(1) 采用 MATLAB 或者 C++语言编写弹道计算程序，采样周期为 0.001s，针对 $\delta_z = 0^\circ, \pm1^\circ, \pm3^\circ$，分别计算 10s 的轨迹，输出主要状态：俯仰角、俯仰角速度、攻角、弹道倾角和高度；

采用 MATLAB 编写程序，运行仿真后得到如下各状态量的变化曲线：

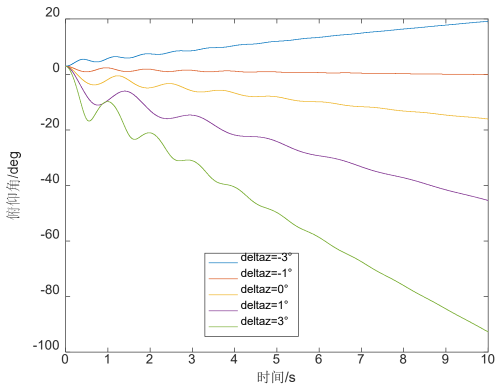


图 1. 俯仰角

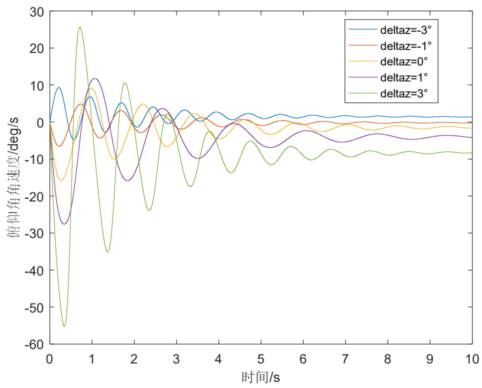


图 2. 俯仰角速度

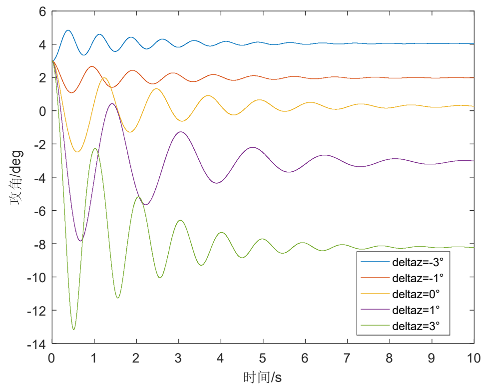


图 3. 攻角

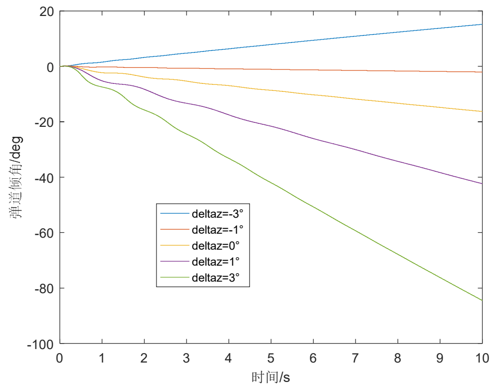


图 4. 弹道倾角

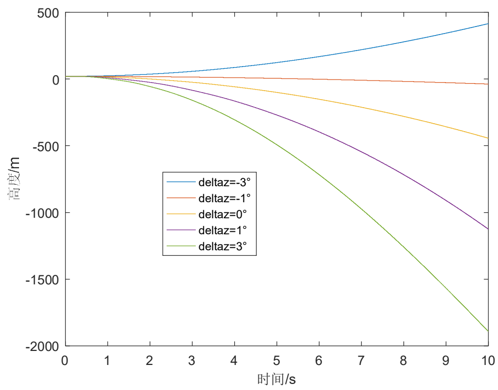


图 5. 高度

(2) 根据(1)所得的结果，大致估计当把 δ_z 作为控制量输入 u 时，分别把俯仰角、俯仰角速度和攻角作为输出 y 时，响应特性符合怎样

的典型环节组合？(一阶惯性、二阶惯性和积分)

