25/03/2025 — Matematicas Discretas (Ude@ | MJ 10-12)

1. Fechas

Sem	Clase	Fecha		Tema	Slides
1	1	Martes	4/3	Introducción al curso	
	2	Jueves	6/3	Logica proposisional - Parte 1 ✓	[01]
2	3	Martes	11/3	Logica proposisional - Parte 2 ✓	[01]
	4	Jueves	13/3	Tablas de verdad ✓	[02]
3	5	Martes	18/3	Enfoque Axiomatico	[03]
	6	Jueves	20/3	Metodos de demostración - Parte 1	[04]
4	7	Martes	25/3	Metodos de demostración - Parte 2	
	8	Jueves	27/3	Logica cuantificacional	
5	9	Martes	1/4	Parcial 1 - Logica proposicional	
	10	Jueves	3/4	Alcance y precedencia de operaciones lógicas	
6	~~11~~	~~Martes~~	~~8/4~~	~~Enfoque Axiomatico - Parte 1~~	
	12	Jueves	10/4	Enfoque Axiomatico - Parte 2 **	
7		Martes	15/4	**SEMANA SANTA**	
		Jueves	17/4	**SEMANA SANTA**	
8	13	Martes	22/4	Axiomas y reglas de validez - Parte 1	
	14	Jueves	24/4	Axiomas y reglas de validez - Parte 2	

Enfoque axiomatico

Mentorias

Monitor: Lunes 5PM.

Parcial: Jueves 10/04/2025

2. Tablas de verdad

$F = 0$
$V = 1$

P	$\neg P$
0	1
1	0

P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \oplus Q$ ($\neq$)	$P \to Q$	$P \leftrightarrow Q$ ($=$)
0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	0	1	1

Ejemplo: Cuales son los valores de verdad de:

$$F = \neg Q \wedge (P \to Q)$$

$Q = 0,\ P = 0$:

$$\underbrace{\underbrace{\neg \overset{0}{Q}}_{1} \wedge \underbrace{(\overset{0}{P} \to \overset{0}{Q})}_{1}}_{1}$$

( )
$\neg$
$\wedge$
$\vee$ / $\oplus$
$\to$ / $\leftrightarrow$

⋮

$Q = 0,\ P = 1$:

⋮

Trabajando con tablas de verdad

Para construir una tabla de verdad se siguen los siguientes pasos:

1. Identificar las variables proposicionales.
2. Determinar el número de filas necesarias (para n variables 2^n ~~columnas~~ Filas).
3. Construir las columnas de las variables (Falso = 0; Verdadero = 1).
4. Agregar columnas auxiliares si es necesario.

> **Tip de legibilidad**: Cuando la cantidad de columnas es muy grande es útil representar una expresión lógica (con letras minúsculas) con una letra mayúscula.

5. Evaluar la expresión lógica paso a paso.
6. Revisar y validar la tabla.

Ejemplo: $\neg P \vee (P \rightarrow Q)$

p	$\neg p$
F	V
V	F

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F
V	V	V	V	F	V	V

1. $\underbrace{\underbrace{\neg P}_{①} \vee \underbrace{(P \rightarrow Q)}_{②}}_{① \vee ②}$

Variables: P, Q

$n = 2 \rightarrow f = 2^n = 2^2 = 4$

Tipo: Contingencia

P	Q	① $\neg P$	② $P \rightarrow Q$	① ∨ ② $\neg P \vee (P \rightarrow Q)$
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	1	0	1	1

Interpret.

2. $\underbrace{\underbrace{P \vee Q}_{②} \rightarrow \underbrace{\neg R}_{①}}_{② \rightarrow ①}$

Variables: P, Q, R

$n = 3 \rightarrow f = 2^3 = 8$

Tipo: Contingencia

$F = 0$ ✓
$V = 1$ ✓

P	Q	R	① $\neg R$	② $P \vee Q$	② → ① $P \vee Q \rightarrow \neg R$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0

p	$\neg p$
F	V
V	F

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F
V	V	V	V	F	V	V

$6 \rightarrow 2^6 = 64$

3. $\underbrace{\neg\underbrace{(P \wedge Q)}_{①}}_{\neg ① = ②} \leftrightarrow \underbrace{\neg P \vee \neg Q}_{③}$

$② \leftrightarrow ③$

(Ley de Morgan para la conjunción)

Variables: P, Q $n = 2 \to f = 2^2 = 4$

P	Q	¬P	¬Q	① P∧Q	② ¬(P∧Q)	③ ¬P∨¬Q	② ⟺ ③ ¬(P∧Q)⟷¬P∨¬Q
0	0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1

Tipo: Tautología

p	¬p
F	V
V	F

p	q	p∧q	p∨q	p⊕q	p→q	p↔q
F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F
V	V	V	V	F	V	V

4. $[\underbrace{(p \to q)}_{①} \vee \underbrace{(\neg p \wedge r)}_{②}] \leftrightarrow \underbrace{(r \to q)}_{③}$

$[① \vee ②] \longleftrightarrow ③$

Variables: p, q, r $n = 3 \to f = 2^3 = 8$

$F = [(p \to q) \vee (\neg p \wedge r)] \leftrightarrow (r \to q)$

p	q	r	¬p	① p→q	② ¬p∧r	[(p→q)∨(¬p∧r)]	r→q	F
0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1

Tipo: Contingencia

p	¬p
F	V
V	F

p	q	p∧q	p∨q	p⊕q	p→q	p↔q
F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F
V	V	V	V	F	V	V

P ⟶ Q

A C
∄ J
P C

4. Clasificación de las proposiciones (compuestas)

Interpretación = Fila

Clasificación	Interpretaciones
Tautología	Todas V = 1
Contradicción	Toda F = 0
Contingencia	Filas F = 0 y V = 1

5. Equivalencia

P y Q son equivalentes: Si $P \leftrightarrow Q$ es tautología

$$P \leftrightarrow Q \simeq P \Leftrightarrow Q \simeq P \equiv Q$$

			P	Q	$P \leftrightarrow Q$
p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \to q$	$\neg p \vee q \leftrightarrow p \to q$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

Tautología

Conclusión: $\neg p \vee q \equiv p \to q$

6. Leyes de Morgan:

Ley de Morgan para el Y ($\wedge$): $\boxed{\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q}$

Ley de Morgan para el O ($\vee$) $\boxed{\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q}$

Ejemplo: * $\neg(P \vee (\neg P \wedge Q) \wedge \neg R) \equiv$

$\neg((P \vee (\neg P \wedge Q)) \wedge \neg R) \equiv$

$\neg(P \vee (\neg P \wedge Q)) \vee \neg(\neg R) \equiv$

$\neg P \wedge \neg(\neg P \wedge Q) \vee R \equiv$

$\neg P \wedge (\neg(\neg P) \vee \neg Q) \vee R \equiv \neg P \wedge P \vee \neg Q \vee R$