

潜变量增长曲线模型及其应用*

李丽霞¹ 郜艳晖¹ 张 敏¹ 张岩波²

【提 要】 目的 介绍潜变量增长曲线模型在分析纵向研究资料中的应用。方法 通过大学生评判性思维的具体实例说明模型参数的指定和结果的解释及如何对不同群体的增长趋势进行比较。结果 增长曲线模型不仅可以分析纵向资料的总体发展趋势,而且能对个体间发展趋势存在的差异及其原因做出解释。结论 基于结构方程模型框架下的潜变量增长曲线模型是研究者分析纵向资料的有力工具。

【关键词】 潜变量增长曲线模型 多样本比较 增长因子

在行为科学、社会学、医学研究中研究者常探讨干预前后某现象的变化情况,关心随着时间的变化研究中某些指标的整体发展趋势、个体发展趋势及变化趋势的个体差异。与横断面资料相比,纵向研究可以合理地推断变量间的因果关系而受到研究者的青睐。一个好的分析纵向研究资料的方法应该可以分析随时间变化不同个体发展轨迹的变化及如何受预测变量的影响,同时可以分析组的水平,即总的平均变化情况。常用的分析此类数据的统计方法主要有:重复测量的方差分析、多水平模型、潜变量增长曲线模型等,目前国内对于潜变量增长曲线模型应用较少,本文拟对该方法做介绍。

方法介绍

Meredith 和 Tisak (1990)、McArdle (1988) 等在 Rao 和 Tucker (1958) 的研究基础上提出了基于结构方程模型的潜变量增长曲线模型 (latent variable growth curve modeling, LGM), 可以同时考虑个体和整体的变化情况是该模型独特之处,我们以三个时间点为例介绍潜变量增长曲线模型,见图 1。

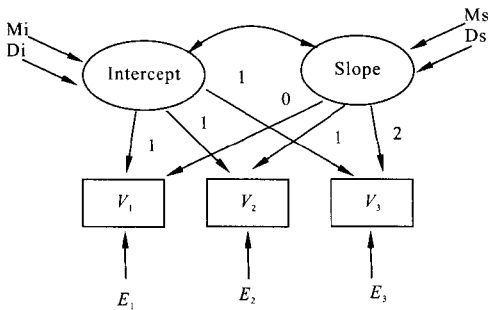


图 1 两因子的潜变量增长曲线模型图示

图 1 所示, V_1, V_2, V_3 分别为三次重复测量值, E_1, E_2, E_3 为三个时间点的测量误差,潜变量增长曲线模

型中有两个潜在变量,第一个为截距因子 (intercept), 第二个为斜率因子 (slope)。

截距因子:不考虑协变量或协变量被中心化情况下,描述研究变量的初始水平,对任何观测个体来说,截距是个常数,因此在每个重复测量变量上固定因子载荷为 1,截距因子表示个体的基线状态,即反映第一次测试时的观测水平,截距因子的均值为 M_i , 方差为 D_i ,均值描述第一次测量时总体均值的估计,方差描述第一次测试时个体间的差异。

斜率因子:描述个体轨迹的斜率,斜率因子的均数为 M_s , 方差为 D_s ,描述个体间斜率的变异。虽然载荷的选择是主观的,但会影响到截距因子均数和方差的解释,因子载荷选择合适,有助于模型参数的解释,所以一般固定每个重复测量变量 V_1, V_2, V_3 到斜率因子的路径值分别为 0, 1, 2。当然也可以容许后边的重复测量时间点的路径自由估计,减少自由度。两个潜在因子可以共变,用双向箭头表示,图示的模型用方程形式表示为:

$$V_t = intercept + (t - 1)slope + E_t, \quad t = 1, 2, 3 \quad (1)$$

用矩阵的形式表达为:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ 1 & t_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} intercept \\ slope \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (2)$$

所以本例有:

$$\begin{aligned} V_1 &= intercept + E_1 \\ V_2 &= intercept + slope + E_2 \\ V_3 &= intercept + 2slope + E_3 \end{aligned}$$

