

Nota de apoio ao TP4- Controlo Difuso de CA/CNSD 2008

Noções básicas de controlo

1.1. Terminologia básica: referencia, entrada, saída, erro, feedback, perturbações, malha aberta, malha fechada	2
1.2. A difícil missão do controlador e as etapas do seu projecto	5
1.3. A função de transferência do processo	5
1.4 Resposta do sistema em malha aberta e em malha fechada	8
1.5 Controlo integral	10
1.6 Conclusão	17

1.1. Terminologia básica: referencia, entrada, saída, erro, feedback, perturbações, malha aberta, malha fechada

O **controlo automático** (*automatic control*) é uma área científica e tecnológica muito vasta que trata da arte e da ciência da manipulação dos sistemas tendo em vista forçá-los a terem um certo comportamento no interesse do utilizador. Aplica-se a todos os tipos de sistemas, desde os mecânicos mais simples até aos mais complexos sistemas económicos e sociais.

No nosso contexto interessam-nos os sistemas tecnológicos que cumprem funções bem definidas ligadas às nossas condições de vida. Por exemplo os sistemas de ar condicionado, os cilindros domésticos, os automatismos nos automóveis (ABS, assistência à travagem, suspensão activa, etc.) incluem controladores projectados de modo a obter um certo desempenho.

O controlo baseia-se na noção de **retroacção** (*feedback*), ou **realimentação**.

Considere-se para fins ilustrativos o caso do ar condicionado. Numa sala existe um sensor de temperatura e um dispositivo de fornecimento ou extracção de calor (aquecimento/arrefecimento).

Hoje em dia os controladores são digitais, são computadores. Normalmente na sala existe um registo digital (ou um botão rotativo nos sistemas mais antigos) onde introduzimos o valor da temperatura que gostaríamos de ter, a que chamamos por isso de temperatura **desejada** ou temperatura de **referência**. Esse registo envia o seu valor ao computador que o coloca em memória.

O sensor de temperatura está ligado a um conversor analógico-digital que converte a sua informação num valor digital da temperatura medida actualmente e que o computador recebe. Este valor medido é a **saída** do sistema de controlo. Comparando a referência com a medida, sabe-se o **erro** actualmente verificado. Se ele for nulo, tudo está bem. No entanto o erro só raramente é nulo. Quando uma pessoa entra ou sai da sala, quando se abre uma janela, há uma alteração da temperatura que produz um erro. A radiação solar que entra pelos vidros aumenta a temperatura interior. Compete ao computador

determinar a ordem a enviar ao dispositivo de aquecimento/arrefecimento. Se o erro for positivo deve aquecer (referência-medida >0) dado que a medida está abaixo do desejado. Pelo contrário, se o erro for negativo (referência – medida <0) deve arrefecer.

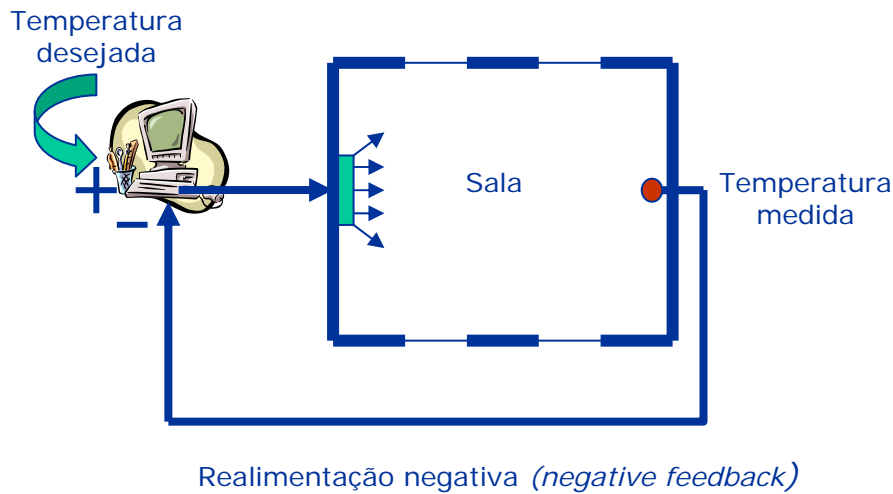


Figura 1.1. Ilustração da realimentação negativa

Na figura o sinal menos (-) na malha de realimentação faz com que seja o erro que vai determinar a acção de controlo.

A temperatura **medida** é a **saída** do nosso sistema. Se considerarmos o computador como o nosso controlador, teremos o seguinte diagrama de blocos que representa simbolicamente o mesmo que a figura anterior. É a forma mais simples de representar um sistema de controlo.

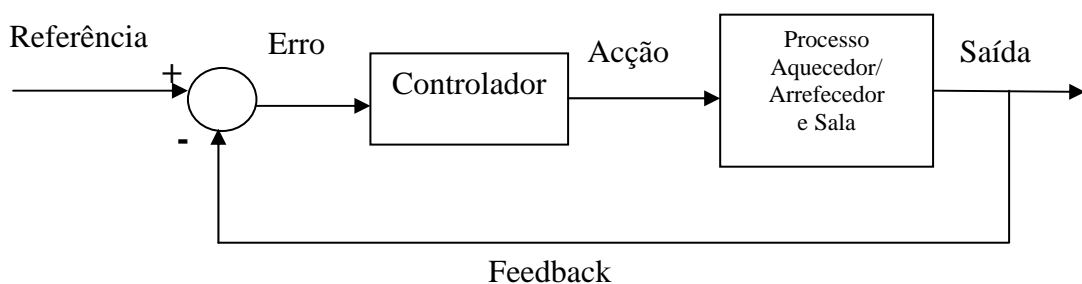


Figura 1.2. O controlador no diagrama de blocos

Suponhamos que um vidro de uma janela se parte e não é substituído. Entra em permanência uma corrente de ar que vai perturbar directamente a temperatura: se for ar frio desce-a, se for ar quente sobe-a. Poderemos representar esse efeito no diagrama de blocos como uma entrada adicional que afecta directamente a saída (o valor da temperatura na sala), conforme o diagrama de blocos seguinte. A quantidade de ar que

