Universidade de Brasília
Faculdade do Gama

Matemática Discreta 2

Prof. Dr. Glauco Vitor Pedrosa

Exercício

Julgue V ou F as seguintes sentenças:

( ) $8 \mid 3^{2n+2} - 8n - 9$

( ) $9 \mid 4^{n} + 6n - 1$

( ) $64 \mid 3^{2n+2} - 8n - 9$

( ) $32 \mid 4^{n+2}$

( ) $64 \mid 16n+64$

Exercício

Determine todos os valores de $x > 0$ que são soluções das seguintes congruências lineares:

a) $35x \equiv 5 \pmod{14}$

b) $21x \equiv 15 \pmod{39}$

Exercício

- Calcule o inverso multiplicativo das seguintes congruências:

a) 3 (mod 7)

b) 6 (mod 7)

c) 2 (mod 7)

d) 5 (mod 7)

Congruências Lineares

Casos rápidos:

Dada uma congruência linear do tipo:

$$\mathbf{ax \equiv b \ (mod\ m)}$$

Se mdc(a,m) = 1, então podemos resolvê-la rapidamente encontrando o inverso modular de **a (mod m)** e **multiplicando o inverso modular por b**

Exemplo:

$$7x \equiv 2 \pmod 5$$

Temos que mdc(7,5) = 1. Logo, a congruência acima pode ser resolvida encontrando o inverso modular de 7 (mod 5), que é 3.

Multiplicando 3 por 2 temos que x = 6, que é uma solução da congruência acima.

Resolvendo Equações Diofantinas por Congruências

- Seja a seguinte equação diofantina

$$\mathbf{5x+7y = 50}$$

Podemos reescrevê-la usando (mod 7)

$$5x \equiv 1 \pmod{7}$$

A equação diofantina se transformou no problema de encontrar o inverso modular de 5 (mod 7)

5 (mod 7)

	q	**1**	**2**	**2**
	7	**5**	**2**	**1**
r	**2**	**1**	**0**	

q	**mn**
-	1
2	2
1	3

Resolvendo Equações Diofantinas por Congruências

- Seja a seguinte equação diofantina

$$\mathbf{5x+7y = 50}$$

Substituindo x = 3 na equação diofantina acima, temos:

$5.(3) + 7y = 50$

$7y = 50 - 15$

$7y = 35$

$y = 5$

Logo x = 3 e y = 5 é uma solução particular para a equação diofantina acima.

A **solução geral** é dada por:

$x = 3 + 7t$

$y = 5 - 5t$

Resolvendo Equações Diofantinas por Congruências

- Seja a seguinte equação diofantina

$$6x+13y = 5$$

Podemos reescrevê-la usando (mod 6)

$$y \equiv 5 \pmod{6}$$

A equação diofantina $6x+13y = 5$ se transformou no problema de resolver a seguinte congruência linear: $y \equiv 5 \pmod{6}$

Uma solução para a congruência linear $y \equiv 5 \pmod{6}$ é $y = 5$

Substituindo $y = 5$ na equação diofantina $6x+13y = 5$, temos:

$6x+13*(5) = 5$

$6x+65 = 5$

$6x = -60$

$x = -10$

Logo, a solução geral da equação diofantina $6x+13y = 5$ é:

$$\mathbf{x = -10 + 13t}$$

$$\mathbf{y = 5 - 6t}$$

Resolvendo Equações Diofantinas por Congruências

- Seja a seguinte equação diofantina

$$84x-438y = 156$$

Podemos reescrevê-la usando (mod 84)

$$-18y \equiv 72 \pmod{84}$$

A equação diofantina $84x-438y = 156$ se transformou no problema de resolver a seguinte congruência linear: $-18y \equiv 72 \pmod{84}$

Uma solução para a congruência linear $-18y \equiv 72 \pmod{84}$ é $y = -4$

Substituindo $y = -4$ na equação diofantina $84x-438y = 156$, temos:

$84x-438*(-4) = 156$

$84x+1752 = 156$

$84x = -1596$

$x = -19$

Logo, a solução geral da equação diofantina $84x-438y = 156$ é:

$\mathbf{x = -19 - 73t}$

$\mathbf{y = -4 - 14t}$

Exercícios

- Resolva as seguintes equações diofantinas:

a) $24x+138y = 18$

b) $84x-438y = 156$

c) $57x-99y = 77$

d) $57x-99y = 66$

e) $17x+54y = 8$