

1. Negocio (Bonus: 0.2 parcial - Opcional)



Así es como ocho empleados de Google inventaron la inteligencia artificial moderna

Se conocieron por casualidad, se engancharon a una idea y escribieron el documento "Attention Is All You Need", el avance tecnológico más importante de la historia reciente.

1. Repaso clase anterior

a. Relaciones entre conjuntos

b. Clasificación de conjuntos

2. Operaciones entre conjuntos.

Las operaciones entre conjuntos permiten combinar o modificar conjuntos para crear nuevos conjuntos. Las principales son:

- Unión
- Intersección.
- Diferencia de conjuntos.
- Complemento de un conjunto.
- Diferencia simétrica.

Operación	Definición
Unión	$A \cup B = A + B = \{x x \in A \vee x \in B\}$
Intersección	$A \cap B = A \cdot B = \{x x \in A \wedge x \in B\}$
Diferencia	$A - B = \{x x \in A \wedge x \notin B\}$
Diferencia simétrica	$A \oplus B = \{x (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A)\}$
Complemento	$A' = A^C = \bar{A} = \{x x \notin A\}$

Ejemplo

Sea A el conjunto de todas las letras que conforman la palabra 'calculo' y B el conjunto asociado de letras que aparecen en 'matemáticas discretas'. Determine:

1. La representación por comprensión y extensión de cada conjunto. ✓
2. El conjunto universal. ✓
3. Dibuje el diagrama de ven que represente el problema. ✓
4. Las letras que aparecen en cualquiera de los dos conjuntos. ✓ $(A \cup B) = A + B$
5. Las letras que aparecen en ambos conjuntos. ✓ $(A \cap B) = AB$
6. Las que solo aparecen en el conjunto A pero que no están en el conjunto B. ✓ $(A - B)$
7. Las que solo aparecen en el conjunto B pero que no están en el conjunto A. ✓ $(B - A)$
8. Las letras que no se encuentran en A. ✓ $A' = A^c$
9. Las letras que no se encuentran en B. ✓ $B' = B^c$
10. Las letras que están solo en A o en B. ✓ o exclusivo $A \oplus B = \text{Diferencia simétrica}$

Punto 1:

Palabra: "calculo"

- Extensión

$$A = \{c, a, l, u, o\}$$

- Comprensión: - U: Letras minúsculas del Abecedario español

$$A = \{x \in U \mid x \text{ es una letra de la palabra "calculo"}\}$$

$C(x): x \text{ es una letra de la palabra "calculo"}$

$$A = \{x \in U \mid C(x)\}$$

Palabra: "matemáticas discretas"

- Extensión

$$B = \{m, a, t, e, m, a, t, i, c, a, s, d, i, s, c, r, e, t, a, s\}$$

- Comprensión: - U: Letras minúsculas del Abecedario español

$$B = \{x \in U \mid x \text{ es una letra de la palabra "matemáticas discretas"}\}$$