由图可知，俯仰角速度及攻角的变化曲线从初始值上升经历震荡后趋于稳定值，故其响应特性符合二阶惯性环节；俯仰角是俯仰角速度的一阶积分，故其响应特性符合二阶惯性+积分环节。

(3) 对于(2)中的结果，试图利用最小二乘法估计出环节对象的特征参数，并进行拟合对比。

1. $\boldsymbol{\delta_z = -3^{\circ}}$

当舵偏角为-3deg 时，通过仿真数据对特征参数进行辨识。

a. 攻角

由于攻角的响应特性符合二阶惯性环节，故设传递函数为：

$$\frac{\alpha(s)}{\delta(s)} = \frac{1}{as^2 + bs + c}$$

对其拉普拉斯逆变换后，得到：

$$\delta = a\ddot{\alpha} + b\dot{\alpha} + c\alpha$$

则：

$$\ddot{\alpha} = -\frac{c}{a}\alpha - \frac{b}{a}\dot{\alpha} + \frac{1}{a}\delta$$

令$y_k = \ddot{\alpha}$，$\theta_k = \begin{bmatrix} -\frac{c}{a} & -\frac{b}{a} & \frac{1}{a} \end{bmatrix}^T$,$\phi_k = [\alpha \quad \dot{\alpha} \quad \delta]^T$,则：

$$y_k = {\phi_k}^T \theta_k + e_k$$

由最小二乘辨识方法可得：

$$\hat{\theta} = (\phi_N^T \phi_N)^{-1} \phi_N^T y_N$$

通过 MATLAB 编程，仿真得到辨识结果：$\hat{\theta}$=$[-70.94 \quad -1.14 \quad -1.66]^T$

解得：$a = -0.6, b = -0.69, c = -42.64$

所以:

$$\frac{\alpha(s)}{\delta(s)} = -\frac{1}{0.6s^2 + 0.69s + 42.64} = -\frac{1.67}{s^2 + 1.15s + 71.07}$$

b. 俯仰角速度

分析同上，仿真得到俯仰角速度与舵偏角的传递函数为：

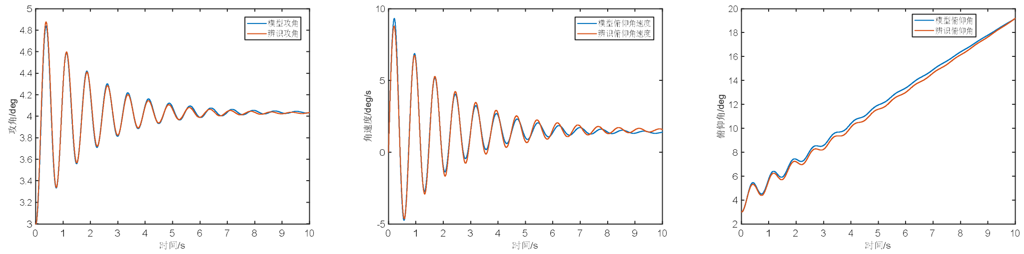
$$\frac{wz(s)}{\delta(s)} = -\frac{1}{1.58s^2 + 1.51s + 112.63} = -\frac{0.63}{s^2 + 0.96s + 71.28}$$

c. 俯仰角

由于俯仰角是俯仰角速度的一阶积分，故其传递函数为：

$$\frac{\vartheta(s)}{\delta(s)} = -\frac{0.63}{s(s^2 + 0.96s + 71.28)}$$

对上述三类状态量进行仿真对比，效果图如下：



（a） 攻角　　（b） 俯仰角速度　　（c） 俯仰角

图 6. $\delta_z = -3^{\circ}$

2. $\boldsymbol{\delta_z = -1^{\circ}}$

当舵偏角为-1deg 时，通过仿真数据对特征参数进行辨识。分析同上，则可得到攻角的传递函数：

$$\frac{\alpha(s)}{\delta(s)} = -\frac{1}{0.68s^2 + 0.59s + 29.07} = -\frac{1.48}{s^2 + 0.87s + 42.88}$$

