

Matemáticas Discretas 1

Clase 03

17/02/2025

Recursos de esta clase

- **Pagina web:** <https://discretas1-udea.github.io/discretas1-udea-20261/>
 - **Clase 2:** <https://discretas1-udea.github.io/discretas1-udea-20261/lessons/mod1/clase2/>
- **Diapositivas:** <https://discretas1-udea.github.io/discretas1-udea-20261/assets/slides/clase2.pdf>

Agenda

- Repaso clase anterior
- Axiomas de verdad - Sobre los operadores
- Evaluación de expresiones lógicas
- Tablas de verdad

Sobre la clase anterior

Lenguaje natural

- El lenguaje es la herramienta principal para nuestra comunicación.
 - **Oración:** Unidad mínima que encierra un significado.

El candidato a la alcaldía del partido tradicional se quemó en las elecciones de ayer.

- Uno de los problemas del lenguaje natural es su ambigüedad

Sobre la clase anterior

Tipos de enunciados

Tipo	Intención Comunicativa	Ejemplo
Declarativo	Informar o afirmar un hecho.	“Pedro es el esposo de Vilma.”
Interrogativo	Preguntar o solicitar información.	“¿Dino es el perro de los Mármol?”
Imperativo	Ordenar o solicitar una acción.	“¡Estudia para el examen!”
Exclamativo	Expresar emoción o sorpresa.	“¡Qué día tan caluroso!”

- **Importante:** En este curso solo nos vamos a centrar en los enunciados declarativos.

Sobre la clase anterior

Proposicion

- **Definición:** Es un enunciado declarativo que solo puede ser verdadera (**V**) o falsa pero no ambos (**F**).

Este libro es difícil de leer

Esta oración es falsa

- **Tipos:**

- **Simples:** Expresa un único hecho o idea.

Jacob y Esau son Hijos de Isaac

- **Compuestas:** Varias expresiones simples unidas mediante conectores.

Como Jacob le dio un plato de lentejas a su padre, obtuvo su la primogenitura.



Sobre la clase anterior

Lenguaje formal

- Lenguaje Simbólico (Matemático) empleado para la construcción de expresiones lógicas.
- Elementos: Variables, Operadores, Reglas de formación.

Elemento	Representación Simbólica	Función
Variables	p, q, r, \dots	Representar hechos o afirmaciones simples.
Operadores	$\neg, \wedge, \vee, \oplus, \rightarrow, \leftrightarrow$	Establecer relaciones lógicas entre variables.
Signos de Agrupación	$() , []$	Determinar la jerarquía y el orden de evaluación.

