

1. Deudas:

- a. Parcial 2 Tener noticias
- b. Parcial 3 (Bonus de +0.6 si alguien no uso IA)
- c. Parcial 4 : Jueves 4 de diciembre (Parcial)
- d. Taller Final : [code.org](https://code.org) (Viernes : 8:00 AM)  
Último tema  
20%

3. Parcial 3. (Conjuntos, Relaciones y Relaciones de orden)

Talleres Opciones

- Taller 6 (Conjuntos)
- Taller 7 (Relaciones)
- Taller 8 (Relaciones de orden)

4. Algebra Booleana George Boole

Logica Proposicional

1. Proposiciones



Algebra Booleana (Bivalentes)

1. Variables booleanas



Claude Shannon

Circuitos Logicos

Bit (0/1)

2. Operadores

- Negación:  $\neg$
- Conjunction:  $\wedge = \wedge$
- Disjunction:  $\vee = \vee$
- O Exclusive:  $\oplus = \oplus$
- Condicional:  $\rightarrow$
- Equivalencia:  $\leftrightarrow$

2. Operadores:

- $\cdot$  (Producto)
- $+$  (Suma)
- $\oplus$
- $\equiv$
- $\sim$

$$\rightarrow P.Q = P \wedge Q \quad \begin{array}{c} P \\ \wedge \\ Q \end{array}$$

$$\rightarrow P+Q = P \vee Q \quad \begin{array}{c} P \\ \vee \\ Q \end{array}$$

$$\checkmark F = 0 \quad \begin{array}{c} \neg \\ F \end{array}$$

$$\checkmark V = 1 \quad \begin{array}{c} V \\ \rightarrow \\ 1 \end{array}$$

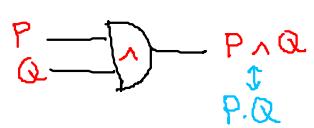
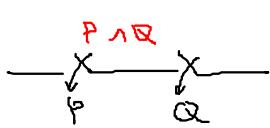
Operación

Switch

Computadoras

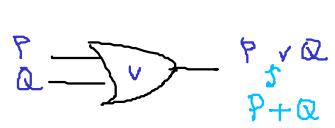
AND  $\wedge$

$$P \wedge Q$$



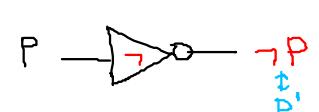
OR  $\vee$

$$P \vee Q$$



NOT

$$\neg P$$



### 3. Identidades (Reglas de validez)

Identidades Booleanas		
Nombre	Identidad	
1. Ley del doble negación	$x'' = x$	
2. Ley de idempotencia	$x \cdot x = x$	$x + x = x$
3. Ley de identidad	$x \cdot 1 = x$	$x + 0 = x$
4. Ley de dominación	$x \cdot 0 = 0$	$x + 1 = 1$
5. Leyes conmutativa	$x \cdot y = y \cdot x$	$x + y = y + x$
6. Ley asociativa	$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$	$x + (y + z) = (x + y) + z$
7. Ley distributiva	$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$	$x + y \cdot z = (x + y) \cdot (x + z)$
8. Leyes de De Morgan	$(x \cdot y)' = x' + y'$	$(x + y)' = x' \cdot y'$
9. Ley de absorción	$x \cdot (x + y) = x$	$x + x \cdot y = x$
10. Ley del complemento	$x \cdot x' = 0$	$x + x' = 1$

### 5. Circuitos lógicos

Compuerta NOT

Símbolo

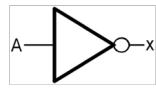


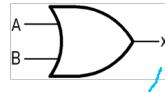
Tabla de Verdad

A	X = A'
0	1
1	0

Expresión Algebraica

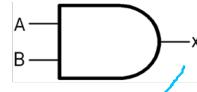
$$X = A'$$

Compuerta OR



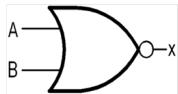
A	B	X = A + B
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Compuerta AND



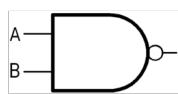
A	B	X = A · B
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Compuerta NOR



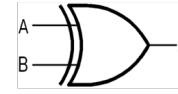
A	B	X = (A + B)'
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	0

