03/04/2025 – Matemáticas discretas 1 (UdeA) MJ 10-12

1. Repaso clase anterior

Demostraciones

Valor de Verdad (F/V)
- Modelos:
  Tabla de verdad
  V=?
- Axiomatico: Equivalencias lógicas
  A ≡ B
  A ≡ A1, A2, ⋮, An, B
  Identidades lógicas

Validez (Valido/No valido)
- Modelos:
  Tabla de verdad
  - Renglon critico
  - Premisas
  - Conclusión
- Enfoque axiomatico
  - Reglas de inferencia
  Argumento lógico
  $\boxed{P \longrightarrow Q}$

Notacion de consecuentes

$p \to q \vee \neg r$

$q \to p \wedge r$

$\therefore p \to r$

Tautología

$[(p \to q \vee \neg r) \wedge (q \to p \wedge r)] \to (p \to r)$

Forma simbólica

$(p \to q \vee \neg r), (q \to p \wedge r) \vdash (p \to r)$

Hay cuatro valores criticos.

Premisas / Conclusión

p	q	r	$\neg r$	$q \vee \neg r$	$p \wedge r$	$p \to q \vee \neg r$	$q \to p \wedge r$	$p \to r$
0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	
0	1	1	0	1	0	1	0	
1	0	0	1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1	
1	1	0	1	1	0	1	0	
1	1	1	0	1	1	1	1	1

Este renglón muestra que un argumento de esta forma puede tener premisas verdaderas y una conclusión falsa. **Por tanto esta forma de argumento es no valida**

Ejemplo:

Ejemplo: Dado el siguiente argumento lógico:

Tautología

$[p \wedge (p \to q) \wedge (s \vee r) \wedge (r \to \neg q)] \to (s \vee t)$

Se pide:
- ¿En que tipo de representación esta? Tautología
- ¿Cuál es la representación de este en las otras formas?
- Determine su validez mediante una tabla de verdad.

Notación de consecuentes

p

$p \to q$

$s \vee r$

$r \to \neg q$

$\therefore s \vee t$

Notación proposicional

$p, p \to q, s \vee r, r \to \neg q \vdash s \vee t$

Proposiciones: p, q, r, s, t

$- n = 5 \to R = 2^5 = 32$

Validez usando Tabla de verdad:

Premisas / Conclusión

p	q	r	s	t	$\neg q$	p	$p \to q$	$s \vee r$	$r \to \neg q$	$s \vee t$

Acabar

2. Silogismo:

2 premisas $\left\{ \begin{array}{l} p \to q \\ \underline{p} \end{array} \right.$ → Modus ponens.

Conclusión → q

Tablas de Silogismos.

Nombre	Regla de inferencia	Nombre	Regla de inferencia
Modus Ponens	$p \to q$ p $\therefore q$	Simplificación	$p \wedge q$ $\therefore p$
Modus Tollens	$p \to q$ $\neg q$ $\therefore \neg p$	Conjunción	p q $\therefore p \wedge q$
Silogismo hipotético (Transitividad)	$p \to q$ $q \to r$ $\therefore p \to r$	Prueba de división por casos	$p \vee q$ $p \to r$ $q \to r$ $\therefore r$
Silogismo disyuntivo (Eliminación)	$p \vee q$ $\neg p$ $\therefore q$		
Adición	p $\therefore p \vee q$	Resolución	$\neg p \vee r$ $p \vee q$ $\therefore q \vee r$

Ejemplos:

Nombre	Equivalencia lógica	
Conmutatividad	$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$	$P \vee Q \equiv Q \vee P$
Asociatividad	$P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$	$P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$
Distributividad	$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
Idempotencia	$P \wedge P \equiv P$	$P \vee P \equiv P$
Doble negación	$\neg(\neg P) \equiv P$	
Leyes de Morgan	$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$	$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$
Identidad	$P \wedge \boldsymbol{V} \equiv P$	$P \vee \boldsymbol{F} \equiv P$
Dominación	$P \wedge \boldsymbol{F} \equiv \boldsymbol{F}$	$P \vee \boldsymbol{V} \equiv \boldsymbol{V}$
Absorción	$P \wedge (P \vee Q) \equiv P$	$P \vee (P \wedge Q) \equiv P$
Complemento	$P \wedge \neg P \equiv \boldsymbol{F}$	$P \vee \neg P \equiv \boldsymbol{V}$
Implicación	$P \to Q \equiv \neg P \vee Q$	
Contrarrecíproco	$P \to Q \equiv \neg Q \to \neg P$	
Equivalencia	$P \leftrightarrow Q \equiv (P \to Q) \wedge (Q \to P)$	

Nombre	Regla de inferencia	Nombre	Regla de inferencia
Modus Ponens	$p \to q$ p $\therefore q$	Simplificación	$p \wedge q$ $\therefore p$
Modus Tollens	$p \to q$ $\neg q$ $\therefore \neg p$	Conjunción	p q $\therefore p \wedge q$
Silogismo hipotético (Transitividad)	$p \to q$ $q \to r$ $\therefore p \to r$	Prueba de división por casos	$p \vee q$ $p \to r$ $q \to r$ $\therefore r$
Silogismo disyuntivo (Eliminación)	$p \vee q$ $\neg p$ $\therefore q$		
Adición	p $\therefore p \vee q$	Resolución	$\neg p \vee r$ $p \vee q$ $\therefore q \vee r$

Ejemplo: Demuestre que el siguiente argumento lógico es valido:

$$\underbrace{[p \wedge (p \to q) \wedge (s \vee r) \wedge (r \to \neg q)]}_{\text{premisas}} \to \underbrace{(s \vee t)}_{\text{conclusion}}$$

- p (a)
- $p \to q$ (b)
- $s \vee r$ (c)
- $r \to \neg q$ (d)

$\therefore s \vee t$

	Pasos	Justificación
1)	p	Premisa (a)
2)	$p \to q$	Premisa (b)
3)	q	Modus Ponens en 1 y 2
4)	$r \to \neg q$	Premisa (d)
5)	$\neg r$	Modus Tollens en 3 y 4
6)	$s \vee r$	Premisa (c)
7)	s	Eliminación en 5 y 6
8)	$\therefore s \vee t$	Adición en 7

Nombre	Regla de inferencia	Nombre	Regla de inferencia
Modus Ponens	$p \to q$ p $\therefore q$	Simplificación	$p \wedge q$ $\therefore p$
Modus Tollens	$p \to q$ $\neg q$ $\therefore \neg p$	Conjunción	p q $\therefore p \wedge q$
Silogismo hipotético (Transitividad)	$p \to q$ $q \to r$ $\therefore p \to r$	Prueba de división por casos	$p \vee q$ $p \to r$ $q \to r$ $\therefore r$
Silogismo disyuntivo (Eliminación)	$p \vee q$ $\neg p$ $\therefore q$		
Adición	p $\therefore p \vee q$	Resolución	$\neg p \vee r$ $p \vee q$ $\therefore q \vee r$