LIBRARY ALJABAR LINIER DALAM BAHASA JAVA DENGAN FUNGSI SISTEM PERSAMAAN VARIABEL, DETERMINAN, DAN APLIKASINYA

LAPORAN TUGAS BESAR

Disusun untuk memenuhi salah satu tugas besar mata kuliah Aljabar Linier dan Geometri IF2123-03

Oleh

Angger Ilham A.	13521001
Ditra Rizqa A.	13521019
Raditya Naufal A.	13521024



Program Studi Teknik Informatika Sekolah Teknik Elektro dan Informatika INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG 2022

BAB I DESKRIPSI MASALAH

Sistem Persamaan linier (SPL) seringkali ditemukan dalam penyelesaian masalah di berbagai macam bidang terutama di bidang rekayasa dan sains. Ada berbagai macam metode dalam penyelesaian SPL. SPL dapat diselesaikan dengan berbagai cara seperti menggunakan eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, metode inverse matrix, dan kaidah Cramer. Solusi sebuah SPL terbagi menjadi tiga kategori yaitu tidak ada solusi, solusi tunggal, dan solusi banyak(tidak berhingga).

Dalam Tugas Besar 1 IF2123, diminta untuk membuat suatu library aljabar linier menggunakan bahasa java. Library berisi fungsi-fungsi yang mencakup determinan, inverse, penyelesaian SPL dengan berbagai metode (Gauss, Gauss-Jordan, Cramer, dan inverse). Selanjutnya library tersebut digunakan untuk menyelesaikan permasalahan permasalahan SPL seperti interpolasi dan persoalan regresi linier.

BAB II

TEORI SINGKAT

1. Metode Eliminasi Gauss

Eliminasi Gauss adalah salah satu metode dalam pengoperasian nilai-nilai di dalam matriks yang bertujuan agar dapat menghitung penyelesaian persamaan linear dengan menggunakan matriks menjadi lebih mudah. Caranya yaitu dengan mengubah persamaan linear tadi menjadi *Augmented matrix* dan mengoperasikannya dengan metode eliminasi gauss tadi. Setelah menjadi matriks baris tadi maka bisa dilakukan substitusi untuk mendapatkan nilai dari tiap variabel tersebut.

Contoh:

Tentukan nilai x,y, dan z dari persamaan linear berikut :

$$x + 2y + z = 6$$

$$x + 3y + 2z = 9$$

$$2x + y + 2z = 12$$

Ubah persamaan tersebut menjadi matriks

121 6

132 9

2 1 2 12

Lalu kita operasikan matriksnya

121 6

0 1 1 3

2 1 2 1 (Baris ke-2 dikurangi baris ke-1)

121 6

0 1 1 3

```
0 -3 0 0 (Baris ke-3 dikurangi 2 kali baris ke-1)
```

121 6

011 3

0 0 3 9 (Baris ke-3 dikali ¹/₃)

1216

0113

0013

2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Metode eliminasi Gauss-Jordan adalah pengembangan dari metode eliminasi Gauss. Metode ini dilakukan dengan cara mengubah hasil dari matriks eselon baris yang dihasilkan di metode Gauss menjadi matriks eselon baris tereduksi menggunakan operasi baris elementer (OBE). Perubahan dari matriks eselon baris menjadi matriks eselon baris tereduksi membuat penyelesaian lebih mudah.

3. Metode Eliminasi Matriks Balikan

Metode eliminasi menggunakan matriks balikan memanfaatkan inverse matrix. Metode ini menggunakan prinsip Matrix M * Matrix X = Matrix Y sehingga Matrix X = Matrix X

4. Metode Eliminasi Cramer

Metode eliminasi Cramer atau sering disebut kaidah Cramer merupakan sebuah konsep untuk menyelesaikan masalah SPL yang memiliki jumlah persamaan sama dengan jumlah variabel. Metode ini menggunakan prinsip determinan dengan menghitung determinan matriks yang sudah dimodifikasi sedemikian rupa. Metode ini dinamai atas Swiss Gabriel Cramer yang pada tahun 1750 menerbitkan kaidah untuk menyelesaikan sebarang variabel.

5. Determinan

Determinan merupakan nilai yang bisa didapat dari semua elemen dalam suatu matriks. Determinan bisa didapatkan dengan menggunakan metode kofaktor ataupun OBE.