tem que ser aquecida é a carga (*load*) do sistema, e perturbação que afecta directamente a saída chama-se **perturbação na carga** (*load disturbance*). O sinal (-) indica que uma perturbação positiva (uma corrente de ar frio no inverno) produz uma diminuição da temperatura na sala. Se for uma corrente de ar quente no verão terá um efeito contrário, mantendo-se sempre o sinal (-), o que quer dizer que uma corrente de ar quente será uma perturbação negativa (menos por menos dá mais).

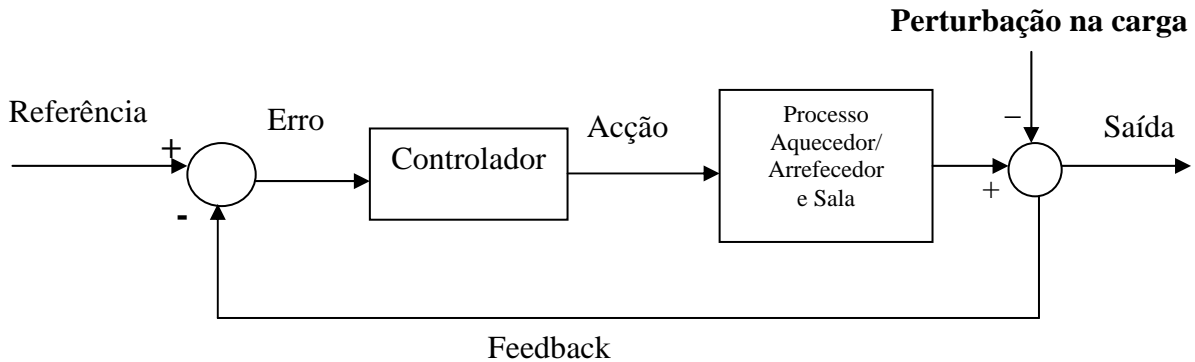


Figura 1.3. A perturbação na carga tem um efeito instantâneo na saída.

O controlador (computador) envia um sinal a um dispositivo electrónico-mecânico que gera uma corrente de ar quente ou frio. Se a electrónica não estiver a funcionar bem, a informação vinda do computador não é “obedecida” de modo conveniente. Por exemplo o computador ordena um caudal de ar de 0,5 metros cúbicos por segundo a uma temperatura de 10 °C, mas o ventilador tem o eixo rotativo “emperrado” e fornece apenas 0,4 metros cúbicos. Trata-se de uma perturbação na implementação da acção, que por isso se chama **perturbação no actuador** (*actuator disturbance*), representada no diagrama de blocos seguinte:

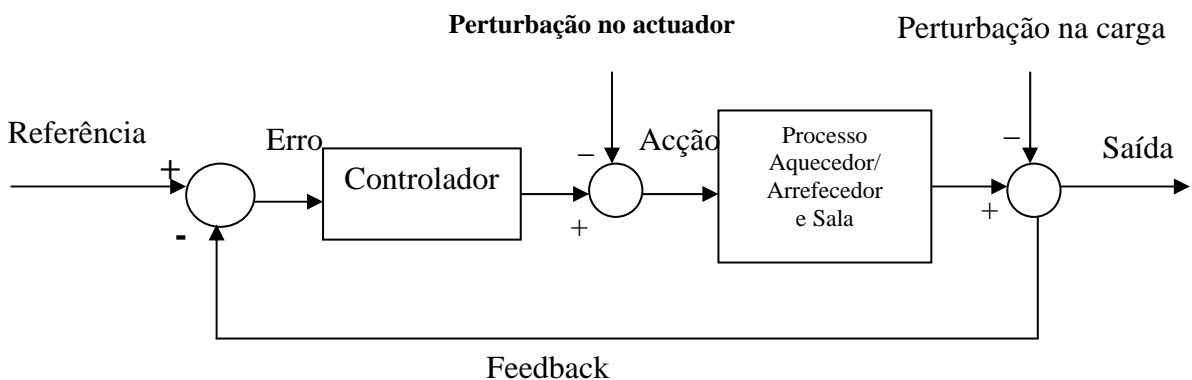


Figura 1.4 Perturbação no actuador

1.2. A difícil missão do controlador e as etapas do seu projecto

O objectivo do controlador é fazer com que a saída seja sempre igual à referência. Trata-se de um objectivo utópico, e portanto o que se pode obter realisticamente é que a saída esteja sempre próxima da referência, minimizando-se o erro obtido em cada instante o mais possível.

O controlador tem aqui três adversários:

- as mudanças da referência (o utilizador pode querer aumentar a temperatura da sala, diferentes pessoas têm diferentes sensações de conforto)
- as perturbações na carga (quebra de vidros, abertura de portas, variação da temperatura exterior)
- as perturbações no actuador (desgaste das partes mecânicas, mau funcionamento da electrónica, etc)

E a todos tem que vencer: ele é suficientemente musculado para fazer com que a temperatura da sala se aproxime razoavelmente da desejada. Admite-se naturalmente que a potência eléctrica e mecânica é suficiente para isso. Não se pode exigir de um controlador que mantenha uma sala de 100 metros cúbicos aquecida quando o utilizador instalou uma potência de aquecimento adequada apenas para 50 metros cúbicos ... Neste caso dá-se a saturação do actuador: ele será colocado ao seu nível máximo, que será provavelmente insuficiente. Diz-se que se dá a **saturação do actuador**.

