

28/08/2025 - Matemáticas discretas (Ude@)

1. Repaso

a. Operadores lógicos ✓

Operador	Símbolo	Nombre	Descripción
Negación	$\neg p$	No (NOT)	Niega el valor de verdad de una proposición. Si p es verdadera, $\neg p$ es falsa.
Conjunción	$p \wedge q$	Y (AND)	Es verdadera solo si ambas proposiciones lo son. $p \wedge q$ es verdadera solo si p y q lo son.
Disyunción	$p \vee q$	O (OR)	Es verdadera si al menos una de las proposiciones lo es.
Disyunción exclusiva	$p \oplus q$	O exclusiva (XOR)	Es verdadera si una, y solo una, de las proposiciones es verdadera.
Condicional	$p \rightarrow q$	Si ... entonces ... (Implica)	Solo es falsa cuando p es verdadera y q es falsa.
Bicondicional	$p \leftrightarrow q$... si y solo si ... (Equivale)	Es verdadera cuando ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad.

b. Tablas de verdad ✓

Negación	Conjunción	Disyunción inclusiva																																													
<table><tr><th>p</th><th>$\neg p$</th></tr><tr><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td></tr></table>	p	$\neg p$	F	V	V	F	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \wedge q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \wedge q$	F	F	F	F	V	F	V	F	F	V	V	V	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \vee q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \vee q$	F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	V									
p	$\neg p$																																														
F	V																																														
V	F																																														
p	q	$p \wedge q$																																													
F	F	F																																													
F	V	F																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													
p	q	$p \vee q$																																													
F	F	F																																													
F	V	V																																													
V	F	V																																													
V	V	V																																													
Disyunción exclusiva	Condicional	Bicondicional																																													
<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \oplus q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>F</td></tr></table>	p	q	$p \oplus q$	F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	F	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \rightarrow q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \rightarrow q$	F	F	V	F	V	V	V	F	F	V	V	V	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \leftrightarrow q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \leftrightarrow q$	F	F	V	F	V	F	V	F	F	V	V	V
p	q	$p \oplus q$																																													
F	F	F																																													
F	V	V																																													
V	F	V																																													
V	V	F																																													
p	q	$p \rightarrow q$																																													
F	F	V																																													
F	V	V																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													
p	q	$p \leftrightarrow q$																																													
F	F	V																																													
F	V	F																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													

c. Clasificación de las expresiones condicionales ✓

Nombre	Símbolo	Lectura	Significado lógico
Condional (Cond)	$p \rightarrow q$	Si p entonces q	Es falsa solo si p es verdadera y q es falsa. ✓
Recíproco	$q \rightarrow p$	Si q entonces p	Invierte antecedente y consecuente. ✓
Contrarrecíproco	$\neg q \rightarrow \neg p$	Si no q entonces no p	Lógicamente equivalente a la condicional original. ✓
Contrario	$\neg p \rightarrow \neg q$	Si no p entonces no q	Negación de ambas partes de la condicional. ✓

d. Expresiones lógicas (Reglas de prioridad y asociatividad)

Prioridad	Símbolo	Asociatividad	Ejemplo con paréntesis
1 (más alta)	\neg	No aplica (unitario)	$\neg p \wedge q \mapsto ((\neg p) \wedge q)$
2	\wedge	Izquierda ($I \rightarrow D$)	$p \wedge q \wedge r \mapsto ((p \wedge q) \wedge r)$
3	\vee	Izquierda ($I \rightarrow D$)	$p \vee q \vee r \mapsto ((p \vee q) \vee r)$
4	\oplus	Izquierda ($I \rightarrow D$)	$p \oplus q \oplus r \mapsto ((p \oplus q) \oplus r)$
5	\rightarrow	Derecha ($I \leftarrow D$)	$p \rightarrow q \rightarrow r \mapsto (p \rightarrow (q \rightarrow r))$
6 (más baja)	\leftrightarrow	Derecha ($I \leftarrow D$)	$p \leftrightarrow q \leftrightarrow r \mapsto (p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r))$

Tarea: Se tiene la siguiente proposición
 "Si gano la lotería, seré feliz"

Se pide:

1. Determine las proposiciones simples y la expresión lógica asociada
2. Obtenga el recíproco, el contrarrecíproco y el contrario.