Sobre la clase anterior

Operadores lógicos

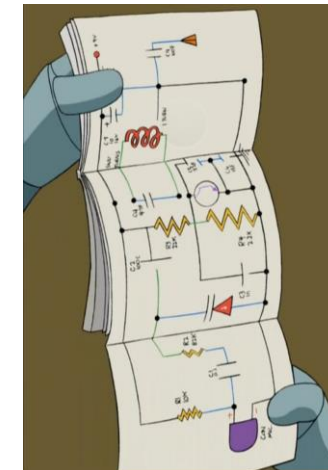
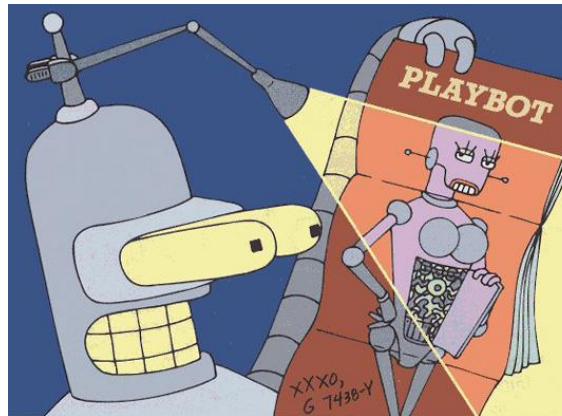
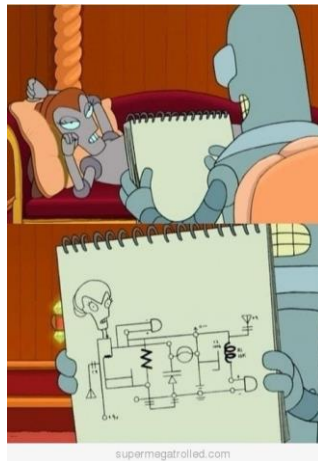
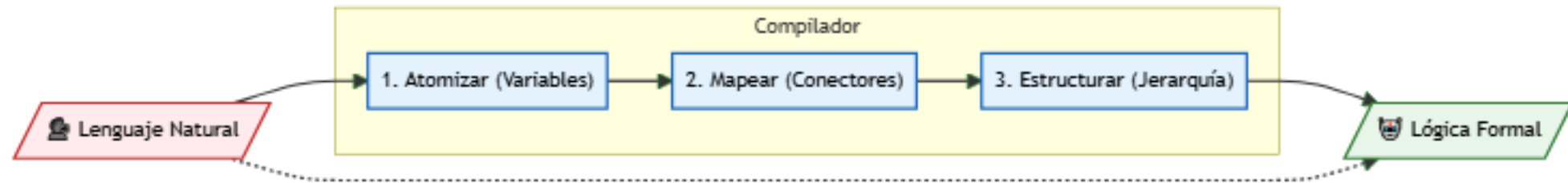
- Permiten construir proposiciones compuestas.

Operador	Nombre	Símbolo	Lectura Común
Negación	"No"	\neg	"No P "
Conjunción	"Y"	\wedge	" P y Q "
Disyunción	"O" (Inclusiva)	\vee	" $P \circ Q$ "
O exclusivo	"O... o..." (Pero no ambos)	\oplus	"O $P \circ Q$ "
Condicional	"Si... entonces..."	\rightarrow	"Si P , entonces Q "
Bicondicional	"Si y solo si"	\leftrightarrow	" P si y solo si Q "

Sobre la clase anterior

Proceso de traducción

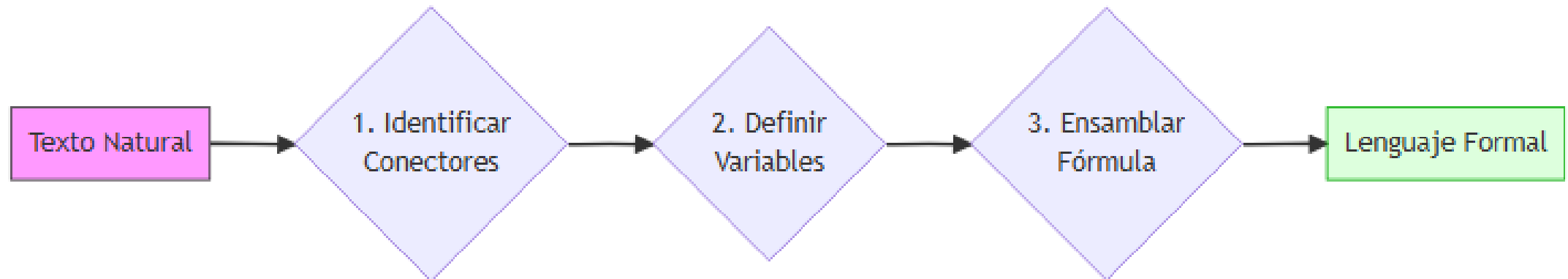
- **Definición:** Proceso convertir una expresión en lenguaje natural a lenguaje formal y viceversa.



