# 熵权评价法

熵权评价法这一块内容主要可以从三部分讲解：第一，综合评价方法；第二，熵权系数法；第三，基于熵权系数法的综合评价。

**1.首先先说说综合评价方法的相关内容：**

综合评价是指利用数学方法（包括数理统计方法）对一个复杂系统的多个指标信息进行加工和提炼，以求得其优劣等级的一种评价方法。

目前常用的综合评价方法由：层次分析加权法、相对差距和法、主成分分析法、RSR值综合评价法、人工神经网络、模糊综合评价法、灰色综合评价法、综合指数法、功效函数法、密切值法等。

**2.接下来说说权重系数的选择：**

权重系数是指在一个领域中，对目标值起权衡作用的数值。

权重系数可分为主观权重系数和客观权重系数。主观权重系数是指人们对分析对象的各个因素，按其重要程度，依照经验，主观确定的系数，例如有德尔菲法、专家评分法等，这种方法缺点就是客观性较差。客观权重系数是指经过对实际发生的资料进行整理、计算和分析，从而得出的权重系数，例如有熵权系数法、标准离差法。

这里重点说一下**熵权系数法**：

信息论中的熵值理论反映了信息的无序化程度，可用来评定信息量的大小，某项指标携带的信息越多，其对决策的作用越大。熵值越小，熵权越大，则系统无序度越小。因此，可用信息熵理论评价指标值构成的判断矩阵来确定各评价指标权重。

熵既是系统无序程度的一个度量；熵也指的是体系混乱的程度，它在控制论、概率论、数论、天体物理、生命科学、经济领域等有重要应用，在不同的学科中也有引申出的更为具体的定义，是各领域十分重要的参量。

熵由鲁道夫.克劳修斯提出的，并应用在热力学中。后来香农第一次将熵的概念引入到信息论中来，之后发展在各个领域。

当系统处于几种不同的状态，每种状态出现的概率为Pi，若（i=1,2,…,n）时，该系统的熵定义为： 。

熵的性质：

1. 可加性：熵具有概率性质，从而系统的熵等于其各个状态熵之和。
2. 非负性：因为状态概率Pi属于[0，1]，根据熵的计算公式可得系统的熵总是非负的。
3. 极指性：当系统状态为等概率，即 （i=1,2,…,n）时，其熵最大。
4. 对称性：系统的熵与其状态出现概率的排列次序无关。
5. 加法性：相互独立的系统构成的复合系统熵（联合熵）等于独立系统熵（边际熵）之和。
6. 强加性：系统A、B统计相关，E(A/B)是系统B已知时，系统A的熵，有：E(AB)= E(B)+ E(A/B)，E(AB)= E(A)+ E(B/A)。

**3. 最后来详细说一下基于熵权系数法的综合评价：**

这里假定选定了m个评价对象（样本）的n个评价指标，接下来采取基于熵权系数法的综合评价。

1. 对原始数据进行同向化、标准化处理。在对数据进行分析前，我们需要对原始指标的数据进行标准化处理，即量纲统一化，以便各个指标在同一个指标体系中进行对比与分析。而且指标属性分为两类：（1）正向指标，即指标数值越高越好；（2）负向指标，即指标数值越低越好。所以在进行量纲统一化处理之前，需要把负向指标转换成正向指标，通常做法是取原数值的倒数。

目前，一般都采用标准差标准化方法对数据进行量纲统一化： ，式中，是评价对象i的指标j的原始数值，是j指标的均值，，是j指标的标准差，，m是样本的个数（即评价对象的个数）。

1. 这里把第一步处理过的数据，构成评价指标值矩阵。
2. 计算，（i=1,2.....m； j=1,2…..n）
3. 之后根据熵定义，计算第j个评价指标的熵值，（i=1,2.....m； j=1,2…..n）其中 ，为了使 有意义，此处假定当，则 。
4. 从而，由熵值确定第j个评价指标的熵权（评价权值），其中，。

