 Kim and Omberg (1996) 得到

$$A_1(\tau) = \frac{2a(1 - \exp(-\lambda\tau))}{2\lambda - (b + \lambda)(1 - \exp(-\lambda\tau))}.$$

同时, 假定 $A_2(\tau) = \frac{a_0 + a_1 \exp(-\lambda\tau/2) + a_2 \exp(-\lambda\tau)}{\lambda[2\lambda - (b + \lambda)(1 - \exp(-\lambda\tau))]}$, 代入到上面常微分方程中, 对应等式两边的系数得到:

$$\begin{aligned} a_1 &= -8af \frac{1-\phi}{\phi} \frac{\gamma+\theta}{1-\gamma-\theta}, \\ a_0 &= 4af \frac{1-\phi}{\phi} \frac{\gamma+\theta}{1-\gamma-\theta} + 2af \frac{1}{\phi} \frac{\gamma+\theta}{1-\gamma-\theta}\eta, \\ a_2 &= 4af \frac{1-\phi}{\phi} \frac{\gamma+\theta}{1-\gamma-\theta} - 2af \frac{1}{\phi} \frac{\gamma+\theta}{1-\gamma-\theta}\eta, \end{aligned}$$

从而

$$A_2(\tau) = A_1(\tau) \left[\frac{1}{1-\phi} + \frac{2}{\lambda} \frac{\left(1 - \exp\left(-\frac{\lambda\tau}{2}\right) \right)^2}{(1 - \exp(-\lambda\tau))} \right] f \frac{\gamma+\theta}{1-\gamma-\theta} \frac{\phi}{1-\phi}.$$

由于最优投资策略中没有包含有第三个时变系数 $A_3(\tau)$, 所以不用推导其值。

附录 2

根据第一步的解最小化问题, 可以得到

$$u^* = -\eta \partial J = -\theta \begin{bmatrix} W_t^{-1} \\ \frac{\gamma}{1-\gamma}(A_1(\tau)x_t + A_2(\tau)) \end{bmatrix}.$$

要导出 $\Xi_{1,t}$ 的过程得求出

$$\begin{aligned} g &= \Lambda(Y_t)^T u(Y_t) = -\theta \begin{bmatrix} \pi_t W_t \sigma & \sigma \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_t^{-1} \\ \frac{\gamma}{1-\gamma}(A_1(\tau)x_t + A_2(\tau)) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\theta \left[\left(\frac{\mu-r}{\sigma^2(\gamma+\theta)} + \frac{A_2(\tau)\gamma}{(1-\gamma)(\gamma+\theta)} \right) + \left(\frac{\phi}{\sigma^2(\gamma+\theta)} + \frac{A_1(\tau)\gamma}{(1-\gamma)(\gamma+\theta)} \right) x_t \right] \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

猜测

$$\begin{aligned} \Phi_P(\omega, t, N) &= \Xi_{1,N}^{\omega} \exp \left[D(t) + E(t)x_t + \frac{x_t^2}{2} F(t) \right], \\ \Phi_N(\omega, t, N) &= \Xi_{1,N}^{\omega+1} \exp \left[G(t) + H(t)x_t + \frac{x_t^2}{2} L(t) \right], \end{aligned}$$

其中, 通过解两个常微分方程系统得到 $D(t), E(t), F(t)$ 和 $G(t), H(t), L(t)$, 边界条件是 $D(N)=E(N)=F(N)=0$ 和 $G(N)=H(N)=L(N)=0$ 。

证明:

由于 $\Phi_P(\omega, t, N)$ 和 $\Phi_N(\omega, t, N)$ 是两个条件期望, 根据上面的猜测解, 使用 Feynman-Kac 定理来定义偏微分方程, 并求解。先从 $\Phi_P(\omega, t, N)$ 开始, $\Phi_N(\omega, t, N)$ 只是把 $\Xi_{1,N}^{\omega}$ 替换为 $\Xi_{1,N}^{\omega+1}$ 然后参照类似的步骤。

根据 Feynman-Kac 定理, 可得

$$\begin{aligned} 0 &= D_{\Phi_P(\omega, t, N)} \\ &= \frac{\partial \Phi_P(\omega, t, N)}{\partial t} + \frac{\Xi_{1,t}^{\omega}}{2} \frac{\partial^2 \Phi_P(\omega, t, N)}{\partial \Xi_{1,t}^2} g^T g - \Xi_{1,t} \frac{\partial^2 \Phi_P(\omega, t, N)}{\partial \Xi_{1,t} \partial x_t} g^T \hat{\sigma} \\ &\quad + \frac{\partial \Phi_P(\omega, t, N)}{\partial x_t} [- (1-\phi)x_t] + \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 \Phi_P(\omega, t, N)}{\partial x_t^2}, \end{aligned}$$