A soma dos quadrados do erro ao longo do tempo (isto é, o integral) é um critério de desempenho habitualmente usado para apreciar o controlador.

1.3. A função de transferência do processo

Para projectar um controlador, em particular para determinar o valor numérico de algumas das suas características, temos que ter alguma forma de representar matematicamente a dinâmica da sala, ou seja, a forma como a temperatura da sala reage a uma certa acção do aquecedor/arrefecedor. Sobe rapidamente ? Desce lentamente ? Qual a sua dinâmica ? Depende das propriedades físicas da sala: volume, isolamento das paredes e janelas, etc.

Temos que aplicar as leis da física para determinar as equações que exprimem a dinâmica da sala. Essas equações têm que descrever a forma como a temperatura varia em função da acção do controlador, e são por isso equações diferenciais. Uma equação diferencial $\frac{dy}{dt}$ exprime a variação de y (dy) durante um intervalo de tempo dt .

Num certo instante t a sala contém uma certa quantidade de energia térmica, $E(t)$, de que resulta uma certa temperatura. Aquecendo, i.e. fornecendo-lhe energia térmica U kwatt/h durante um intervalo de tempo Δt a energia térmica contida na sala no instante $t + \Delta t$ será $E(t + \Delta t)$. Mas a nova energia térmica é igual à anterior mais o calor recebido, menos a que fugiu pelas paredes. Admitamos que esta é proporcional à energia térmica contida na sala - quando mais quente estiver mais fugas haverá - segundo a constante de proporcionalidade α . Ou seja, poderemos escrever

$$E(t + \Delta t) = E(t) + U\Delta t - \alpha E(t)\Delta t \quad (1.1)$$

Passemos agora E para a esquerda

$$E(t + \Delta t) - E(t) = U\Delta t - \alpha E(t)\Delta t \quad (1.2)$$

e dividamos ambos os lados da equação por Δt

$$\frac{E(t + \Delta t) - E(t)}{\Delta t} = U - \alpha E(t) \quad (1.3)$$

Aplique-se agora o limite quando Δt tende para zero,

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{E(t + \Delta t) - E(t)}{\Delta t} = U - \alpha E(t) \quad (1.4)$$

Mas esse limite é por definição a derivada, ou seja, obtemos

$$\frac{dE(t)}{dt} = U - \alpha E(t) \quad (1.5)$$

Ou ainda

$$\frac{dE(t)}{dt} + \alpha E(t) = U \quad (1.6)$$

E agora, que fazer com esta equação diferencial? Temos que a resolver para a podermos usar de modo útil. Poderemos usar a técnica do operador de derivação, D ,

$$D \left[\frac{dE(t)}{dt} \right] = D.E \quad (1.7)$$

e agora substituindo na equação diferencial obtém-se sucessivamente

$$\begin{aligned} D.E + \alpha E &= U \\ E(D + \alpha) &= U \\ E &= \frac{1}{D + \alpha} U \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\frac{E}{U} = \frac{1}{D + \alpha}$$

Esta última equação dá-nos uma relação entre E e U . A temperatura da sala está directamente relacionada com E , $y = \beta E$, sendo β uma por hipótese constante e esta equação dá-nos por isso também uma relação entre a saída do sistema (a temperatura y) e a entrada- acção U .

$$\begin{aligned} \frac{y}{\beta} &= \frac{1}{D + \alpha} \\ \frac{y}{U} &= \frac{\beta}{D + \alpha} \\ y &= \frac{\beta}{D + \alpha} U \end{aligned} \quad (1.9)$$

Esta equação transfere para a saída o efeito da entrada, através de

$$\frac{\beta}{D + \alpha} \quad (1.10)$$

e chama-se por isso **função de transferência**.

Quem estudou a transformada de Laplace sabe que o operador de derivação é a variável complexa s e a função de transferência será uma função complexa de s ,

$$G(s) = \frac{\beta}{s + \alpha} \quad (1.11)$$

A função de transferência é uma ferramenta de representação de sistemas muito prática para o projecto de controladores e para a simulação de sistemas. A partir de agora o processo é dado pela sua função de transferência e representado por

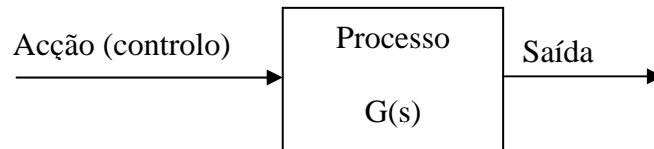


Figura 1.5. Função de Transferência

É uma das ferramentas básicas do Simulink.

Suponhamos que $\alpha=0.4$ e $\beta=0.2$.

1.4 Resposta do sistema em malha aberta e em malha fechada

1.4.1 Resposta em malha aberta

Usando o simulink para estudar o caso, implementa-se o seguinte diagrama de blocos:

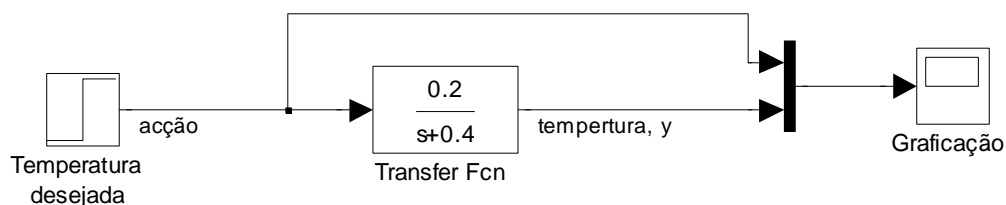
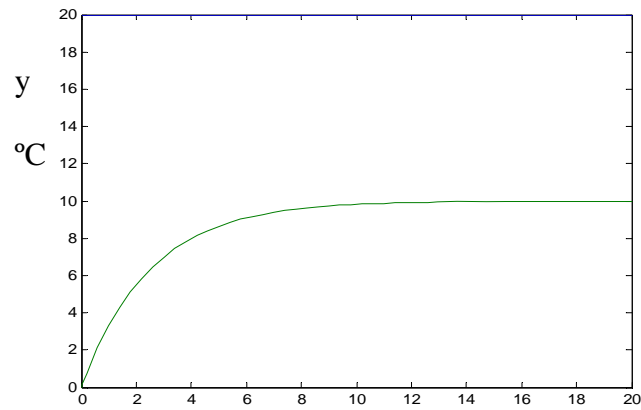


Figura 1.6. Resposta em malha aberta no Simulink.