$D(x): x \text{ es una letra de la palabra "matemáticas discretas"}$

$$B = \{x \in U \mid D(x)\}$$

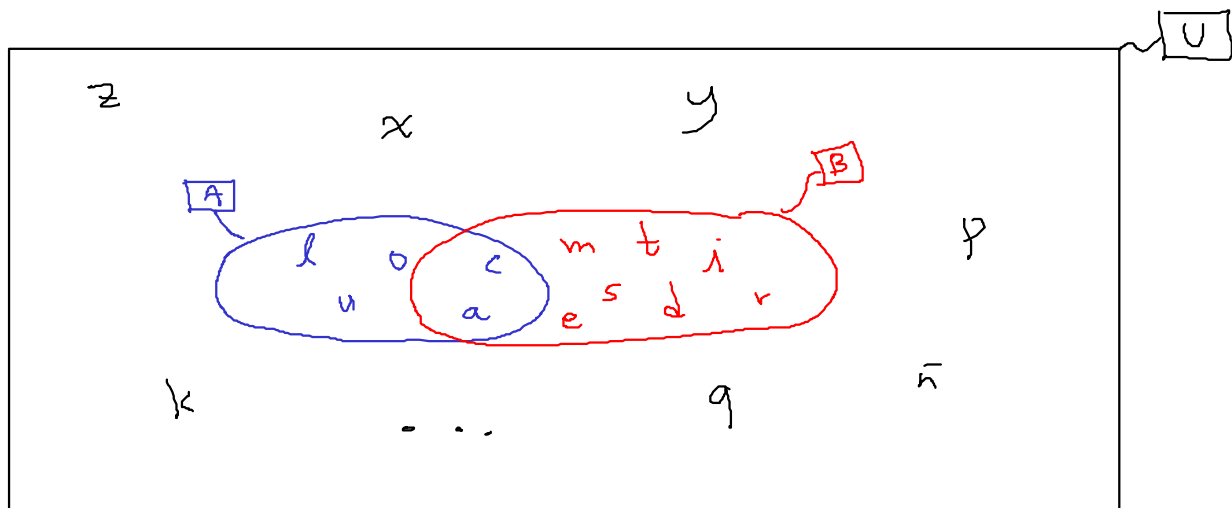
Punto 2: $U = \{\text{letras minúsculas del alfabeto español}\}$

Contexto

$U = \{a, b, c, d, e, \dots, m, n, \tilde{n}, o, p, \dots, x, y, z\}$

Punto 3:

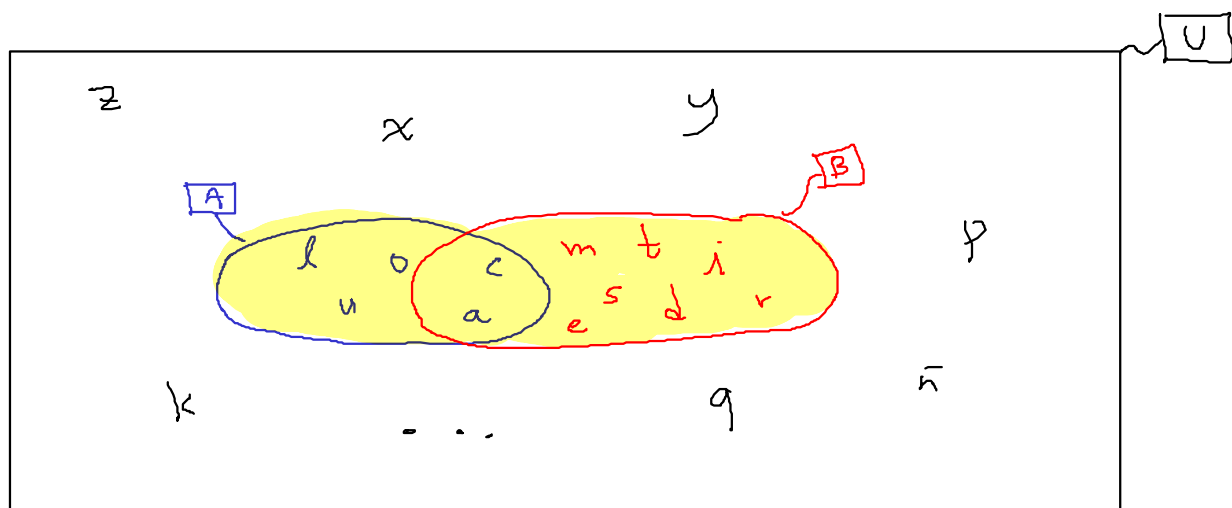
- $A = \{c, a, l, u, o\}$
- $B = \{m, a, t, e, i, c, s, d, r\}$
- $U = \{a, b, c, d, e, \dots, m, n, \tilde{n}, o, p, \dots, x, y, z\}$