由上面的熵权，根据指数模型：，可以计算综合得

分值。排序，这样就可以得到其优劣等级。

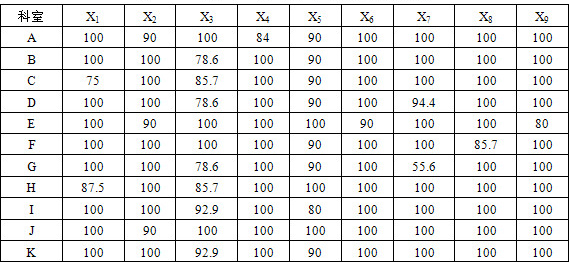
**优缺点**：

1.优点：熵权评价法的计算结果更为客观，符合实际。利用熵权系数法建立的模型充分考虑实际操作的可行性，建立的优选预测模型科学实用，它避免了个人主观意识的误差。

2.缺点：这类方法研究较晚，相比成熟的主观权重系数方法，不是很完善，而且在计算方法大多比较繁琐，不利于推广应用。

**实例应用：**

某医院为了提高自身的护理水平，对拥有的11个科室进行了考核，考核指标共有9项，为了对护理水平较好的科室进行奖励，下面对各个科室进行评价。下表是各个科室指标的取值。

[](http://photo.blog.sina.com.cn/showpic.html#blogid=710e9b550101aqnv&url=http://album.sina.com.cn/pic/710e9b55tx6DmqUwEWaf6)

       但是由于各个指标的重要程度不同，因此需要对9项护理进行赋权，以便能够更加合理的对各个科室的护理水平进行评价。

**2.** **熵权法进行赋权**

**1）数据标准化**

       根据原始评分表，对数据进行标准化后可以得到下列数据标准化表

**表2  11个科室9项评价指标得分表标准化表**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 科室 | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 |
| A | 1.00 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 0.50 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| B | 1.00 | 1.00 | 0.00 | 1.00 | 0.50 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| C | 0.00 | 1.00 | 0.33 | 1.00 | 0.50 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| D | 1.00 | 1.00 | 0.00 | 1.00 | 0.50 | 1.00 | 0.87 | 1.00 | 1.00 |
| E | 1.00 | 0.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.00 | 1.00 | 1.00 | 0.00 |
| F | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.50 | 1.00 | 1.00 | 0.00 | 1.00 |
| G | 1.00 | 1.00 | 0.00 | 1.00 | 0.50 | 1.00 | 0.00 | 1.00 | 1.00 |
| H | 0.50 | 1.00 | 0.33 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| I | 1.00 | 1.00 | 0.67 | 1.00 | 0.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| J | 1.00 | 0.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| K | 1.00 | 1.00 | 0.67 | 1.00 | 0.50 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |

**2）求各指标的信息熵**

       根据信息熵的计算公式[指标权重确定方法之熵权法](http://photo.blog.sina.com.cn/showpic.html#blogid=710e9b550101aqnv&url=http://album.sina.com.cn/pic/710e9b55tx6DmqHSuXUba) ，可以计算出9项指标各自的信息熵如下：

**表3  9项指标信息熵表**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 |
| 信息熵 | 0.95 | 0.87 | 0.84 | 0.96 | 0.94 | 0.96 | 0.96 | 0.96 | 0.96 |

**3）计算各指标的权重**

       根据指标权重的计算公式[指标权重确定方法之熵权法](http://photo.blog.sina.com.cn/showpic.html#blogid=710e9b550101aqnv&url=http://album.sina.com.cn/pic/710e9b55tx6DmqF5t3r71)，可以得到各个指标的权重如下表所示：

**表4  9项指标权重表**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | W1 | W2 | W3 | W4 | W5 | W6 | W7 | W8 | W9 |
| 权重 | 0.08 | 0.22 | 0.27 | 0.07 | 0.11 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |

**3.** **对各个科室进行评分**

       根据计算出的指标权重，以及对11个科室9项护理水平的评分。设*Zl*为第*l*个科室的最终得分，则 [指标权重确定方法之熵权法](http://photo.blog.sina.com.cn/showpic.html#blogid=710e9b550101aqnv&url=http://album.sina.com.cn/pic/710e9b55tx6DmqGwS1Vaf)，各个科室最终得分如下表所示

**表5  11个科室最终得分表**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 科室 | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
| 得分 | 95.71 | 93.14 | 93.17 | 92.77 | 95.84 | 98.01 | 90.21 | 95.17 | 95.97 | 97.81 | 97.02 |

