

Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Шубнякова Дарья НКНбд-01-22

Содержание

1	Цель работы	3
2	Задание	3
3	Теоретическое введение	3
4	Выполнение лабораторной работы	3
5	Выводы	9

1 Цель работы

Ознакомиться с задачей гармонических колебаний. Реализовать данную модель на языке Julia, а так же в среде OMEdit.

2 Задание

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев. Наш вариант 13.

3 Теоретическое введение

Движение груза на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

4 Выполнение лабораторной работы

Прописываем наш код на языке Julia в JupiterNotebook(рис. 1).

[2]:

```
using DifferentialEquations, Plots

# Общие параметры
tspan = (0.0, 75.0)
tsteps = 0.0:0.05:75.0
u0 = [1.0, 0.0] # Начальные условия: x=1, v=0

# Случай 1: Без затухания, без внешней силы
function oscillator1!(du, u, p, t)
    x, v = u
    w = sqrt(6.5)
    du[1] = v # dx/dt = v
    du[2] = -w^2 * x # dv/dt = -ω²x
end

# Случай 2: С затуханием, без внешней силы
function oscillator2!(du, u, p, t)
    x, v = u
    gamma = 4.0
    w = sqrt(5.0)
    du[1] = v # dx/dt = v
    du[2] = -gamma*v - w^2*x # dv/dt = -γv - ω²x
end

# Случай 3: С затуханием и внешней силой
function oscillator3!(du, u, p, t)
    x, v = u
    gamma = 3.0
    w = sqrt(7.0)
    du[1] = v # dx/dt = v
    du[2] = -gamma*v - w^2*x + sin(2*t) # dv/dt = -γv - ω²x + sin(2t)
end

# Решение всех трех случаев
prob1 = ODEProblem(oscillator1!, u0, tspan)
sol1 = solve(prob1, Tsit5(), saveat=tsteps)

prob2 = ODEProblem(oscillator2!, u0, tspan)
sol2 = solve(prob2, Tsit5(), saveat=tsteps)
```

Рисунок 1

Продолжение кода(рис. 2).

```

prob3 = ODEProblem(oscillator3!, u0, tspan)
sol3 = solve(prob3, Tsit5(), saveat=steps)

# Построение решений во времени
plt_time = plot(layout=(3,1), size=(800, 900), dpi=300)

plot!(plt_time[1], sol1.t, sol1[1,:], label="x(t)", linewidth=2,
      title="Случай 1: Без затухания, без внешней силы", xlabel="Время", ylabel="x(t)",
      plot!(plt_time[1], sol1.t, sol1[2,:], label="v(t)", linewidth=2)

plot!(plt_time[2], sol2.t, sol2[1,:], label="x(t)", linewidth=2,
      title="Случай 2: С затуханием, без внешней силы", xlabel="Время", ylabel="x(t)",
      plot!(plt_time[2], sol2.t, sol2[2,:], label="v(t)", linewidth=2)

plot!(plt_time[3], sol3.t, sol3[1,:], label="x(t)", linewidth=2,
      title="Случай 3: С затуханием и внешней силой", xlabel="Время", ylabel="x(t)",
      plot!(plt_time[3], sol3.t, sol3[2,:], label="v(t)", linewidth=2)

# Построение фазовых портретов
plt_phase = plot(layout=(1,3), size=(1200, 400))

plot!(plt_phase[1], sol1[1,:], sol1[2,:], label="Фазовая траектория", linewidth=2,
      title="Случай 1: Фазовый портрет", xlabel="x", ylabel="v", legend=false)
scatter!(plt_phase[1], [1], [0], label="Начальная точка", color=:red)

plot!(plt_phase[2], sol2[1,:], sol2[2,:], label="Фазовая траектория", linewidth=2,
      title="Случай 2: Фазовый портрет", xlabel="x", ylabel="v", legend=false)
scatter!(plt_phase[2], [1], [0], label="Начальная точка", color=:red)

plot!(plt_phase[3], sol3[1,:], sol3[2,:], label="Фазовая траектория", linewidth=2,
      title="Случай 3: Фазовый портрет", xlabel="x", ylabel="v", legend=false)
scatter!(plt_phase[3], [1], [0], label="Начальная точка", color=:red)

# Отображение графиков
display(plt_time)
display(plt_phase)

```

Рисунок 2

Получаем первые две модели: Случай без затухания, без внешней силы и Случай с затуханием, но без внешней силы(рис. 3).