Para uma temperatura desejada de 20 °, obtém-se a seguinte evolução:



Tempo, h
Figura 1.7

Verifica-se que não se consegue alcançar o desejado. Chama-se a esta situação **controlo em malha aberta**, que quase sempre não resolve o problema.

1.4.2 Reposta em malha fechada com controlo proporcional

Introduza-se feedback, como no diagrama de blocos seguinte em que a acção é calculada por

$$\text{Acção} = 10 \cdot \text{erro} = P \cdot \text{erro} \quad (1.12)$$

A acção é proporcional ao erro, obtendo-se um **controlador proporcional**.

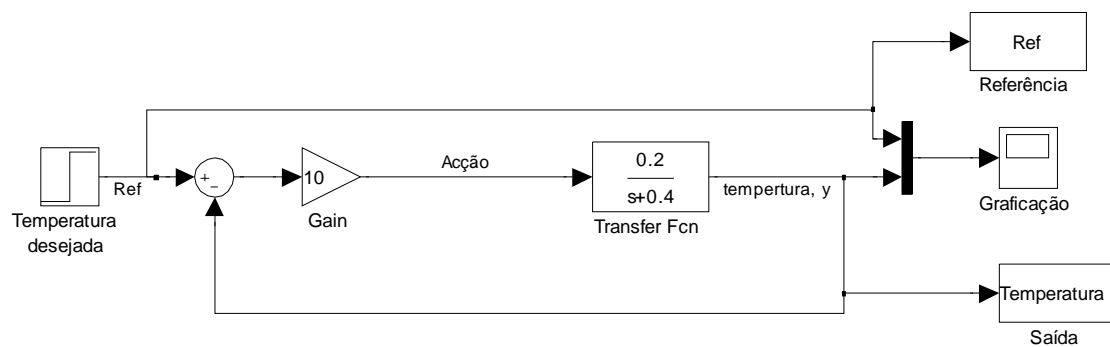


Figura 1.8. Controlador proporcional.

(os blocos de Ref e Temperatura enviam as variáveis para o espaço de trabalho, como estruturas, o que facilita a graficação na linha de comando com a função *plot*).

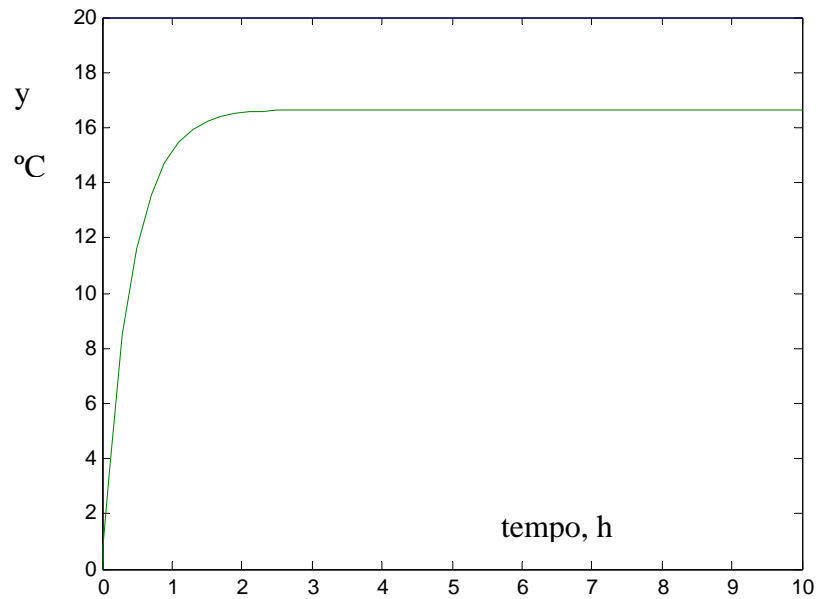


Figura 1.9. Resposta em malha fechada com controlador proporcional.

O desempenho melhorou, mas ainda não é satisfatório.

1.5 Controlo integral

Se o controlador calcular não o valor do controlo mas a sua variação em relação ao instante anterior, teremos um **controlador em modo incremental**. Isto é teremos num instante k a seguinte acção de controlo

$$\Delta u(k) = Pe(k) \quad (1.13)$$

Mas sendo $\Delta u(k)$ o incremento do controlo no instante k , teremos

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1) = Pe(k) \quad (1.14)$$

Donde

$$u(k) = u(k-1) + Pe(k) \quad (1.15)$$

Se compararmos esta expressão com a integração rectangular do sinal $P.e(t)$, se $u(t)$ for o integral de $Pe(t)$,

$$u(t) = \int_0^t Pe(t) dt = P \int_0^t e(t) dt \quad (1.16)$$

Então pela integração rectangular, com uma discretização regular de intervalo T , $t=kT$, virá

$$u(k)=u(k-1)+TPe(k) \quad (1.17)$$

e assim concluiremos que a aplicação do controlo incremental equivale à integração do erro. Por isso chama-se **controlo integral**.

