

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA METALÚRGICA, MATERIAIS E DE MINAS
MODELAMENTO TÉRMICO E FLUIDODINÂMICO APLICADO A SISTEMAS METALÚRGICOS
PROFESSOR ROBERTO PARREIRAS TAVARES

TERCEIRO TRABALHO:

SIMULAÇÃO DO RESFRIAMENTO PRIMÁRIO E SECUNDÁRIO NO LINGOTAMENTO CONTÍNUO

Aluno: Dickson Alves de Souza

Matr.: 2017658310

BELO HORIZONTE
07 DE DEZEMBRO DE 2017

PROPOSTA:

Uma máquina de lingotamento contínuo de tarugos ou placas está operando no estado estacionário. Nestas condições, o perfil de temperatura ao longo da seção transversal do tarugo e ao longo do veio pode ser expresso por:

$$\rho v_z \frac{\partial}{\partial z} (C_p T) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad 1$$

(equação análoga pode ser escrita em termos da entalpia)

onde v_z é a velocidade do veio de lingotamento. A equação acima considera que o transporte de calor por convecção na direção z é mais importante que a condução de calor nesta direção.

Assumindo que v_z é constante, pode-se escrever que:

$$v_z = \frac{dz}{dt} \quad 2$$

e, assim, a equação 1 pode ser escrita na forma

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} (C_p^{eq} T) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad 3$$

que representa a variação de temperatura que seria determinada por um observador movendo-se junto com o veio.

A partir da formulação acima (método do calor específico equivalente), desenvolva um programa de computador que permita calcular o perfil de temperatura ao longo da seção transversal do tarugo ou placa, sofrendo solidificação em uma máquina de lingotamento contínuo, como uma função do tempo (ou distância após o menisco). Este programa deve determinar também a espessura da camada solidificada em função do tempo.

Considere a configuração abaixo:

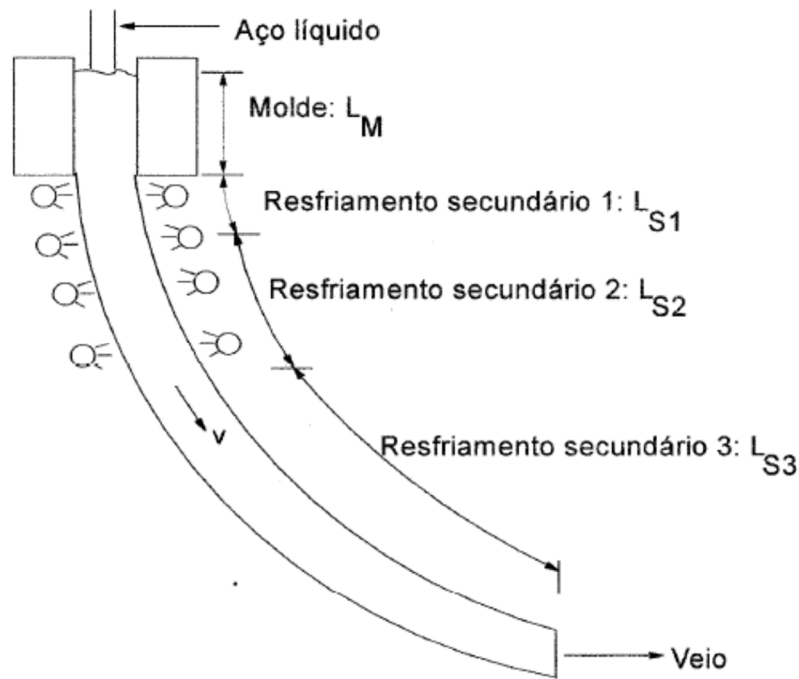


Figura 1: Lingotamento contínuo: Esquemático.

Assumir que na região do molde (comprimento L_M), o fluxo de calor é dado como uma função do tempo após o menisco¹:

$$q = 2680 - 220\sqrt{t}, \quad \left(q [=] \frac{kW}{m^2}, t [=] s \right) \quad 4$$

Nas três regiões de resfriamento secundário, tem-se dois coeficientes de transferência de calor por convecção devido aos sprays d'água e um por convecção natural para o ar. Estes coeficientes são dados por²:

$$h_1, h_2 = 708 W^{0,75} T_s^{-1,2} + 0,116, \quad \left(h [=] \frac{kW}{m^2 \text{ } ^\circ C}, W [=] \frac{l}{m^2 s}, T_s [=] K \right) \quad 5$$

$$h_2 = 15 \frac{W}{m^2 \text{ } ^\circ C} \quad 6$$

¹ Continuous Casting. Heat flow, solidification and crack formation. The Continuous Casting Mould. AIME, 1984, p. 29.

² J. K. Brimacombe, L. A. Batista. Continuous Casting. Heat flow, solidification and crack formation. Spray cooling in the continuous casting of steel, 1984, p. 109-123.

onde W é a vazão específica de água nos sprays e T_s é a temperatura superficial do tarugo e/ou placa. Nestas três regiões também há perda de calor por radiação.

Usar as propriedades do aço como função da temperatura, segundo Pereira³. Considerar densidade constante. Corrigir a condutividade térmica no líquido e na zona pastosa, para indiretamente introduzir o efeito da convecção no líquido.