Punto 4 - Unión:

$$A \cup B = A + B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

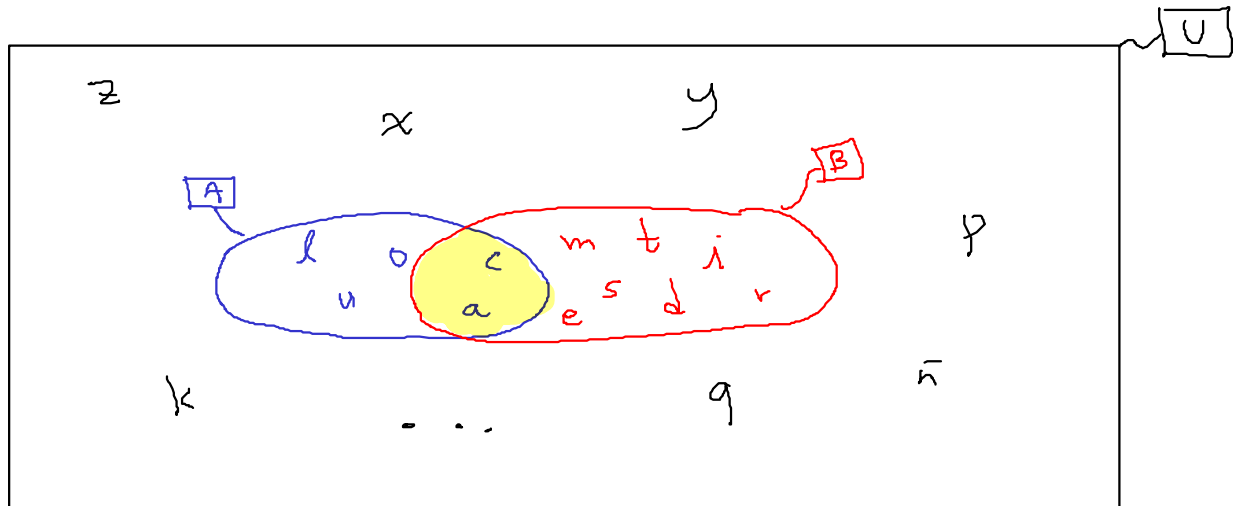
- $A = \{c, a, l, u, o\}$
- $B = \{m, a, t, e, i, c, s, d, r\}$
- $A \cup B = A + B = \{c, a, l, u, o, m, t, e, i, s, d, r\}$



Punto 5 - Intersección

$$A \cap B = A \cdot B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$$

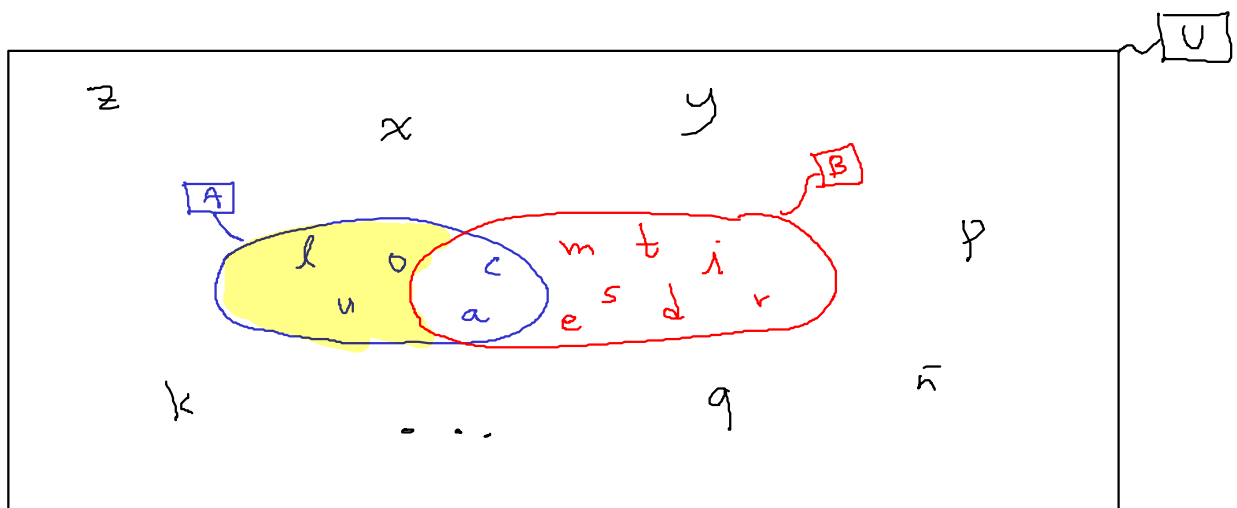
- $A = \{c, a, l, u, o\}$
- $B = \{m, a, t, e, i, c, s, d, r\}$
- $A \cap B = AB = \{c, a\}$