Tal equivale a colocar um integrador depois do controlador proporcional: o integrador soma os controlos dos sucessivos instantes. Assim será essa soma que constitui a acção. Teremos o diagrama de blocos seguinte

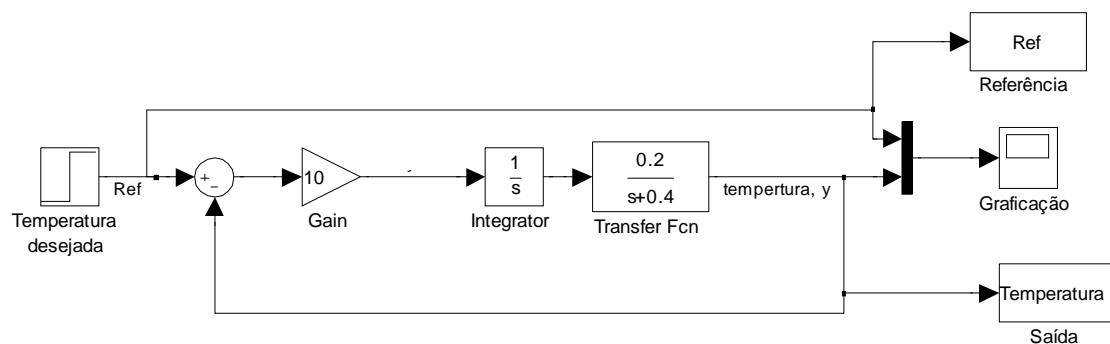


Figura 1. 10. Controlador integral.

E simulando verifica-se a seguinte evolução da saída.

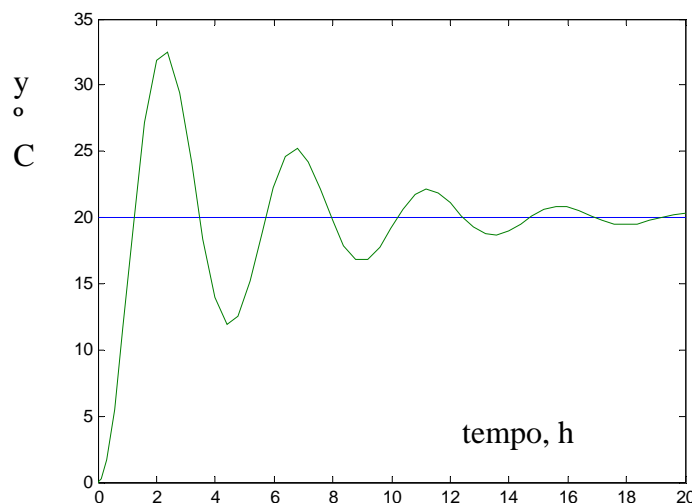


Figura 1.11. Resposta em malha fechada com controlador integral+proporcional (PI).

Trata-se de um desempenho que tem oscilações excessivas. Reduzindo o valor da constante proporcional para 1 obtém-se uma resposta muito mais satisfatória.

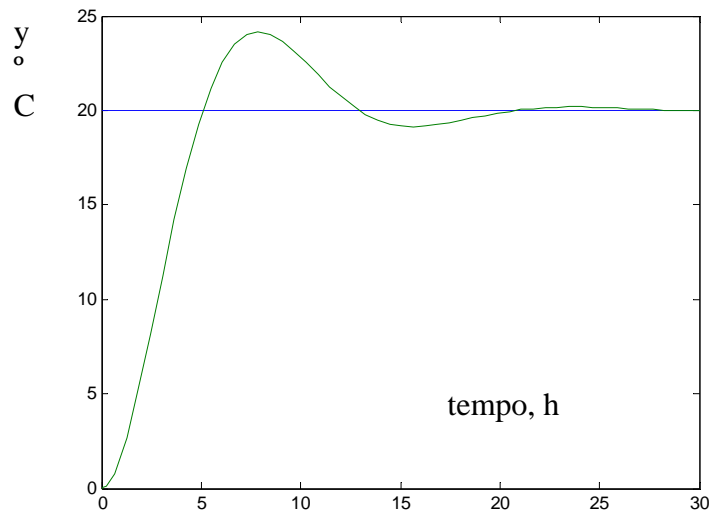


Figura 1.12. Resposta em malha fechada com controlador PI mais ajustado.

Podemos analisar a capacidade do controlador para os casos de perturbações no actuador e/ou na carga. Para isso introduzam-se perturbações no actuador e na carga, como no diagrama simulink seguinte. As perturbações têm sinal negativo (perturbações negativas), mas poderia ser positivo.

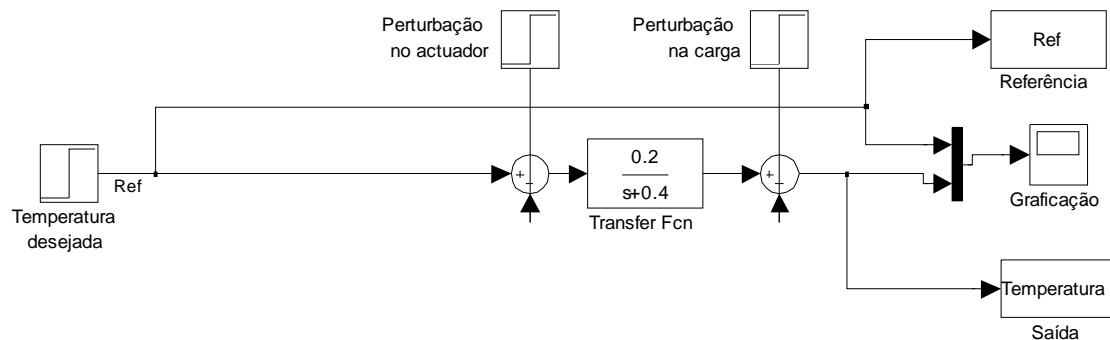


Figura 1.13. Simulação das perturbações.

perturbação no actuador é um degrau de amplitude 5 que se inicia no instante 30 e a perturbação na carga também um degrau da mesma amplitude com início no instante 50.