As temperaturas *liquidus* e *solidus* do aço são dadas por⁴:

$$T_L = 1536 - \Delta T_L \quad 7$$

$$\Delta T_L = 78 \%C + 7,6\%Si + 4,9\%Mn + 34,4\%P + 38\%S + 3,6\%Al \quad 8$$

$$T_S = 1536 - \Delta T_S \quad 9$$

$$\Delta T_S = 415,5 \%C + 12,3\%Si + 6,8\%Mn + 124,5\%P + 183,9\%S + 4,1\%Al \quad 10$$

Pode-se, então, definir um coeficiente global de partição, dado por:

$$K = \frac{\Delta T_L}{\Delta T_S} \quad 11$$

Testar o programa com os seguintes dados:

$$L_M = 0,8 \text{ m}, \quad L_{S1} = 0,21 \text{ m}, \quad L_{S2} = 1,85 \text{ m}, \quad L_{S3} = 13,26 \text{ m}$$

$$W_{S1} = 5,56 \frac{l}{m^2 s}, \quad L_{S2} = 0,83 \frac{l}{m^2 s}$$

³ Pereira, R. O. S. Modelamento matemático do escoamento turbulento, da transferência de calor e da solidificação no distribuidor e na máquina de lingotamento contínuo. Tese. CPGEM, 2004 (disponível online no site do PPGEM/UFGM).

⁴ A. A. Howe. Estimation of liquidus temperatures for steels. Ironmaking and Steelmaking, v. 15, n. 3, 1988, p. 134 – 142.

Emissividade do aço: 0,8

Composição do aço: $\%C = 0,08$, $\%Mn = 0,42$, $\%Si = 0,05$, $\%P = 0,008$, $\%S = 0,005$

Dimensões do tarugo ou placa: escolher.

Analisar o efeito da forma adotada na avaliação da fração de líquido, regra da alavanca ou variação linear com a temperatura (ou entalpia na região entre as temperaturas *liquidus* e *solidus*)

SOLUÇÃO:

A extração de calor em todos os segmentos da máquina de lingotamento contínuo ocorre de forma simétrica em relação aos planos médios da seção transversal do molde. Assim, uma das mudanças mais significativas em relação aos trabalhos anteriores dessa sequência foi o uso de apenas um quarto do domínio para representação da seção transversal da placa, de dimensões iguais a 1,0 m de largura e 0,20 m de espessura. Essa mudança permitiu ter uma malha razoavelmente refinada com um quarto do número de elementos necessário caso o domínio completo fosse simulado. Empregou-se uma malha com 5 mm de espaçamento a fim de evitar variações bruscas de temperatura entre elementos sucessivos e as consequências relacionadas ao aumento do C_p equivalente na região pastosa: consequências essas fortemente vinculadas ao método de solução das equações do balanço de energia adotado (método implícito resolvido pelo algoritmo de Gauss-Seidel); nesse método, saltos bruscos de temperatura entre tempos sucessivos levam a oscilação de temperatura próximo à temperatura *liquidus*, dificultando ou mesmo impedindo a convergência.

É importante frisar que não foi feita avaliação formal da independência de malha ou do time step, devido a falhas no planejamento e execução desse trabalho. Porém, buscou-se de forma empírica a determinação do time step para a produção dos

resultados finais que serão discutidos mais abaixo nesse texto. O time step empregado foi de 0,00025 *segundos* e o perfil de temperatura e fração de líquido foi salvo a cada 2 *segundos* de tempo simulado. Time steps maiores foram tentados, por exemplo 0,0005 ou 0,001 *segundos*, mas levaram a problemas de convergência ao ser atingida a zona pastosa.

Em consulta à literatura técnica, adotou-se a velocidade de lingotamento igual a 1 metro por minuto, o que equivale à seguinte distribuição de tempos de residência do aço em cada estágio do resfriamento conforme detalhado na Tabela 1.

Tabela 1: Tempos de residência nas 4 fases do lingotamento contínuo

Fase	Tempo (s)	Tempo acumulado (s)
Molde	48,00	48,00
Zona 1 do resfriamento secundário	12,60	60,60
Zona 2 do resfriamento secundário	111,00	171,60
Zona 3 do resfriamento secundário	795,60	967,20

As temperaturas *liquidus*, *solidus* e inicial do aço são, respectivamente, 1800,01 K, 1770,52 K e 1805,00 K.

Discretização da equação diferencial do balanço de energia

A equação 3 pode ser discretizada pela integração dos dois lados da equação no volume de controle e no tempo, cujos passos são resumidos a seguir.

Integração do termo de acúmulo

$$\int_{x'}^{x'+\Delta x} \int_{y'}^{y'+\Delta y} \left(\int_{t'}^{t'+\Delta t} \rho \frac{\partial}{\partial t} (C_p^{eq} T) dt \right) dy dx \quad 12$$

Reescrevendo após integração no tempo:

$$\int_{x'}^{x'+\Delta x} \int_{y'}^{y'+\Delta y} \left(\rho C_p^{eq} T|_{t'+\Delta t} - \rho C_p^{eq} T|_{t'} \right) dy dx \quad 13$$

Considerando o produto $\rho C_p^{eq} T$ constante no interior do elemento de volume, a forma final do termo de acúmulo discretizado é:

$$\left(\rho C_p^{eq} T_P \big|_{t'+\Delta t} - \rho C_p^{eq} T_P \big|_{t'} \right) \Delta x \Delta y \quad 14$$

Integração do termo de difusão:

$$\int_{x'}^{x'+\Delta t} \int_{y'}^{y'+\Delta y} \int_{t'}^{t'+\Delta t} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) dt dy dx \quad 15$$