6. Inverse

Inverse atau matriks balikan merupakan konsep yang memiliki banyak kegunaan dalam pengolahan matriks. Sebuah matriks bisa saja tidak memiliki matriks balikan apabila matriks tersebut determinannya = 0. Hal itu disebabkan karena cara untuk mencari matriks balikan adalah 1/determinant × Matrix Adjoin.

7. Matriks kofaktor

Matriks kofaktor merupakan matriks yang tiap elemennya didapat dari kofaktor setiap elemen dari matriks asalnya. Matriks kofaktor bisa digunakan untuk mencari determinan dan juga mencari matrtiks balikan.

8. Matriks Adjoin

Matriks adjoin merupakan matriks yang didapat dari transpose matriks kofaktor. Matriks adjoin ini digunakan dalam proses perhitungan matriks balikan.

9. Interpolasi Polinomial

Interpolasi Polinomial atau Polynomial Interpolation merupakan sebuah teknik interpolasi yang memprediksi pola data dari pola polinomial linier maupun derajat tinggi. Interpolasi dengan metode ini dilakukan dengan cara membentuk persamaan polinom yang kemudian akan diinterpolasi untuk mengetahui nilai dari titik yang dicari.

10. Interpolasi Bikubik

Interpolasi bikubik atau bicubic interpolation merupakan pengembangan dari interpolasi kubik. Interpolasi bikubik ini menginterpolasi titik data pada kisi reguler dua dimensi. Interpolasi bikubik ini memiliki hasil yang lebih halus dibandingkan interpolasi bilinear ataupunn interpolasi dengan pola *nearest neighbor*. Interpolasi bikubik ini dapat dilakukan dengan beberapa cara yaitu *Lagrange polynomial, spline cubic,* dan algoritma konvulsi kubik.

11. Regresi Linear Berganda

Regresi linier atau linear regression adalah suatu teknik analisis statistik yang berfungsi untuk mengestimasi hubungan fungsi antara dua atau lebih variabel terikat dengan satu atau lebih variabel bebas. Regresi linier berganda ini merupakan regresi linier yang menggunakan lebih dari 1 variabel bebas.

BAB III

IMPLEMENTASI PUSTAKA

1. AddRowByRow

Di dalam program ini terdapat 1 prosedur addRowByRow yang menambahkan suatu baris dalam matriks dengan baris lainnya

2. Determinant

Di dalam program ini terdapat prosedur getCof dan fungsi det

getCof

Prosedur ini akan menghitung kofaktor dari matriks m[0][i].

det

Fungsi ini akan mengembalikan value berupa determinan dari matriks(matriks dianggap sebagai matriks persegi).

3. GaussElimination

Hanya terdapat 1 fungsi yaitu fungsi gaussElimination, yaitu berfungsi untuk mengembalikan value berupa status solusi persamaan linear ketika diproses menggunakan metode eliminasi Gauss. Jika mengembalikan 1, maka persamaan linear memiliki solusi unik(hanya satu solusi). Jika mengembalikan 2, maka persamaan linear memiliki banyak solusi/solusi tak terhingga. Jika mengembalikan 3, maka persamaan linear tidak memiliki solusi. Jika mengembalikan 0, maka menandakan program error

4. GaussJordanElimination

Hanya terdapat 1 fungsi yaitu fungsi gaussJordanElimination, yaitu berfungsi untuk mengembalikan value berupa status solusi persamaan linear ketika diproses menggunakan metode eliminasi Gauss - Jordan. Jika mengembalikan 1, maka persamaan linear memiliki solusi unik(hanya satu solusi). Jika mengembalikan 2, maka persamaan linear memiliki banyak solusi/solusi tak terhingga. Jika mengembalikan 3, maka persamaan linear tidak memiliki solusi. Jika mengembalikan 0, maka menandakan program error.

5. Inverse

Terdapat beberapa fungsi seperti getCof, adjoint, inv, inv2, inversem, dan master

getCof

Mengembalikan value berupa kofaktor dari matriks

adjoint

Mengembalikan value berupa adjoint dari matriks

- inv

Mengembalikan value berupa hasil invers dari matriks

- inv2

Mengembalikan value berupa hasil invers dari matriks dengan kolom dan baris berjumlah 2

- inversem

Mengembalikan value berupa array double yang sudah terinvers dengan inputan bertipe matriks

- master

Merupakan fungsi utama(program main) dari program inverse

6. MultplyRowByConst

Terdapat prosedur mulRowByConst dan fungsi RetMulRowByConst

- mulRowByConst

Prosedur untuk mengalikan baris yang dipilih dengan suatu konstanta

- RetMulRowByConst

Mengembalikan value berupa hasil kali suatu baris pada matriks dengan suatu konstanta