Sobre la clase anterior

Pasos resumidos del proceso de traducción

1. Detecte la estructura lógica (conectores)
2. Defina proposiciones simples asociándolas a variables
3. Construya la fórmula y verifique



Sobre la clase anterior

Ejemplos

Expresa las siguientes expresiones en lenguaje formal:

1. Juan es estudiante de matemáticas pero no de ciencias de la computación
2. Ni hace calor ni está soleado
3. Este número es par o este número es impar
4. Si tiene una contraseña vigente, entonces puede iniciar sesión en la red
5. John batirá el récord mundial de la milla solo si corre la milla en menos de cuatro minutos.
6. Este entero es par si, y solo si, es igual al doble de algún entero.
7. Si el pianista toca el concierto, entonces la gente vendrá si los precios no son demasiado altos.

Sobre la clase anterior

Juan es estudiante de matemáticas pero no de ciencias de la computación

Ni hace calor ni está soleado

1. Este número es par o este número es impar
2. Si tiene una contraseña vigente, entonces puede iniciar sesión en la red
3. John batirá el récord mundial de la milla solo si corre la milla en menos de cuatro minutos.
4. Este entero es par si, y solo si, es igual al doble de algún entero.
5. Si el pianista toca el concierto, entonces la gente vendrá si los precios no son demasiado altos.

Sobre la clase anterior

Juan es estudiante de matemáticas pero no de ciencias de la computación

Variables (proposiciones simples):

Expresión lógica (Proposición compuesta):

Sobre la clase anterior

Ni hace calor ni está soleado

Variables (proposiciones simples):

Expresión lógica (Proposición compuesta):

Sobre la clase anterior

Este número es par o este número es impar

Variables (proposiciones simples):

Expresión lógica (Proposición compuesta):

Sobre la clase anterior

Si tiene una contraseña vigente, entonces puede iniciar sesión en la red

Variables (proposiciones simples):

Expresión lógica (Proposición compuesta):

Sobre la clase anterior

John batirá el récord mundial de la milla solo si corre la milla en menos de cuatro minutos.

Variables (proposiciones simples):

Expresión lógica (Proposición compuesta):

Sobre la clase anterior

Este entero es par si, y solo si, es igual al doble de algún entero.

Variables (proposiciones simples):

Expresión lógica (Proposición compuesta):

Sobre la clase anterior

Si el pianista toca el concierto, entonces la gente vendrá si los precios no son demasiado altos.

Variables (proposiciones simples):

Expresión lógica (Proposición compuesta):

Axiomas de verdad – Efecto de los operadores

- Permiten conocer cómo se comporta cada operador frente a los valores de verdad.
- Estas reglas se especifican mediante **tablas de verdad**, que constituyen la base semántica de la lógica proposicional.

Negación

p	$\neg p$
F	V
V	F

Disyunción exclusiva

p	q	$p \oplus q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	F

Conjunción

p	q	$p \wedge q$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Condicional

p	q	$p \rightarrow q$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

Disyunción

p	q	$p \vee q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Bicondicional

p	q	$p \leftrightarrow q$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Axiomas de verdad – Efecto de los operadores

Negación

p	$\neg p$
F	V
V	F

Axiomas de verdad – Efecto de los operadores

Conjunción

p	q	$p \wedge q$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Axiomas de verdad – Efecto de los operadores

Disyunción (O inclusivo)

p	q	$p \vee q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Axiomas de verdad – Efecto de los operadores

Disyunción exclusiva (O exclusivo)

p	q	$p \oplus q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	F

Axiomas de verdad – Efecto de los operadores

Condicional

p	q	$p \rightarrow q$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

Axiomas de verdad – Efecto de los operadores

Bicondicional

p	q	$p \leftrightarrow q$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Axiomas de verdad – Efecto de los operadores

Jerarquía de operadores

- **Prioridad:** Cuando hay dos o mas operaciones: ¿Que operación se ejecuta primero? → Orden de precedencia.
- **Asociatividad:** Cuando dos o mas operaciones tienen igual orden de precedencia → ¿Cual de esta realiza primero?

