23/10/2025 – Matemáticas Discretas 1 (UdeA)

1. Parcial 2

Fecha: Jueves 30 de octubre
Tema: Logica cuantificacional

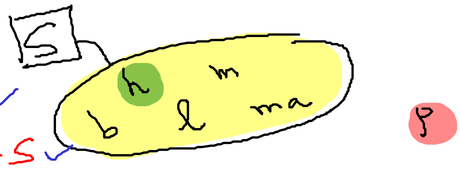
2. Teoría de conjuntos

Conjunto = Agrupación, grupo, pandilla, ...

1. Definicion de conjuntos

- Conjunto: A, B, C
- Elemento: a, b, c
- Pertenencia:
  - $\in$: Pertene: $h \in S$ ✓
  - $\notin$: No pertenece: $p \notin S$ ✓

S: Simpson
h: Homero
p: Peter Griffin



2. Representacion de conjuntos

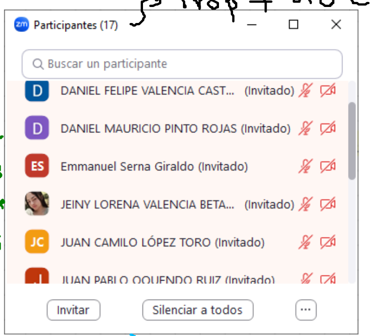
* Notación

↳ **Extensión: Lista** $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$

* Estudiantes de discretas 1: E

$$E = \{e_1, e_2, \ldots e_{34}\}$$

↪ Prop + 16 est



e_1
e_2
e_3
e_4
e_5
⋮

Ejemplo: E_{asist}: Estudiantes que vinieron a clase

Extención: $E_{asist} = \{e_1, e_2, \ldots, e_{16}\}$

↳ **Comprensión: Propiedad** $A = \{x \in D \mid P(x)\}$

$A = \{x \mid P(x)\}$

* Estudiantes de discretas 1:

✓ $E = \{x \mid x$ es estudiante de Discretas $1\}$

Sea: $D(x)$: x es estudiante de discretas 1

$E = \{x \mid D(x)\} \leftrightarrow E = \{x \in U \mid D(x)\}$

↳ U = Estudiantes de la Udea

Ejemplo: E_{asist}: Estudiantes que vinieron a clase

propiedad ⟶ Predicado: $V(x)$: el estudiante x vino a clase

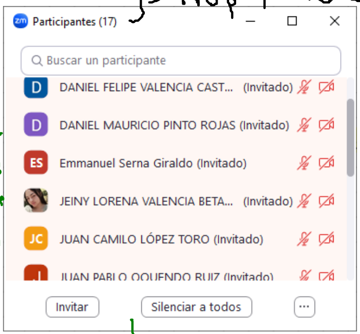
Comprension: $E_{asist} = \{x \in E \mid x$ vino a clase$\} = \{x \in E \mid V(x)\}$

* Representación gráfica

- Diagramas de Venn

↪ Prop + 16 est

e_1
e_2
e_3
e_4
e_5
$\vdots$



Universo:

- Representación por comprensión

$$U = E = \{x \mid x \text{ estudia Discretas } 1\}$$

- Representación por extensión

$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, \ldots, e_{34}\}$$

A: Estudiantes que vinieron a clase

- Representación por comprensión

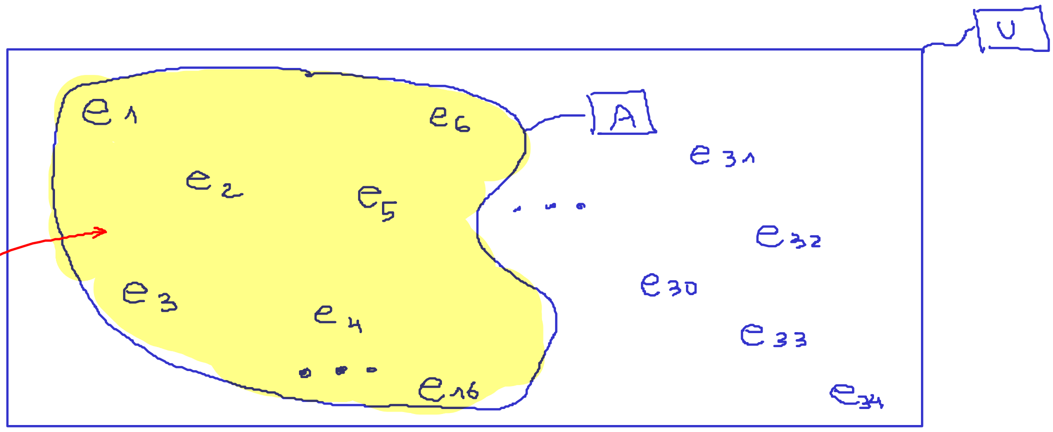
$V(x)$ = el estudiante x vino a clase

$$A = \{x \in E \mid x \text{ vino a clase}\} = \{x \in E \mid V(x)\} = \{x \mid V(x)\}$$