其中 $\hat{\sigma} = [\sigma, 0]^T$, $\Phi_P(\omega, N, N) = \Xi_{1,N}^{\omega}$ 。

给定 $g^T g = \theta^2 \sigma^2 \left[\left(\frac{\mu-r}{\sigma^2(\gamma+\theta)} + \frac{A_2(\tau)\gamma}{(1-\gamma)(\gamma+\theta)} \right) + \left(\frac{\phi}{\sigma^2(\gamma+\theta)} + \frac{A_1(\tau)\gamma}{(1-\gamma)(\gamma+\theta)} \right) x_t \right]^2$ 和 $g^T \hat{\sigma} = \theta \sigma^2 \left[\left(\frac{\mu-r}{\sigma^2(\gamma+\theta)} + \frac{A_2(\tau)\gamma}{(1-\gamma)(\gamma+\theta)} \right) + \left(\frac{\phi}{\sigma^2(\gamma+\theta)} + \frac{A_1(\tau)\gamma}{(1-\gamma)(\gamma+\theta)} \right) x_t \right]$, 化简偏微分方程并整理 x_t^2 , x_t 和常数项的系数方程, 并把 t 的函数转成 $v = N-t$ 表示的函数, 得到类似于附录 1 内的三个常微分方程

$$\begin{aligned} \dot{F}_r(v) &= dF_r^2(v) + eF_r(v) + h, \\ \dot{E}_r(v) &= dE_r(v)F_r(v) + \frac{e}{2}E_r(v) + lF_r(v) + k, \end{aligned}$$

$$\dot{D}_r(v) = \frac{d}{2}E_r^o(v) + \frac{d}{2}F_r(v) + lE_r(v) + m,$$

其中,

$$d = \sigma^2,$$

$$e = 2 \left[i\omega\theta\sigma^2 \left(\frac{\phi}{(\gamma+\theta)\sigma^2} + \frac{\gamma A_1(\tau)}{(1-\gamma)(\gamma+\theta)} \right) - (1-\phi) \right],$$

$$h = i\omega(i\omega-1)\theta^2\sigma^2 \left(\frac{\phi}{(\gamma+\theta)\sigma^2} + \frac{\gamma A_1(\tau)}{(1-\gamma)(\gamma+\theta)} \right)^2,$$

$$k = i\omega(i\omega-1)\theta^2\sigma^2 \left(\frac{\phi}{(\gamma+\theta)\sigma^2} + \frac{\gamma A_1(\tau)}{(1-\gamma)(\gamma+\theta)} \right) \left(\frac{\mu-r}{(\gamma+\theta)\sigma^2} + \frac{\gamma A_2(\tau)}{(1-\gamma)(\gamma+\theta)} \right),$$

$$l = i\omega\theta\sigma^2 \left(\frac{\mu-r}{(\gamma+\theta)\sigma^2} + \frac{\gamma A_2(\tau)}{(1-\gamma)(\gamma+\theta)} \right),$$

$$m = \frac{1}{2}i\omega(i\omega-1)\theta^2\sigma^2 \left(\frac{\mu-r}{(\gamma+\theta)\sigma^2} + \frac{\gamma A_2(\tau)}{(1-\gamma)(\gamma+\theta)} \right)^2.$$

类似于附录 1, 解微分方程组可以得到解析解

$$F(t) = F_r(v) = \frac{2h(1 - \exp(-\bar{\lambda}(N-t)))}{2\bar{\lambda} - (\bar{\lambda} + e)(1 - \exp(-\bar{\lambda}(N-t)))},$$

$$E(t) = E_r(v) = \frac{b_0 + b_1 \exp\left(-\frac{\bar{\lambda}}{2}(N-t)\right) + b_2 \exp(-\bar{\lambda}(N-t))}{[2\bar{\lambda} - (\bar{\lambda} + e)(1 - \exp(-\bar{\lambda}(N-t)))]\bar{\lambda}},$$

$$D(t) = D_r(v) = \int_0^v \left[\frac{d}{2}E_r^o(s) + \frac{d}{2}F_r(s) + lE_r(s) + m \right] ds,$$

其中, $\bar{\lambda} = \sqrt{e^2 - 4dh}$, $b_0 = 4hl + 2k(\bar{\lambda} - e)$, $b_1 = -4(2hl - ke)$, $b_2 = 4hl - 2k(\bar{\lambda} + e)$ 。

