01/04/2025 - Matematicas discretas 1 (U de@ | MD 10-12)

1. Anotación importante

* Aclaracion sobre las reglas de prioridad y asociatividad

Reglas de prioridad

Prioridad	Operador	Asociatividad
1		• Cuando se tienen varios operadores con la misma prioridad, la evaluación se hace de izquierda a derecha. • Cuando hay paréntesis anidados se evalúan primero los mas internos.
2		
3		
4		
5	/	

Reglas de prioridad y asociatividad (Mas detallada)

Prioridad	Símbolo	Asociatividad	Ejemplo con paréntesis
1 (más alta)	$\neg$	No aplica (unitario)	$\neg p \wedge q \mapsto ((\neg p) \wedge q)$
2	$\wedge$	Izquierda ($I \to D$)	$p \wedge q \wedge r \mapsto ((p \wedge q) \wedge r)$
3	$\vee$	Izquierda ($I \to D$)	$p \vee q \vee r \mapsto ((p \vee q) \vee r)$
4	$\oplus$	Izquierda ($I \to D$)	$p \oplus q \oplus r \mapsto ((p \oplus q) \oplus r)$
5	$\to$	Derecha ($I \leftarrow D$)	$p \to q \to r \mapsto (p \to (q \to r))$
6 (más baja)	$\leftrightarrow$	Derecha ($I \leftarrow D$)	$p \leftrightarrow q \leftrightarrow r \mapsto (p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r))$

Ejemplo:

1. $\underbrace{P \wedge Q}_{1} \vee \underbrace{R}_{\vee\ 2} = ((P \wedge Q) \vee R)$

2. $\underbrace{P \wedge Q}_{1} \wedge \underbrace{R}_{\wedge\ 2} = ((P \wedge Q) \wedge R)$

3. $\underbrace{P}_{1} \to \underbrace{Q \to R}_{2} = (P \to (Q \to R)) \neq \cancel{((P \to Q) \to R)}$

¿Por que es importante?

Python

Precedence Level	Operator	Explanation
1 (highest)	( )	Parentheses
2	**	Exponentiation
3	-a, +a	Negative, positive argument
4	* , / , // , %, @	Multiplication, division, floor division, modulus, at
5	+, -	Addition, subtraction
6	< , <=, >, >=, ==, !=	Less than, less than or equal, greater, greater or equal, equal, not equal
7	not	Boolean Not
8	and	Boolean And
9	or	Boolean Or

Sean P, Q, R y S fórmulas. Si se sabe únicamente que $\boxed{P \text{ es verdadero}}$, ¿Qué puede afirmarse del valor de verdad de cada una las formas proposicionales siguientes?

- $R \rightarrow (S \rightarrow P)$

$\underset{?}{R} \rightarrow (\underset{?}{S} \rightarrow \underset{V}{P})$

$S = F$
$S = V$

$R \longrightarrow V$

$R = F$
$R = V$

$P = V$; $R = F/V$; $S = F/V$

Sin tabla de verdad

P	Q	$P \rightarrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Conclusión: Si $P = V$; entonces $R \rightarrow (S \rightarrow P)$ es V; además R y S pueden tomar cualquier valor.

Veamos usando la tabla de verdad:

$R \rightarrow \underbrace{(S \rightarrow P)}$

$R \rightarrow 1$

Proposiciones: $R, S, P \rightarrow n = 3 \rightarrow f = 2^3 = 8$

R	S	P	$S \rightarrow P$	$R \rightarrow (S \rightarrow P)$
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Se sabe que P es verdadero

* Si $P = V$; entonces $\boxed{R \rightarrow (S \rightarrow P) \text{ es } V}$; además R y S pueden tomar cualquier valor.

2. Demostraciones:

Proposición $\longrightarrow$ Valor de verdad (F/V)
- Tablas de verdad
- Equivalencias lógicas

Argumentación $\longrightarrow$ Validez

Argumento:

$P \longrightarrow Q$

P	Q
Antecedente	Consecuente
Hipótesis	Tesis
Premisa	Conclusión

P	Q	$P \to Q$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

$\overbrace{p_1, p_2, \ldots, p_n}^{y} \longrightarrow q$

$\underbrace{p_1, p_2, \ldots, p_n}_{\text{Premisas} = V}$; $\underbrace{q}_{\text{Conclusión}}$

Regla de inferencia

p_1
p_2
$\ldots$
$\underline{p_n}$
$\therefore q$

Por lo tanto

Tautología

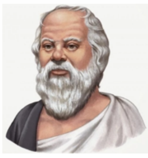
$p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n \to q$

Forma simbólica

$p_1, p_2, \ldots p_n \vdash q$

Premisas { Si Socrates es un hombre entonces Socrates es un mortal (P: Socrates es un hombre; Q: Socrates es un mortal)
Socrates es un hombre P

Conclusión { ∴ Socrates es un mortal Q



Esto es valido?

Premisas { $P \longrightarrow Q$
P

Conclusión { $\therefore Q$

Validación de argumentos mediante tabla de verdad

1. Identifique las premisas y la conclusión de la forma de argumento.
2. Construya una tabla de verdad que muestre los valores de verdad de todas las premisas y la conclusión.
3. Un renglón de la tabla de verdad en el que todas las premisas son verdaderas se llama un **renglón crítico**. Si hay un renglón crítico en el que la conclusión es falsa, entonces es posible que un argumento de la forma dada tenga premisas verdaderas y una conclusión falsa, por lo que la forma del argumento es no válida. Si la conclusión en cada renglón crítico es verdadera, entonces la forma del argumento es válida

Tabla de verdad

Proposiones: $P, Q \longrightarrow n = 2 \longrightarrow f = 2^2 = 4$

Premisas { $P \longrightarrow Q$
P

Conclusión { $\therefore Q$

		Premisas		Conclusión
P	Q	$P \to Q$	P	Q
0	0	1	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

Renglón crítico

1: La argumentación es Válida

Ejemplo: Dado el siguiente argumento:

Tautologia

$[(p \to q \vee \neg r) \wedge (q \to p \wedge r)] \to (p \to r)$

Forma simbolica

$p \to q \vee \neg r,\ q \to p \wedge r \vdash p \to r$

Premisas $\left\{ \begin{array}{l} p \to q \vee \neg r \\ q \to p \wedge r \end{array} \right.$

Conclusion $\left\{ \therefore p \to r \right.$

Determine su validez mediante una tabla de verdad, indicando qué columnas representan las premisas y cuáles representan la conclusión y anotando en la tabla una frase de la explicación.

Proposiones : $p, q, r \to n = 3 \to f = 2^3 = 8$

- $p \to \underbrace{q \vee \neg r}_{①}$

  $p \to ①$

- $q \to \underbrace{p \wedge r}_{②}$

  $q \to ②$

p	$\neg p$
F	V
V	F

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \to q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F
V	V	V	V	F	V	V

				①	②	Premisas: $p \to ①$	Premisas: $q \to ②$	Conclusión
p	q	r	$\neg r$	$q \vee \neg r$	$p \wedge r$	$p \to q \vee \neg r$	$q \to p \wedge r$	$p \to r$
0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	
0	1	1	0	1	0	1	0	
1	0	0	1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1	
1	1	0	1	1	0	1	0	
1	1	1	0	1	1	1	1	1

Este renglón muestra que un argumento de esta forma puede tener premisas verdaderas y una conclusión falsa. **Por tanto esta forma de argumento es no valida**.

El argumento No es valido-