Em malha aberta, desligando o *feedback* tem-se a seguinte resposta.

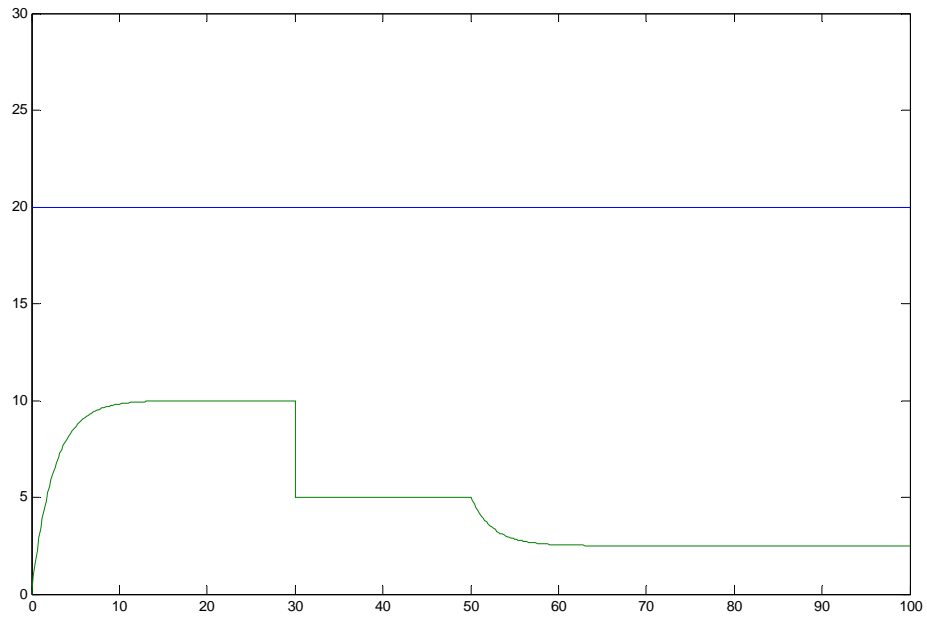


Figura 1.14. Resposta perturbada em malha aberta.

Controlo proporcional e integral

Em malha fechada, com o controlador integral e $P=1$

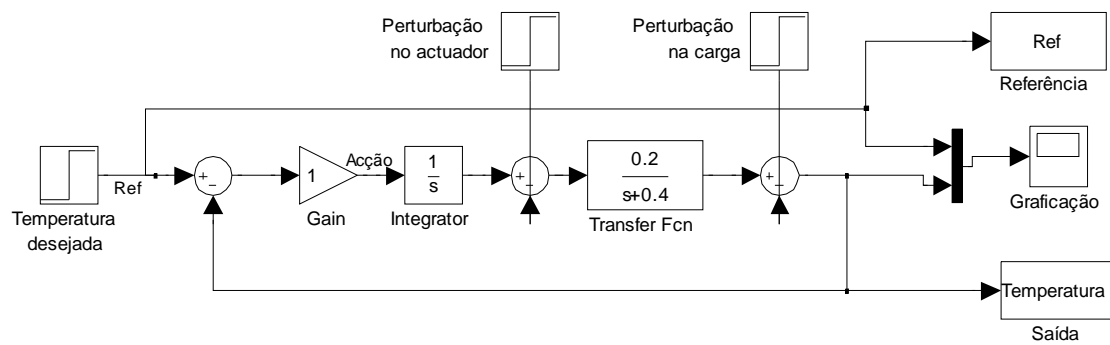


Figura 1.15. Controlo PI das perturbações.

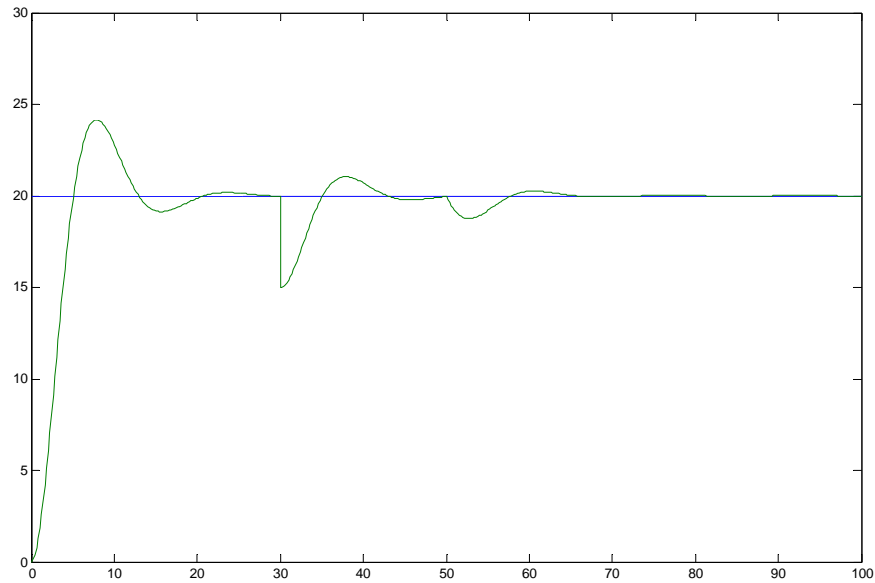


Figura 1.16. Saída com controlo PI das perturbações (malha fechada).

Vê-se que o controlador é capaz de eliminar, após algum tempo, os efeitos de ambas as perturbações. Note-se que as perturbações permanecem até ao infinito temporal.

