

## 1. Repaso clase anterior

✓ Proposición (F/V)  $\begin{cases} \text{Simple} \\ \text{Compuesta} \end{cases}$

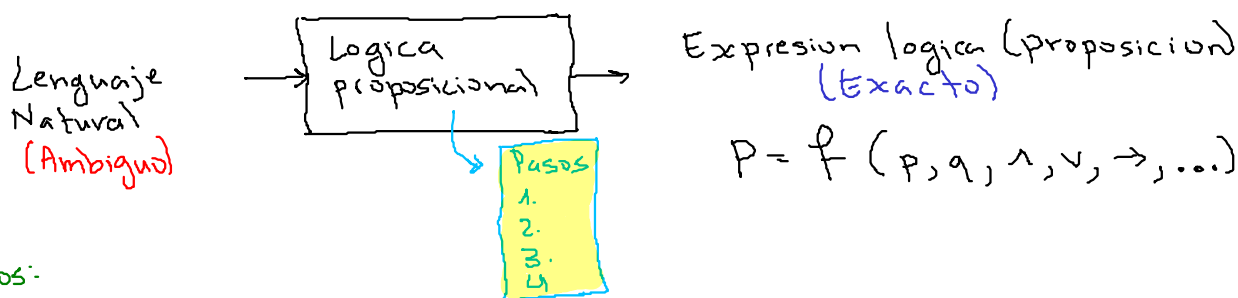
✓ Operadores:

$\neg$  = No  
 $\wedge$  = y  
 $\vee$  = o inclusivo (al menos)  
 $\oplus$  = o exclusivo ( $\neq$ )  
 $\rightarrow$  = Si... entonces...  
 $\leftrightarrow$  = ... si y solo si ...

Tablas de verdad

$P$  →  $Q$   
 Hipótesis      Tesis  
 Antecedente    Consecuente  
 Premisa        Conclusión

## 2. Traducción de enunciados



Ejemplos:

Lenguaje Natural	Proposición
$P$ Carlos tiene sueño $\wedge$ pero $\neg$ faltó a clase $Q$	$P \wedge \neg Q$

Enunciados típicos en lenguaje natural: Sean  $P$  y  $Q$  proposiciones:

y  $P \wedge Q$

- $p$  y  $q$
- $p$ , pero  $q$
- $p$  aún  $q$
- $p$  también  $q$
- $p$  todavía  $q$
- $p$ , aunque  $q$
- $p$  sin embargo  $q$
- $p$  además  $q$
- $p$  no obstante  $q$

y  $P \vee Q$

- $p$  o  $q$  (Caso o inclusivo)
- $p$ , a menos que  $q$  (Caso o exclusivo: interprétese "a menos que" como "si una proposición no es verdadera, la otra es, o será, verdadera", en este caso: si  $Q$  fuera falsa, le correspondería a  $P$  ser cierta)
- Al menos una entre  $p$  y  $q$

$P \rightarrow Q$

- Si  $p$  entonces  $q$
- Si  $p$ ,  $q$
- $q$  si  $p$
- $p$  sólo si  $q$
- Para  $p$ , es necesario  $q$
- Es suficiente  $p$  para  $q$
- $q$  en caso de que  $p$
- $q$  siempre que  $p$
- Como  $p$ ,  $q$
- $q$  cuando  $p$
- $p$  implica que  $q$
- Cuando  $p$ ,  $q$

$P \leftrightarrow Q$

- $p$  si, y solo si,  $q$
- $p$  es suficiente y necesario para  $q$
- $p$  es equivalente a  $q$
- $p$  y  $q$  son equivalentes
- Si  $p$  entonces  $q$ , y viceversa

## Traducción de enunciados compuestos a lógica simbólica

Para traducir un enunciado compuesto a forma simbólica, seguimos los siguientes pasos:

1. Identificar y etiquetar todos los enunciados lógicos afirmativos independientes. ✓
2. Identificar y etiquetar todos los enunciados lógicos negativos. ✓
3. Reemplazar las palabras conectivas por los símbolos que las representan, como  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$ , o  $\leftrightarrow$ . ✓
4. Construir la expresión lógica. ✓

## Ejemplos

Obtenga la expresión lógica equivalente a los siguientes enunciados:

1. El automóvil arranca si y solo si el tanque tiene gasolina y la batería tiene corriente.
2. Puedes acceder a internet desde el campus solo si estudias ciencias de la computación o no eres estudiante de primer año.
3. No puedes subir a la montaña rusa si mides menos de 1.2 metros, a menos que tengas más de 16 años.

Solución

1. El automóvil arranca  $P$  si y solo si  $Q$  el tanque tiene gasolina  $Q$  y  $R$  la batería tiene corriente  $R$ .
- $P \leftrightarrow Q \wedge R$

2. Puedes acceder a internet desde el campus  $R$  solo si  $S$  estudias ciencias de la computación  $S$  o  $T$  no eres estudiante de primer año  $T$ .
- $R \rightarrow S \vee T$

3. No puedes subir a la montaña rusa  $P$  si  $Q$  mides menos de 1.2 metros  $Q$ , a menos que  $R$  tengas más de 16 años  $R$ .
- $Q \wedge \neg R \rightarrow \neg P$
- Minimo 16 años

### 3. Reglas de prioridad

Más import

Menos import

Prioridad	Operador
1	( )
2	$\neg$
3	$\wedge$
4	$\vee$ / $\oplus$
5	$\rightarrow$ / $\leftrightarrow$

