04/09/2025 – Matematicas Discretas 1 (Ude@)

1. Proximos eventos

Sem	Clase	Fecha		Tema	Slides
1	1	Martes	12/8	Introducción al curso	✓
	2	Jueves	14/8	Logica proposisional - Parte 1	✓
2	3	Martes	19/8	Logica proposisional - Parte 2	✓
	4	Jueves	21/8	Tablas de verdad	✓
3	5	Martes	26/8	Enfoque Axiomatico	✓
	6	Jueves	~~28/8~~	Metodos de demostración - Parte 1 (09/09/2025)	✗
4	7	Martes	~~2/9~~	Metodos de demostración - Parte 2 (11/11/2025)	✗
	8	Jueves	~~4/9~~	Logica cuantificacional ①	
5	9	Martes	~~9/9~~	Parcial 1 - Logica proposicional ② Definir Fecha	
	10	Jueves	~~11/9~~	Alcance y precedencia de operaciones lógicas	

① La semana entrante acabariamos el tema del primer parcial

②

Semana	Fecha	Plan
5	sep 9	Clase LP1 ✓
	sep 11	Clase LP2 ✓
6	sep 16	Clase LC1
	sep 18	Clase LC2
7	sep 23	Parcial 1
	sep 25	Clase LC3
		⋮

2. Que hemos visto hasta el momento.

Logica proposicional

1. Que son las proposiciones (Enunciados F/V)
2. Clasificacion de las proposiciones

Simples --operadores--> Compuestas

P, Q, R — $P \wedge Q$, $P \rightarrow Q \rightarrow R \vee S$

3. Operadores logicos y sus tablas de verdad

$\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\oplus$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$

$\rightarrow$ Condicional $P \rightarrow Q$
- Reciproco: $Q \rightarrow P$
- Contrareciproco: $\neg Q \rightarrow \neg P$
- Contrario: $\neg P \rightarrow Q$

4. Evaluacion de expresiones logicas

→ Reglas de prioridad y asociatividad

5. Tablas de verdad (Enfoque basado en modelos)

→ Evaluación de expresiones logicas

Proposiciones → Tautología (V)
→ Contingencia (F/V)
→ Contradicción (F)

Equivalencia
$P \equiv Q$ es tautología
↓
Axiomas (Identidades logicas)
Tabla

6. Axiomas (Enfoque axiomatico)

3 - Formulas para tener a la mano

Tablas de verdad para los operadores lógicos

Negación

p	$\neg p$
F	V
V	F

Conjunción

p	q	$p \wedge q$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Disyunción inclusiva

p	q	$p \vee q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Disyunción exclusiva

p	q	$p \oplus q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	F

Condicional

p	q	$p \to q$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

Bicondicional

p	q	$p \leftrightarrow q$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Reglas de precedencia y asociatividad

Prioridad	Símbolo	Asociatividad
1 (más alta)	$\neg$	No aplica (unitario)
2	$\wedge$	Izquierda ($I \to D$)
3	$\vee$	Izquierda ($I \to D$)
4	$\oplus$	Izquierda ($I \to D$)
5	$\to$	Derecha ($I \leftarrow D$)
6 (más baja)	$\leftrightarrow$	Derecha ($I \leftarrow D$)

Equivalencias lógicas

Conjunción (y) Disyunción (o)

Nombre	Equivalencia lógica	
Conmutatividad	$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$	$P \vee Q \equiv Q \vee P$
Asociatividad	$P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$	$P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$
Distributividad	$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
Idempotencia	$P \wedge P \equiv P$	$P \vee P \equiv P$
Doble negación	$\neg(\neg P) \equiv P$	
Leyes de Morgan	$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$	$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$
Identidad	$P \wedge \mathbf{V} \equiv P$	$P \vee \mathbf{F} \equiv P$
Dominación	$P \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$	$P \vee \mathbf{V} \equiv \mathbf{V}$
Absorción	$P \wedge (P \vee Q) \equiv P$	$P \vee (P \wedge Q) \equiv P$
Complemento	$P \wedge \neg P \equiv \mathbf{F}$	$P \vee \neg P \equiv \mathbf{V}$
Implicación	$P \to Q \equiv \neg P \vee Q$	
Contrarrecíproco	$P \to Q \equiv \neg Q \to \neg P$	
Equivalencia	$P \leftrightarrow Q \equiv (P \to Q) \wedge (Q \to P)$	

Enfoque axiomatico

Demostrar: $A \leftrightarrow B$ ($A \equiv B$)

#	Procedimiento	Justificación
1	$A \equiv A_1$	
2	$\equiv A_2$	Aplicar las identid. Logicas
⋮	⋮	
n	$\equiv B$	

4. Ejemplos de repaso:

Ejemplo 1: Demostrar la ley de la absorcion para la conjuncion:

$$P \wedge (P \vee Q) \equiv P$$

Use:

a. Enfoque basado en modelos (Tabla de verdad)

b. Enfoque axiomatico (Tabla de identidades Logicas)

Solución:

a. Enfoque basado en modelos: $P \equiv Q$ es una tautologia

$P \wedge (P \vee Q) \equiv P$

i. Variables: P, Q

ii. Filas: $n = 2 \rightarrow$ filas $= 2^2 = 4$

iii. Tabla de verdad

$\underbrace{\underbrace{P \wedge \underbrace{(P \vee Q)}_{①}}_{②} \leftrightarrow P}_{③}$