Como é possível? O controlador tem que se esforçar ... Se observarmos o sinal de controlo, figura 1.17, vê-se que a partir de 30 o esforço aumenta, a aumenta ainda mais a partir do instante 50.

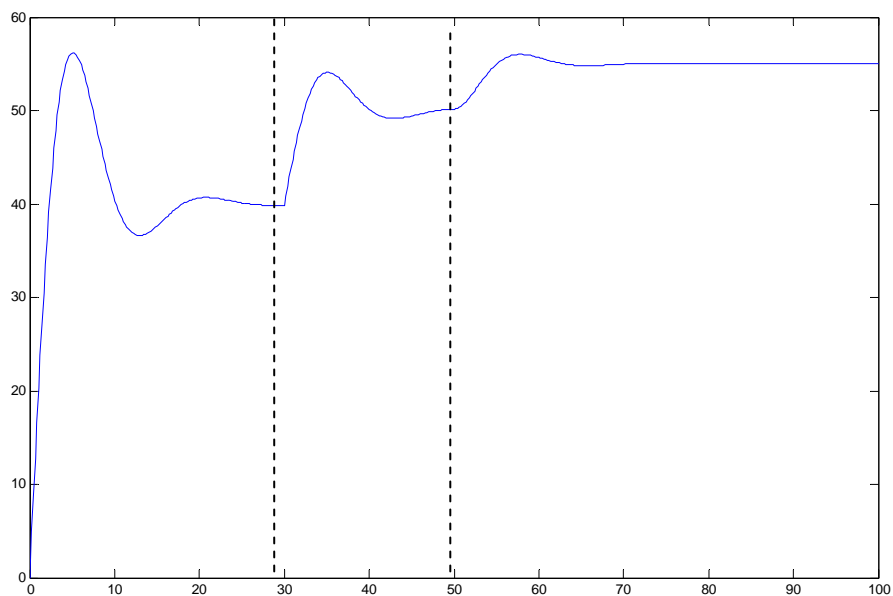


Figura 1.17. O sinal de controlo: esforço do controlador.

Se as perturbações fossem de sinal positivo elas agiriam no mesmo sentido do controlador e por isso o esforço deste diminuiria. Trocando o sinal a ambas as perturbações obtém-se a figura 1.18.

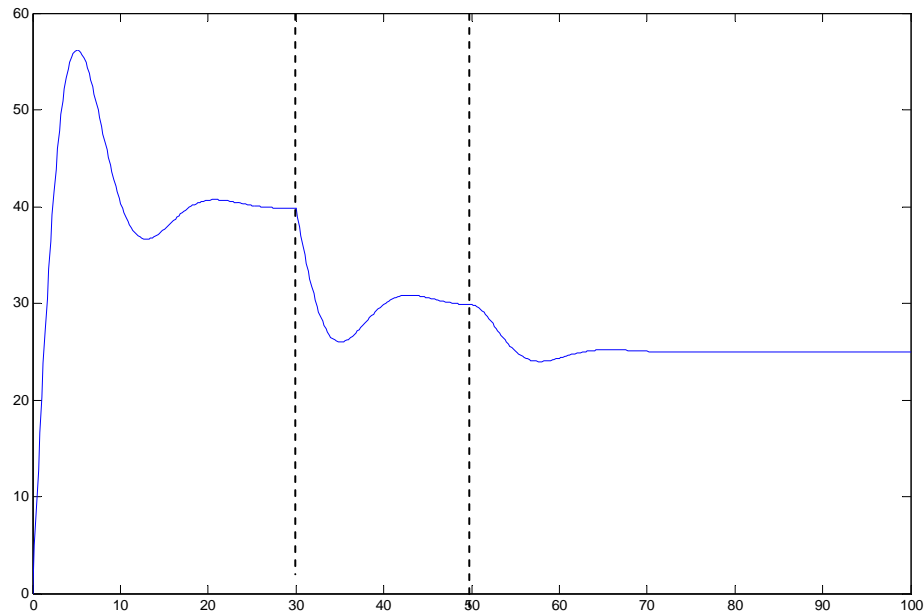


Figura 1.18. Esforço de controlo para perturbações positivas.

A ciência (e a arte) do controlo consiste em projectar um controlador que seja capaz de por um lado seguir a referência e por outro lado de eliminar o efeito das perturbações sobre a saída (ou pelo menos de o reduzir a um valor aceitável).

Esquecendo agora as perturbações considere-se o caso de uma referência em onda quadrada. No nosso exemplo a saída será da seguinte forma.

Nota. O bloco do Simulink Signal Generator permite gerar degraus e ondas quadradas. Um degrau gera-se de uma onda quadrada de período muito grande (maior do que o intervalo de simulação). Note-se que a primeira onda inicia-se para baixo. Para se iniciar para cima (um degrau positivo no início) deve definir-se uma amplitude negativa na janela de diálogo do bloco.

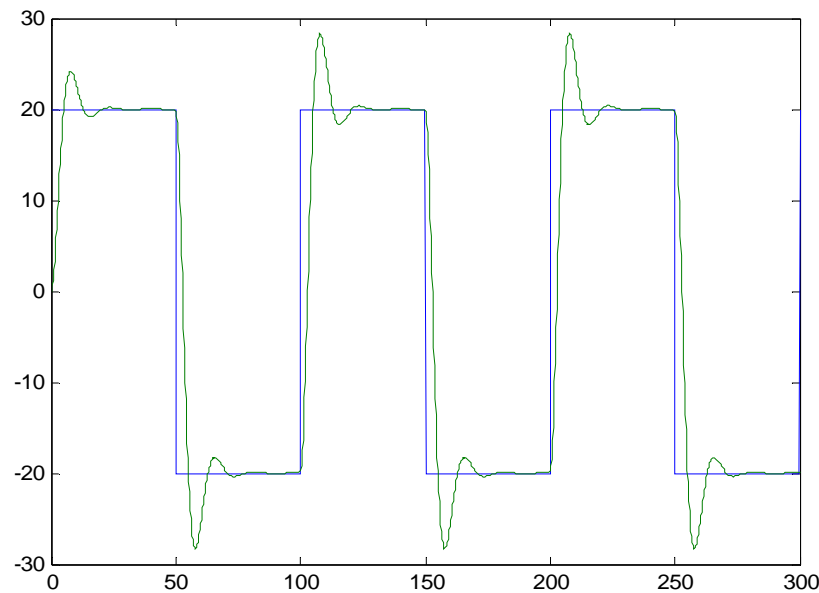


Figura 1.19. Resposta em malha fechada para uma referência em onda quadrada.