同样, 当用 $i\omega+1$ 替代 $i\omega$, 我们以得到 $G(t)$, $H(t)$ 和 $L(t)$ 的解析解。

参 考 文 献

- [1] Anderson, E., L. Hansen, and T. Sargent, "Robustness, Detection and the Price of Risk", *Manuscript*, Stanford, 2000.
- [2] Anderson, E., L. Hansen, and T. Sargent, "A Quartet of Semigroups for Model Specification, Robustness, Price of Risk, and Model Detection", *Journal of the European Economic Association*, 2003, 1(1), 68—123.
- [3] Barberis, N., and M. Huang., "Mental Accounting, Loss Aversion and Individual Stock Returns", *Journal of Finance*, 2001, 56(4), 1247—1292.
- [4] Campbell, J., "Understanding Momentum", Arrowstreet Capital, L. P., December Letter, 2004.
- [5] Daniel, K., D. Hirshleifer, and A. Subrahmanyam, "Investor Psychology and Security Market Under- and Over-Reactions", *Journal of Finance*, 1998, 53(6), 1839—1885.
- [6] Daniel, K., and S. Titman, "Market Reactions to Tangible and Intangible Information", *unpublished paper*, Northwestern University and University of Texas, 2004.
- [7] Griffin, J., J. Xiuqing, and J. Martin, "Momentum Investing and Business Cycle Risk: Evidence from Pole to Pole", *Journal of Finance*, 2003, 58(6), 2515—2547.
- [8] Hong, H., and J. Stein, "A Unified Theory of Underreaction, Momentum Trading, and Overreaction in Asset Markets", *Journal of Finance*, 1999, 54(6), 2143—2184.

- [9] Hansen, L., and T. Sargent, "Robust Control and Model Uncertainty", *The American Economic Review*, 2001, 91(2), 60—66.
- [10] Jegadeesh, N., and S. Titman, "Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency", *Journal of Finance*, 1993, 48(1), 65—91.
- [11] Jegadeesh, N., and S. Titman, "Profitability of Momentum Strategies: An Evaluation of Alternative Explanations", *Journal of Finance*, 2001, LVI(2), 699—720.
- [12] Rodriguez, J., and A. Sbuclz, "Understanding and Exploiting Momentum in Stock Returns", in Renneboog, L. (ed.), *Advances in Corporate Finance and Asset Pricing*, Elsevier Science, 2006, 485—504.
- [13] Kim, T., and E. Omberg, "Dynamic Non-Myopic Portfolio Behavior", *Review of Finance Study*, 1996, 9(1), 141—161.
- [14] 刘博、皮天雷, "惯性策略和反转策略: 来自中国沪深 A 股市场的新证据", 《金融研究》, 2007 年第 8 期, 第 154—166 页。
- [15] Lo, A., and A. MacKinlay, "Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test", *Review of Financial Studies*, 1998, 1(1), 41—66.
- [16] 鲁臻、邹恒甫, "中国股市的惯性与反转效应研究", 《经济研究》, 2007 年第 9 期, 第 145—155 页。
- [17] Maenhout, P., "Robust Portfolio Rules and Detection-Error Probability for A Mean-reverting Risk Premium", *Journal of Economic Theory*, 2006, 128(1), 136—163.
- [18] Rouwenhorst, K., "International Momentum Strategies", *Journal of Finance*, 1998, 53(1), 267—284.
- [19] Kojen, R., J. Rodriguez, and A. Sbuclz, "Momentum and Mean Reversion in Strategic Asset Allocation", *Management Science*, 2009, 55(7), 1199—1213.
- [20] 王永宏、赵学军, "中国股市'惯性策略'和'反转策略'的实证分析", 《经济研究》, 2001 年第 6 期, 第 56—89 页。
- [21] 吴世农、吴超鹏, "盈余信息度量、市场反应与投资者框架依赖偏差分析", 《经济研究》, 2005 年第 2 期, 第 54—62 页。
- [22] 徐中信、郑纯毅, "中国股票市场动量效应成因分析", 《经济科学》, 2006 年第 1 期, 第 85—99 页。
- [23] 张人骥、朱平芳、王怀芳, "上海证券交易所过度反应的实证检验", 《经济研究》, 1998 年第 5 期, 第 13—26 页。
- [24] 周琳杰, "中国股票市场动量策略赢利性研究", 《世界经济》, 2002 年第 8 期, 第 60—64 页。
- [25] 朱战宇、吴冲锋, "考虑卖空限制的动量效应和反向效应模型", 《系统工程理论与实践》, 2005 年第 1 期, 第 1—11 页。

Robustness, Momentum and Investment Strategies on Chinese Stock Market

SHAORYU LI

(Southwestern University of Finance and Economics)

Abstract This paper combines the model of Rodriguez and Sbuclz (2006) with robustness to investigate momentum strategies and hedge strategies in Chinese stock market. Investors with robustness react pessimistic to the momentum strategies and partly carry out contrarian strategies simultaneously. This conforms to former empirical researches, which found

the combination between momentum strategies and contrarian strategies in the short-medium investment planning; Investors with robustness overreact on the inter-temporal hedging strategies. The difference between robust and ordinary investors on hedge strategies enlarges as investment horizon prolonged; Investors with high risk averse and robustness can control their investment on a reasonable interval.

JEL Classification G11, G12, G14