用矩阵的形式表达为:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} intercept \\ slope \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}$$

每个观测个体有各自的截距和斜率,两个因子为随机变量,有各自的均数和方差, ζ_1 和 ζ_0 为增长因子与其各自总体均数的偏差,有:

* 基金项目:国家自然科学基金资助(项目编号:30972553)
1. 广东药学院公共卫生学院卫生统计学教研室
2. 山西医科大学公共卫生学院卫生统计学教研室
△通讯作者:郜艳晖, E-mail: gao_yanhui@163.com

$$intercept = \mu_{intercept} + \zeta_0 \quad (3)$$

$$slope = \mu_{slope} + \zeta_1 \quad (4)$$

写成矩阵的形式为:

$$\begin{pmatrix} intercept \\ slope \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{intercept} \\ \mu_{slope} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} intercept \\ slope \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \zeta_0 \\ \zeta_1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

式(2)和(5)可以分别写成结构方程模型中含有均值的测量模型和结构模型的形式:

$$V = \tau_v + \Lambda_v \eta + E \quad (6)$$

$$\eta = \alpha + B\eta + \zeta \quad (7)$$

其中,

$$V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}, \tau_v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda_v = \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ 1 & t_3 \end{pmatrix}, \eta = \begin{pmatrix} intercept \\ slope \end{pmatrix},$$

$$E = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}, \alpha = \begin{pmatrix} \mu_{intercept} \\ \mu_{slope} \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \zeta = \begin{pmatrix} \zeta_0 \\ \zeta_1 \end{pmatrix}$$

可以应用结构方程模型的方法对该模型的参数进行估计并对模型的拟合情况进行评估^[1]。当比较不同群体的发展趋势时 (multiple group growth curves)^[2],其理论基础就是含有均值的结构方程模型 (mean structure models) 的多组比较,对多个总体发展趋势是否相同进行推断的主要的方法是:比较非限定模型 M_1 和限定模型 M_2 。非限定模型 M_1 对比较的组不加任何条件限制,允许不同组所有的待估参数可以不同;限定模型 M_2 中对比较组的某些参数进行限定,例如:待比较组模型的因子载荷相等,增长因子均值相等,增长因子方差相等,模型 M_2 嵌套于模型 M_1 ,假设模型 M_1 的自由度为 df_1 ,卡方值为 χ^2_1 ,模型 M_2 的自由度为 df_2 ,卡方值为 χ^2_2 ,似然比检验统计量 $\chi^2_2 - \chi^2_1$ 渐近服从自由度为 $df_2 - df_1$ 的 χ^2 分布,所以根据两个模型的 $\Delta\chi^2$ 和 Δdf 决定模型取舍。

另外一种比较不同组别发展轨迹的方法是:将分组变量作为预测变量建立模型,分组变量可能影响截距和斜率因子,实际上描述的是组别和发展轨迹的交互效应,可以帮助解释为何有的个体有较高(或较低)的截距(初始水平),而有的个体发展轨迹陡峭(或平坦),模型见图2。扩展仅含一个分类预测变量的潜变量增长曲线模型,可以在模型中包括多个协变量来解释模型中截距和斜率因子的变异,这种模型被称为条件潜变量轨迹模型 (conditional latent trajectory modeling)。

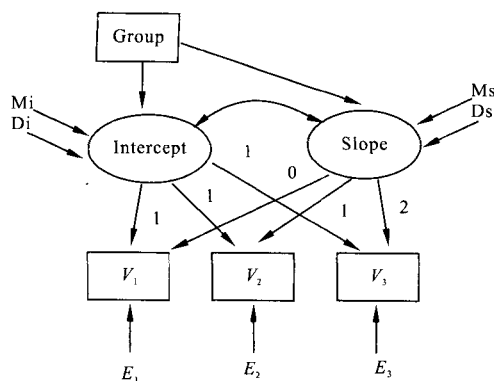


图2 含有预测变量的两因子潜变量增长曲线模型图示

实际分析数据时,有可能研究资料的增长趋势是非线性的,这时可以拟合潜变量非线性增长曲线模型,首先作图直观观察是否有非线性趋势,如果偏离线性,可以增加二次项 (quadratic term) 或更高阶,但至少需要 4 个重复测量时间点,否则模型不能被识别。与结构方程模型一样,对模型的拟合效果进行评价时可以参照卡方统计量,CFI、TLI、RMSEA 等拟合指数。

