Lista de exercícios preparatórios para a 1° Prova

1. **Determinar se são primos os seguintes números utilizando a fatoração de Fermat:**
    a. **169**
    b. **197**
    c. **239**
    d. **473**
2. **Achar a decomposição canônica do inteiro 5040**

1. **Preencha os espaços com uma das opções sugeridas.**
   O elemento neutro da adição de inteiros é o número ____________ (**zero/um**). O elemento neutro da multiplicação de inteiros é o número _____________ (**zero/um**). O oposto aditivo de 1 é o número ____________ (**1/-1**). O inverso multiplicativo de 1 é o número ______________ (**1/-1**).

   OBS: elemento oposto é o mesmo que elemento inverso, ou seja, o elemento que resulta no elemento neutro.

2. **Calcular**

a) $\sum_{i=3}^{7} 6$

b) $\sum_{k=1}^{3} k^{2k}$

c) $\prod_{i=1}^{3} (3+i^2)$

d) $\prod_{j=2}^{6} (j-1)(j+1)$

e) $\prod_{i=-100}^{100} i$

f) $\sum_{i=1}^{2} \prod_{j=1}^{3} i\, j!$

3. **Dizer se é verdadeiro ou falso**

$$\sum_{i=1}^{n} (i+3) = \sum_{i=4}^{n+3} i$$

4. **Usando o Teorema do Binômio, desenvolver as seguintes expressões:**

a) $(x+y)^2$

b) $(x+y)^3$
c) $(x+y)^4$

5. **Determine o coeficiente do termo $x^4 y^5$ da expressão $(2x-3y)^9$**

6. **Apresente as 6 primeiras linhas do triângulo de Pascal**

7. **Demonstrar que:**

   $(n-1)!\,[(n+1)! - n!] = (n!)^2$

8. **Demonstrar por indução finita que $(n^2)! > (n!)^2$, para $n > 1$**

9. **Defina recursivamente as sequencias abaixo:**
a) 1, 4, 7, 10, 13, ...
b) 0, 3, 9, 21, 45, 93, ...

10. **A função f91, inventada por John McCarthy, é definida recursivamente nos inteiros não-negativos como:**

$$f(x) = \begin{cases} x-10, se\ x > 100 \\ f(f(x+11)), se\ 0 \le x \le 100 \end{cases}$$

Mostre que f(99) = 91

11. **Os números de Bell Bn foram nomeados em homenagem ao matemático Eric T. Bell (1883-1960). Eles são usados em combinatória e são definidos recursivamente da seguinte forma:**

$$\begin{cases} B_0 = 1 \\ B_n = \sum_{i=0}^{n-1} \binom{n-1}{i} B_i, se\ n \ge 1 \end{cases}$$

Calcule os números de Bell abaixo:

(a) B_2

(b) B_3

(c) B_5

12. **Qual é o coeficiente em x^5 no desenvolvimento de $(x+3)^6$?**

13. **Determine a soma dos coeficientes do desenvolvimento de** $(x-3y)^5$

14. **Prove por indução matemática as seguintes expressões:**

   a) $1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left(\frac{n(n+1)^2}{2}\right)$
   b) **1.1! + 2.2! + 3.3! + ... + n.n! = (n+1)! – 1**
   c) $(1+x)^n>1+x^n$, **para n > 0**

15. **Prove a desigualdade de Bernoulli por indução matemática**
   $(1+h)^n\geq 1+n.h$ **, para n > 0 se h > -1**

16. **Demonstrar que** $10^{n+1}-9n-10$ **é múltiplo de 81 para n> 0**
   Mostrar que 9 | $10^{n+1}+9q0+1$

17. **Mostre por indução que para todo n e k inteiros positivos temos que:**
   Caso base k = 0
   $\binom{n}{n}+\binom{n+1}{n}+\binom{n+2}{n}+\ldots+\binom{n+k}{n}=\binom{n+k+1}{n+1}$

18. **Mostrar que n(n+1)(2n+1)/6 é um inteiro para n > 0**

19. **Mostre que** 7^{2n}**- 48n- 1 é divisível por** 48^2 **para n > 0.**

20. **Mostre que:**

a) **81 |** 10^{n+1}**- 9n - 10 para n > 0**
b) **8 |** 9^n**- 8n - 1 para n > 0**
c) **64 |** 3^{2n+2}**- 8n - 9 para n > 0**
d) **3 |** 2^{2n}**- 1 para n > 0**
e) **3 |** n^3**-n, para n > 1**
f) **7 |** 3^{2n+1}**+** 2^{n+2} **para n > -1**
g) **11 |** 3^{2n+2}**+** 2^{6n+1} **para n > -1**

21. **Prove que o produto de 3 inteiros consecutivos é divisível por 6.**
   <u>OBS: se um numero é divisível por 6, então ele é divisível por 2 e por 3</u>

22. **Mostre que não existe um número inteiro positivo n, tal que 7 | (4n² - 3)**

23. **Mostrar que se para algum n, m | (35n+26), m | (7n+3) e m > 1, então m = 11**

24. **Encontrar m e n inteiros tais que:**

a) **60m+42n = 6**
b) **3m+2n = 1**

c) 4m+18n = 2
d) 13m+3n = 1

25. Calcule o mdc(n, n+1)

26. Se n é par e positivo, qual o valor do mdc(n,n+2)?

27. Calcule:
a) mmc(80, 24)
b) mmc(12, 4)
c) mmc(20, 50)
d) mmc(110, 80)

28. Calcule os valores de a e b sabendo que:

    a) ab = 81 e mmc(a,b) = 27
    b) mdc(a,b) = 8 e mmc(a,b) = 560
    c) mdc(a,b) = 20 e mmc(a,b) = 840

29. O mdc de dois inteiros a e b é 8 e na sua determinação pelo algoritmo de Euclides os quocientes sucessivamente obtidos foram 2, 1, 1 e 4. Calcular a e b
    Resposta 184 e 72