No fundo todo o diagrama de blocos do sistema de controle se pode reduzir a um único, como na figura 1.20. Esse bloco representa a **função de transferência em malha fechada**. Ela contém dentro de si as duas partes fundamentais: (i) o processo a controlar, e (ii) o controlador. A sua entrada é a referência e a sua saída é a saída do processo.

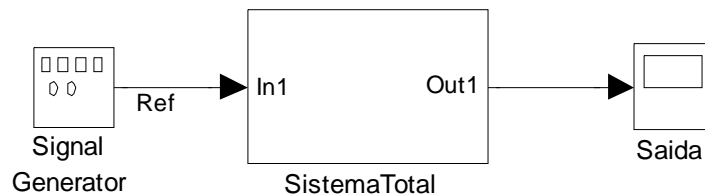


Figura 1.20. Sistema em malha fechada empacotado num bloco do Simulink.

Na figura 1.20 aplica-se uma entrada como a da Fig. 1.19 (azul) anterior e obtém-se a curva verde como a saída. A relação entre as duas curvas permite dizer que tipo de função de transferência em malha fechada devemos ter. No caso queremos que o sistema em malha fechada tenha uma resposta a degrau como a da Fig 1.21.

Trata-se de uma resposta a degrau de um sistema de segunda ordem, com sobrelevação (*overshoot*) de aproximadamente $4/20=20\%$, um tempo de subida de $\cong 5s$, e erro nulo em regime final.

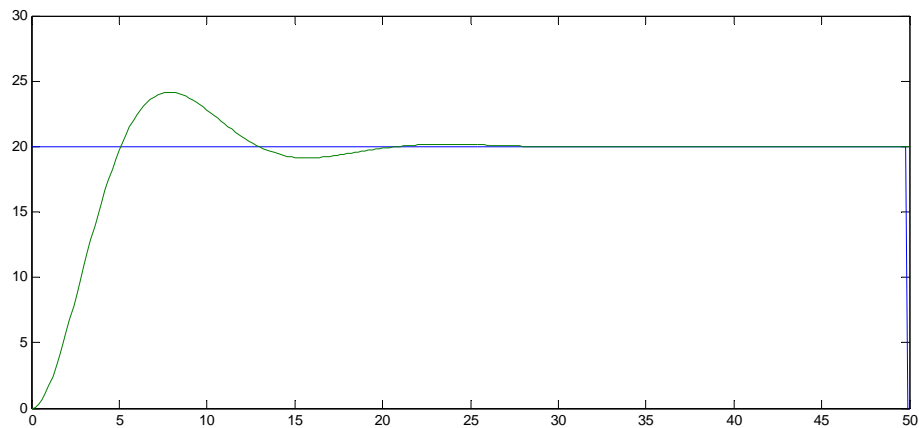


Figura 1.21. Resposta desejada (verde) para uma referência em degrau (azul).

Poderíamos então enunciar o projecto de controlo do seguinte modo:

- *Calcular um controlador que faça com que o sistema de controlo (isto é, o sistema em malha fechada) tenha uma resposta típica de um sistema de 2ª ordem com uma sobrevelação de 20% e um tempo de subida de 5s. Dados do projecto: a função de transferência do processo.*

Temos um processo, especificamos o que queremos em malha fechada, e depois vamos, em consequência, desenvolver o controlador.

1.6 Conclusão

Esta nota visa introduzir a terminologia básica de controlo:

- processo e controlador
- controlo em malha aberta e em malha fechada
- função de transferência
- referência, controlo (acção), saída
- perturbação na carga
- perturbação no actuador
- controlo proporcional e suas limitações
- controlo integral e suas vantagens

e a resolução de problemas de controlo no ambiente Simulink.

Com estas noções básicas estamos preparados para enfrentar o projecto de um controlador para um processo dado pela sua função de transferência.

Há muitos tipos de controladores, e a área de controlo automático estuda o seu desenvolvimento. Para processos mais complicados é necessário uma grande sofisticação no projecto de um controlador adequado. Por exemplo o controlo da posição e da velocidade da cabeça de leitura de um disco duro num computador tem que ser muito sofisticado para permitir uma velocidade de leitura elevada sem erros. O controlador do ponteiro laser de um leitor de DVD é outro exemplo significativo.

No corpo humano há muitas malhas de realimentação e o nosso sistema nervoso implementa controladores muito sofisticados e em grande medida ainda desconhecidos. Talvez no futuro tenhamos uma disciplina de controladores biologicamente inspirados.

Presentemente o controlo é feito por computador. Um controlador é um programa que corre permanentemente, tendo como argumentos de entrada a referência e a saída actual medida, e como argumento de saída o nível de acção do actuador a aplicar ao processo. Trata-se de controlo digital.

Se conhecermos bem o processo a controlar poderemos projectar de forma mais eficaz um controlador para alcançar um dado desempenho. A função de transferência é uma representação do processo que pode ser usada com essa finalidade.