Compuerta NAND



A	B	X = (A · B)'
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	0

Compuerta XOR



A	B	X = A ⊕ B
0	0	0
1	0	1
0	1	0
1	1	1

Compuerta XNOR



A	B	X = A ⊙ B
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	1

### 6. Función Booleanas

Representación:

1. Algebraica
2. Tabla de verdad
3. Diagramas de flechas
4. Circuitos Lógico

Formas

Estándar (Cartesiana)

No estándar

Electrónica digital

(Shannon)

### Representación Algebraica

Ejemplo:  $Q = \underbrace{(RST)}' \cdot \underbrace{(R+S+T)'} \rightarrow Q(R, S, T)$   
 Variables: R, S, T

Tabla de verdad:  $n = 3 \rightarrow \text{Filas} = 2^n = 2^3 = 8$

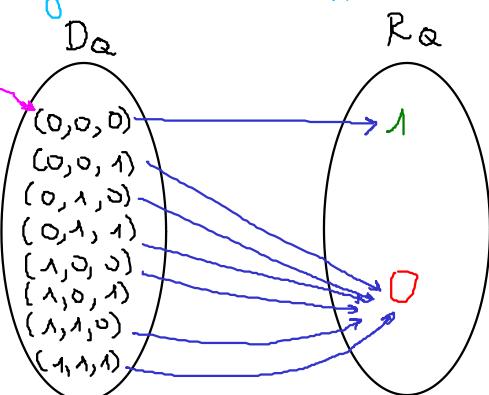
			$\circ \wedge$	$\oplus \vee$	$Q = \underbrace{(RST)}' \cdot \underbrace{(R+S+T)'}'$				
R	S	T	$\textcircled{1}$	$\textcircled{2}$	$\textcircled{3} = \textcircled{1}'$	$\textcircled{4} = \textcircled{2}'$	$\textcircled{5} = \textcircled{3}'$	$\textcircled{3} \rightarrow \textcircled{4}$	Q
0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0

Rpta: Tabla de verdad

R	S	T	Q
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

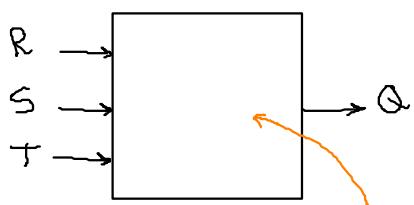
térn = 3-tupla  
 $(R, S, T)$

Diagrama de flechas



Circuito Logico

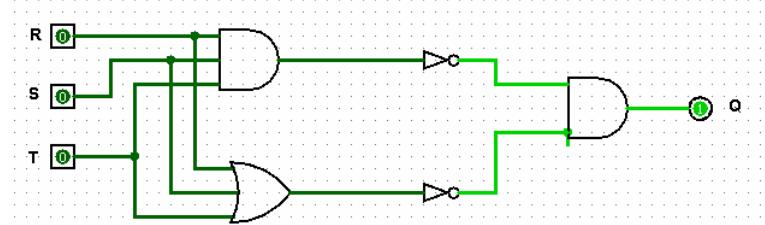
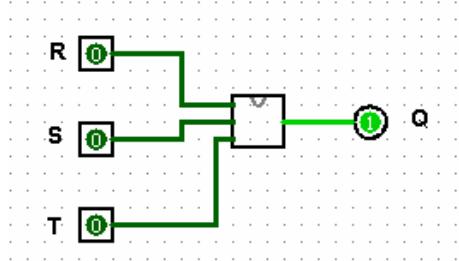
Caja Negra



$Q(R, S, T)$

Circuito Logico

$Q = \boxed{(RST)'} \cdot \boxed{(R+S+T)'}$



## 7. Simplificación

$$Q = (RS + T)' \cdot (R + S + T)'$$

Simplifique la expresión usando las identidades de Algebra Booleana

Forma no simplificada

$$Q = (RST)' \cdot (R + S + T)'$$



Forma simplificada

$$Q = R'S'T'$$

Identidades Booleanas		
Nombre	Identidad	
1. Ley del doble negación	$x'' = x$	
2. Ley de idempotencia	$x \cdot x = x$	$x + x = x$
3. Ley de identidad	$x \cdot 1 = x$	$x + 0 = x$
4. Ley de dominación	$x \cdot 0 = 0$	$x + 1 = 1$
5. Leyes comutativa	$x \cdot y = y \cdot x$	$x + y = y + x$
6. Ley asociativa	$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$	$x + (y + z) = (x + y) + z$
7. Ley distributiva	$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$	$x + y \cdot z = (x + y) \cdot (x + z)$
8. Leyes de De Morgan	$(x \cdot y)' = x' + y'$	$(x + y)' = x' \cdot y'$
9. Ley de absorción	$x \cdot (x + y) = x$	$x + x \cdot y = x$
10. Ley del complemento	$x \cdot x' = 0$	$x + x' = 1$

