

问题：贝叶斯理论在脑认知科学中的应用。

定义：

贝叶斯法则(Bayes's rule/Bayes's theorem)：

$$P(\text{hypothesis}|\text{data}) = \frac{P(\text{data}|\text{hypothesis})P(\text{hypothesis})}{P(\text{data})}.$$

Diagram illustrating the components of Bayes's theorem:

- 似然 (Likelihood)** points to $P(\text{data}|\text{hypothesis})$
- 先验概率 (Prior)** points to $P(\text{hypothesis})$
- 后验概率 (Posterior)** points to $P(\text{hypothesis}|\text{data})$
- 证据 (Evidence)** points to $P(\text{data})$

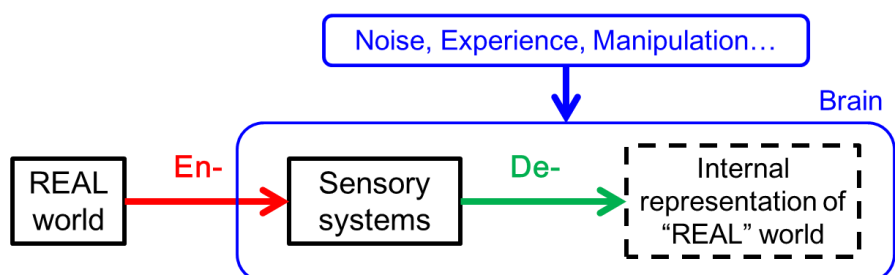
应用：

1. 以贝叶斯的方式理解感知加工：Encoding and Decoding

神经元编码真实世界的刺激，大脑通过解码神经元反应获得感知。大脑观察到感觉

输入 r ，以此估计真实世界感觉刺激 S 。

Coding = Encoding + Decoding
编码 解码



$$S \xrightarrow[p(r|S)]{\text{Encoding}} r \xrightarrow[p(S|r)]{\text{Decoding}} \hat{S}$$

S : 感觉刺激

r : 神经元反应

\hat{S} : 感觉刺激的估值

(Slice reproduced from HouHan)

$$p(S|\mathbf{r}) = \frac{p(\mathbf{r}|S) \cdot p(S)}{p(\mathbf{r})}$$

贝叶斯理论可以将 decoding 和 encoding 联系起来。贝叶斯理论还可以将对真实世界的先验 prior $p(S)$ 与感觉信息合并起来去估计 S 。大脑的最优解码策略是计算 likelihood function。

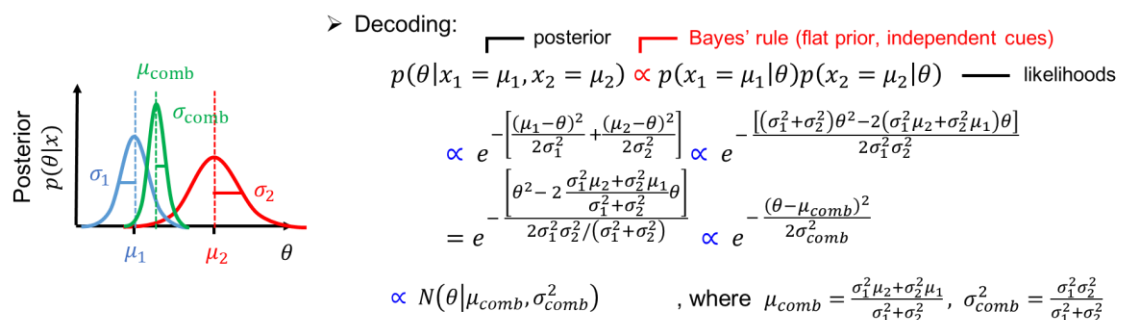
2. 多感觉整合：

2.1 -why ?

单模态的感觉信息伴随着着噪音和不确定性，为了减少噪音和不确定性，大脑要合并多种模态的感觉信息。例如视觉-听觉整合，视觉-前庭整合，视觉-触觉整合。

2.2 -how ?

利用贝叶斯公式推导多模态整合下的行为/神经元反应



(Slice reproduced from HouHan)

(蓝线和红线分别代表某种单模态的刺激，绿色代表整合后，右边的推导过程不用记，重点是知道多

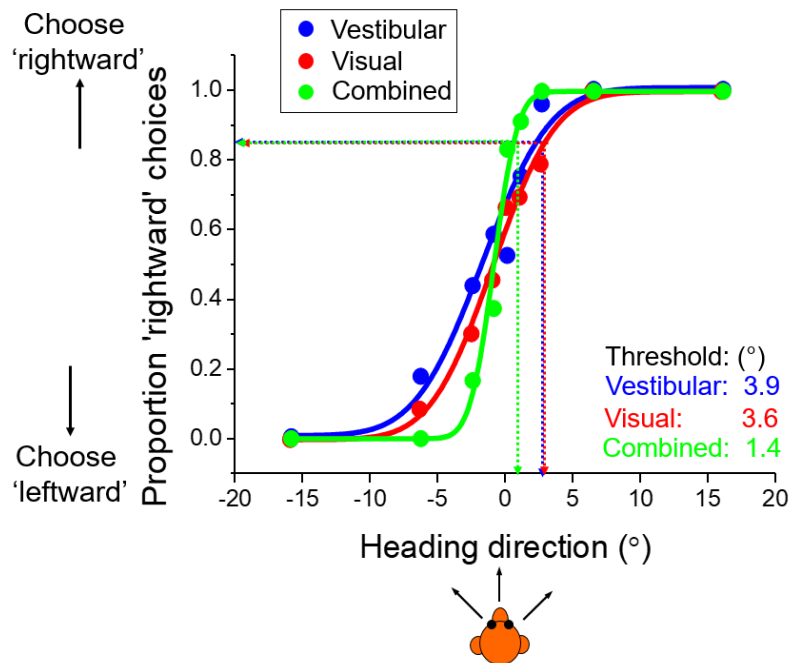
感觉整合后的均值和方差是通过贝叶斯公式计算得来的)