Tablas de verdad para los operadores lógicos

Negación

p	$\neg p$
F	V
V	F

Conjunción

p	q	$p \wedge q$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Disyunción inclusiva

p	q	$p \vee q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Disyunción exclusiva

p	q	$p \oplus q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	F

Condicional

p	q	$p \rightarrow q$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

Bicondicional

p	q	$p \leftrightarrow q$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

①   ② = P ∧ ①   ③ ≡ ② ↔ P

P	Q	P ∨ Q	P ∧ (P ∨ Q)	P ∧ (P ∨ Q) ↔ P
0	0	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	1	1	1

Es una tautologia

$P \wedge (P \vee Q) \equiv P$

b. Enfoque axiomatico

$\underbrace{P \wedge (P \vee Q)}_{A} \equiv \underbrace{P}_{B}$

Equivalencias lógicas

$\wedge \equiv \cdot / \vee = 1 \qquad \vee \equiv +$

Nombre	Equivalencia lógica	
Conmutatividad	$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$	$P \vee Q \equiv Q \vee P$
Asociatividad	$P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$	$P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$
Distributividad	$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
Idempotencia	$P \wedge P \equiv P$	$P \vee P \equiv P$
Doble negación	$\neg(\neg P) \equiv P$	
Leyes de Morgan	$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$	$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$
Identidad	$P \wedge \mathbf{V} \equiv P$	$P \vee \mathbf{F} \equiv P$
Dominación	$P \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$	$P \vee \mathbf{V} \equiv \mathbf{V}$
Absorción	$P \wedge (P \vee Q) \equiv P$	$P \vee (P \wedge Q) \equiv P$
Complemento	$P \wedge \neg P \equiv \mathbf{F}$	$P \vee \neg P \equiv \mathbf{V}$
Implicación	$P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$	
Contrarrecíproco	$P \rightarrow Q \equiv \neg Q \rightarrow \neg P$	
Equivalencia	$P \leftrightarrow Q \equiv (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$	

Factor común

$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$

Distriv

	Procedimiento	Justificación
①	$P \wedge (P \vee Q) \equiv (P \wedge P) \vee (P \wedge Q)$	Distributividad para el y ($\wedge$)
②	$\equiv P \vee (P \wedge Q)$	Idempotencia para el y ($\wedge$)
③	$\equiv (P \wedge V) \vee (P \wedge Q)$ — Verdadero	Identidad para el y ($\wedge$)
④	$\equiv P \wedge (V \vee Q)$	Distributividad de I←D para el y ($\wedge$)

(5) $\equiv P \wedge V$ — Dominación para el o $(\vee)$

(6) $\equiv P$ — Identidad para el y $(\wedge)$

Hemos demostrado: $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$

Ejemplo 2: Demostrar que:

$$p \rightarrow (q \vee r) \equiv (p \wedge \neg q) \rightarrow r$$

Solución:

$$\underbrace{p \rightarrow (q \vee r)}_{A} \equiv \underbrace{(p \wedge \neg q) \rightarrow r}_{B}$$

$A \equiv B$

Equivalencias lógicas

Nombre	Equivalencia lógica	
Conmutatividad	$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$	$P \vee Q \equiv Q \vee P$
Asociatividad	$P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$	$P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$
Distributividad	$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
Idempotencia	$P \wedge P \equiv P$	$P \vee P \equiv P$
Doble negación	$\neg(\neg P) \equiv P$	
Leyes de Morgan	$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$	$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$
Identidad	$P \wedge \boldsymbol{V} \equiv P$	$P \vee \boldsymbol{F} \equiv P$
Dominación	$P \wedge \boldsymbol{F} \equiv \boldsymbol{F}$	$P \vee \boldsymbol{V} \equiv \boldsymbol{V}$
Absorción	$P \wedge (P \vee Q) \equiv P$	$P \vee (P \wedge Q) \equiv P$
Complemento	$P \wedge \neg P \equiv \boldsymbol{F}$	$P \vee \neg P \equiv \boldsymbol{V}$
Implicación	$P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$	
Contrarrecíproco	$P \rightarrow Q \equiv \neg Q \rightarrow \neg P$	
Equivalencia	$P \leftrightarrow Q \equiv (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$	

$$P \vee Q \vee R \equiv P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$$

$$P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$$

Leyes de Morgan:

- Para el y: $\neg(P \wedge Q) = \neg P \vee \neg Q$ $(-)$
- Para el o: $\neg(P \vee Q) = \neg P \wedge \neg Q$ $(-)$

Ley de la doble negación: $\neg(\neg P) = P$

Procedimiento	Justificación
$p \rightarrow (q \vee r) \equiv \neg p \vee (q \vee r)$	Implicación
$\equiv (\neg p \vee q) \vee r$	Asociatividad para el o $(\vee)$
$\equiv (\neg p \vee \neg(\neg q)) \vee r$	Ley de doble negación
$\equiv \underbrace{\neg(p \wedge \neg q)}_{\neg P} \underbrace{\vee}_{\checkmark} \underbrace{r}_{Q}$	ley de morgan para el y $(\wedge)$ Aplicada $I \leftarrow D$
$\equiv \underbrace{(p \wedge \neg q)}_{P} \underbrace{\rightarrow}_{\rightarrow} \underbrace{r}_{Q}$	Implicación

Luego: $p \rightarrow (q \vee r) \equiv (p \wedge \neg q) \rightarrow r$

Tarea: 1. Demostrar $p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$

2. Mirar los ejemplos resueltos en las diapositivas y entenderlos