Multiplicación  
()

Suma  
(+)

Pasos

Razón

$$1. (RST)' (R + S + T)'$$

Forma original sin simplificar

$$2. (R' + S' + T') (R'S'T')$$

Ley de Morgan para ( $\cdot$ ) y ( $+$ ) en 1

$$3. R'R'S'T' + S'R'S'T' + T'R'S'T'$$

Distributividad para ( $+$ ) en 2

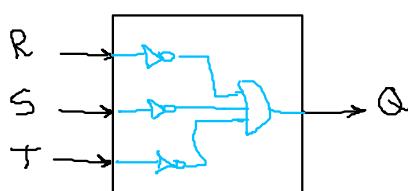
$$4. R'S'T' + R'S'T' + R'T'S'$$

Idempotencia para ( $\cdot$ ) en 3

$$5. R'S'T'$$

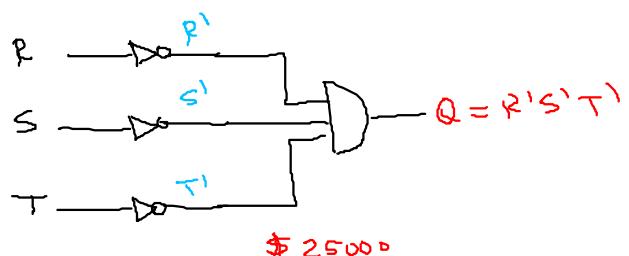
Idempotencia para la ( $+$ ) en 4

Caja negra



$$Q = R'T'S'$$

Circuito Logico

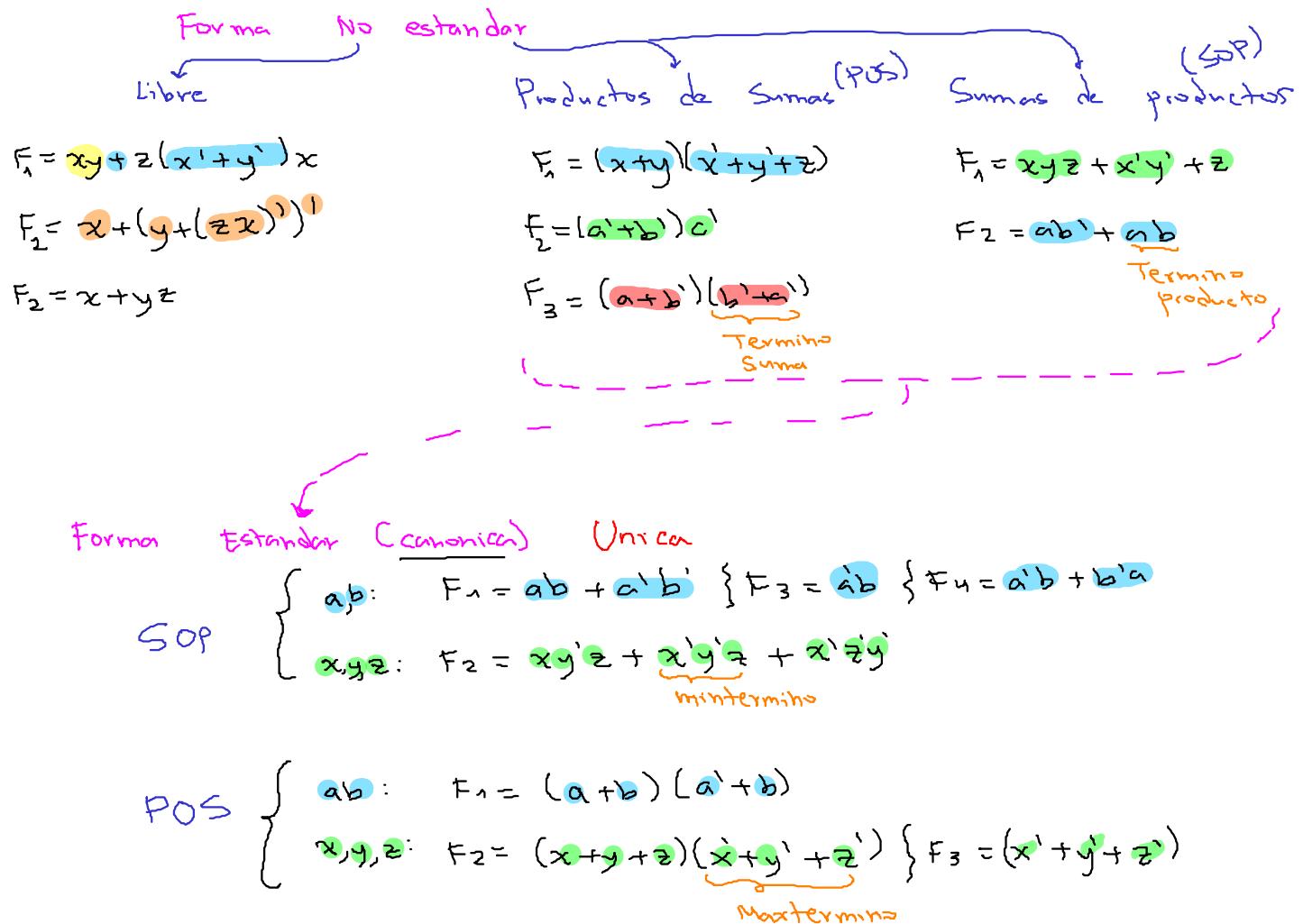


\$ 2500

## 7. Formas de expresar una función

$$F = x + y \geq$$

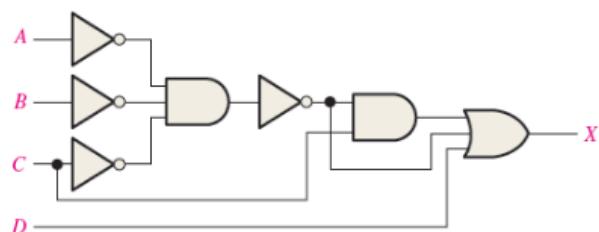
### a. Conceptos importantes



27/11/2025

Ejemplo 1:

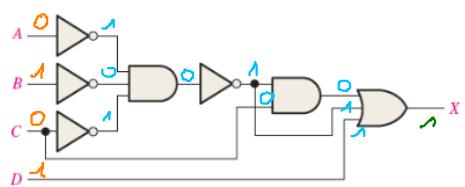
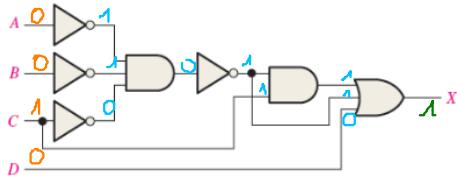
Dado el siguiente circuito lógico:



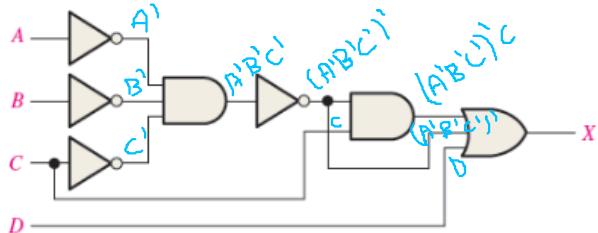
1. ¿Cuál sería la salida? si:

- a.  $A=0, B=0, C=1, D=0 \rightarrow X=1$
- b.  $A=0, B=1, C=0, D=1 \rightarrow X=1$

i	A	B	C	D	X
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1



2. Obtenga la función lógica asociada al circuito



$$X = f(A, B, C, D)$$

$$X = (A'B'C')'C + (A'B'C')' + D$$

4. Obtenga la tabla de verdad asociada al circuito.

i	A	B	C	D	$A'$	$B'$	$C'$	$(A'B'C')'$	$(A'B'C')'C$	$(A'B'C')'C + (A'B'C')' + D$
0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
2	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
5	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1
7	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1
8	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
9	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1
10	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1
11	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
12	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
13	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1
14	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
15	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1