Punto 6 - Diferencia:

$$A - B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$$

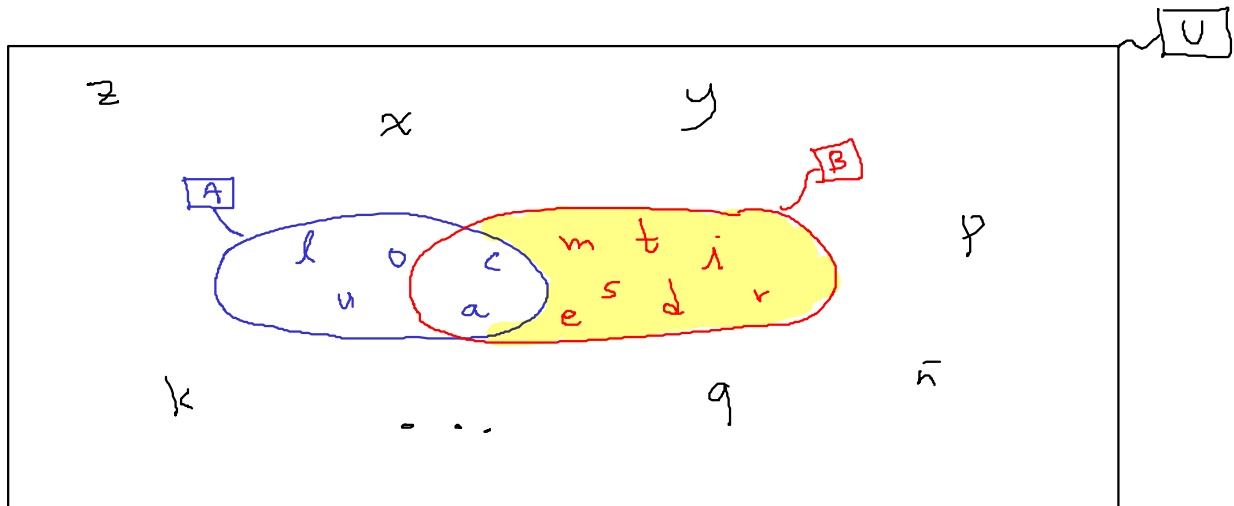
- $A = \{c, a, l, u, o\}$
- $B = \{m, a, t, e, i, c, s, d, r\}$
- $A - B = \{l, u, o\}$



Punto 7 - Diferencia

$$B - A = \{x \mid x \in B \wedge x \notin A\}$$

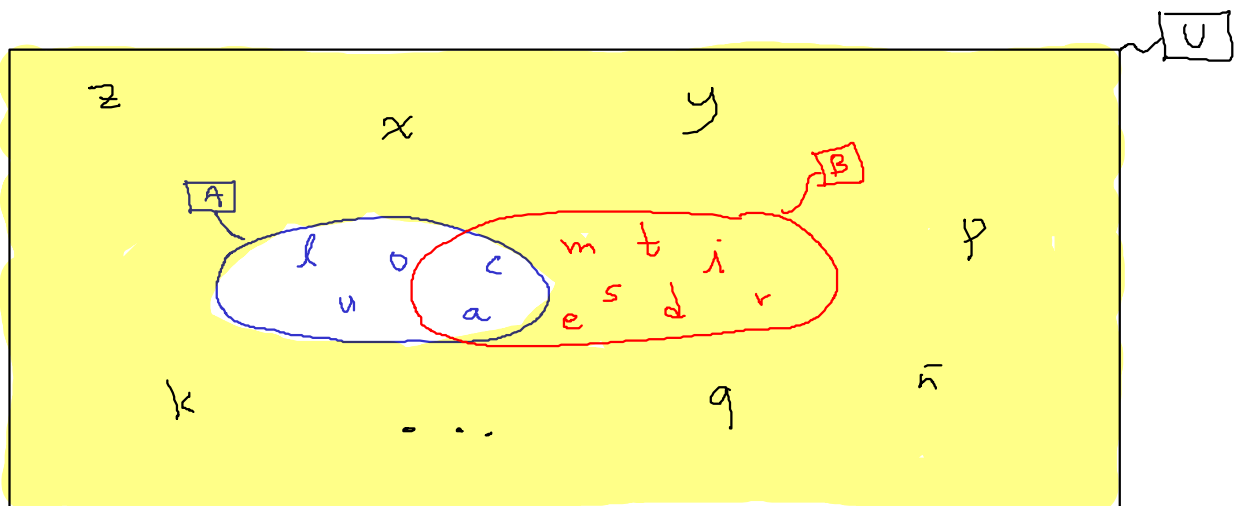
- $A = \{\underline{c}, \underline{a}, l, u, o\}$
- $B = \{m, \underline{a}, \underline{t}, e, i, \underline{c}, \underline{s}, d, r\}$
- $B - A = \{m, t, e, i, s, d, r\}$