→ Solución:

Bonus 0.1: Jose David Villadiego.

"Si gano la lotería, seré feliz"

Proposiciones:

G = gano la lotería

F = seré feliz

Expresión lógica:

$$G \rightarrow F$$

Caso	Forma Lógica	Lenguaje Natural
Original	$G \rightarrow F$	Si gano la lotería, seré feliz
Recíproco	$F \rightarrow G$	Si soy feliz, ganaré la lotería
Inverso	$\neg G \rightarrow \neg F$	Si no gano la lotería, no seré feliz
Contrarrecíproco	$\neg F \rightarrow \neg G$	Si no soy feliz, no ganaré la lotería

Recordemos las reglas de precedencia y asociatividad

Prioridad	Símbolo	Asociatividad	Ejemplo con paréntesis
1 (más alta)	\neg	No aplica (unitario)	$\neg p \wedge q \mapsto ((\neg p) \wedge q)$
2	\wedge	Izquierda ($I \rightarrow D$)	$p \wedge q \wedge r \mapsto ((p \wedge q) \wedge r)$
3	\vee	Izquierda ($I \rightarrow D$)	$p \vee q \vee r \mapsto ((p \vee q) \vee r)$
4	\oplus	Izquierda ($I \rightarrow D$)	$p \oplus q \oplus r \mapsto ((p \oplus q) \oplus r)$
5	\rightarrow	Derecha ($I \leftarrow D$)	$p \rightarrow q \rightarrow r \mapsto (p \rightarrow (q \rightarrow r))$
6 (más baja)	\leftrightarrow	Derecha ($I \leftarrow D$)	$p \leftrightarrow q \leftrightarrow r \mapsto (p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r))$

2. Sea $P = F$, $Q = V$, $R = V$ y $S = F$. ¿Cual es el valor de la verdad para cada una de las siguientes expresiones logicas?

- $P \wedge Q \vee \neg R \vee S$ $\rightsquigarrow ((P \wedge Q) \vee (\neg R)) \vee S$
- $(P \wedge Q) \vee (\neg R \vee S)$
- $P \wedge (Q \vee \neg R) \vee S$ *
- $\neg(P \oplus \neg Q) \rightarrow S$

*
$$\underbrace{P \wedge (Q \vee \neg R)}_{(F)} \vee S_{(F)} = F$$

Paso a paso:

*
$$\begin{aligned} &P \wedge (Q \vee \neg R) \vee S \\ &F \wedge (V \vee \neg(V)) \vee F \\ &F \wedge (V \vee F) \vee F \\ &F \wedge V \vee F \\ &F \vee F \\ &F \end{aligned}$$

1. ()
2. \neg
3. \wedge
4. \vee
5. \oplus
6. \rightarrow
7. \leftrightarrow

P	Q	$P \wedge Q$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

P	Q	$P \vee Q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Las variables P, Q, R y S pueden tomar distintos vals:

	P	Q	R	S	
1	F	F	F	F	$\rightarrow ?$
2	F	F	F	V	$\rightarrow ?$
\vdots					
16	V	V	V	V	$\rightarrow ?$

$n = 4 (P, Q, R, S)$

Posibles combinaciones:

$2^n = 2^4 = 16$

2. Tablas de verdad

Material 2025/1

Diapositivas

URL
Presentación - Clase 1

URL
Presentación - Clase 2

URL
Presentación - Clase 3

Diapositiva de Tablas de verdad.

Bonus

TAREA
Bonus 1 (opcional)

TAREA
Bonus 2 (opcional)

Talleres

ARCHIVO
Logica proposicional - Taller 1

ARCHIVO

Ejemplo: Tabla de verdad para las operaciones lógicas

* $\neg P$: Negación (Operación unitaria)

P	$\neg P$
F	V
V	F

$n = 1$ ($2^1 = 2$ Filas)

* $P \wedge Q$, $P \vee Q$, $P \oplus Q$, $P \rightarrow Q$, $P \leftrightarrow Q$ (Operaciones binarias)

$n = 2$ ($2^2 = 4$ Filas)

Combinaciones (columnas de las variables)

P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \oplus Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$
F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F
V	V	V	V	F	V	V

Las tablas de verdad facilitan la evaluación de expresiones lógicas

Como evaluar cualquier expresión lógica usando tablas de verdad?

