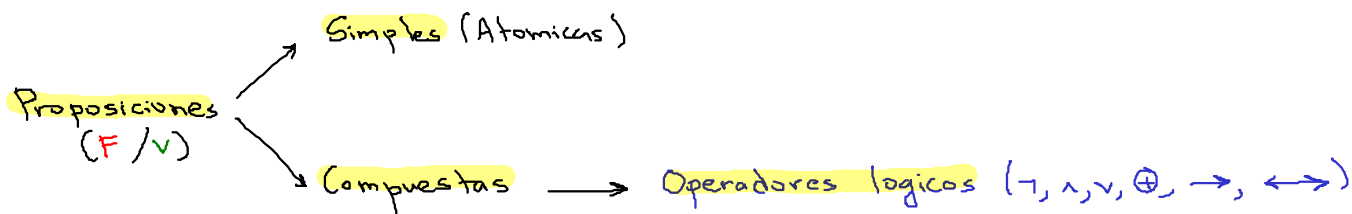


26/08/2025 - Matemáticas discretas (Vde@)

1. Repaso clase anterior

a. Proposiciones



«Lógica proposicional vs. Realidad»

La lógica proposicional no se preocupa por la explicación de las cosas (porque) se preocupa por: Los valores de verdad de las proposiciones

b. Operadores lógicos.

- Permiten combinar varias proposiciones simples para formar proposiciones compuestas.
- Actúan sobre el valor de la verdad de una proposición lógica.

Conector	Símbolo	Nombre	Explicación
Negación	$\neg p$	No	Cambia el valor de verdad de la proposición.
Conjunción	$p \wedge q$	Y (AND)	Es verdadera solo si ambas proposiciones son verdaderas
Disyunción inclusiva	$p \vee q$	O (OR)	Es verdadera si al menos una de las proposiciones es verdadera.
Disyunción exclusiva	$p \oplus q$	O exclusiva (XOR)	Es verdadera solo si una de las dos proposiciones es verdadera, pero no ambas.
Implicación	$p \rightarrow q$	Si... entonces (Implica)	Si p es verdadero, entonces q también lo es.
Bicondicional	$p \leftrightarrow q$	Si y solo si (doble implicación)	Ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad.

Tablas de verdad para los operadores lógicos

de verdad para los operadores lógicos

Negación

p	$\neg p$
F	V
V	F

(solo una, elección)

And

p	q	$p \wedge q$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Or inclusivo

(una o ambas)

p	q	$p \vee q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Or exclusivo

p	q	$p \oplus q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	F

Condicional

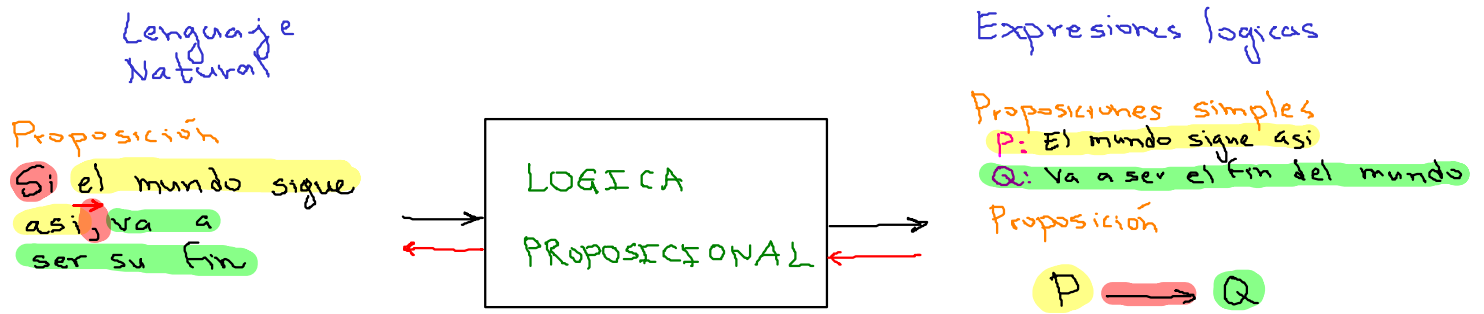
p	q	$p \rightarrow q$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

Equivalencia

(Bicondicional)
Igualdad

p	q	$p \leftrightarrow q$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

c. Caso de uso (Aplicación): Traducción al lenguaje natural



Pasos para traducir lenguaje natural a expresiones lógicas

1. Leer y comprender el enunciado.
2. Identificar proposiciones simples positivas.
3. Asociar variables lógicas a las proposiciones identificadas.
4. Detectar conectores.
5. Construir la expresión lógica asociada al enunciado.