Punto 8 - Complemento

$$A' = \{x \in U \mid x \notin A\}$$

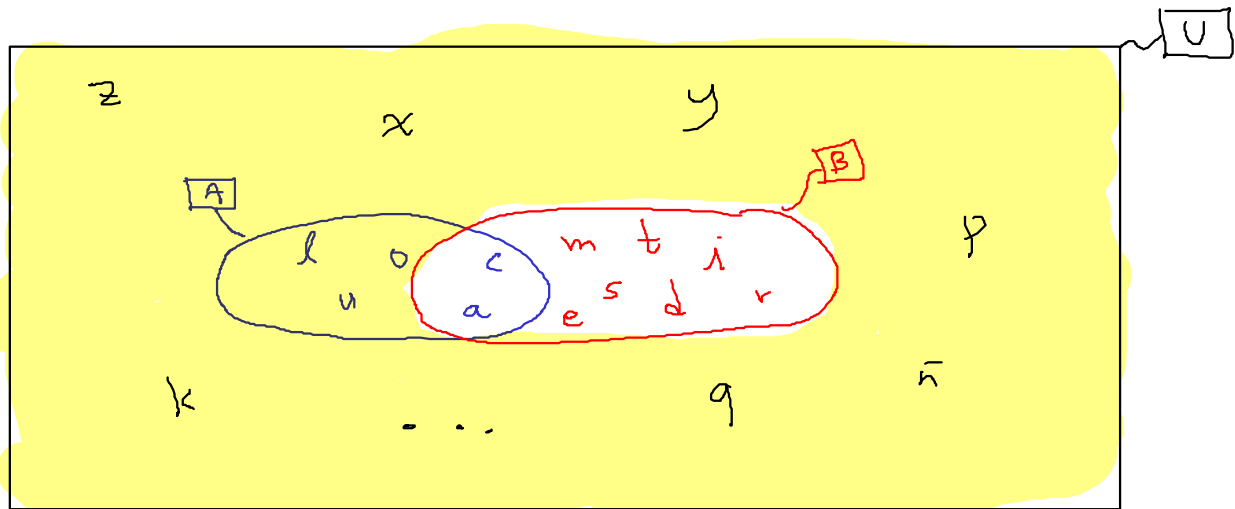
- $A = \{\underline{c}, \underline{a}, l, u, o\}$
- $U = \{\underline{c}, b, \underline{c}, d, e, \dots, m, n, \bar{n}, \underline{o}, p, \dots, x, y, z\}$
- $A' = A^c = \bar{A} = \{b, d, e, f, g, h, i, j, k, m, n, \bar{n}, p, q, r, s, t, v, w, x, y, z\}$