实例分析

某研究者用实验对照方法进行大学英语教学,探讨不同的教学方法对大学生评判性思维 (critical thinking skills, CTS) 的影响。分别在学期开始、学期中间、学期末测量学生的 CTS,实验开始时对照组 (185 人) 和实验组 (185 人) 的语言水平和学习经历基本相同,研究目的是考察:(1) 大学生评判性思维的变化情况;(2) 实验方法是否有利于学生评判性思维的提

高。数据中大学生评判性思维为在三个时间点的重复测量,我们首先采用一般的重复测量的方差分析对数据进行分析。球形对称性采用 Mauchly 检验, $W = 0.951$, 近似 $\chi^2 = 18.610$, $P = 0.000$,故该资料不满足球形对称性,对受试对象内所有变异的自由度进行校正;两组的方差协方差矩阵检验, Box's $M = 10.084$, $F = 1.666$, $P = 0.125$,结果表明数据满足两个组协方差矩阵相等的前提条件。CTS1、CTS2、CTS3 三次测量为重复测量因素,组别 (实验组和对照组) 为被试间因素,对组别和时间因素效应进行检验,并作趋势分析,结果见表 1~2。从表 1 看出,3 次测量之间的均值差异有统计学意义, $F = 236.574$, $P = 0.000$;组别和测量之间的交互作用有统计学意义,提示不同组别三次测量之间的均值有差别, $F = 9.949$, $P = 0.000$ 。从表 2 可以看出,三次测量之间存在线性增长趋势, $F = 394.118$, $P = 0.000$;但二次增长趋势没有统计学意义, $F = 2.485$, $P = 0.116$;对于不同组别,三次测量的线性增长趋势存在差异, $F = 16.135$, $P = 0.000$ 。

表 1 被试内因素及被试内与被试间因素交互作用的重复测量方差分析结果

Source		SS	df	Mean Square	F	P
t	Sphericity Assumed	358.537	2	179.268	236.574	0.000
	Greenhouse-Geisser	358.537	1.906	188.132	236.574	0.000
	Huynh-Feldt	358.537	1.921	186.676	236.574	0.000
	Lower-bound	358.537	1.000	358.537	236.574	0.000
group × t	Sphericity Assumed	15.077	2	7.539	9.949	0.000
	Greenhouse-Geisser	15.077	1.906	7.911	9.949	0.000
	Huynh-Feldt	15.077	1.921	7.850	9.949	0.000
	Lower-bound	15.077	1.000	15.077	9.949	0.002
Error(t)	Sphericity Assumed	557.719	736	0.758	0.789	
	Greenhouse-Geisser	557.719	701.324	0.795		
	Huynh-Feldt	557.719	706.795			
	Lower-bound	557.719	368.000	1.516		

表 2 被试内因素增长趋势分析结果

Source	SS	df	MS	F	P
t					
linear	357.022	1	357.022	394.118	0.000
quadratic	1.515	1	1.515	2.485	0.116
group × t					
linear	14.616	1	14.616	16.135	0.000
quadratic	0.461	1	0.461	0.757	0.385
Error(t)					
Linear	333.362	368	0.906		
quadratic	224.357	368	0.610		

重复测量的一元方差分析侧重于比较不同处理组、不同次测量的均值是否存在差异,很少关注个体间平均水平的差异及原因;重复测量的一元方差分析趋势分析关注数据整体的发展趋势,很少对个体之间发展趋势的差异及存在差异的原因进行分析,而潜变量增长曲线模型不仅能描述总体的发展趋势,而且可以就个体间发展趋势的差异进行分析和解释。