Resolvendo as integrais espaciais, a forma final dos termos de difusão torna-se:

$$\begin{aligned} & \int_{t'}^{t'+\Delta t} \left[k_w \left(\frac{T_W - T_P}{\delta x_W} \right) - k_e \left(\frac{T_P - T_E}{\delta x_E} \right) \right] \Delta y dt \\ & + \int_{t'}^{t'+\Delta t} \left[k_n \left(\frac{T_N - T_P}{\delta y_N} \right) - k_s \left(\frac{T_P - T_S}{\delta y_S} \right) \right] \Delta x dt \end{aligned} \quad 16$$

Por fim, a discretização da temperatura no tempo pode ser feita de 3 formas: método explícito, onde a temperatura do instante seguinte é calculada baseada em todos os valores de temperatura do nó e da vizinhança avaliados no instante atual, Crank-Nicholson, onde os valores do instante atual e do instante seguinte são levados em consideração e o método implícito, usado nesse trabalho, onde a temperatura do nó é calculada com base nas temperaturas do instante seguinte para todos os nós da vizinhança e na temperatura do nó no instante atual. Esse método requer a resolução de um sistema linear de equações, mas nos problemas estacionários sua convergência independe da malha selecionada. O método explícito por sua vez não demanda a solução de sistema linear, mas apresenta a exigência de malha refinada para atender a condição de coeficientes positivos. Visto que o método implícito havia sido implementado para os trabalhos anteriores, decidiu-se manter essa forma de solução com o objetivo de favorecer os demais desenvolvimentos. Porém, como comentado acima, é provável que o método explícito possa ser mais eficaz para lidar com as variações bruscas de C_p equivalente na região pastosa.

Assim, a discretização pelo método implícito torna-se:

$$\begin{aligned}
& \left(\rho C_p^{eq} T_P \Big|_1 - \rho C_p^{eq} T_P \Big|_0 \right) \Delta x \Delta y \\
&= \frac{k_w}{\delta x_w} \Delta y \Delta t T_W \Big|_1 + \frac{k_e}{\delta x_e} \Delta y \Delta t T_E \Big|_1 \\
&+ \frac{k_n}{\delta x_n} \Delta x \Delta t T_N \Big|_1 + \frac{k_s}{\delta x_s} \Delta x \Delta t T_S \Big|_1 \\
&- \left[\frac{k_w}{\delta x_w} \Delta y \Delta t + \frac{k_e}{\delta x_e} \Delta y \Delta t + \frac{k_n}{\delta x_n} \Delta x \Delta t + \frac{k_s}{\delta x_s} \Delta x \Delta t \right] T_P \Big|_1
\end{aligned} \tag{17}$$

onde os índices 1 se referem ao instante seguinte e 0 ao instante atual

Rearranjando e simplificando essa equação temos:

$$a_P T_P = a_W T_W + a_E T_E + a_N T_N + a_S T_S + b$$

onde os índices 1 foram omitidos por simplicidade e

$$a_P = a_W + a_E + a_N + a_S + \frac{\rho C_p^{eq} \Delta x \Delta y}{\Delta t} \Big|_1$$

e

$$\begin{aligned}
a_W &= \frac{k_w}{\delta x_w} \Delta y \\
a_S &= \frac{k_s}{\delta x_s} \Delta y \\
a_N &= \frac{k_n}{\delta x_n} \Delta x \\
a_S &= \frac{k_s}{\delta x_s} \Delta x \\
b &= \frac{\rho C_p^{eq} \Delta x \Delta y}{\Delta t} \Big|_0
\end{aligned} \tag{18}$$

Essa equação é válida para um nó interno ao domínio. Para os nós nas fronteiras do domínio e nos planos de simetria, termos adicionais foram considerados em a_P e em b para levar em consideração o fluxo de calor, a convecção forçada e a radiação. Por limitação de espaço, a Tabela 2 mostra as condições consideradas em cada fronteira (referir-se à Figura 2 para a nomenclatura). Pontos na interseção entre duas fronteiras tem condições mistas aplicadas: por exemplo, um ponto na interseção entre o plano de simetria esquerdo e a superfície superior herda o ponto virtual à esquerda do plano de simetria e perde calor para o ambiente externo (molde ou resfriamento secundário) pela parte superior.

Tabela 2: Condições de contorno e simetria

Fronteira	Condição
Plano de simetria esquerdo	Ponto "virtual" à esquerda da fronteira possui temperatura igual ao ponto à direita do nó na fronteira
Plano de simetria inferior	Ponto "virtual" abaixo da fronteira possui temperatura igual ao ponto acima do nó na fronteira
Superfície superior (face larga)	Fluxo de calor (molde) e convecção forçada e radiação (resfriamento secundário)
Superfície direita (face estreita)	Fluxo de calor (molde) e convecção forçada e radiação (resfriamento secundário)