Prioridad	Símbolo	Asociatividad	Ejemplo con paréntesis
1 (más alta)	\neg	No aplica (unitario)	$\neg p \wedge q \mapsto ((\neg p) \wedge q)$
2	\wedge	Izquierda (I → D)	$p \wedge q \wedge r \mapsto ((p \wedge q) \wedge r)$
3	\vee	Izquierda (I → D)	$p \vee q \vee r \mapsto ((p \vee q) \vee r)$
4	\oplus	Izquierda (I → D)	$p \oplus q \oplus r \mapsto ((p \oplus q) \oplus r)$
5	\rightarrow	Derecha (I ← D)	$p \rightarrow q \rightarrow r \mapsto (p \rightarrow (q \rightarrow r))$
6 (más baja)	\leftrightarrow	Derecha (I ← D)	$p \leftrightarrow q \leftrightarrow r \mapsto (p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r))$

Axiomas de verdad – Efecto de los operadores

Ejemplos:

1. Sea h una proposición verdadera (“Hace calor”) y s una proposición false (“El dia esta soleado”) determine el valor de verdad de:
 - $\neg h \wedge s$
 - $\neg h \wedge \neg s$
2. Determine el valor de verdad de la expresión $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$ cuando:
 - $p = V$ y $q = V$
 - $p = V$ y $q = F$
3. Sean P, Q y R proposiciones.
 - Si $R \vee P$ y $Q \wedge P$ son falsas y P es falsa. ¿Qué puede afirmarse del valor de verdad de Q y R ?
 - Si $(Q \rightarrow R) \rightarrow [P \wedge Q \vee R]$ es falsa, que se puede afirmar del valor de la verdad de P, Q y R

Axiomas de verdad – Efecto de los operadores

Ejemplo 1: Sea h una proposición verdadera (“Hace calor”) y s una proposición false (“El dia esta soleado”) determine el valor de verdad de:

- $\neg h \wedge s$
- $\neg h \wedge \neg s$

Axiomas de verdad – Efecto de los operadores

Ejemplo 2: Determine el valor de verdad de la expresión $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$ cuando:

- $p = V$ y $q = V$
- $p = V$ y $q = F$

Axiomas de verdad – Efecto de los operadores

Ejemplo 3: Sean P , Q y R proposiciones.

- Si $R \vee P$ y $Q \wedge P$ son falsas y P es falsa. ¿Qué puede afirmarse del valor de verdad de Q y R ?
- Si $(Q \rightarrow R) \rightarrow [P \wedge Q \vee R]$ es falsa, que se puede afirmar del valor de la verdad de P , Q y R

Tablas de verdad

Definición

- Herramienta tabular empleada para analizar todos los posibles valores de verdad de la expresión que evalúa.
- Alternativa a la evaluación de expresiones lógicas que facilita la tarea de evaluar.

p	$\neg p$
F	V
V	F

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F
V	V	V	V	F	V	V

Tablas de verdad

Pasos

1. Identificar las variables proposicionales.
2. Determinar el número de filas necesarias
3. Construir las columnas de las variables
4. Agregar columnas auxiliares
5. Evaluar la expresión lógica paso a paso
6. Revisar y validar la tabla

Convención: Para este curso, en las tablas de verdad, vamos a utilizar la notación binaria en ingeniería, es decir 1 para Verdadero y 0 para falso.

Tablas de verdad

Ejemplos

Obtenga la tabla de verdad asociada a cada una de las siguientes expresiones compuestas

1. $P \wedge \neg P$
2. $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$
3. $[(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q] \rightarrow \neg P$
4. $R \wedge S \rightarrow \neg T$

Tablas de verdad

Ejemplo 1: $P \wedge \neg P$

Tablas de verdad

Ejemplo 2: $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$

Tablas de verdad

Ejemplo 3: $[(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q] \rightarrow \neg P$