¿Que sucede si tengo dos operadores con igual prioridad?

$$\begin{aligned}
 & 2 * 3 + 8 * 2 - 6 = 16 \\
 & 6 + 8 * 2 - 6 \\
 & 6 + 16 - 6 \\
 & 22 - 6 \\
 & 16
 \end{aligned}$$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
$\neg F$	$\neg F$	$F$	$\neg F$	$F$	$\neg V$	$V$
$F$	$V$	$F$	$V$	$V$	$\neg V$	$F$
$V$	$F$	$F$	$V$	$V$	$\neg F$	$F$
$V$	$V$	$V$	$V$	$F$	$\neg V$	$V$

Ejemplo: Sean  $P = V$ ,  $Q = F$  y  $R = F$ .

Determine el valor de la verdad de:

a.  $P \rightarrow (Q \vee R) \Rightarrow F$

$$\begin{aligned}
 & V \rightarrow (F \vee F) \\
 & V \rightarrow F \\
 & F
 \end{aligned}$$

b.  $Q \rightarrow [P \rightarrow (R \wedge Q)] \Rightarrow V$

$$\begin{aligned}
 & F \rightarrow [V \rightarrow (F \wedge F)] \\
 & F \rightarrow [V \rightarrow F] \\
 & F \rightarrow F \\
 & V
 \end{aligned}$$

c.  $\neg (\neg P \rightarrow Q) \wedge \neg R \Rightarrow F$

$$\begin{aligned}
 & \neg (V \rightarrow F) \wedge \neg F \\
 & \neg (F) \wedge \neg F \\
 & V \wedge \neg F \\
 & V \wedge F \\
 & F
 \end{aligned}$$

## 4. Tablas de verdad

### Trabajando con tablas de verdad

Para construir una tabla de verdad se siguen los siguientes pasos:

1. Identificar las variables proposicionales. ✓
2. Determinar el número de filas necesarias (para  $n$  variables  $2^n$  columnas). ✓
3. Construir las columnas de las variables (Falso = 0; Verdadero = 1). ✓
4. Agregar columnas auxiliares si es necesario. ✓

**Tip de legibilidad:** Cuando la cantidad de columnas es muy grande es útil representar una expresión lógica (con letras minúsculas) con una letra mayúscula.

5. Evaluar la expresión lógica paso a paso.
6. Revisar y validar la tabla.

**Ejemplos:** Construya la tabla de verdad para analizar las siguientes expresiones

1.  $P \leftrightarrow Q \wedge R$

- Variables proposicionales:  $P, Q, R$   
 $n = 3$

F = Falso = 0

V = Verdadero = 1

Filas:  $f = 2^n = 2^3 = 8$

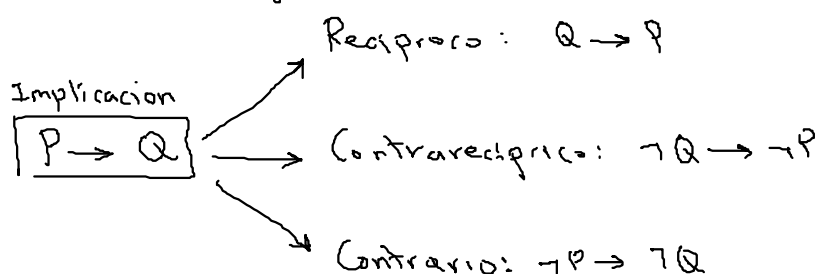
$P \leftrightarrow Q \wedge R$   
 $P \leftrightarrow 1$

P	Q	R	$Q \wedge R$	$P \leftrightarrow Q \wedge R$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

p	$\neg p$
F	V
V	F

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F
V	V	V	V	F	V	V

2. Construya la tabla de verdad para: La implicación, el recíproco, el contrarecíproco y el contrario.



Variables:  $P, Q$

$n = 2$

$f = 2^2 = 4$

$P \rightarrow Q$ ,  $Q \rightarrow P$ ,  $\neg Q \rightarrow \neg P$ ,  $\neg P \rightarrow \neg Q$

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow P$	$\neg Q \rightarrow \neg P$	$\neg P \rightarrow \neg Q$
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	1	1	1

Comprobar

p	$\neg p$
F	V
V	F

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F
V	V	V	V	F	V	V

Complete

$$4. [(p \rightarrow q) \vee (\neg p \wedge r)] \leftrightarrow (r \rightarrow q)$$

$$5. \neg p \rightarrow (\neg r \vee q \wedge p) \leftrightarrow r \vee \neg q \rightarrow q \text{ (Recomendación: use el tip de legibilidad)}$$

$$[(p \rightarrow q) \vee (\neg p \wedge r)] \leftrightarrow (r \rightarrow q)$$

Diagram showing the logical expression with numbered components and a final equivalence statement:

$$5 = 3 \leftrightarrow 4$$

Numero de variables: 3

$$f = 2^3 = 8$$

p	q	r	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$\neg p \wedge r$	$(p \rightarrow q) \vee (\neg p \wedge r)$	$r \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \vee (\neg p \wedge r) \leftrightarrow (r \rightarrow q)$
0	0	0						
0	0	1						
0	1	0						
0	1	1						
1	0	0						
1	0	1						
1	1	0						
1	1	1						