

Nama : Dita Sekar asri  
Nim : 11950125032  
Kelas : Tif 5c

### Quiz 1 Metode Numerik

- 1) Jelaskan Perbedaan antara Metode analisis dengan Metode numerik beserta contoh Pada Persamaan Numerik!
- 2) Analisislah nilai hampiran dan galat atau residu bagi  $\sin x$  hingga Orde ke 6 Pada  $x_0 = 1$  dan  $x_0 = 0$ !
- 3) Diketahui Persamaan  $X_{n+1} = (-X_n + 1^4 + 5)/10$ ; Untuk  $r = 0, 1, 2, 3$  dengan  $x_0 = 0,5$   $E_s = 0,00001$  tentukanlah hampiran nilai  $x$  yang paling tepat dengan galat relatif hampiran yang lebih kecil dari galat toleransi!

### Jawaban

1) \*Metode analisis adalah Metode yang menghasilkan nilai yang sejati atau nilai exact atau nilai yang pasti dan Metode analisis ini adalah Metode Penyelesaian Model matematika dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku (lazim).

Pada model matematika menggunakan Metode analisis hasilnya :

- Solusi sejati
- Nilai error = 0

Contohnya :

1.  $7x = 21$

$$x = 21/7$$

$$x = 3$$

2.  $x^2 + 2x - 3 = 0$

$$(x+3)(x-1)$$

$$x = -3 \quad x_2 = 1$$

3.  $x^2 + 4x - 10 = 0$

$$\text{Rumus : } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4 + \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot -10}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-4 + \sqrt{16 + 40}}{2}$$

$$= \frac{-4 + \sqrt{56}}{2}$$

$$= \frac{-4 + 7,48331}{2}$$

$$= \frac{3,48331}{2} = 1,741655$$

$$x = \frac{-4 - \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot -10}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-4 - \sqrt{16 + 40}}{2}$$

$$= \frac{-4 - \sqrt{56}}{2}$$

$$= \frac{-4 - 7,48331}{2}$$

$$= \frac{-11,48331}{2} = -5,741655$$

\* Sedangkan Metode numerik adalah teknik yang memformulasikan Persoalan Matematika sehingga dapat dipecahkan dengan operasi hitungan aritmatika biasa (+ - x :)

Pada model Matematika menggunakan metode numerik hasilnya :

- fungsi Matematis
- solusi hampiran
- nilai error / Galat < toleransi

Contohnya :  $\int_{-1}^1 (4 - x^2) dx$

$$t = \int_{-1}^1 (4 - x^2) dx = (4x - x^3/3) \Big|_{-1}^1 = \{4(1) - (1)/3\} - \{4(-1) - (-1)/3\} = 22/3$$

2) $f(x) = \sin x$	$f^6(x) = -\sin x$
$f'(x) = \cos x$	$f^7(x) = -\cos x$
$f''(x) = -\sin x$	$f^8(x) = \sin x$
$f'''(x) = -\cos x$	$f^9(x) = \cos x$
$f^4(x) = \sin x$	$f^{10}(x) = -\sin x$
$f^5(x) = \cos x$	

$$f(x) = \sin x + \frac{(x-1)}{1!} \cos x - \frac{(x-1)^2}{2!} \sin x - \frac{(x-1)^3}{3!} \cos x + \frac{(x-1)^4}{4!} \sin x + \frac{(x-1)^5}{5!} \cos x$$

$$- \frac{(x-1)^6}{6!} \sin x - \frac{(x-1)^7}{7!} \cos x + \frac{(x-1)^8}{8!} \sin x + \frac{(x-1)^9}{9!} \cos x$$

$$- \frac{(x-1)^{10}}{10!}$$

$$= \sin(1) + \frac{(x-1)}{1!} \cos(1) - \frac{(x-1)^2}{2!} \sin(1) - \frac{(x-1)^3}{3!} \cos(1) + \frac{(x-1)^4}{4!} \sin(1)$$

$$+ \frac{(x-1)^5}{5!} \cos(1) - \frac{(x-1)^6}{6!} \sin(1) - \frac{(x-1)^7}{7!} \cos(1) + \frac{(x-1)^8}{8!} \sin(1)$$

$$- \frac{(x-1)^9}{9!} \cos(1) + \frac{(x-1)^{10}}{10!} \sin(1)$$

$$= \sin(1) + h \cos(1) - \frac{h^2}{2} \sin(1) - \frac{h^3}{6} \cos(1) + \frac{h^4}{24} \sin(1) + \frac{h^5}{120} \cos(1)$$

$$- \frac{h^6}{720} \sin(1) - \frac{h^7}{5040} \cos(1) + \frac{h^8}{40320} \sin(1) + \frac{h^9}{362880} \cos(1) - \frac{h^{10}}{3628800} \sin(1)$$

$$\sin(1)$$

$$\cos(1) = 0,5403 \quad \sin(1) = 0,8415$$

$$= 0,8415 + 0,5403h - 0,42075h^2 - 0,09005h^3 + 0,0350625h^4 + 0,0045025h^5 \\ - 0,00116875h^6 - 0,0001072024h^7 + 2,087054h^8 + 1,488922h^9 \\ - 2,31894h^{10}$$

$$f(x) = \sin(x) \rightarrow x_0 = 0$$

$$f(x) = \sin(0) + \frac{(0-1)}{1!} \cos(0) - \frac{(0-1)^2}{2!} \sin(0) - \frac{(0-1)^3}{3!} \cos(0) + \frac{(0-1)^4}{4!} \sin(0) \\ + \frac{(0-1)^5}{5!} \cos(0) - \frac{(0-1)^6}{6!} \sin(0) - \frac{(0-1)^7}{7!} \cos(0) + \frac{(0-1)^8}{8!} \sin(0) \\ + \frac{(0-1)^9}{9!} \cos(0) - \frac{(0-1)^{10}}{10!} \sin(0)$$

$$= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!}$$

$$3) \quad X_{r+1} = (-X_r + 5) / 10$$

$$\text{Diket} = X_{r+1} = (-X_r + 5) / 10$$

$$r = 0, 1, 2, 3$$

$$x_0 = 0,5$$

$$E_s = 0,00001$$

Ditanya = nilai galat relative hampiran hingga  $E_{RA} < E_s$

Jwb :

r	x	$E_{RA}$
0	0,5	
1	$((-0,5)^4 + 5) / 10$ 0,50625	$E_{RA} = \frac{X_{r+1} - X_r}{X_{r+1}}$ $= \frac{0,50625 - 0,5}{0,50625}$ $= 0,012345679$
2	$((-0,50625)^4 + 5) / 10$ 0,5065684084	$E_{RA} = \frac{0,5065684084 - 0,50625}{0,5065684084}$ $= 0,0006185594$
3	$((-0,5065684084)^4 + 5) / 10$ 0,5065849489	$E_{RA} = \frac{0,5065849489 - 0,5065684084}{0,5065849489}$ $= 0,000032651$ <del><math>E_{RA} &lt; E_s</math></del>
4	$((-0,5065849489)^4 + 5) / 10$ 0,506585809	$E_{RA} = \frac{0,506585809 - 0,5065849489}{0,506585809}$ $= 0,0000016978 \Rightarrow E_{RA} < E_s$