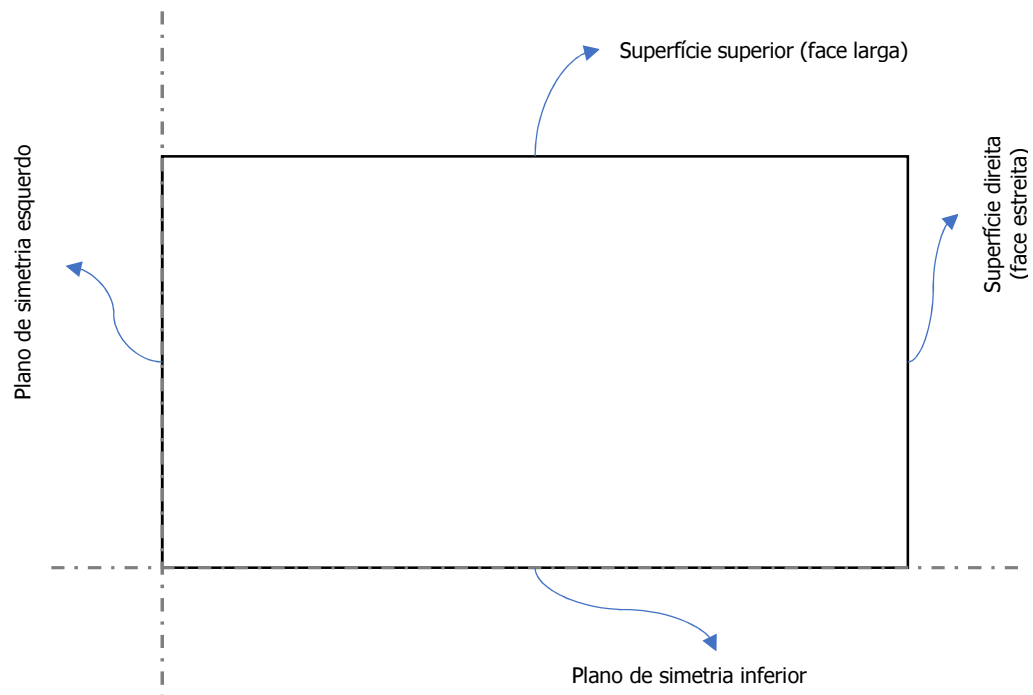


Figura 2: Fronteiras do domínio. O uso de planos de simetria foi adotado para reduzir o número de elementos para um dado refinamento de malha.

Resultados

Duas simulações foram efetuadas, uma considerando o cálculo da fração de líquido usando uma relação linear e a outra usando a regra da alavanca. Nota-se na Figura 3 que há uma ligeira diferença entre os dois modelos, em especial a área central de alta temperatura é maior quando usa-se a regra da alavanca do que usando a relação linear.

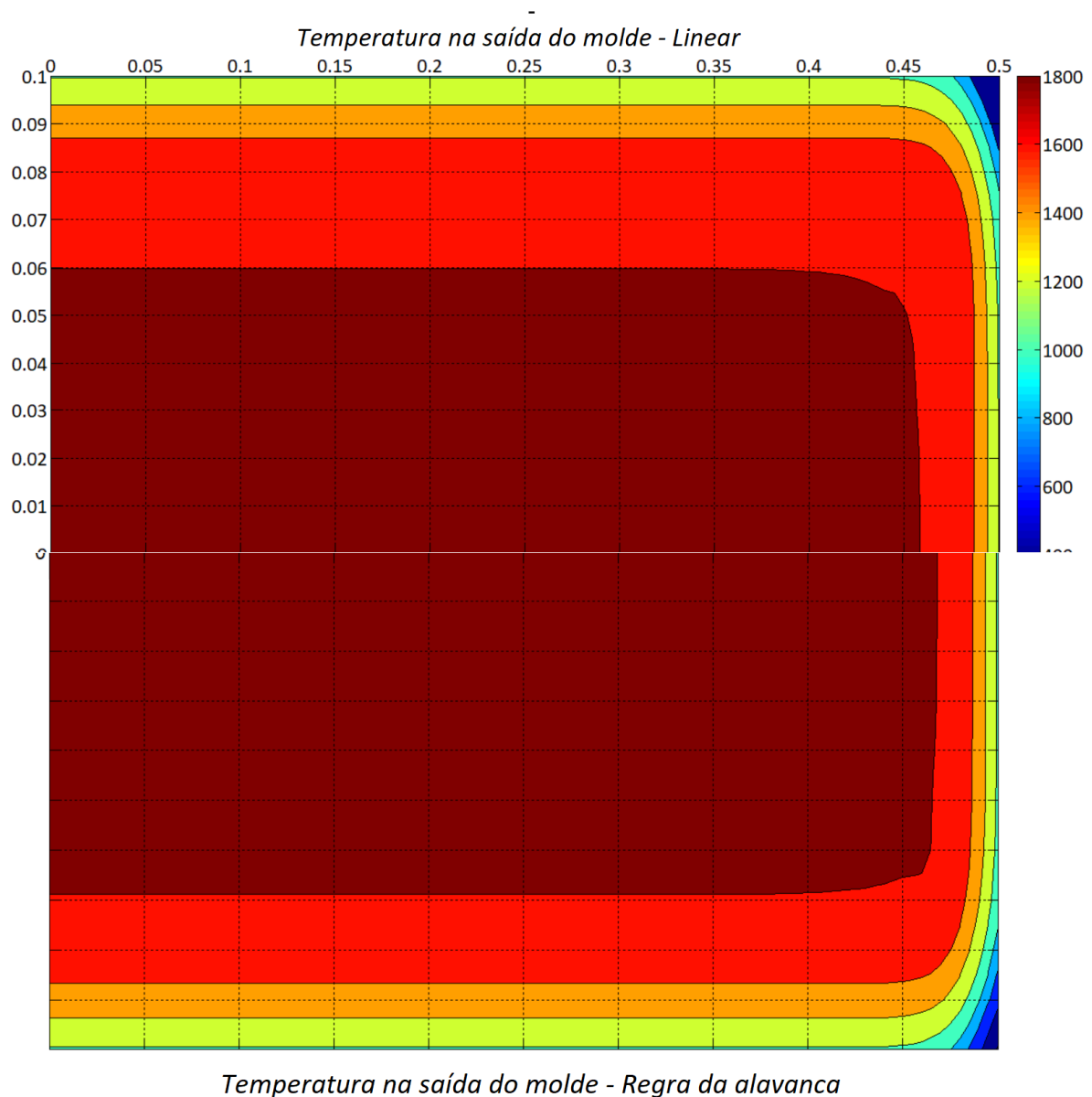


Figura 3: Temperatura na saída do molde calculada usando dois modelos: na metade de cima, a fração de líquido foi calculada usando uma relação linear na região pastosa; na metade de baixo, a fração de líquido foi calculada usando a regra da alavanca.