Punto 9 - Complemento

$$B' = \bar{B} = B^c = \{x \in U \mid x \notin B\}$$

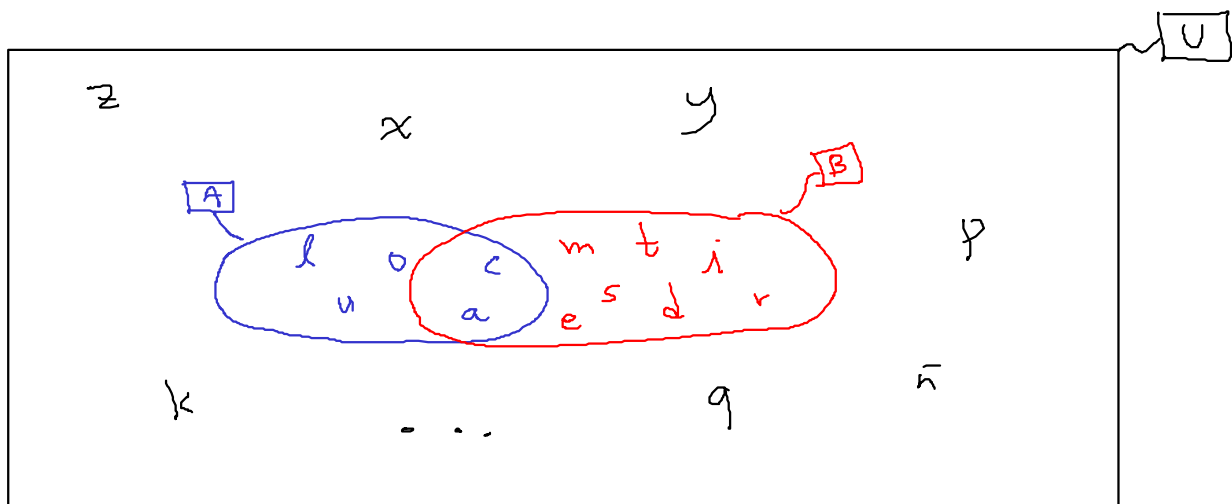
- $B = \{m, a, t, e, i, c, s, d, r\}$
- $U = \{a, b, c, d, e, \dots, m, n, \bar{n}, o, p, \dots, x, y, z\}$
- $B' = \{b, f, g, h, j, k, l, n, \bar{n}, o, p, q, u, v, w, x, y, z\}$



Punto 4 - Unión:

$$A \cup B = A + B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

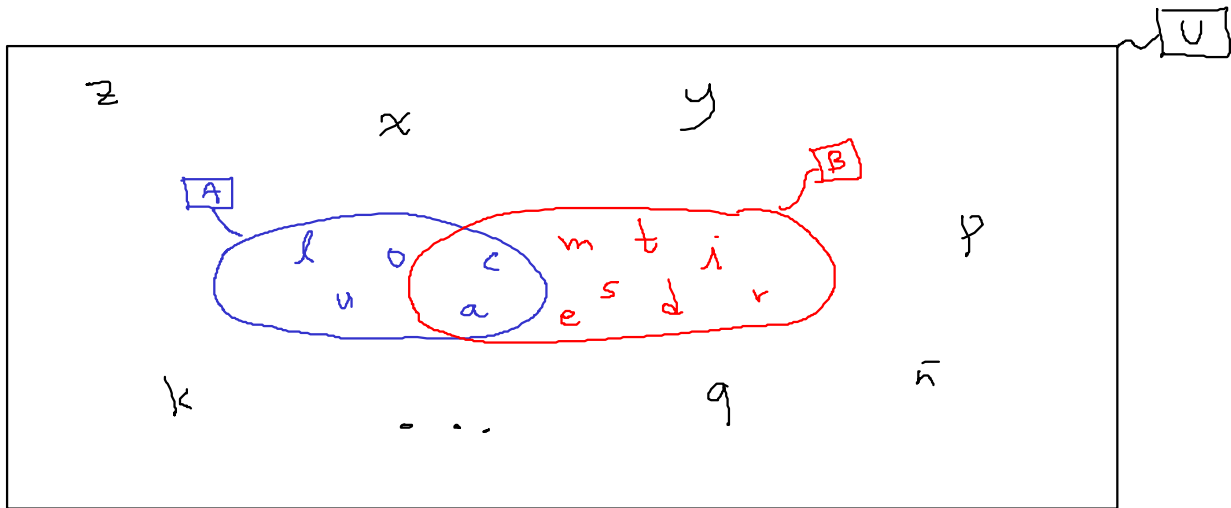
- $A = \{c, a, l, u, o\}$
- $B = \{m, a, t, e, i, c, s, d, r\}$
- $U = \{a, b, c, d, e, \dots, m, n, \bar{n}, o, p, \dots, x, y, z\}$