把11个科室最终得分排序，会发现F科室护理水平最好，G科室护理水平最差。

**问题：**熵权评价对于数据的依赖性表现在哪些方面 比如说什么样的数据得分会高 什么样的数据得分会低

**答：**就我自己得理解，从熵权法计算指标权重的定义分析，假如指标j中各个评价对象（样本）的值分布越分散，相应的第j个评价指标的熵权（评价权值）就越大，这表明第j个评价指标在评价中的作用越大。相反，如果指标j中各个评价对象（样本）的值分布相对集中，相应的第j个评价指标的熵权（评价权值）就越小，这表明第j个评价指标在评价中的作用越低。如果第j个评价指标中的值都相等，即该指标评价值绝对集中，相应的熵权值变为零，表明该指标对总体评价不起任何作用。因此，取值高度集中或绝对集中的指标的权重趋于零或等于零，这样可能会丢失对综合评价重要程度很高的信息，导致权重与实际事实相悖，最终影响到综合评价的结果。

这里举一个例子：综合评价一种产品的供应商，目的是帮助采购企业从中选取最优的供应商。这个评价的指标包括有质量，价格，售后服务，信誉等等。假如质量、价格的各供应商指标值高度集中或绝对集中，这时质量、价格指标的权重分别都趋于零，它们在供应商的选择过程中失去了作用，这是和实际状况相背离的结果。因为质量是采购企业最为关注的因素，价格指标也会影响到企业的成本，这两个指标在任何情况下都是一项极其重要的因素，所以说，这两者的权重趋于零是与事实相悖的。

这里提出一个可行的解决方法，上面的例子中质量和价格指标的值相对集中或绝对集中的原因一般是：供应商知道采购企业对供应商的最低要求，这些要求是刚性的，必须达到，因而构成企业采购环境的供应商都努力去实现这些要求。为了解决熵权法的这个不足，可以在综合评价中，把供应商的选择策略上分成供应商门槛和可比指标两类，即把极其重要而且指标值相对或绝对集中的指标纳入供应商门槛中，把指标值分散的指标纳入可比指标中。这样处理的好处是：一是通过设定供应商门槛减少供应商的数量，起到对供应商的过滤作用；二是把一些指标取值差异小但极其重要的指标纳入供应商门槛中，既保留了门槛中指标的重要性，增加了供应商后续评价选择过程中指标的可比性，又减少了后续过程中的指标数量，从而减少了数据冗余度，降低了供应商选择的复杂度。

实际应用时，由于采购企业根据多年采购经验，对质量和价格等重要指标已形成了门槛或标准，在此基础上，权衡质量和价格，把不满足质量和价格最低标准的供应商过滤。

不过这个方法还不是很完善，碰到某些情况时，这个解决方法还是会有不足，影响到综合评价结果！

# 灰色综合评价法

**0引言**

基于灰色系统理论的评价方法已广泛应用于系统分析与预测、决策分析、系统控制、经济等各个领域,成为认识和研究系统的有效的理论工具。灰色系统理论最早由邓聚龙（1982）提出，是一种研究“少数据、贫信息”不确定性问题的方法论，主要用来解决包含未知因素的“灰色地带”的问题。综合评价尤其是多目标综合评价问题，通常涉及的指标非常多，一般来说兼有定性和定量指标，各指标之间关系并不明确，可以认为处于“灰色地带”。很多学者便使用以灰色系统理论为基础的数据分析方法来处理这一类处于“灰色地带”的指标之间关系的问题。

比较有代表性的评价分析方法是**灰色关联分析**，其主要原理是将统计数据用曲线表示，各曲线的形状约相近，走势越平行，就认为其相似性大、关联度高。因此可以评价各个方案与最优方案之间的距离来判断方案的优劣。

**1关联度的概念**

关联度是事物之间、因素之间关联性大小的量度。 它定量地描述了事物或因素之间相互变化的情况，即变化的大小、方向与速度等的相对性。 如果事物或因素变化的态势基本一致，则可以认为它们之间的关联度较大，反之，关联度较小。对事物或因素之间的这种关联关系，虽然用回归、相关等统计分析方法也可以做出一定程度的回答，但往往要求数据量较大、数据的分布特征也要求比较明显。而且对于多因素非典型分布特征的现象，回归相关分析的难度常常很大。相对来说，灰色关联度分析所需数据较少，对数据的要求较低，原理简单，易于理解和掌握，对上述不足有所克服和弥补。

**2用灰色关联度分析方法进行综合评价的方法步骤**

基本思路是，从样本中确定一个理想化的最优样本，以此为参考数列，通过计算各样

本序列与该参考序列的关联度，对被评价对象做出综合比较和排序。

1. 灰色关联度综合评价主要是依据式(1)所示的模型

 (1)