A Figura 4 mostra que a relação linear superestima a quantidade de líquido formada para toda a faixa de temperaturas da zona pastosa.

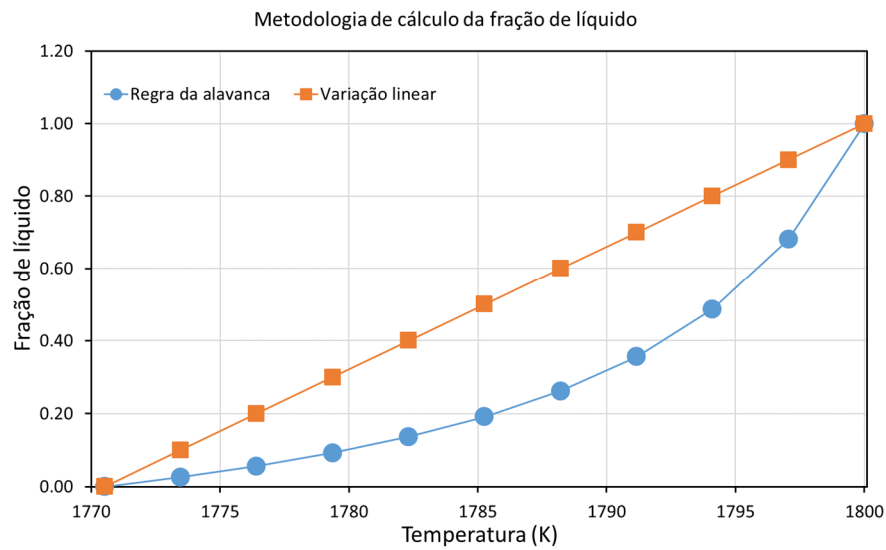


Figura 4: Fração de fase líquida calculada por dois modelos: linear e regra da alavanca.

As Figuras 5 e 6 mostram a fração de líquido calculada pelas duas simulações. A região azul, de fração de líquido baixa, menor que 0,10, representa a pele solidificada formada. Nota-se que a espessura formada na face estreita é menor que a espessura formada na face larga. A região com fração de líquido próxima de 1,0 é maior para a simulação usando a regra da avalanca. Esse resultado é mais claro ao ver que Figura 3 as temperaturas são maiores nesse caso.

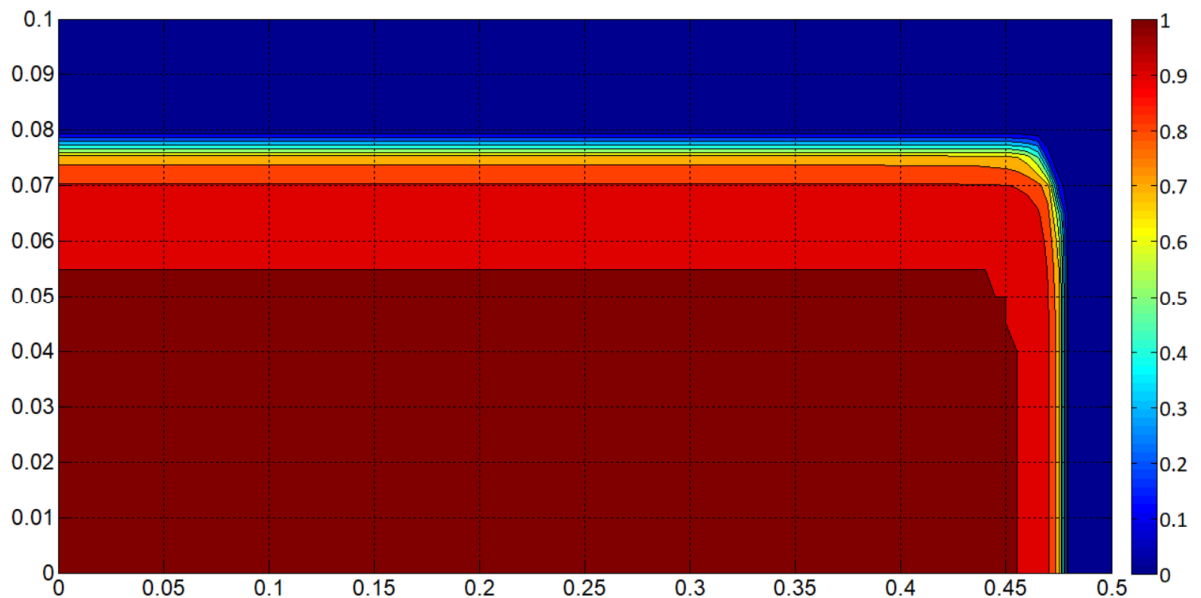


Figura 5: Fração de líquido na saída do molde (48 segundos) calculada usando a variação linear na região pastosa.

