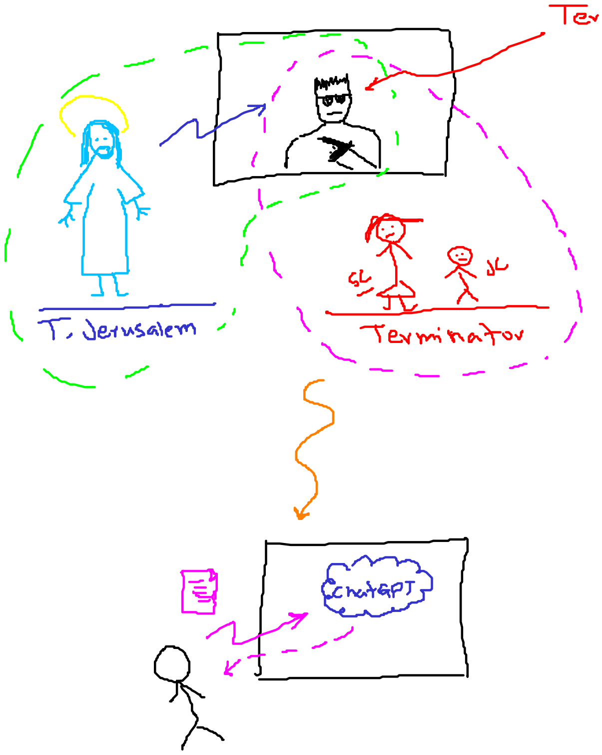
15/05/2025 - Matematicas Discretas 1 (UdeA | MJ 10-12)

1. Repaso rapido

Terminator (IA)



1. Contexto: Terminator: Saber mas sobre Jesús.

Falta de contexto

- Investigar
- Preguntar
- Cuestionar.

2. Ambigüedad:

Promts (contexto adecuado)

Hacerse entender

2. Sobre los cuantificadores.

✓ Universal $\forall$ (Para todo...)

✓ Existencial $\exists$ (Existe ...)

Unicidad $\exists!$ (Solo uno...)

a. Prioridad:

$\forall \; \exists$	1
$\neg$	2
$\wedge$	3
$\vee$	4
$\rightarrow$	5
$\leftrightarrow$	6

Ejemplo: $\underbrace{\underbrace{\forall x P(x)}_{1} \wedge \underbrace{Q(x)}_{2}}_{1 \wedge 2} \equiv \cancel{\forall x (P(x) \wedge Q(x))}$

$\forall x P(x) \wedge Q(x) \equiv (\forall x P(x)) \wedge Q(x)$

b. El orden es importante cuando hay anidamiento

$\forall x \forall y \forall z \, P(x,y,z)$

$\exists x \exists y \, Q(x,y)$

$\forall x \exists z \, R(x,z)$

* No importa el orden: Se usan los mismos cuantificadores

✓ $\forall x \forall y \, P(x,y) \equiv \forall y \forall x \, P(x,y)$

✓ $\exists x \exists y \, P(x,y) \equiv \exists y \exists x \, P(x,y)$

* **Si importa el orden:** Cuando se usan distintos cuantificadores.

$$\forall x \exists y\, P(x,y) \not\equiv \exists y \forall x\, P(x,y)$$

✓ Cambio de orden implica que se digan cosas distintas

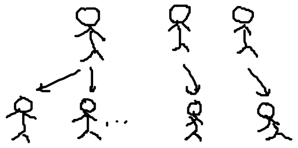
Ejemplo: - $U \equiv$ {Cualquier ser humano}

- $x, y \in U$

- Predicado: $ama(x,y)$: x ama a y

$\forall x \exists y\; ama(x,y) \equiv$ Para todo x, existe un y tal que x ama a y

Todo x ama a algun y



Todo ser humano a otro

= Todos aman a alguien

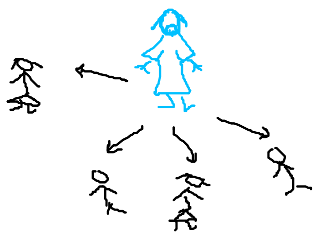
Casos:

- Homero ama a Marge
- Superman ama a Luisa
- Laisa ama a Uriarte

Se dicen cosas distintas.

$\exists y \forall x\; ama(y,x) \equiv$ Existe un y, tal que ama a todo x

Existe un y que ama a todos los x



Existe alguien que ama a todos.

3. Equivalencias

(1) $\neg\neg P(x) \equiv P(x)$ $\rightsquigarrow$ $\forall x\, \neg\neg P(x) \equiv \forall x\, P(x)$

$\exists x\, \neg\neg P(x) = \exists x\, P(x)$

(2) Leyes de De Morgan

$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$

$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$

Como aplican estas leyes a los cuantificadores

Leyes de Morgan para cuantificadores

Leyes de Morgan Cuanticas

$\neg \forall x\, P(x) \equiv \exists x\, \neg P(x)$ $(\neg\forall \equiv \exists)$

$\neg \exists x\, P(x) \equiv \forall x\, \neg P(x)$ $(\neg\exists \equiv \forall)$

Ejemplo 1: $\forall x P(x) \equiv$? usan $\exists x$

$\forall x P(x) \equiv \neg\neg \forall x P(x) \equiv \neg(\neg \forall x P(x))$

$\equiv \neg(\exists x \neg P(x))$

$\equiv \neg \exists x \neg P(x)$

$\forall x P(x) \equiv \neg\neg \forall x P(x) \equiv \neg \exists x \neg P(x)$

$\forall x P(x)$

Ejemplo 2: $\forall x (S(x) \to J(x))$ ¿Cual es la negacion?

$\neg\forall x (S(x) \to J(x)) \equiv ?$

$\neg\forall x (S(x) \to J(x)) \equiv \neg \forall x (\underbrace{\neg S(x) \vee J(x)}_{P(x)})$ $\quad P \to Q \equiv \neg P \vee Q$

$\neg\forall x P(x) \equiv \exists x \neg P(x)$

$\equiv \exists x (\neg(\neg S(x) \vee J(x)))$

$\equiv \exists x (S(x) \wedge \neg J(x))$ $\quad \neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$

Ejemplo 3:

¿Cuáles son las negaciones de las afirmaciones (1) "Todos los estudiantes de esta clase han tomado un curso de Java" y (2) "Uno o más estudiantes de esta clase han hecho un curso de Java"?

Veamos la importancia de definir el contexto

Forma (1)

$U = \{x \mid x$ es un estudiante$\}$

Predicados:

- $J(x)$: x ha tomado un curso de Java

(1) Todos los estudiantes han tomado un curso de Java

$\forall x J(x)$ — Estudiante

Forma (2)

$U = \{x \mid x$ es una persona$\}$

Predicados:

- $C(x)$: x es un estudiante
- $J(x)$: x ha tomado un curso de Java

(1) Todos los estudiantes han tomado un curso de Java

$\forall x\, (C(x) \to J(x))$ — persona

② Uno o mas estudiantes de esta clase han hecho un curso de Java

Estudiante

$\exists x\, J(x)$

② Uno o mas estudiantes de esta clase han hecho un curso de Java

persona

$\exists x\, (C(x) \wedge J(x))$

Quedaron faltando las negaciones: Estas se encuentran en las diapositivas.