Sobre el enunciado declarativo: Sean P y Q dos enunciados declarativos cualquiera (simples o compuestos)	
Tipo	Enunciados
Conjuntivo $y (\wedge)$	<ul style="list-style-type: none"> P y Q P, pero Q P aún Q P también Q P todavía Q P, aunque Q P sin embargo Q P además Q P no obstante Q
Disyuntivo \vee	<ul style="list-style-type: none"> P o Q } $\rightarrow \vee$ P, a menos que Q Al menos una entre P y Q } $\rightarrow \oplus$ <p>Nota: Interpretase a menos que como si una proposición no es verdadera, la otra es, o será, verdadera, en este caso: si Q fuera falsa, le correspondería a P ser cierta</p>

Sobre el enunciado declarativo condicional: En este caso P representa al antecedente y Q el consecuente.	
Condicionales (Hipotéticos) Si... entonces... \rightarrow	<ul style="list-style-type: none"> Si P entonces Q Si P, Q Q si P P sólo si Q Para P, es necesario Q Es suficiente P para Q Q en caso de que P Q siempre que P Como P, Q Q cuando P P implica que Q Cuando P, Q
Bicondicionales ... si... \leftrightarrow	<ul style="list-style-type: none"> P si, y sólo si, Q P es suficiente y necesario para Q P es equivalente a Q P y Q son equivalentes

d. Tarea

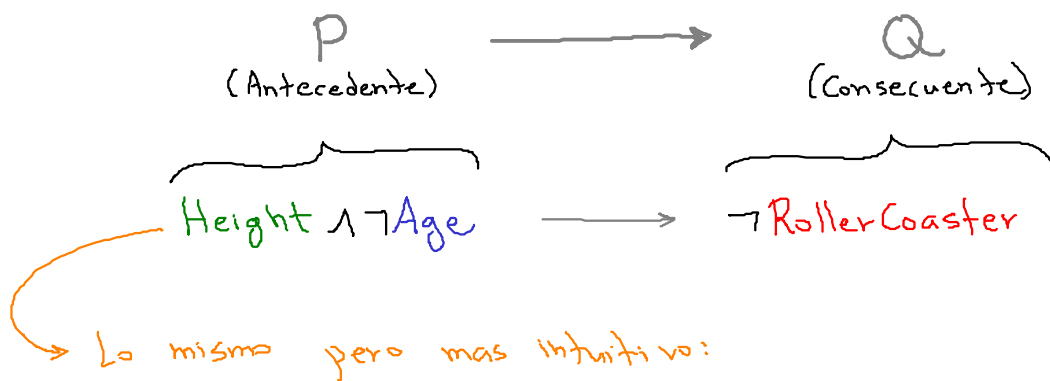
1. Proposición 1: Q RollerCoaster

"No puedes subir a la montaña rusa si mides menos de 1.2 metros a menos que tengas mas de 16 años"

- Proposiciones simples (positivas):

- **RollerCoaster**: Puedes subir a la montaña rusa
- **Height**: Mides menos de 1.2 metros
- **Age**: Tienes mas de 16 años

- Expresion logica asociada al enunciado



"Si mides menos de 1.2 metros y no tienes mas de 16 años, entonces no puedes subir a la montaña Rusa"

2. Proposición 2:

I (Internet) Q \longrightarrow P CS (Compute Science Student)

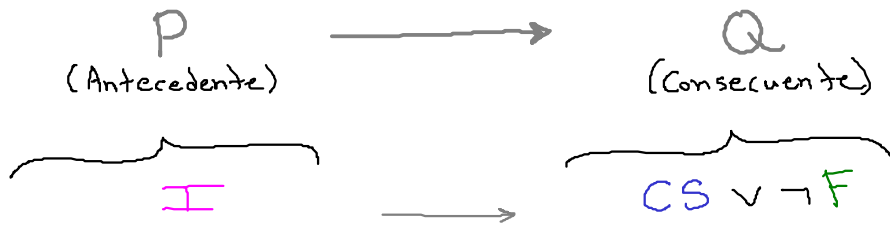
"Puedes acceder a internet desde el campus solo si estudias ciencias de la computación o no eres estudiante de primer año"