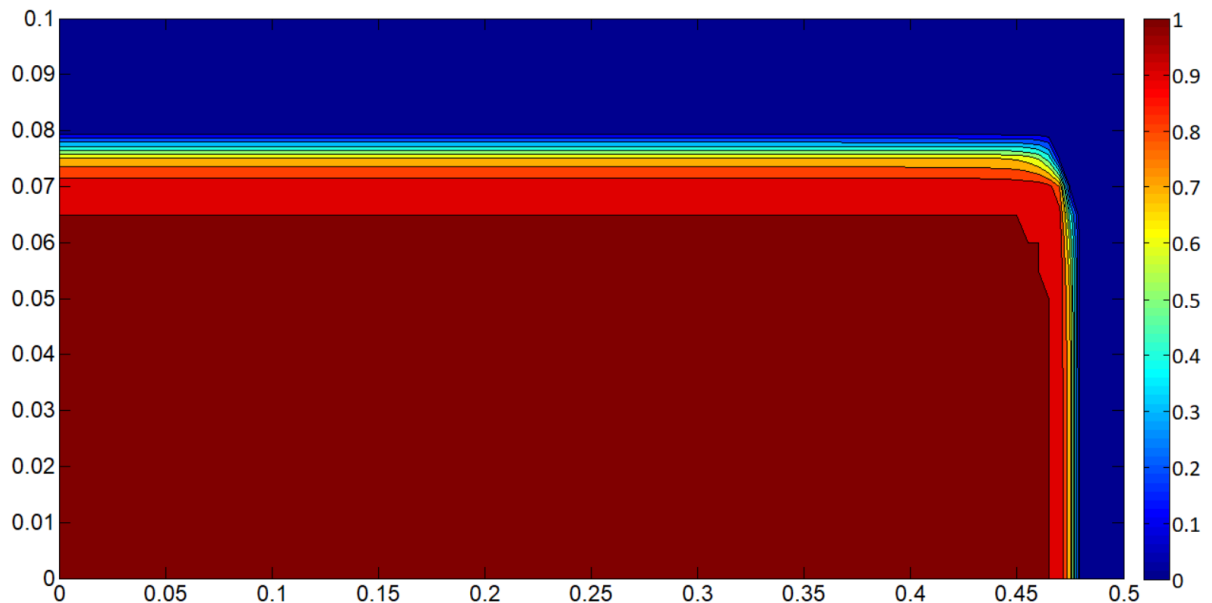


Figura 6: Fração de líquido na saída do molde (48 segundos) calculada usando a regra da alavanca.

O modo de cálculo da fração de líquido mencionado acima aparenta ter pouco efeito sobre formação da pele solidificada, como evidencia a Figura 7, apesar de já ter sido visto uma diferença do perfil de temperaturas e na fração de fase líquido (Figuras 3, 5 e 6)

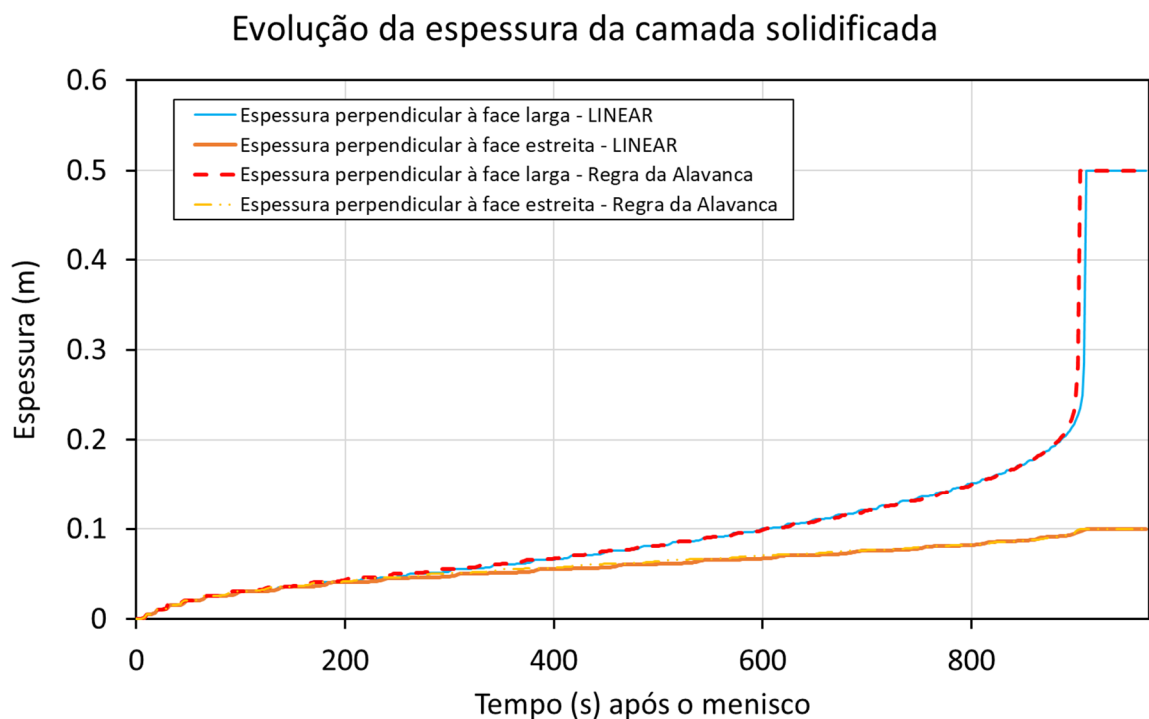


Figura 7: Espessura da pele solidificada em duas direções e calculada pelos dois modelos. Nota-se a superposição quase perfeita. Pouca diferença é notada quando troca-se o modelo da fração líquida (linear ou regra da alavanca).