3. Empleando las identidades Booleanas, realice la simplificación.

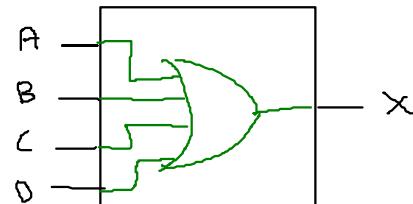
$$X = (A'B'C')'C + (A'B'C')' + D$$

Pasos	Razón
1. $(A'B'C')'C + (A'B'C')' + D$	Expresión inicial
2. $(A'B'C')'(C+1) + D$	Factor común para $(\cdot)$ en 1
3. $(A'B'C')'1 + D$	Simplificación para $(+)$ en 2
4. $(A'B'C')' + D$	Identidad para $(\cdot)$ en 3
5. $A'' + B'' + C'' + D$	Ley de Morgan para $(\cdot)$ en 4
6. $A \rightarrow B + C + D$	Ley de doble negación en 5.

Identidades Booleanas		
Nombre	$(\cdot)$	$(+)$
1. Ley del doble negación	$x'' = x$	$x + x = x$
2. Ley de idempotencia	$x \cdot x = x$	$x + 0 = x$
3. Ley de identidad	$x \cdot 1 = x$	$x + 0 = x$
4. Ley de dominación	$x \cdot 0 = 0$	$x + 1 = 1$
5. Leyes commutativa	$x \cdot y = y \cdot x$	$x + y = y + x$
6. Ley asociativa	$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$	$x + (y + z) = (x + y) + z$
7. Ley distributiva	$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$	$x + y \cdot z = (x + y) \cdot (x + z)$
8. Leyes de De Morgan	$(x \cdot y)' = x' + y'$	$(x + y)' = x' \cdot y'$
9. Ley de absorción	$x \cdot (x + y) = x$	$x + x \cdot y = x$
10. Ley del complemento	$x \cdot x' = 0$	$x + x' = 1$

$$X = (A'B'C')'C + (A'B'C')' + D \longrightarrow X = A + B \rightarrow C + D$$

$$X = f(A, B, C, D) :$$



5. Obtenga las formas FND (POS) y FNC (SOP) para este ejemplo.

i	A	B	C	D	X	mi	Mi
0	0	0	0	0	0	$A'B'C'D$	$A + B + C + D$
1	0	0	0	1	1	$A'B'C'D'$	$A + B + C + D'$
2	0	0	1	0	1	$A'B'C'D'$	$A + B + C' + D$
3	0	0	1	1	1	$A'B'C'D$	$A + B + C' + D'$
4	0	1	0	0	1	$A'BC'D$	$A + B' + C + D$
5	0	1	0	1	1	$A'BC'D'$	$A + B' + C + D'$
6	0	1	1	0	1	$A'BC'D$	$A + B' + C' + D$
7	0	1	1	1	1	$A'BCD$	$A + B' + C' + D'$
8	1	0	0	0	1	$A'B'C'D$	$A' + B + C + D$
9	1	0	0	1	1	$A'B'C'D'$	$A' + B + C + D'$
10	1	0	1	0	1	$A'B'C'D'$	$A' + B + C' + D$
11	1	0	1	1	1	$A'B'CD$	$A' + B + C' + D'$
12	1	1	0	0	1	$A'BC'D$	$A' + B + C + D$
13	1	1	0	1	1	$A'BC'D'$	$A' + B' + C + D'$
14	1	1	1	0	1	$A'BCD'$	$A' + B' + C' + D$
15	1	1	1	1	1	$A'BCD$	$A' + B' + C + D'$