Trabajando con tablas de verdad

Para construir una tabla de verdad se siguen los siguientes pasos:

1. Identificar las variables proposicionales. ✓
2. Determinar el número de filas necesarias (para n variables 2^n ^{Filas} columnas). ✓
3. Construir las columnas de las variables (Falso = 0; Verdadero = 1). $F=0; V=1$ ✓
4. Agregar columnas auxiliares si es necesario. ✓

Tip de legibilidad: Cuando la cantidad de columnas es muy grande es útil representar una expresión lógica (con letras minúsculas) con una letra mayúscula.

5. Evaluar la expresión lógica paso a paso. ✓
6. Revisar y validar la tabla. ✓

Ejemplos: Evaluar la expresión $(p \vee q) \rightarrow \neg r$

1. Variables: p, q, r

2. Número de Filas: $n=3 \rightarrow \text{Filas} = 2^n = 2^3 = 8$

$$p \vee q \rightarrow \neg r$$

(2) \rightarrow (1)

Columnas de las variables originales Columnas auxiliares Expresión a evaluar

p	q	r	(1) $\neg r$	(2) $p \vee q$	(2) \rightarrow (1) $p \vee q \rightarrow \neg r$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0

Q P

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F
V	V	V	V	F	V	V

Ejemplo: $P \wedge (Q \vee \neg R) \vee S$

1. Variables: P, Q, R, S

2. Filas: $n=4 \rightarrow \text{Filas} = 2^4 = 16$

3. Tabla

P	Q	R	S	(1) $\neg R$	(2) $Q \vee \neg R$	(3) $P \wedge (Q \vee \neg R)$	(4) $P \wedge (Q \vee \neg R) \vee S$
0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F
V	V	V	V	F	V	V

$$P \wedge (Q \vee \neg R) \vee S$$

(1) $\neg R$
(2) $Q \vee \neg R$
(3) $P \wedge (Q \vee \neg R)$
(4) $P \wedge (Q \vee \neg R) \vee S$

(1) = $\neg R$

(2) = $Q \vee \neg R$

(3) = $P \wedge (2) = P \wedge (Q \vee \neg R)$

(4) = $(3) \vee S = P \wedge (Q \vee \neg R) \vee S$

Alto \rightarrow ()
Bajo \rightarrow \neg
 \wedge
 \vee
 \oplus
 \rightarrow
 \leftrightarrow

Ejercicio 5: $\neg p \rightarrow (\neg r \vee q \wedge p) \leftrightarrow r \vee \neg q \rightarrow p$

1. Variables: p, q, r

2. Filas: $n=3 \rightarrow f = 2^3 = 8$

3. Tabla

*

$$\neg p \rightarrow (\neg r \vee q \wedge p) \leftrightarrow r \vee \neg q \rightarrow p$$

Diagram showing the logical equivalence steps with numbered components:

- ①: $\neg r \vee q$
- ②: $\neg r \vee q \wedge p$
- ③: $r \vee \neg q$
- ④: $\neg p \rightarrow (\neg r \vee q \wedge p)$
- ⑤: $(r \vee \neg q) \rightarrow p$

Equivalences shown: ② ↔ ③, ④ ↔ ⑤

Atto
Bajo

()
¬
∧
∨
→
↔

$$f = ④ \leftrightarrow ⑤$$

$$f = \neg p \rightarrow (\neg r \vee q \wedge p) \leftrightarrow (r \vee \neg q) \rightarrow p \rightarrow ⑥$$

p	q	r	¬p	¬q	¬r	① q ∧ p	② ¬r ∨ (q ∧ p)	③ r ∨ ¬q	④ = ¬p → ②	⑤ = ③ → p	⑥
0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1