A evolução da temperatura em 4 pontos selecionados pode ser vista na Figura 8. Enquanto no centro da placa, a temperatura apresenta diminuição monotônica, nos

pontos localizados na superfície há uma alternância de períodos de redução e de aumento da temperatura devido à diminuição sucessiva da extração de calor à medida que a placa prossegue no veio. Assim, a intensa extração de calor no molde força a redução da temperatura nas camadas mais próximas à superfície a valores tão baixos quanto 350 K para a quina da placa. Ao sair do molde, com a redução da taxa de extração de calor, agora limitada à convecção forçada e radiação, o calor armazenado no centro da placa flui para a superfície numa velocidade superior à que pode ser extraída pelos mecanismos citados, causando um reaquecimento das regiões próximas à superfície. Esse fenômeno se repete em todas as transições entre regiões do resfriamento primário e secundário.

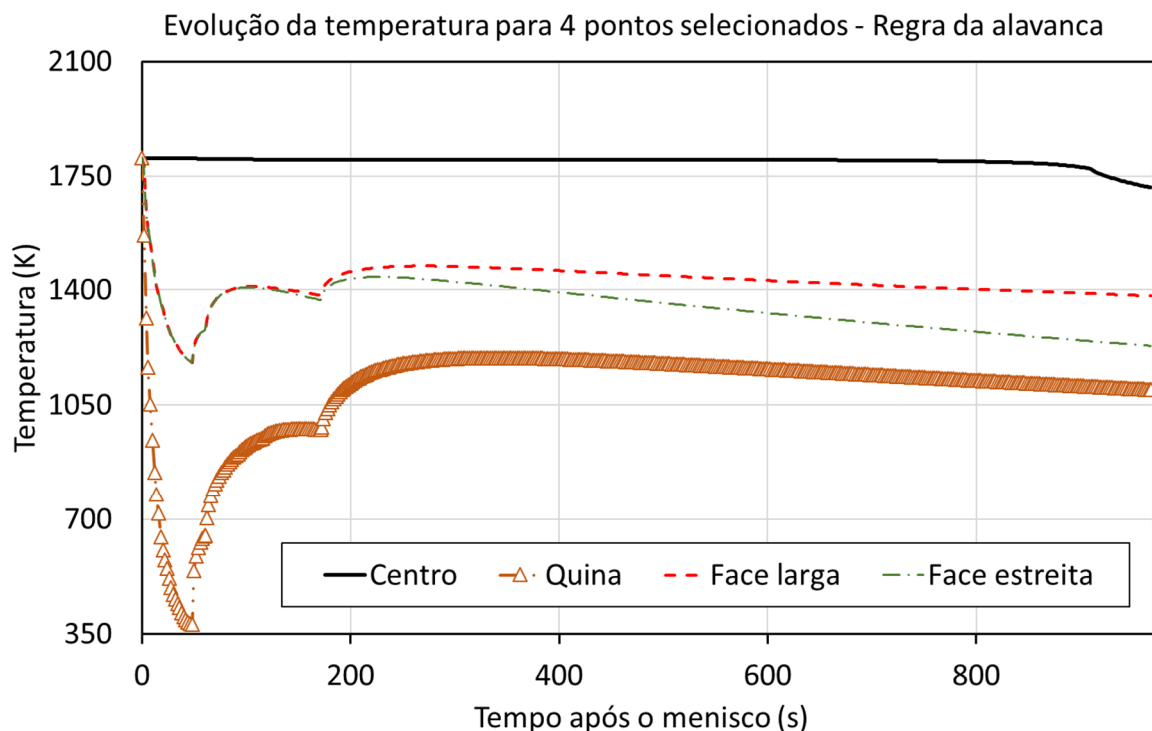


Figura 8: Evolução da temperatura na simulação do lingotamento contínuo usando a regra da alavanca para determinação da fração de líquido.

A Figura 9 mostra que para o ponto selecionado, quina da placa, não há diferença significativa entre as temperaturas calculadas usando as duas formas de avaliação da fração de fase líquida. Por outro lado, como mostrado na Figura 10, a avaliação da fração de líquido por meio da variação linear na região pastosa leva a uma separação das curvas de resfriamento para o centro da placa. As curvas voltam a coincidir próximo à temperatura solidus, onde os efeitos da avaliação da fração de líquido deixam de ser um fator matemático importante na simulação.

