

MATEMATICAS DISCRETAS 1
PARCIAL 2 – LOGICA CUANTIFICACIONAL

Nombre: _____ Identificación: _____

1. **(20 %)** Sea $Q(x, y)$ la afirmación " $x + y = x - y$ ". Si el dominio de ambas variables está compuesto por todos los números enteros, ¿cuáles son los valores de verdad?
- $\forall y Q(1, y)$
 - $\exists x Q(x, 2)$
 - $\exists x \exists y Q(x, y)$
 - $\forall x \exists y Q(x, y)$

2. **(20 %)** Dados los siguientes predicados:

- $p(x): x^2 - 8x + 15 = 0$
- $q(x): x \text{ es impar}$
- $r(x): x > 0$

Para el universo de todos los números enteros, determine la verdad o falsedad de cada uno de los siguientes enunciados. Si un enunciado es falso, proporcione un contraejemplo.

- $\forall x [p(x) \rightarrow q(x)]$
- $\exists x [p(x) \rightarrow q(x)]$
- $\exists x [r(x) \rightarrow p(x)]$
- $\forall x [\neg q(x) \rightarrow \neg p(x)]$
- $\forall x [(p(x) \vee q(x)) \rightarrow r(x)]$

3. **(20 %)** La clase de mecánica del Profesor Carlson está compuesta por 29 estudiantes de los cuales exactamente:

- Tres estudiantes de física son de tercer año (juniors).
- Dos estudiantes de ingeniería eléctrica son de tercer año (juniors).
- Cuatro estudiantes de matemáticas son de tercer año (juniors).
- Doce estudiantes de física son de cuarto año (seniors).
- Cuatro estudiantes de ingeniería eléctrica son de cuarto año (seniors).
- Dos estudiantes de ingeniería eléctrica son estudiantes de posgrado (graduate students).
- Dos estudiantes de matemáticas son estudiantes de posgrado (graduate students).

Considere los siguientes predicados:

- $c(x): x$ es un estudiante de la clase (es decir, de la clase de mecánica del profesor Carlson).
- $j(x):$ El estudiante x es de tercer año (junior)
- $s(x):$ El estudiante x es de cuarto año (senior)
- $g(x):$ El estudiante x es un estudiante de posgrado.
- $p(x):$ El estudiante x es físico.
- $e(x):$ El estudiante x es ingeniero eléctrico.
- $m(x):$ El estudiante x es matemático.

Escriba cada uno de los siguientes enunciados empleando cuantificadores y los predicados anteriores y determine si el enunciado dado es **verdadero** o **falso**. Aquí el universo comprende a los 12500 estudiantes matriculados en la universidad donde enseña el Profesor Carlson. Además, en esta universidad cada estudiante solo estudia una sola carrera.

- Hay un matemático en la clase que es de tercer año (junior)
- Hay un estudiante de cuarto año (senior) en la clase que no es matemático.
- Cada estudiante de la clase es matemático o físico.
- Ningún estudiante de posgrado en la clase es físico.
- Cada estudiante de cuarto año (senior) en la clase se está estudiando física o ingeniería eléctrica.

4. **(20 %)** Obtenga las negaciones de las siguientes expresiones con cuantificadores.

a. $\forall x \exists y [(p(x, y) \wedge q(x, y)) \rightarrow r(x, y)]$

b. $\exists x \exists y \neg p(x, y) \wedge \forall x \exists y q(x, y)$

5. **(20 %)** Considere el conjunto de premisas y la conclusión que se dan a continuación:

Toda persona en Nueva Jersey vive a menos de 50 millas del océano. Alguien en Nueva Jersey nunca ha visto el océano.

Por lo tanto, alguien que vive a menos de 50 millas del océano nunca ha visto el océano.

Empleando lógica cuantificacional, realice las siguientes actividades:

a. Defina el universo de discurso y los predicados asociados.

b. Empleando los predicados definidos en el punto anterior, reescriba en lenguaje formal las premisas y las conclusiones.

c. Empleando las equivalencias y expresiones válidas para la lógica cuantificacional, realice la demostración.