06/05/2025 - Matematicas Discretas 1 (Ude@| MJ 10-12)

1. Repaso

Lenguaje Natural

Lenguaje Formal

$$\overbrace{\text{Adri estudia en la UdeA}}^{P}$$

$$\underbrace{\overset{x}{\text{Adri}}}_{S}\ \underbrace{\text{estudia en la UdeA}}_{P}$$

↳ Funcion propos: estudiaUdeA(x)

① Logica proposicional:

P: Adri estudia en la UdeA

② Logica cuantificacional:

- Dominio: $U = \{x \mid x \text{ es una persona}\}$
- Variable: $x \in U$; x es cualquier persona
- Predicados:
  - estudiaUdeA(x): x estudia en la Udea
- Objeto: x = Adri.

estudiaUdeA(Adri)

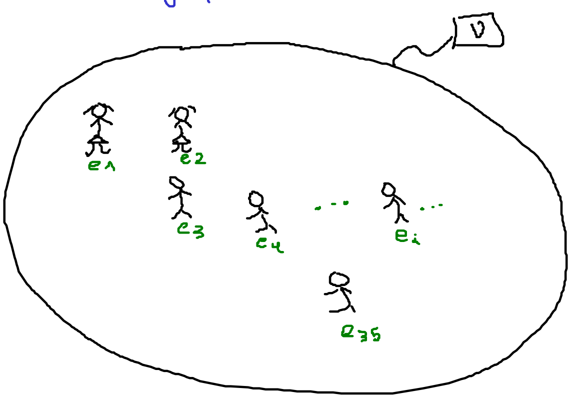
Ejemplos: Proposiciones

1. estudiaUdeA(Godofredo) ≡ F
2. estudiaUdeA(Carlos) ≡ V
3. estudiaUdeA(Arelis) $\wedge$ estudiaUdeA(Cristian) ≡ V $\wedge$ V ≡ V

Cuantificadores
- → Existencial ($\forall$): Para todo, cada, ...
- → Universal: ($\exists$): Existe, Hay, ...
- → Unicidad: ($\exists!$): Solo uno ...

Definamos otro predicado: $U = \{x \mid x$ es un estudiante de Discretas 1 del grupo 5$\}$

- mujer(x): x es mujer.
- asiste(x): x vino a clase



$U = \{e_1, e_2, \ldots, e_i, \ldots, e_{35}\}$

Lenguaje Natural:

Lenguaje formal:

1. Dainer vino a clase: — asiste (Dainer) $\equiv$ F

2. Maria es mujer: — mujer (Maria) $\equiv$ V

3. Todos ($\forall$) los estudiantes vinieron a clase: — $\forall x \text{ asiste}(x) \equiv F$

4. Algunos ($\exists$) estudiantes vinieron a clase: — $\exists x \text{ asiste}(x) \equiv V$

5. Ningun estudiante vino a clase: — $\forall x \neg \text{asiste}(x) \equiv F$

6. Todos ($\forall$) los estudiantes son mujeres: — $\forall x \text{ mujer}(x) \equiv F$

7. Si el estudiante es mujer, viene a clase: — $\exists x (\text{mujer}(x) \longrightarrow \text{asiste}(x)) \equiv V$

8. Si Juan viene a clase, Adri falta a clase: — $\underbrace{\text{asiste}(\text{Juan})}_{V} \to \neg\underbrace{\text{asiste}(\text{Adri})}_{\neg V \equiv F} \equiv F$

9. Solo hay una ($\exists!$) mujer en el grupo. — $\exists! \text{ mujer}(x) \equiv F$

10. Solo asistio una sola ($\exists!$) persona — $\exists! \text{ asiste}(x) \equiv F$

2. Relación entre $\forall, \exists, \wedge, \vee$

Si U es un conjunto $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ Finito y se tiene $P(x_i)$ es verdadero:

- $\forall x P(x) \equiv P(x_1) \wedge P(x_2) \wedge \dots \wedge P(x_i) \wedge \dots \wedge P(x_n)$

Si U es un conjunto $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ Finito y al menos un se tiene $P(x_i)$ es verdadero:

- $\exists x P(x) \equiv P(x_1) \vee P(x_2) \vee \dots \vee P(x_i) \vee \dots \vee P(x_n)$

3. Lenguaje informal (Natural) .vs. Lenguaje formal (Matematico)

Frase hablada $= f(\exists, \forall, \neg, \vee, \dots, P_i, \dots)$

Ejemplos:

LN: $\underbrace{\text{Adri}}_{x}$ estudia en la UdeA

LF: E (Adri)

$U = \{x \mid x$ es cualquier persona$\}$

Predicados:

E(x): x estudia en la UdeA.

LN: $\underbrace{\text{Adri}}_{x}$ estudia en la $\underbrace{\text{UdeA}}_{y}$

x estudia en y

LF: $Q(\text{Adri}, \text{UdeA})$

Dominio:

$D_1 = \{x \mid x \text{ es cualquier persona}\}$

$D_2 = \{y \mid y \text{ es cualquier universidad}\}$

Predicado:

$Q(x,y)$: x estudia en y

Ejemplo

Traduzca el enunciado "Todo estudiante de lógica es curioso" a lógica de primer orden.

$\forall$

Todo estudiante de lógica es curioso = Proposición yes $\boxed{\checkmark}$

$\forall x$, Si $\underbrace{x \text{ estudia lógica}}_{E(x)}$, entonces $\underbrace{x \text{ es curioso}}_{C(x)}$

1. Dominio: $U = \{x \mid x \text{ es una persona}\}$

2. Predicados:
   - $E(x)$: x estudia lógica
   - $C(x)$: x es curioso

Expresión lógica: $\forall x\,(E(x) \rightarrow C(x))$