- Representación por extensión

$$A = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, \ldots, e_{16}\}$$

$A = \{x \in E \mid V(x)\}$



$S = \{x \in U \mid x$ es una letra de la palabra "discretas"$\}$

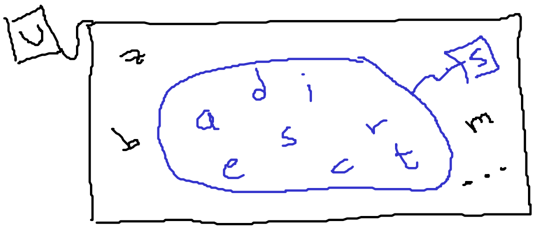
Mas formalmente $\{$ $P(x)$: x es una letra de la palabra discretas

→ Comprensión: $S = \{x \in U \mid P(x)\}$

→ Extensión: $S = \{d, i, s, c, r, e, t, a, s\}$

* Ojo: Lo que yo defino como universo (Universo de discurso) dicta el CONTEXTO

U = Letras minusculas



U = Letras (Mayusculas / Minusculas)

2. Relaciones entre conjuntos

① Igualdad: $A = B$

$$A = B \leftrightarrow \forall x (x \in A \leftrightarrow x \in B)$$

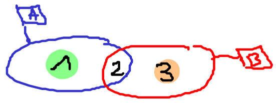
$A = \{1, 2, 3\}$
$B = \{1, 2, 3\}$

$A = B$

② Diferencia: $A \neq B$

$$A \neq B \leftrightarrow \exists x (x \in A \leftrightarrow x \notin B)$$

$A = \{1, 2\}$
$B = \{2, 3\}$



$A \neq B$

③ Subconjunto: $A \subseteq B$

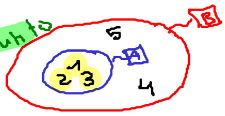
$$A \subseteq B \leftrightarrow \forall x (x \in A \rightarrow x \in B)$$

A es subconjunto de B

$A \subseteq B \leftrightarrow B \supseteq A$ → B es superconjunto de A

superconjunto

$A = \{1, 2, 3\}$
$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

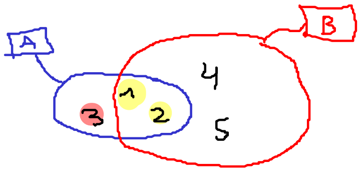


$A \subseteq B$

④ No es subconjunto: $A \not\subseteq B$

$$A \not\subseteq B \leftrightarrow \exists x (x \in A \wedge x \notin B)$$

$A = \{1, 2, 3\}$
$B = \{1, 2, 4, 5\}$



$A \not\subseteq B$

⑤ Subconjunto propio: $A \subset B$

$$A \subset B \leftrightarrow \forall x (x \in A \rightarrow x \in B) \wedge \exists x (x \notin A \leftrightarrow x \in B))$$

- $A = \{1, 2, 3\}$
  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$A \subset B$

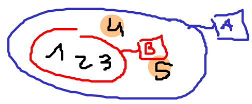
- $A = \{1, 2, 3\}$
  $B = \{1, 2, 3\}$

$A \subset B$

⑥ No es subconjunto propio: $A \not\subset B$

$$A \not\subset B \leftrightarrow \exists x (x \notin A \wedge x \notin B) \vee \forall x (x \in B \rightarrow x \in A)$$

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
  $B = \{1, 2, 3\}$



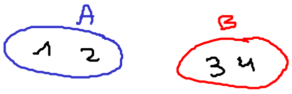
$A \not\subset B$

7 Conjuntos disyuntos: Conjuntos que no tienen elementos en común.

$A \cap B = \emptyset$

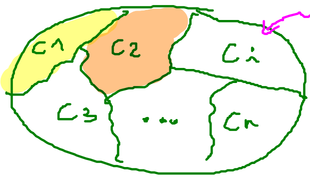
$\emptyset = \{\ \}$

$A = \{1, 2\}$
$B = \{3, 4\}$



$A \cap B = \{\ \} = \emptyset$

Conjunto particionado



Si: $C_1 \cap C_2 \cap \ldots \cap C_i \cap \ldots C_n = \emptyset$

$\Updownarrow$

$C_1, C_2, \ldots, C_i, \ldots, C_n$ son conjuntos disyuntos

Relaciones importantes en términos de subconjuntos

En la siguiente tabla se muestra que es posible expresar las relaciones anteriores en términos de subconjuntos:

Relación	**Expresión en términos de subconjuntos**
Igualdad	$A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$
Diferencia	$A \neq B \Leftrightarrow (A \nsubseteq B) \vee (B \nsubseteq A)$
Subconjunto propio	$A \subset B \Leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (A \neq B)$