F (Freshman)

- Proposiciones simples (positivas):

- **I**: Puedes acceder a internet desde el campus
- **CS**: Estudias ciencias de la computación
- **F**: Eres estudiante de primer año

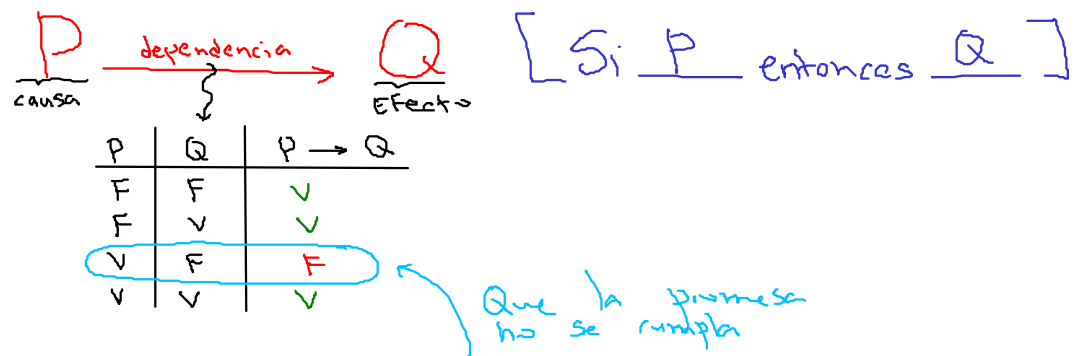
- Expresión lógica asociada al enunciado



Bonus 0.1 (Tarea): Juan Sebastian Badillo ✓

2. Recíproco, contrarrecíproco y contrario

- Relaciones de causa efecto. (condicional o implicación)

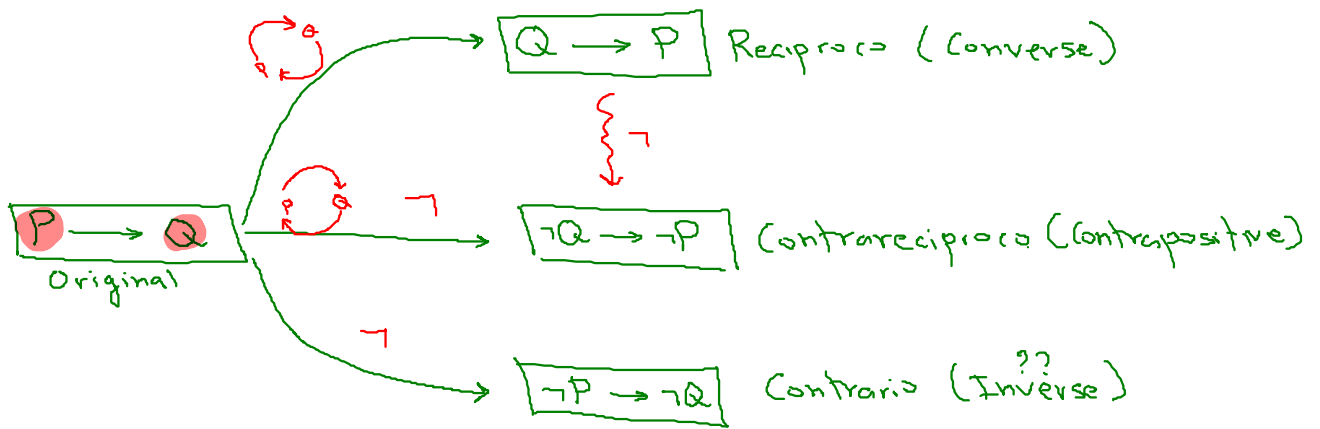


Promesa: Si la causa (P) ocurre, te garantizo que el efecto (Q) también ocurrirá

Ejemplo: Si lueve (Causa) entonces el patio está mojado (efecto)