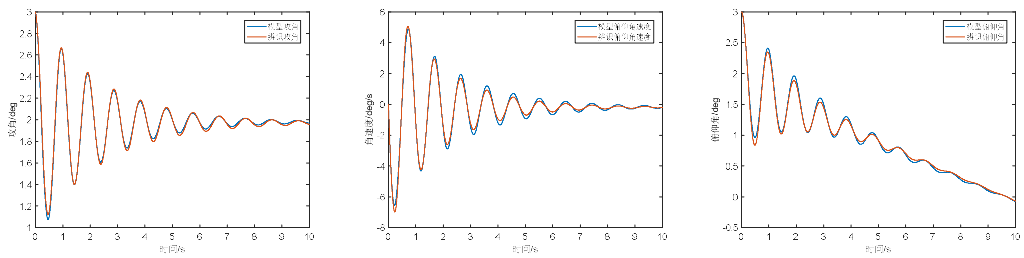
俯仰角速度的传递函数：

$$\frac{wz(s)}{\delta(s)} = \frac{1}{7s^2 + 7.82s + 301.96} = \frac{0.14}{s^2 + 1.12s + 43.14}$$

俯仰角的传递函数：

$$\frac{\vartheta(s)}{\delta(s)} = \frac{0.14}{s(s^2 + 1.12s + 43.14)}$$

仿真对比如下图所示：



（a） 攻角　　（b） 俯仰角速度　　（c） 俯仰角

图 7. $\delta_z = -1^{\circ}$

3. $\boldsymbol{\delta_z = 1^{\circ}}$

当舵偏角为 1deg 时，通过仿真数据对特征参数进行辨识。分析同上，则可得到攻角的传递函数：

$$\frac{\alpha(s)}{\delta(s)} = -\frac{1}{0.99s^2 + 0.82s + 18.46} = -\frac{1}{s^2 + 0.82s + 18.57}$$

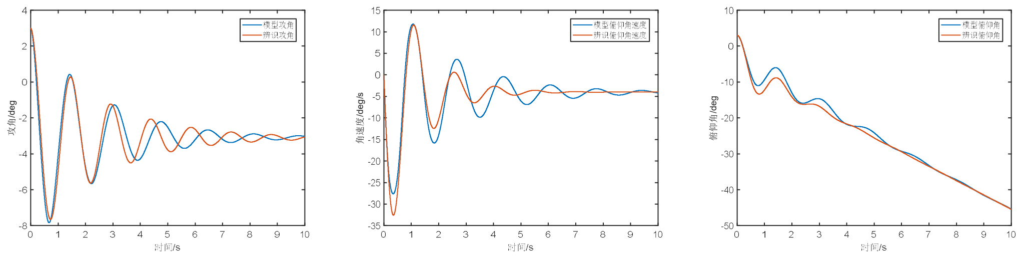
俯仰角速度的传递函数：

$$\frac{wz(s)}{\delta(s)} = -\frac{1}{0.76s^2 + 1.27s + 14.36} = -\frac{1.31}{s^2 + 1.67s + 18.82}$$

俯仰角的传递函数：

$$\frac{\vartheta(s)}{\delta(s)}=-\frac{1.31}{s(s^2+1.67s+18.82)}$$

仿真对比如下图所示：



（a） 攻角　　（b） 俯仰角速度　　（c） 俯仰角

图 8. $\delta_z=1^{\circ}$

由上述三类情况可知，当舵偏角取不同角度时，其仿真数据辨识得到的结果均能较好的拟合物理模型中的状态变化，但其拟合精度随着舵偏角的增大而逐渐减小。