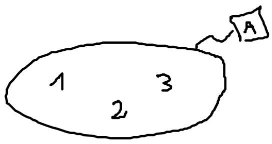
3. Clasificacion de los conjuntos:

1. Conjunto vacio: $\emptyset = \{\}$
2. Conjunto unitario: $A = \{a\}$; $B = \{\emptyset\}$
3. Conjunto finito : $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$
4. Conjunto infinito: $A = \{a_1, a_2, \ldots\}$
5. Conjunto Universal: U depende del contexto
6. Conjunto Homogeneo:
7. Conjunto Heterogeneo:

Propiedad: Cardinalidad = Numero de elementos de un conjunto

$A = \{1, 2, 3\}$

$|A| = card(A) = n(A) = \#$ de elementos de A



$|A| = 3$

Ejemplo:

Conjunto	Cardinalidad
$A = \{3\}$	$\lvert A\rvert = 1$
$B = \{\ \}$	$\lvert B\rvert = 0$
$C = \{L, M, W, J, V, S, D\}$	$n(C) = 7$
$\mathbb{Z} = \{\ldots, -1, 0, 1, \ldots\}$	$n(\mathbb{Z}) = \infty \rightsquigarrow n(\mathbb{Z}) = \aleph_0$
$D = [-1, 1]$	$card(D) = \infty$
$E = \{5, 6, 7, \ldots\}$	$\#(E) = \infty$
$F = \{\phi\}$	$\lvert F\rvert = 1$
$G = \{\{\ \}\}$	$\lvert G\rvert = 1$

8. Conjunto Potencia

$P(A)$ = conjunto formado por todos los subconjuntos de A.

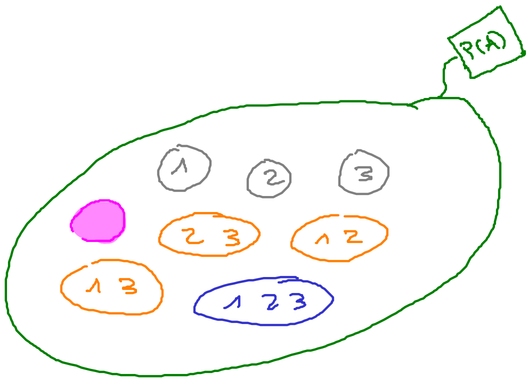
$$\lvert P(A)\rvert = card(P(A)) = n(P(A)) = 2^{\lvert A\rvert} = 2^{n(A)}$$

$P(A) = ?$

$A = \{1, 2, 3\} \longrightarrow \lvert A\rvert = 3$

$\lvert P(A)\rvert = 2^{\lvert A\rvert} = 2^3 = 8$

$P(A) = \{ \{\ \} \rightsquigarrow \emptyset,$
$\{1\}, \{2\}, \{3\},$
$\{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\},$
$\underbrace{\{1,2,3\}}_{A}$
$\}$

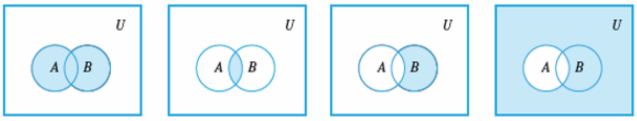


Las operaciones entre conjuntos permiten combinar o modificar conjuntos para crear nuevos conjuntos. Las principales son:

- Unión
- Intersección.
- Diferencia de conjuntos.
- Complemento de un conjunto.
- Diferencia simétrica.

Resumen

Operación		Definición	Ejemplo
Unión	$A \cup B = A + B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$	Conjunto de elementos que están en A o en B (o en ambos)	$A = \{1,2\}$ $B = \{2,3\}$ $A \cup B = \{1,2,3\}$
Intersección	$A \cap B = A \cdot B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$	Conjunto de elementos que están tanto en A como en B	$A = \{1,2\}$ $B = \{2,3\}$ $A \cap B = \{2\}$
Diferencia	$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$	Conjunto de elementos que están en A pero no en B	$A = \{1,2,3\}$ $B = \{2\}$ $A - B = \{1,3\}$ $B - A = \{\ \} = \emptyset$
Diferencia simétrica	$A \oplus B = \{x \mid (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A)\}$	Conjunto de elementos que están en A o en B, pero no en ambos	$A = \{1,2\}$ $B = \{2,3\}$ $A \oplus B = \{1,3\}$
Complemento	$A' = A^C = U - A$	Conjunto de elementos que están en el universo pero no en A	$U = \{1,2,3\}$ $A = \{1,2\}$ $A' = A^C = \{3\}$



La región sombreada representa $A \cup B$. La región sombreada representa $A \cap B$. La región sombreada representa $B - A$. La región sombreada representa A^c.