Proposición: $P \longrightarrow Q$

Caso	Llueve (P)	El patio está mojado (Q)	¿Es cierta la promesa " $P \rightarrow Q$ "?
① Causa y efecto	<input checked="" type="checkbox"/> V	<input checked="" type="checkbox"/> V	<input checked="" type="checkbox"/> Se cumple
② Causa sin efecto	<input checked="" type="checkbox"/> V	<input checked="" type="checkbox"/> F	<input checked="" type="checkbox"/> No se cumple (Mentira)
③ Efecto sin causa	<input checked="" type="checkbox"/> F	<input checked="" type="checkbox"/> V	<input checked="" type="checkbox"/> Se cumple (El efecto puede tener otras causas: - Está lavando - Tubería rota ...)
④ Ni causa ni efecto	<input checked="" type="checkbox"/> F	<input checked="" type="checkbox"/> F	<input checked="" type="checkbox"/> Se cumple



Retomemos el ejemplo:

“ Si llueve, el patio esta mojado ”
 P Q

$P \rightarrow Q$ (Proposición original)

Proposiciones simples $\begin{cases} P: \text{Llueve} \\ Q: \text{El patio esta mojado} \end{cases}$

Hay casos
en los que
se da lo mismo

Caso	Forma Logica	Lenguaje natural	Equivalencia respecto al caso original?
Original	$P \rightarrow Q$	Si llueve, el patio esta mojado	Original
Reciproco	$Q \rightarrow P$	Si el patio esta mojado, entonces llueve	Es equivalente? No
Inverso	$\neg P \rightarrow \neg Q$	Si no llueve, el patio no esta mojado	Es equivalente? No
Contrarec	$\neg Q \rightarrow \neg P$	Si el patio no esta mojado, entonces no llueve.	Es equivalente? Si

$$P \rightarrow Q \quad \equiv \quad \neg Q \rightarrow \neg P$$

Tarea: Se tiene la siguiente proposición

“Si gano la loteria, sere feliz”

Se pide:

1. Determine las proposiciones simples y la expresión logica asociada
2. Obtenga el reciproco, el contrareciproco y el contrario.

3. Reglas de prioridad

- Orden

$$\begin{array}{c} 2 \times 3 + 5 \\ \hline 6 + 5 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 2 \times (3 + 5) \\ \hline 2 \times 8 \\ \hline 16 \end{array}$$

Operators	Associativity
() Highest precedence	Left - Right
**	Right - Left
+x, -x, ~x	Left - Right
*, /, //, %	Left - Right
<u>+, -</u>	<u>Left - Right</u>
<<, >>	Left - Right
&	Left - Right
^	Left - Right
	Left - Right
Is, is not, in, not in, <, <=, >, >=, ==, !=	Left - Right
Not x	Left - Right
And	Left - Right
Or	Left - Right
If else	Left - Right
Lambda	Left - Right
=, +=, -=, *=, /= Lowest Precedence	Right - Left

$$\begin{array}{c} 2 + 3 - 5 - 6 = -6 \\ \hline 5 - 5 - 6 \\ \hline 0 - 6 \\ \hline -6 \\ (3(1 + 3) - 6) \\ \hline 3(4) - 6 \\ \hline 12 - 6 \\ \hline 6 \end{array}$$

La reglas de prioridad definen el orden en el que se deben aplicar los conectivos lógicos al evaluar enunciados lógicos compuestos.

Prioridad	Operador
1	()
2	¬
3	∧
4	∨
5	→ / ↔

Asociatividad: Se da en los casos en que la expresión lógica tiene mas de un operador de la misma prioridad.

- Cuando se tienen varios operadores con la misma prioridad, la evaluación se hace de izquierda a derecha.
- Cuando hay paréntesis anidados se evalúan primero los mas internos. Si los paréntesis no están anidados la evaluación de estos se hace de izquierda a derecha.