用潜变量增长曲线模型对其进行分析,数据处理采用 Mplus 5.1 软件。

表 3 线性潜变量增长模型参数估计结果

参数	估计值	标准误	t 值	P 值
均值				
I(截距)	18.328	0.160	114.716	0.000
S(斜率)	0.688	0.036	19.366	0.000
方差				
I(截距)	9.156	0.739	12.383	0.000
S(斜率)	0.274	0.149	1.837	0.066
协方差				
I with S	-0.66	0.201	-3.283	0.001

Mplus 软件给出模型与数据整体拟合的统计量 $\chi^2=2.486$,自由度为 1, $P=0.1149$,说明所定义的线性模型与数据拟合很好,拟合指数 $CFI=0.999$, $TLI=0.997$, $RMSEA=0.063$, $RMR=0.007$,均提示模型拟合较好,主要的参数估计结果见表 3。

由表 3 可知,大学生评判性思维初始时的平均分

为 18.328,随着时间的变化有增长的趋势($t=19.366$, $P=0.000$);从潜在增长因子截距和斜率的方差估计结果看出,大学生评判性思维初始得分存在个体差异($t=12.383$, $P=0.000$),但随着时间的变化评判性思维得分的增长速度还不能认为存在个体间的差异($t=1.837$, $P=0.066$);潜变量截距和斜率的协方差为 -0.66 , $P=0.001$,有统计学意义,说明初始时大学生评判性思维的得分高低与以后得分的变化速度相关,初始的得分高,以后的变化速度慢。

对于研究者关心的第二个问题,实际是比较两组(实验组和对照组)的发展趋势。首先建立非限定模型,允许两组的参数自由估计,两组同时估计得 $\chi^2=3.2$, $df=2$, $P=0.2019$, $CFI=0.999$, $TLI=0.998$, $RMSEA=0.057$, $SRMR=0.008$,说明模型与数据拟和较好;在上述模型成立的基础上,限定截距潜变量的均值相等,模型整体拟合 $\chi^2=3.502$, $df=3$, $P=0.3205$, $CFI=1$, $TLI=0.999$, $RMSEA=0.03$, $SRMR=0.015$,卡方值的差异 $\Delta\chi^2=3.502-3.2=0.302$,自由度 $\Delta df=3-2=1$,说明比较的两个模型没有统计学意义,截距潜变量均值相等的限定条件成立,即初始时大学生评判性思维得分的平均水平不存在差异,估计值见表 4,进一步限定斜率潜变量均值相等,模型整体拟合 $\chi^2=24.595$, $df=4$, $P=0.0001$, $CFI=0.986$, $TLI=0.979$, $RMSEA=0.167$, $RMR=0.067$,卡方值的差异 $\Delta\chi^2=24.595-3.502=21.093$,自由度 $\Delta df=4-3=1$,比较的两个模型有统计学意义,斜率潜变量均值相等的限定条件还不能成立,最后模型的参数估计值结果见表 4。

斜率因子的均值在两组不同,且均有统计学意义,说明从整体上看,随着时间的增长大学生评判性思维得分有上升的趋势,但实验组上升更为明显。实验组和对照组截距因子方差均有统计学意义,说明初始测量时在两组均存在个体之间的差异,但实验组和对照组斜率因子方差均无统计学意义,说明增长速度在两组还不能认为存在个体间的差异。

表 4 实验组 and 对照组线性增长模型参数估计结果

参数估计	实验组				对照组			
	估计值	标准误	t 值	P 值	估计值	标准误	t 值	P 值
均值								
I(截距)	18.336	0.160	114.731	0.000	18.336	0.160	114.731	0.000
S(斜率)	0.837	0.047	17.723	0.000	0.540	0.047	11.541	0.000
方差								
I(截距)	8.933	1.022	8.741	0.000	9.382	1.069	8.776	0.000
S(斜率)	0.383	0.211	1.820	0.069	0.140	0.211	0.665	0.506
协方差								
I with S	-0.534	0.265	-2.016	0.044	-0.813	0.298	-2.725	0.006

