



Universidade de Brasília
Faculdade do Gama

Matemática Discreta 2

Prof. Dr. Glauco Vitor Pedrosa



Exercício

Julgue V ou F as seguintes sentenças:

() $8 \mid 3^{2n+2} - 8n - 9$

() $9 \mid 4^n + 6n - 1$

() $64 \mid 3^{2n+2} - 8n - 9$

() $32 \mid 4^{n+2}$

() $64 \mid 16n+64$

Exercício

Determine todos os valores de $x > 0$ que são soluções das seguintes congruências lineares:

a) $35x \equiv 5 \pmod{14}$

b) $21x \equiv 15 \pmod{39}$

Exercício

- Calcule o inverso multiplicativo das seguintes congruências:

a) $3 \pmod{7}$

b) $6 \pmod{7}$

c) $2 \pmod{7}$

d) $5 \pmod{7}$

Congruências Lineares

Casos rápidos:

Dada uma congruência linear do tipo:

$$ax \equiv b \pmod{m}$$

Se $\text{mdc}(a,m) = 1$, então podemos resolvê-la rapidamente encontrando o inverso modular de **$a \pmod{m}$** e **multiplicando o inverso modular por b**

Exemplo:

$$7x \equiv 2 \pmod{5}$$

Temos que $\text{mdc}(7,5) = 1$. Logo, a congruência acima pode ser resolvida encontrando o inverso modular de $7 \pmod{5}$, que é 3.

Multiplicando 3 por 2 temos que $x = 6$, que é uma solução da congruência acima.

Resolvendo Equações Diofantinas por Congruências

- Seja a seguinte equação diofantina

$$5x+7y = 50$$

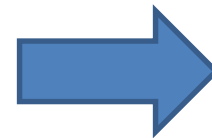
Podemos reescrevê-la usando (mod 7)

$$5x \equiv 1 \pmod{7}$$

A equação diofantina se transformou no problema de encontrar o inverso modular de 5 (mod 7)

5 (mod 7)

	q	1	2	2
	7	5	2	1
r	2	1	0	



q	mn
-	1
2	2
1	3

Resolvendo Equações Diofantinas por Congruências

- Seja a seguinte equação diofantina

$$5x + 7y = 50$$

Substituindo $x = 3$ na equação diofantina acima, temos:

$$5 \cdot (3) + 7y = 50$$

$$7y = 50 - 15$$

$$7y = 35$$

$$y = 5$$

Logo $x = 3$ e $y = 5$ é uma solução particular para a equação diofantina acima.

A **solução geral** é dada por:

$$x = 3 + 7t$$

$$y = 5 - 5t$$

Resolvendo Equações Diofantinas por Congruências

- Seja a seguinte equação diofantina

$$6x+13y = 5$$

Podemos reescrevê-la usando (mod 6)

$$y \equiv 5 \pmod{6}$$

A equação diofantina $6x+13y = 5$ se transformou no problema de resolver a seguinte congruência linear: $y \equiv 5 \pmod{6}$

Uma solução para a congruência linear $y \equiv 5 \pmod{6}$ é $y = 5$

Substituindo $y = 5$ na equação diofantina $6x+13y = 5$, temos:

$$6x+13*(5) = 5$$

$$6x+65 = 5$$

$$6x = -60$$

$$x = -10$$

Logo, a solução geral da equação diofantina $6x+13y = 5$ é:

$$x = -10 + 13t$$

$$y = 5 - 6t$$

Resolvendo Equações Diofantinas por Congruências

- Seja a seguinte equação diofantina

$$84x - 438y = 156$$

Podemos reescrevê-la usando (mod 84)

$$-18y \equiv 72 \pmod{84}$$

A equação diofantina $84x - 438y = 156$ se transformou no problema de resolver a seguinte congruência linear: $-18y \equiv 72 \pmod{84}$

Uma solução para a congruência linear $-18y \equiv 72 \pmod{84}$ é $y = -4$

Substituindo $y = -4$ na equação diofantina $84x - 438y = 156$, temos:

$$84x - 438(-4) = 156$$

$$84x + 1752 = 156$$

$$84x = -1596$$

$$x = -19$$

Logo, a solução geral da equação diofantina $84x - 438y = 156$ é:

$$x = -19 - 73t$$

$$y = -4 - 14t$$

Exercícios

- Resolva as seguintes equações diofantinas:

a) $24x + 138y = 18$

b) $84x - 438y = 156$

c) $57x - 99y = 77$

d) $57x - 99y = 66$

e) $17x + 54y = 8$