整合后的估计比单一感觉刺激的估计更精确(方差变小)，整合后的均值是两种 cue 的均值按可靠性的加权平均，均值更接近可靠性高的感觉模态信息(即哪种信息更可靠就更相信谁)。

2.3 -evidence

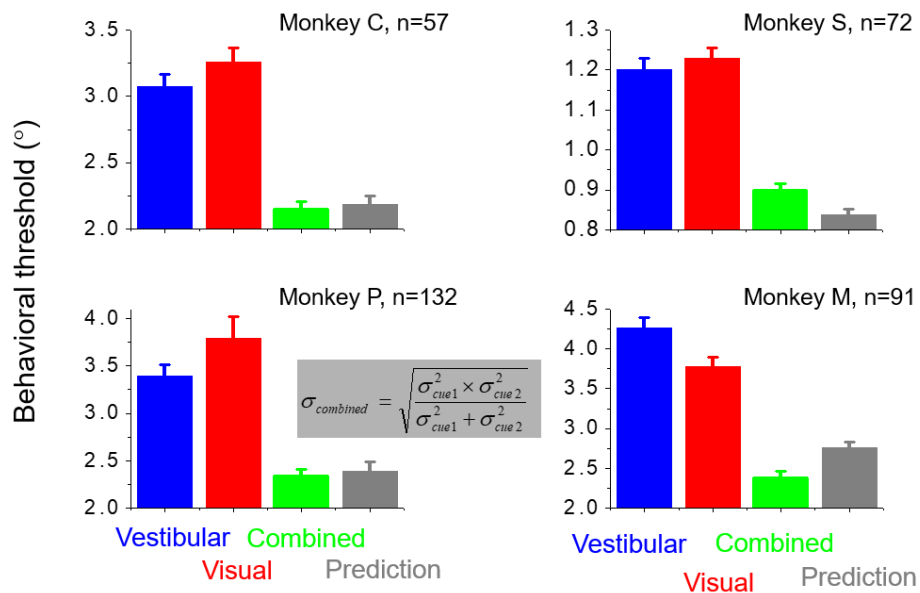
行为：视觉-前庭整合任务中，整合条件下，心理物理曲线实际的 threshold 和 bias 比单模态小，且与用单模态下的 threshold 和 bias 利用贝叶斯模型预测的值一致（即实际值与贝叶斯模型估计值一致）。

Behavior : Example Psychometric Function



(combined 条件下阈值变小，阈值是通过高斯积分得出的，大概对应于正确率在 84%时的横坐标)

Behavioral Evidence for Optimal Cue Integration

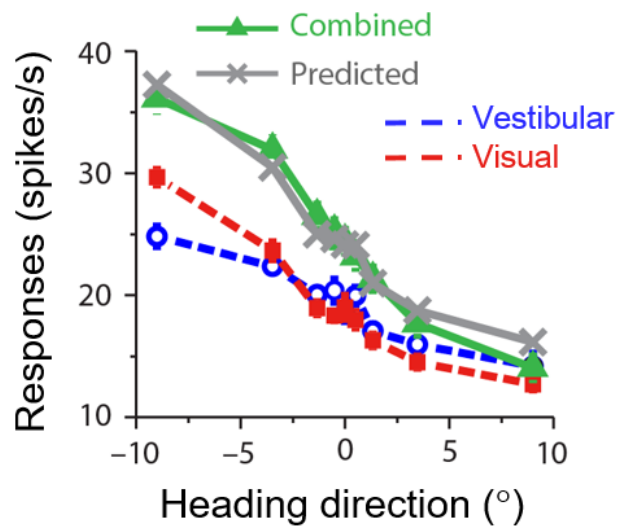


Gu et al, (2008) Nat. *Neurosci.* ; Hou et al, (2019) *Neuron*

(整合条件下阈值与利用单模态预测的接近)

电生理：MSTd 神经元反应在视觉-前庭整合任务中加强，与用贝叶斯模型预测的

一致



(MSTd 电生理证据，MSTd 能进行视觉-前庭的多感觉整合)

3. 视觉感知 Visual perception

很多视错觉是 **prior** 导致的

3.1 凹凸错觉

Light-from-above prior



Concave:



Convex:

Prior 是光总是来自上方，凸起的东西，其阴影会位于下方，凹进去的则相反。所

以同一张图旋转 180° 会产生凹凸错觉。

3.2 汽车大小错觉

Priors Knowledge and 3D Perception

➤ Car size illusion: all these cars have identical size



所有汽车的实际相同，但却感知到不同大小。

Prior：近大远小。

4. Sensorimotor integration

在要实现一个动作的过程中，大脑会根据身体现在所处的状态和发出的运动指令对未来的状态进行预测，进而得到对未来感觉输入的预测，然后通过感觉反馈更新状态估计。(工程上的应用：卡尔曼滤波)

5.其他

5.1 贝叶斯方法可以用来处理神经成像数据

可以处理成像数据，比如 PET，fMRI，MEG，EEG。以 fMRI 为例，贝叶斯理论可以用于寻找后验概率区域 (posterior probability maps)，以找到与刺激相关的脑区。

5.2 机器学习：

贝叶斯线性回归以重复的利用实验数据，并防止过拟合

5.3 图模型

在有向无环图中估计隐变量。应用置信度传播算法的神经网络可以完成序列和等级的贝叶斯推理。