## Representación como POS

$$F = \overbrace{A'B'C'D}^1 + \overbrace{A'B'C'D'}^1 + \overbrace{A'B'CD}^1 + \overbrace{A'BCD'}^1 + \overbrace{ABC'D}^1 + \overbrace{ABC'D'}^1 + \overbrace{AB'C'D}^1 + \overbrace{AB'C'D'}^1 + \overbrace{ABC'D}^1 + \overbrace{ABC'D'}^1 + \overbrace{ABC'D}^1 + \overbrace{ABC'D'}^1$$

$$A'B'C'D + A'B'CD + A'BCD' + ABC'D + ABC'D' + ABC'D + ABC'D' + ABC'D + ABC'D'.$$

$$F = m_1 + m_2 + \dots + m_{15}$$

$$F = \sum m_{(1, 2, \dots, 15)}$$

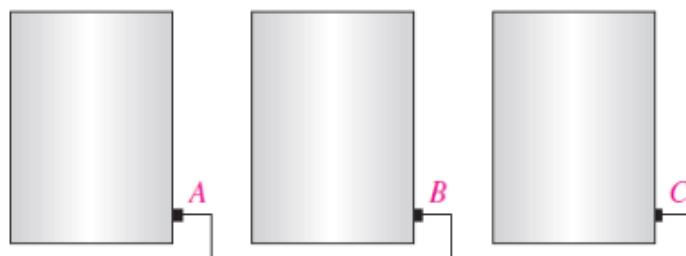
## Representación como SOP

$$G = A + B + C + D$$

$$G = M_0$$

Ejemplo 2:

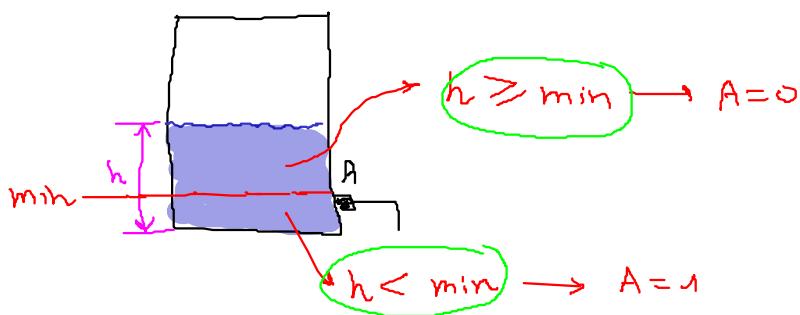
En una determinada planta de procesamiento químico se emplea un elemento químico líquido en un proceso de fabricación. Dicho elemento químico se almacena en tres tanques diferentes. Un sensor de nivel en cada tanque genera una tensión a nivel ALTO cuando el nivel de líquido en el tanque cae por debajo de un punto especificado.



Aplicando cada uno de los pasos de diseño, diseñar un circuito para supervisar el nivel del elemento químico en cada tanque, que indique cuándo el nivel de dos tanques cualesquiera cae por debajo del punto especificado. No olvide adjuntar el archivo de simulación de Logisim.

2 o mas

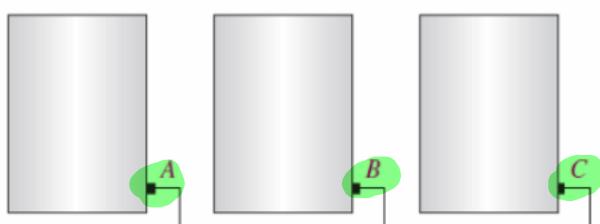
i. Entender el problema



### iii. Tabla de verdad

Entradas: A, B, C  $\rightarrow n=3 \rightarrow \text{filas} = 2^n = 2^3 = 8$

Salida: S (alarma)



A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

### iii. Función lógica:

→ POS (minterminos):

i	A	B	C	S
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

$$S = \underline{A'}BC + \underline{A}B'C + \underline{A}BC' + \underline{A}B'C' = \Sigma m(3,5,6,7)$$

$$S = (A'BC + ABC) + (AB'C + ABC')$$

$$S = BC(A' + A) + A(B'C + BC')$$

$$S = BC + A(B'C + BC')$$

→ SOP (Maxterminos)

i	A	B	C	S
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

$$\begin{aligned} & A + B + C \\ & A + B + C' \\ & A + B' + C \\ & A' + B + C \end{aligned}$$

$$S_2 = (A + B + C)(A + B + C')(A + B' + C)(A' + B + C)$$

$$S_2 = \prod M(0,1,2,4)$$

### iii. Circuito lógico: Expresión simplificada

$$S = BC + A(B'C + BC')$$

$$S = BC + A(\bar{B}C + \bar{B}C')$$

$A \rightarrow$

$B \rightarrow$

$\text{D} \rightarrow x$

$x = A\bar{B} + \bar{A}B$

Entradas: A, B, C

Salida: S (alarma)