Punto 4 - Unión:

$$A \cup B = A + B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

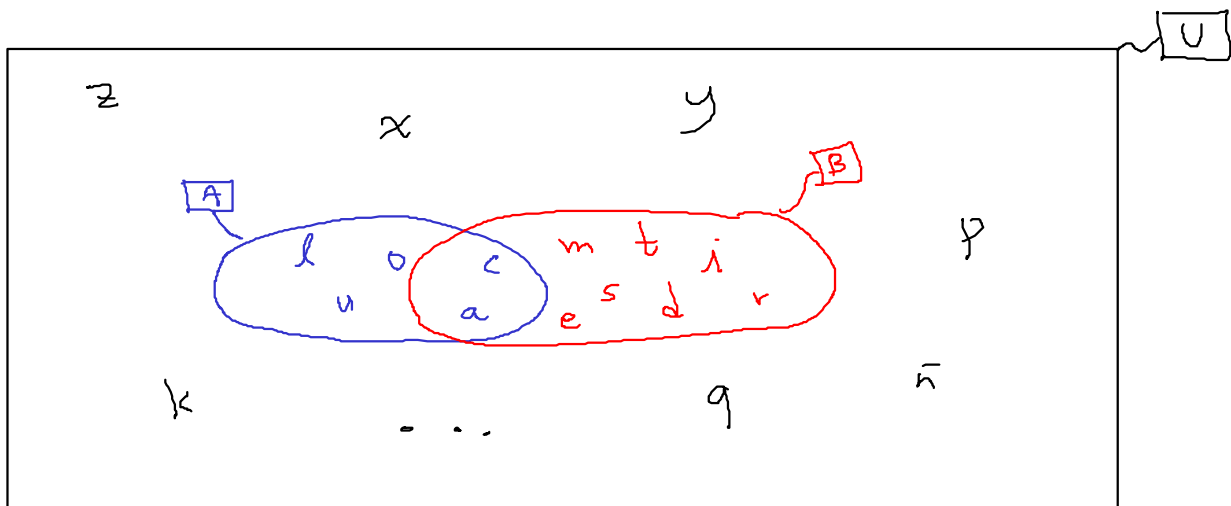
- $A = \{c, a, l, u, o\}$
- $B = \{m, a, t, e, i, c, s, d, r\}$
- $U = \{a, b, c, d, e, \dots, m, n, \bar{n}, o, p, \dots, x, y, z\}$



Punto 4 - Unión:

$$A \cup B = A + B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

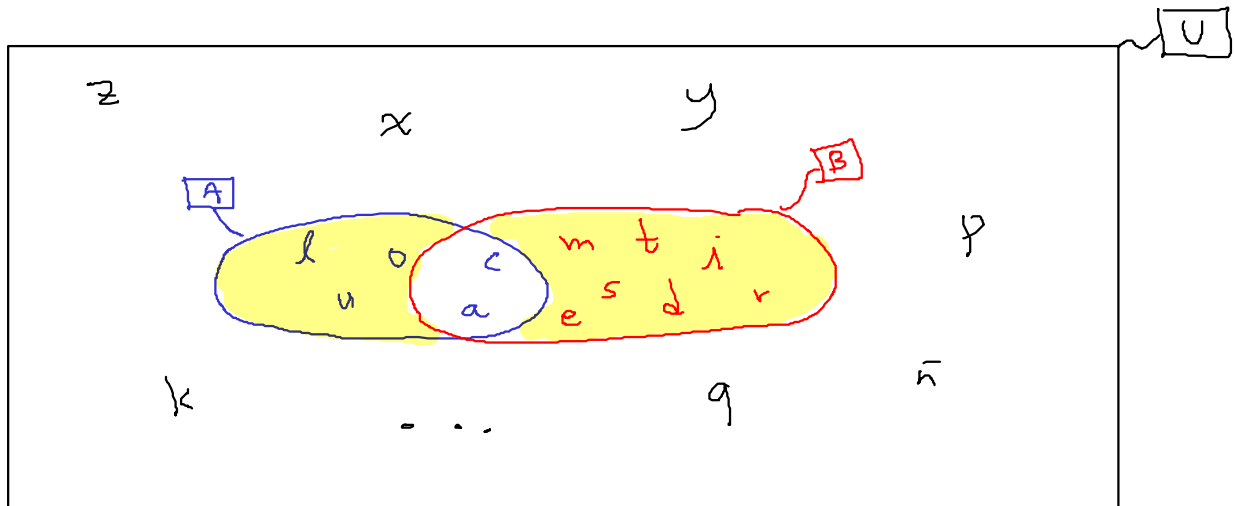
- $A = \{c, a, l, u, o\}$
- $B = \{m, a, t, e, i, c, s, d, r\}$
- $U = \{a, b, c, d, e, \dots, m, n, \bar{n}, o, p, \dots, x, y, z\}$