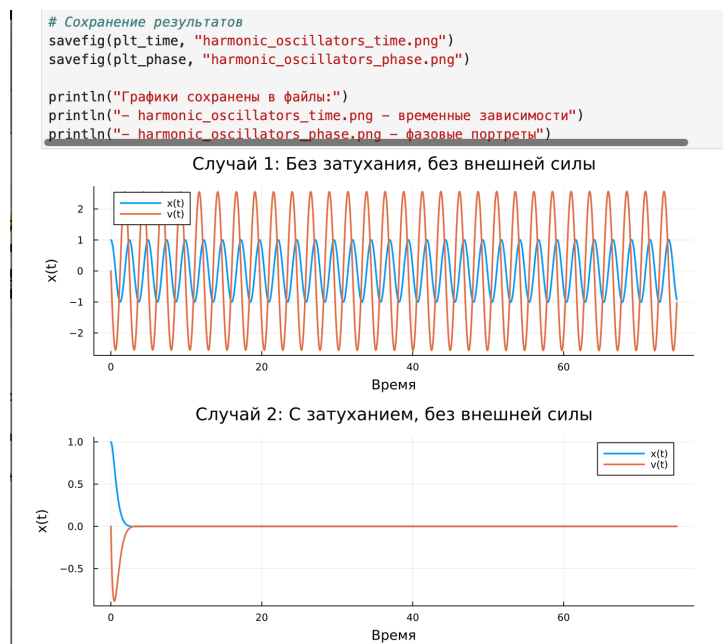


Рисунок 3

Получаем третий случай: с затуханием и внешней силой, а также фазовые портреты для всех трех случаев (рис. 4).

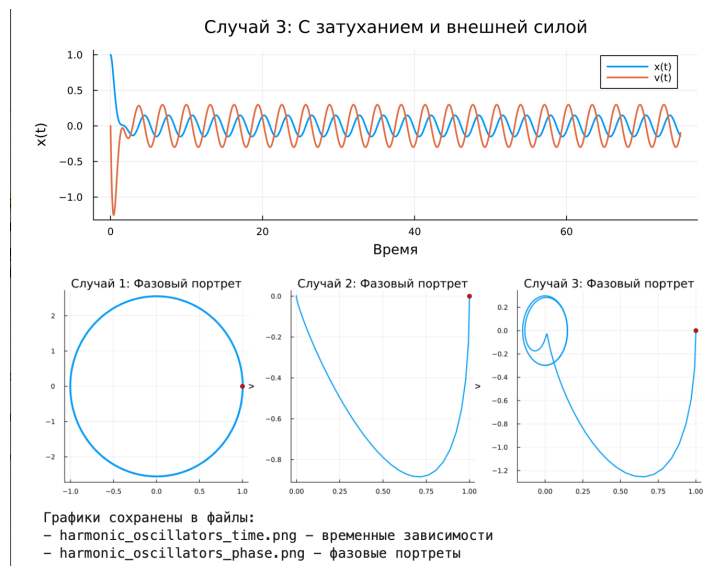


Рисунок 4

Прописываем код в реда OpenModelica для первого случая: без затухания и без внешней силы(рис. 5).

```

1 model HarmonicOscillator1 "Колебания без затухания и без внешней силы"
2   parameter Real w = sqrt(6.5) "Собственная частота";
3   Real x(start = 1, fixed = true) "Положение";
4   Real v(start = 0, fixed = true) "Скорость";
5   Real t "Время";
6
7   equation
8     der(x) = v;
9     der(v) = -w^2*x;
10    der(t) = 1;
11
12    annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=75, Tolerance=1e-6, Interval=0.05));
13  end HarmonicOscillator1;

```

Рисунок 5

Получаем такой график(рис. 6).

