# 07/05/2025 – Matematicas discretas 1 (UdeA | MV 14-16)

1. Resumen cuantificadores:
   cantidad:

① Cuantificador universal (Todos)
$\forall$

② Cuantificador existencial (Algunos)
$\exists$

③ Cuantificador de Unicidad (Unico)
$\exists!$

| Característica | Cuantificador universal (∀) | Cuantificador existencial (∃) |
|---|---|---|
| **Símbolo** | ∀ | ∃ |
| **Lectura común** | "Para todo", "Para cada", "Para cualquier" | "Existe (al menos) un", "Para algún", "Hay algún" |
| **Significado** | La propiedad es verdadera para **todos** los elementos del dominio | La propiedad es verdadera para **al menos uno** del dominio |
| **Estructura típica** | $\forall x\, P(x)$ | $\exists x\, P(x)$ |
| **Condición de verdad** | $P(x)$ es verdadero para todo $x$. | Hay algún $x$ para el cual $P(x)$ es verdadero. |
| **Condición de falsedad** | Hay algún $x$ para el cual $P(x)$ es verdadero. | $P(x)$ es falso para cada $x$. |
| **Palabras claves asociadas (al lenguaje natural)** | Todos, cada, cualquiera, ninguno (usado con negación), siempre, para todo. | Existe, algún, algunos, hay, al menos uno, a veces, para algún. |

{Falso, verdadero}

**Nota importante**: El valor de la verdad para cualquiera de los cuantificadores depende del dominio.

Importante: El valor de verdad de los cuantificadores ($\forall, \exists$) depende de $P(x)$ y del dominio

2. Ojo con el alcance

$$\forall x\, P(x) \vee Q(x) \equiv \cancel{\forall x\, (P(x) \vee Q(x))}.$$

$$\forall x\, (P(x)) \vee Q(x).$$

3. Cuantificadores y conjunciones y disyunciones

Si el dominio $U$ es Finito: $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

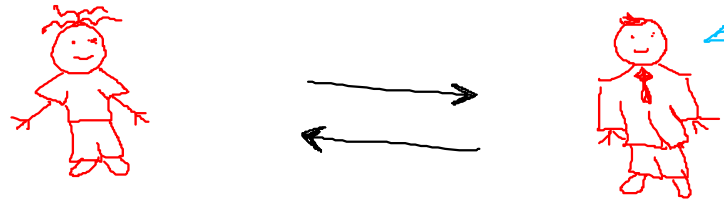
① $\forall x\, P(x) = P(x_1) \wedge P(x_2) \wedge \dots \wedge P(x_n)$

② $\exists x\, P(x) = P(x_1) \vee P(x_2) \vee \dots \vee P(x_n)$

# 4. Lenguaje informal .vs. Lenguaje Formal

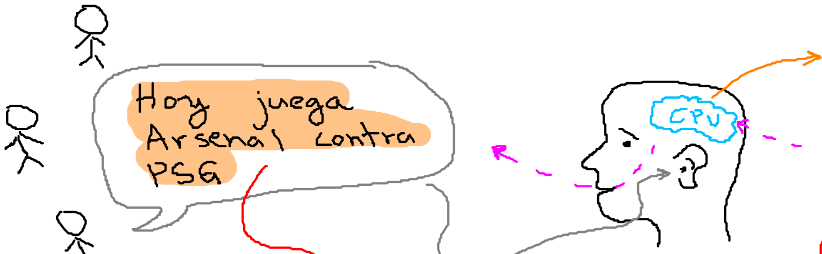
$\underbrace{\text{Lenguaje informal}}_{\text{Lenguaje Natural}}$ .vs. $\underbrace{\text{Lenguaje Formal}}_{\text{Lenguaje Matemático / Programación}}$

Reglas



Lógica de Primer orden

J( Hoy, Arsenal, PSG )




$\underbrace{\text{Hoy}}_{d}$ juega $\underbrace{\text{Arsenal}}_{x}$ contra $\underbrace{\text{PSG}}_{y}$

↓

d juega x contra y

1. Dominio: U:
   - Días: Hoy, ayer, lunes, ...
   - Equipos de Futbol: PSG, ...
2. Variable: $d \in$ Días; $x, y \in$ Equipos de Futbol
3. Constantes:
   - $d$ = Hoy
   - $x$ = Arsenal
   - $y$ = PSG
4. Predicados:

   $J(d,x,y)$: d juega x contra y
5. Expresión Formal

   J( Hoy, Arsenal, PSG )

## Ejemplo:

Lógica de Predicados
Lógica cuantificacional

Traduzca el enunciado "Todo estudiante de lógica es curioso" a lógica de primer orden.

Lenguaje Natural — Lenguaje Formal

$\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg$

$\forall, \exists, \ldots$

Es proposición

Lenguaje Natural — Lenguaje Formal

"Todo estudiante de logica es curioso" $\longrightarrow$ $\forall x\ (L(x) \longrightarrow C(x))$

Dominio: estudiantes

$\forall$ $x$ $L(x)$ $C(x)$

Todo estudiante de logica es curioso

Rescritura:

$\forall x$

Para todo $x$, si $\underbrace{x \text{ estudia Lógica}}_{L(x)}$, entonces $\underbrace{x \text{ es curioso}}_{C(x)}$.

Expresion Formal

$$\forall x \, (L(x) \rightarrow C(x))$$

Predicados:

- $C(x)$: $x$ es curioso
- $L(x)$: $x$ estudia logica:

Dominio:

$U = \{x \mid x \text{ es estudiante}\}$

los estudiantes, ...