其中，为个被评价对象的综合评判结果向量，为个评价指标的权重分配向量，其中。

为各指标的评判矩阵：

， 为第种方案的第个指标与第个最优指标的关联系数，其中，，计算过程见式(2)。

1. 确定最优指标集（）

已知，其中， 为第个方案中第个指标进行了正向化之后的值(，)。

设，其中为第个指标的最优值，由于我们已经对数据进行了正向化处理，所以，此处只需选择每个指标的最大值便可。确定最优指标集后，可以构造矩阵：

。

1. 归一化

将归一化，方法是用中的除以对应的最优值，把数据映射到0～1范围之内，通过归一化处理，把矩阵转化为矩阵：



1. 计算关联系数

根据灰色系统理论，将作为参考数列，将作为被比较数列，采用关联分析法分别求第个方案中第个指标与第个最优指标的关联系数，即：

 (2)

其中，为分辨系数,，一般取。

1. 权重的计算

 (3)

其中，为指标的个数。

将做归一化处理，得到各指标最终的权重：

 (4)

1. 计算综合评判结果并排序

根据计算，即：

 (5)

其中，，若最大，则说明与最优指标最接近，亦即第个方案优于其它方案，据此便可以对各方案进行排序.

**3用灰色关联度分析方法进行综合评价的特点（优缺点）**

这类灰色方法可以避免要求大样本以及样本需要有较好的分布规律、 计算的工作量大、评价结果与定性分析的结果不符等问题，数据也不必进行归一化处理综合，而且它的评价的误差小，这都是其优点的突出表现。

它的缺点在于灰色关联度只是对距离的一种“ 相对测度”，取值大小没有绝对的意义，只有排序的意义。而且运用灰色关联度分析方法进行综合评价有一个较明显的缺点，就是其关联度的取值不可为负，表示因素之间的关系均为正向，这与现实不相符，因为现实中很多事物之间的关系是反向变化。而且仅仅通过曲线形状是否平行或者相似来评价因素的之间的相关性的方法是否正确。当因素之间是反向关系时，曲线间的形状和趋势也会呈现巨大的变化，交叉、背道而驰都有可能，通过灰色关联度得到的结果已经无法表现因素间真实的关系， 因此就这个问题，目前学术界正进一步进行探究。

**问题：**灰色综合评价对于数据的依赖性表现在哪些方面 比如说什么样的数据得分会高 什么样的数据得分会低？

**答：**根据灰色综合评价的实施步骤，选取的最优指标集和权重会对最终的评价有影响，数据方面，通过影响最优指标集的结果，使最终评价的结果又差异。因为这儿的确定最优指标集方法是选择每个指标的最大值，所以数据中的极端值的存在对灰色综合评价有很大影响。

**实例应用：**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 厂商及指标 | X0 | A厂 X1 | B厂 X2 | C厂 X3 |
| 造价(亿) | 1.1 | 1.1 | 1.2 | 1.5 |
| 建设期限(年) | 1.3 | 1.8 | 1.5 | 1.3 |
| 车流(百辆) | 5 | 4 | 3 | 5 |
| 车速(公里/时) | 110 | 80 | 110 | 100 |

求A、B、C三厂哪个最有可能中标？

答：这个实例先给定了最优的指标集，也就是X0 ，设分辨系数： =0.5。

一、标准化

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 厂商及指标 | X0 | A厂 X1 | B厂 X2 | C厂 X3 |
| 造价 | 1 | 1.00 | 1.09 | 1.36 |
| 建设期限 | 1 | 1.38 | 1.15 | 1.00 |
| 车流 | 1 | 0.80 | 0.60 | 1.00 |
| 车速 | 1 | 0.73 | 1.00 | 0.91 |

二、对应差数列表

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 造价 | 0.00 | 0.09 | 0.36 | 0.00 | 0.36 |
| 建设期限 | 0.38 | 0.15 | 0.00 | 0.00 | 0.38 |
| 车流 | 0.20 | 0.40 | 0.00 | 0.00 | 0.40 |
| 车速 | 0.27 | 0.00 | 0.09 | 0.00 | 0.27 |

三、关联系数与关联度

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 关联系数ξi（k） | ξ1（k） | ξ2（k） | ξ3（k） |
| 造价 | 1.00 | 0.69 | 0.35 |
| 建设期限 | 0.34 | 0.57 | 1.00 |
| 车流 | 0.50 | 0.33 | 1.00 |
| 车速 | 0.42 | 1.00 | 0.69 |
| 关联度 ri | 0.57 | 0.65 | 0.76 |

r3 ＞ r2 ＞ r1

所以，C 厂最有可能中标。