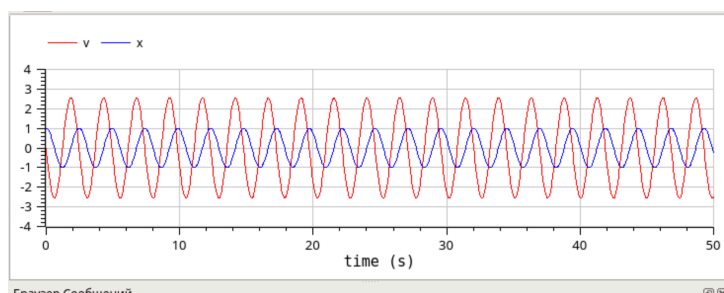


Рисунок 6

Прописываем код в реда OpenModelica для второго случая: без затухания, но с внешней силой(рис. 7).

```

1 model HarmonicOscillator2 "Колебания с затуханием без внешней силы"
2   parameter Real gamma = 4 "Коэффициент затухания";
3   parameter Real w = sqrt(5) "Собственная частота";
4   Real x(start = 1, fixed = true) "Положение";
5   Real v(start = 0, fixed = true) "Скорость";
6   Real t "Время";
7
8   equation
9     der(x) = v;
10    der(v) = -gamma*v - w^2*x;
11    der(t) = 1;
12
13    annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=75, Tolerance=1e-6, Interval=0.05));
14  end HarmonicOscillator2;

```

Рисунок 7

Получаем такой график(рис. 8).

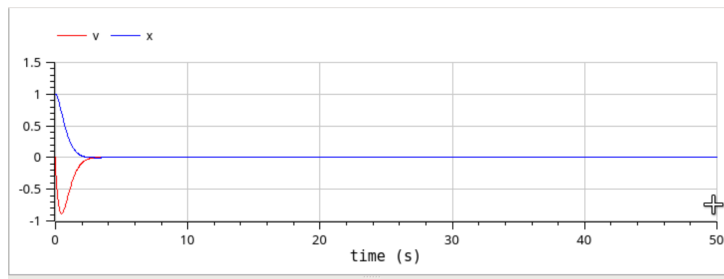


Рисунок 8

Прописываем код в реда OpenModelica для третьего случая: с затуханием и с внешней силой(рис. 9).

```

1 model HarmonicOscillator3 "Колебания с затуханием и внешней силой"
2   parameter Real gamma = 3 "Коэффициент затухания";
3   parameter Real w = sqrt(7) "Собственная частота";
4   Real x(start = 1, fixed = true) "Положение";
5   Real v(start = 0, fixed = true) "Скорость";
6   Real t "Время";
7
8   equation
9     der(x) = v;
10    der(v) = -gamma*v - w^2*x + sin(2*t);
11    der(t) = 1;
12
13    annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=75, Tolerance=1e-6, Interval=0.05));
14 end HarmonicOscillator3;

```

Рисунок 9

Получаем такой график(рис. 10).

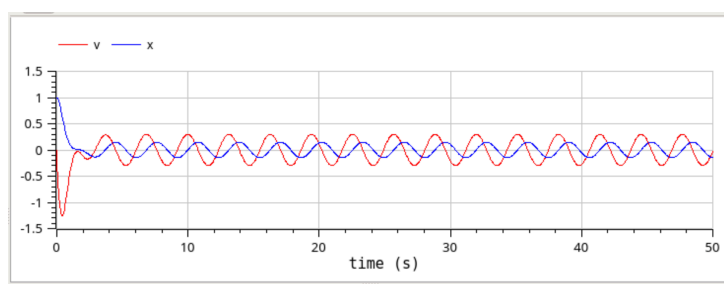


Рисунок 10

5 Выводы

Мы реализовали модель в трех ее видах в OpenModelica и на языке Julia. На выходе получили две картинки: `harmonic_oscillators_phase.png` и `harmonic_oscillators_time.png`. Итоговый файл `lab4.ibybn` с кодом на языке Julia в JupiterNotebook. А также три файла для симуляции в OpenModelica: `HarmonicOscillator1.mo`, `HarmonicOscillator2.mo`, `HarmonicOscillator3.mo`