Reglas de precedencia y asociatividad

Prioridad	Símbolo	Asociatividad	Ejemplo con paréntesis
1 (más alta)	\neg	No aplica (unitario)	$\neg p \wedge q \mapsto ((\neg p) \wedge q)$
2	\wedge	Izquierda ($I \rightarrow D$)	$p \wedge q \wedge r \mapsto ((p \wedge q) \wedge r)$
3	\vee	Izquierda ($I \rightarrow D$)	$p \vee q \vee r \mapsto ((p \vee q) \vee r)$
4	\oplus	Izquierda ($I \rightarrow D$)	$p \oplus q \oplus r \mapsto ((p \oplus q) \oplus r)$
5	\rightarrow	Derecha ($I \leftarrow D$)	$p \rightarrow q \rightarrow r \mapsto (p \rightarrow (q \rightarrow r))$
6 (más baja)	\leftrightarrow	Derecha ($I \leftarrow D$)	$p \leftrightarrow q \leftrightarrow r \mapsto (p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r))$

Notas claves:

- La negación siempre aplica a una proposición o expresión.
- Los operadores con igual precedencia se agrupan según su asociatividad (**izquierda o derecha**).
- El uso de paréntesis permite evitar la ambigüedad en expresiones que usen varios operadores.
- Cuando la expresión tiene paréntesis anidados, la evaluación de expresiones con paréntesis se hace de adentro hacia afuera.

Ejemplos:

1. $P \wedge Q \vee \neg R \vee S$ Donde $P = F$
 $Q = V$
 $R = V$
 $S = V$

$P \wedge Q \vee \neg R \vee S$
 \downarrow Reemplazo
 $F \wedge V \vee \neg V \vee V$
 $F \wedge V \vee F \vee V$
 $F \vee F \vee V$
 $F \vee V$
 V

Negación	Conjunción	Disyunción inclusiva																																													
<table><tr><th>p</th><th>$\neg p$</th></tr><tr><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td></tr></table>	p	$\neg p$	F	V	V	F	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \wedge q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \wedge q$	F	F	F	F	V	F	V	F	F	V	V	V	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \vee q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \vee q$	F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	V									
p	$\neg p$																																														
F	V																																														
V	F																																														
p	q	$p \wedge q$																																													
F	F	F																																													
F	V	F																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													
p	q	$p \vee q$																																													
F	F	F																																													
F	V	V																																													
V	F	V																																													
V	V	V																																													
Disyunción exclusiva	Condicional	Bicondicional																																													
<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \oplus q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>F</td></tr></table>	p	q	$p \oplus q$	F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	F	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \rightarrow q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \rightarrow q$	F	F	V	F	V	V	V	F	F	V	V	V	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \leftrightarrow q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \leftrightarrow q$	F	F	V	F	V	F	V	F	F	V	V	V
p	q	$p \oplus q$																																													
F	F	F																																													
F	V	V																																													
V	F	V																																													
V	V	F																																													
p	q	$p \rightarrow q$																																													
F	F	V																																													
F	V	V																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													
p	q	$p \leftrightarrow q$																																													
F	F	V																																													
F	V	F																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													

2. $P \wedge (Q \vee \neg(R \vee S))$ Donde $P = F$
 $Q = V$
 $R = V$
 $S = V$

$P \wedge (Q \vee \neg(R \vee S)) \equiv F$
 $F \wedge (V \vee \neg(V \vee V))$
 $F \wedge (V \vee \neg V)$
 $F \wedge (V \vee F)$
 $F \wedge V$
 F

Negación	Conjunción	Disyunción inclusiva																																													
<table><tr><th>p</th><th>$\neg p$</th></tr><tr><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td></tr></table>	p	$\neg p$	F	V	V	F	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \wedge q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \wedge q$	F	F	F	F	V	F	V	F	F	V	V	V	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \vee q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \vee q$	F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	V									
p	$\neg p$																																														
F	V																																														
V	F																																														
p	q	$p \wedge q$																																													
F	F	F																																													
F	V	F																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													
p	q	$p \vee q$																																													
F	F	F																																													
F	V	V																																													
V	F	V																																													
V	V	V																																													
Disyunción exclusiva	Condicional	Bicondicional																																													
<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \oplus q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>F</td></tr></table>	p	q	$p \oplus q$	F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	F	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \rightarrow q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \rightarrow q$	F	F	V	F	V	V	V	F	F	V	V	V	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \leftrightarrow q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \leftrightarrow q$	F	F	V	F	V	F	V	F	F	V	V	V
p	q	$p \oplus q$																																													
F	F	F																																													
F	V	V																																													
V	F	V																																													
V	V	F																																													
p	q	$p \rightarrow q$																																													
F	F	V																																													
F	V	V																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													
p	q	$p \leftrightarrow q$																																													
F	F	V																																													
F	V	F																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													