Punto 10 - Diferencia simétrica.

$$A \triangle B = A \oplus B = \{x | (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A)\}$$

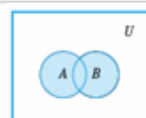
- $A = \{\underline{c}, \underline{a}, \underline{l}, \underline{u}, \underline{o}\}$
- $B = \{\underline{m}, \underline{a}, \underline{t}, \underline{e}, \underline{i}, \underline{s}, \underline{d}, \underline{r}\}$
- $A \oplus B = \{l, u, o, m, t, e, i, s, d, r\}$



Operaciones entre conjuntos

Resumen

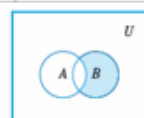
Operación		Definición	Ejemplo
Unión	$A \cup B = A + B = \{x x \in A \vee x \in B\}$	Conjunto de elementos que están en A o en B (o en ambos)	$A = \{1, 2\}$ $B = \{2, 3\}$ $A \cup B = \{1, 2, 3\}$
Intersección	$A \cap B = A \cdot B = \{x x \in A \wedge x \in B\}$	Conjunto de elementos que están tanto en A como en B	$A = \{1, 2\}$ $B = \{2, 3\}$ $A \cap B = \{2\}$
Diferencia	$A - B = \{x x \in A \wedge x \notin B\}$	Conjunto de elementos que están en A pero no en B	$A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2\}$ $A - B = \{1, 3\}$ $B - A = \{2\}$
Diferencia simétrica	$A \oplus B = \{x (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A)\}$	Conjunto de elementos que están en A o en B, pero no en ambos	$A = \{1, 2\}$ $B = \{2, 3\}$ $A \oplus B = \{1, 3\}$
Complemento	$A' = A^c = U - A$	Conjunto de elementos que están en el universo pero no en A	$U = \{1, 2, 3\}$ $A = \{1, 2\}$ $A' = A^c = \{3\}$



La región sombreada representa $A \cup B$.



La región sombreada representa $A \cap B$.



La región sombreada representa $B - A$.



La región sombreada representa A' .

3. Identidades con conjuntos

Identidades de operaciones con conjuntos

Nombre	Equivalencia	
Idempotencia	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
Identidad	$A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A$
Dominación	$A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$
Conmutativa	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
Asociativa	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
Distributiva	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$	$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$
Complemento	$A \cdot A' = 0$	$A + A' = 1$
Doble negación	$A'' = A$	
Absorción	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
De Morgan	$(A \cdot B)' = A' + B'$	$(A + B)' = A' \cdot B'$

Identidades de cardinalidad.

Nombre	Equivalencia
1	$ \emptyset = 0$
2	$A \cdot B = 0 \rightarrow A + B = A + B $
3	$ A + B = A + B - A \cdot B $
4	$ A - B = A + A \cdot B $
5	$ A \cdot B \leq A $
6	$ A \leq A + B $
7	$ A' = U - A $
8	$a \leq A \leq b \leftrightarrow U - a \leq A' \leq U - b$
9	$\text{Max}(A , B) \leq A + B \leq \text{Min}(A + B , U)$
10	$\text{Max}(0, A + B - U) \leq A \cdot B \leq \text{Min}(A + B)$