我们也可以将分组变量 (group 0:实验组;1:对照组) 作为预测变量拟合模型。结果显示:虽然对照组比实验组评判性思维得分低 0.157,但实验组和对照组的截距因子还不能认为有差异 ($P = 0.623$)。不同组别的斜率因子不同 ($P = 0.000$),即发展轨迹不同,实验组比对照组高 0.274。

讨 论

潜变量增长曲线模型是分析纵向数据的新统计分析技术,它是线性结构方程模型的一个变体,可以从个体和组的水平分析数据,既考虑因子的均值也考虑其方差。潜变量增长曲线模型可以检验线性、非线性增长函数,选择合适的因子载荷有助于两因子增长曲线模型中因子的解释,必要时,也可以设定多个因子以更好地拟合数据的发展轨迹。与结构方程模型类似,潜变量增长曲线模型也可以对不同组的发展趋势进行比较。与其他统计模型有相似之处,建模时我们往往先检查数据中缺失值的模式及可能的异常值,先拟合最简单的模型,随着分析的深入逐步增加模型的复杂性,以构建较优模型。EQS、LISREL、AMOS、MPLUS 等大多数可以完成结构方程模型的统计软件都可以分析增长曲线模型。

潜变量增长曲线模型也可以分析具有层次结构的纵向数据,常用的方法有全息极大似然估计 (full information maximum likelihood) 和限制性信息方法

(limited information),由于潜变量增长曲线模型是基于结构方程模型的理论,所以具有结构方程模型的优点,可以分析变量间直接和间接的因果关系,也可以方便地分析纵向测量资料中潜变量间的关系,这一点是多水平模型所不具有的。

它的另一个优点是不仅可以容纳不随研究时间进展而变化的固定协变量 (time invariant covariate),还可以分析随时间而变化的时变协变量 (time-varying covariate),以探讨协变量对发展轨迹的影响。

虽然潜变量增长曲线模型有很多优点,但也有局限性,例如要求相对较大的样本量。纵向研究资料往往会遇到数据缺失的情况,对于缺失值的处理方法、分类变量的潜变量增长曲线模型、潜变量混合增长模型 (latent growth mixed model) 等都是目前研究的热点,这也是我们在今后的文章中要阐述的。

致谢:感谢袁平华老师提供实例的数据。

参 考 文 献

1. 张岩波. 潜变量分析. 北京:高等教育出版社,2009.

2. 刘红云,张雷. 追踪数据分析方法及其应用. 北京:教育科学出版社,2005.

3. Terry E. Duncan, Susan C. Duncan An introduction to latent variable growth modeling: concepts, issues, and applications. London: Lawrence Erlbaum associates,2006.

4. 刘红云. 如何描述发展趋势的差异:潜变量混合增长模型. 心理科学进展,2007,15(3):539-544.

4. 金蛟. 主成分分析方法在综合评价中的运用. 中国卫生统计,2008,25(1): 72-74.

5. 侯文. 对运用主成分法进行综合评价的探讨. 数理统计与管理,2006,25(2): 211-214.

6. 李少玲. 医院医疗工作质量的综合评价-基于主成分分析法. 医院管理,2011,18(6): 131-132.

7. 黄建军. 主成分分析法在医院住院科室综合绩效评价中的运用. 中国病案,2008,9(7): 41-42.

1. 冉炼志. 用主成分分析法对医院进行综合评价. 中国医院统计,2008,15(1): 52-54.

2. 2010 年我国卫生事业发展统计公报. 卫生部统计信息中心,2011.

3. 王彭德. 用主成分分析与秩和比法对医院医疗质量进行综合评价. 数理医药学,2010,6(23): 680-682.

(上接第 712 页)

参 考 文 献