3. $P \rightarrow Q \oplus R$ Donde: $P = V$
 $Q = F$
 $R = V$

$P \rightarrow Q \oplus R$
 $V \rightarrow F \oplus V$
 $V \rightarrow V$
 V

Negación	Conjunción	Disyunción inclusiva																																													
<table><tr><th>p</th><th>$\neg p$</th></tr><tr><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td></tr></table>	p	$\neg p$	F	V	V	F	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \wedge q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \wedge q$	F	F	F	F	V	F	V	F	F	V	V	V	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \vee q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \vee q$	F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	V									
p	$\neg p$																																														
F	V																																														
V	F																																														
p	q	$p \wedge q$																																													
F	F	F																																													
F	V	F																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													
p	q	$p \vee q$																																													
F	F	F																																													
F	V	V																																													
V	F	V																																													
V	V	V																																													
Disyunción exclusiva	Condición	Bicondicional																																													
<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \oplus q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>F</td></tr></table>	p	q	$p \oplus q$	F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	F	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \rightarrow q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \rightarrow q$	F	F	V	F	V	V	V	F	F	V	V	V	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \leftrightarrow q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \leftrightarrow q$	F	F	V	F	V	F	V	F	F	V	V	V
p	q	$p \oplus q$																																													
F	F	F																																													
F	V	V																																													
V	F	V																																													
V	V	F																																													
p	q	$p \rightarrow q$																																													
F	F	V																																													
F	V	V																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													
p	q	$p \leftrightarrow q$																																													
F	F	V																																													
F	V	F																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													

4. $P \leftrightarrow \neg(P \rightarrow Q)$ Donde: $P = V$
 $Q = F$

$P \leftrightarrow \neg(P \rightarrow Q)$
 $V \leftrightarrow \neg(V \rightarrow F)$
 $V \leftrightarrow \neg(F)$
 $V \leftrightarrow V$
 V

Negación	Conjunción	Disyunción inclusiva																																													
<table><tr><th>p</th><th>$\neg p$</th></tr><tr><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td></tr></table>	p	$\neg p$	F	V	V	F	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \wedge q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \wedge q$	F	F	F	F	V	F	V	F	F	V	V	V	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \vee q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \vee q$	F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	V									
p	$\neg p$																																														
F	V																																														
V	F																																														
p	q	$p \wedge q$																																													
F	F	F																																													
F	V	F																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													
p	q	$p \vee q$																																													
F	F	F																																													
F	V	V																																													
V	F	V																																													
V	V	V																																													
Disyunción exclusiva	Condicional	Bicondicional																																													
<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \oplus q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>F</td></tr></table>	p	q	$p \oplus q$	F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	F	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \rightarrow q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \rightarrow q$	F	F	V	F	V	V	V	F	F	V	V	V	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \leftrightarrow q$</th></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr></table>	p	q	$p \leftrightarrow q$	F	F	V	F	V	F	V	F	F	V	V	V
p	q	$p \oplus q$																																													
F	F	F																																													
F	V	V																																													
V	F	V																																													
V	V	F																																													
p	q	$p \rightarrow q$																																													
F	F	V																																													
F	V	V																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													
p	q	$p \leftrightarrow q$																																													
F	F	V																																													
F	V	F																																													
V	F	F																																													
V	V	V																																													

5. Evalúe la expresión 4 pero hagalo para:

a. $P = F, Q = F$
 $F \leftrightarrow \neg(F \rightarrow F)$
 $F \leftrightarrow \neg V$
 $F \leftrightarrow F$
 V

b. $P = V, Q = V$
 $V \leftrightarrow \neg(V \rightarrow V)$
 $V \leftrightarrow \neg V$
 $V \leftrightarrow F$
 F

c. $P = F, Q = V$
 $F \leftrightarrow \neg(F \rightarrow V)$
 $F \leftrightarrow \neg F$
 $F \leftrightarrow V$
 F

Tablas de verdad

Facilitan evaluar expresiones lógicas para todos los valores de verdad que tomen las variables lógicas.