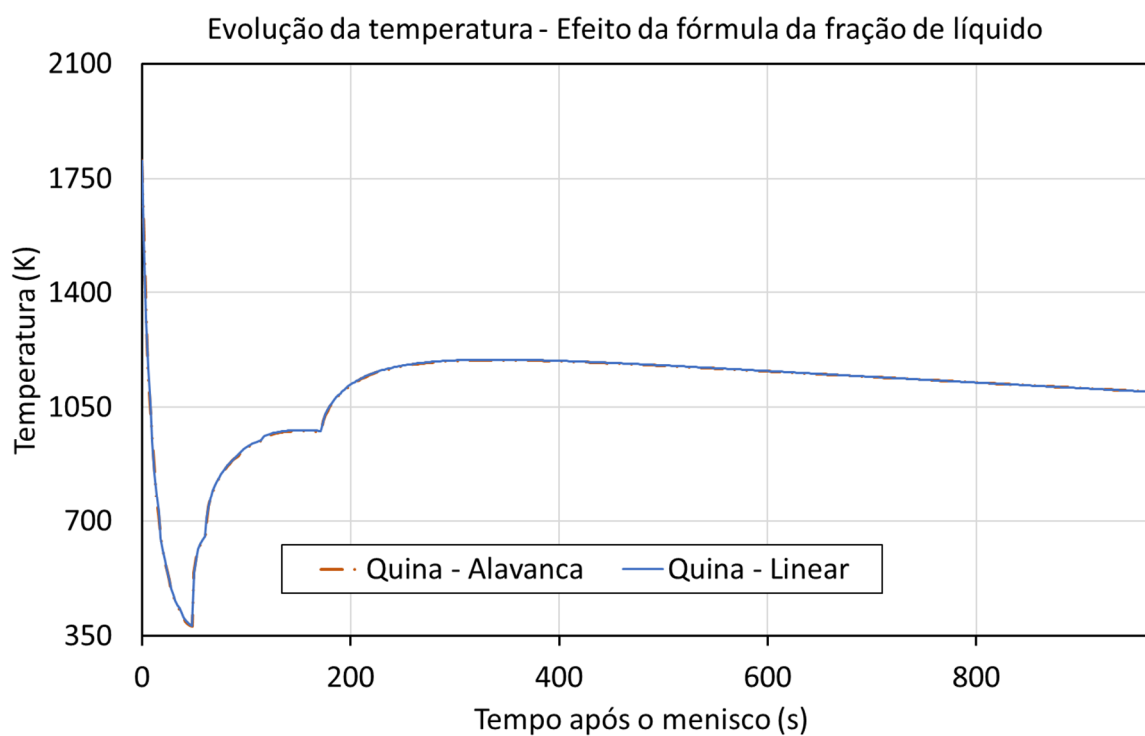


Figura 9: Comparação da evolução temporal da temperatura da quina para as duas simulações (usando a regra da alavanca ou variação linear da fração de líquido na região pastosa).

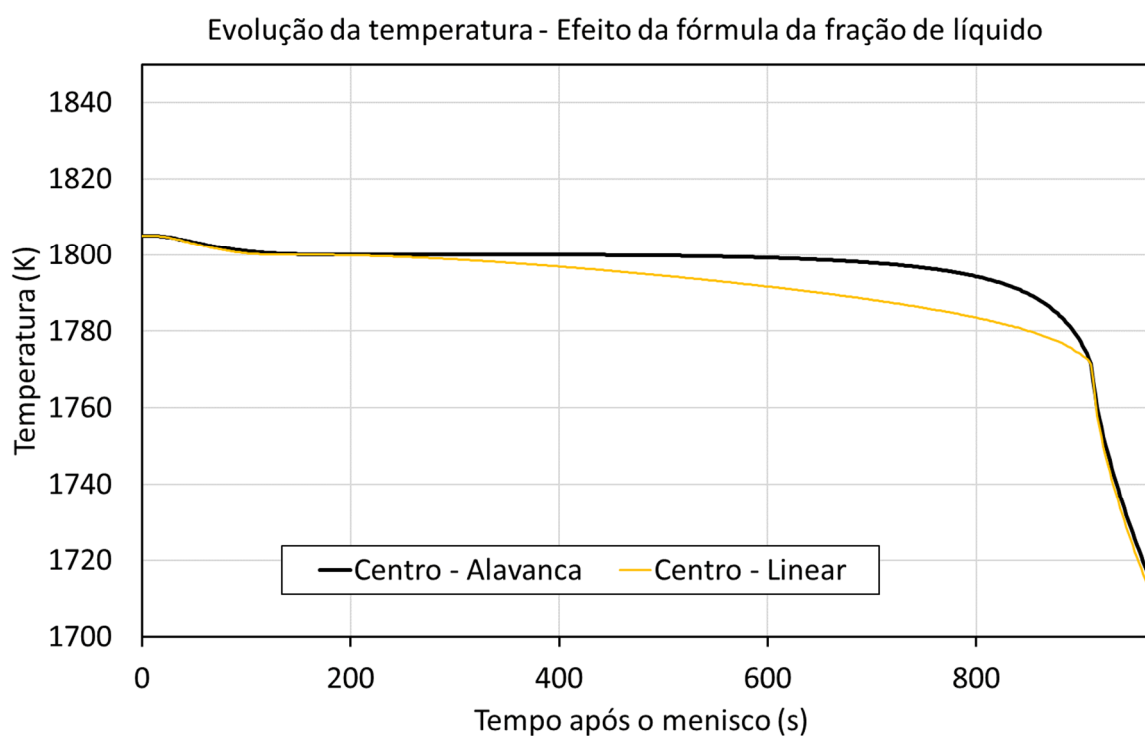


Figura 10: Comparação da evolução temporal da temperatura do centro da placa para as duas simulações (usando a regra da alavanca ou variação linear da fração de líquido na região pastosa).

CONCLUSÃO

A simulação do resfriamento primário e secundário por meio da consideração da difusão de calor com mudança de fase e acoplamento da convecção na fase líquida por meio do aumento artificial da condutividade térmica permitiu observar os fenômenos que se manifestam nesse processo, a saber a formação da camada solidificada no molde, os ciclos de resfriamento e aquecimento devido às diferenças relativas entre taxas de extração de calor e condução no interior da placa.

Ainda que limitado a uma comparação simples, mostrou-se que o maior efeito da forma de avaliação da fração de fase líquida manifesta-se na distribuição espacial da temperatura e na evolução temporal ao longo do processo de resfriamento, em especial nos pontos mais internos da placa.

O método implícito de solução das equações de conservação exigiu um intervalo de tempo extremamente pequeno, aumentando drasticamente o tempo necessário para executar as duas simulações. Assim, outras condições (como o efeito da velocidade de lingotamento e o efeito da temperatura de superaquecimento) não foram avaliadas.