7. NormalEstimation

Terdapat beberapa fungsi yaitu colSum, twoColSum, dan normalEstEq

- colSum

Mengembalikan value berupa hasil penjumlahan pada suatu kolom di matriks

twoColSum

Mengembalikan value berupa hasil dari penjumlahan 2 kolom yang dikalikan di matriks

normalEstEq

Mengembalikan value berupa matriks estimation equation dari sampel

8. RowEchelonResult

Hanya terdapat 1 fungsi yaitu rowEchRes, yaitu berfungsi untuk mengembalikan value

9. SubtractRowByRow

Terdapat fungsi RetSubRowByRow dan prosedur subRowByRow

- subRowByRow

Mengurangi satu baris dari matriks dengan baris lainnya

- RetSubRowByRow

Mengembalikan suatu value berupa baris hasil dari pengurangan baris dengan baris lainnya

10. SwapRows

Hanya terdapat 1 prosedur yaitu SwapRows yang berfungsi untuk menukar satu baris dengan baris lainnya dalam matriks

BAB IV EKSPERIMEN

1a)

```
Masukkan banyaknya variabel: 4
Masukkan banyaknya persamaan: 4
Masukkan matriks persamaan:
1 1 -1 -1
2 5 -7 -5
2 -1 1 3
                                   Matrix hasil eliminasi Gauss
5 2 -4 2
                                    1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
Masukkan matriks hasil:
                                    0.00 1.00 -1.67 -1.00 -1.33
-2
                                    -0.00 -0.00 1.00 -1.00 1.00
                                    0.00 0.00 0.00 0.00 1.00
4
                                    Solusi tidak ada.
6
```

1b)

```
Masukkan banyaknya variabel: 5
Masukkan banyaknya persamaan: 4
Masukkan matriks persamaan:
1 -1 0 0 1
110-30
                                 Matrix hasil eliminasi Gauss:
2 -1 0 1 -1
                                 1.00 0.00 0.00 0.00 2.40
-1 2 0 -2 -1
                                 0.00 1.00 0.00 0.00 -0.60
Masukkan matriks hasil:
                                 0.00 0.00 1.00 0.00 4.20
3
                                 -0.00 -0.00 -0.00 1.00 -3.80
6
                                 0.00 0.00 0.00 0.00 -999.20
5
                                 Solusi tidak ada.
```

```
1c)
```

```
Masukkan banyaknya variabel: 6
Masukkan banyaknya persamaan: 3
Masukkan matriks persamaan: 0 1 0 0 1 0
0 0 0 1 1 0
0 1 0 0 0 1
Masukkan matriks hasil: 2
-1
1
Matriks tidak dapat dibalikan
```

1d)

n = 6

```
Masukkan banyaknya variabel: 6
Masukkan matriks persamaan: 6
Masukkan matriks persamaan: 1 0.5 0.333 0.25 0.2 0.166
0.5 0.333 0.25 0.2 0.166 0.143
0.333 0.25 0.2 0.166 0.143 0.125
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -53.94
Solusi SPL:

x_1 = 5.69

x_2 = -12.76

x_3 = -7.99

x_4 = -9.68

x_5 = 78.62

x_6 = -53.94
```

```
Matrix hasil eliminasi Gauss:
1.00 0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 1.00
0.00 1.00 1.01 0.90 0.80 0.72 0.64 0.58 0.54 0.49 -6.02
0.00 0.00 1.00 1.43 1.96 1.83 1.87 1.88 1.81 1.65 33.28
 0.00 \ 0.00 \ 0.00 \ 1.00 \ 0.47 \ 0.83 \ 0.98 \ 0.97 \ 0.78 \ 1.25 \ -17.86 
-0.00 -0.00 -0.00 -0.00 1.00 0.08 -0.06 0.24 -0.27 -0.32 74.20
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.89 1.34 1.41 2.12 -53.94
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.13 1.83 1.24 -44.69
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 2.12 -0.36 34.09
 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 1.00 0.06 3.62
 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 1.00 -42.11
Solusi SPL:
x_1 = 4.27
x_2 = 6.31
x_3 = -42.47
x^{4} = -17.50
x_5 = 58.76
x_6 = 22.92
x^{-7} = -4.49
x_8 = 5.61
x_9 = 6.20
x_{10} = -42.11
```

2a)

```
Masukkan banyaknya variabel: 4
Masukkan banyaknya persamaan: 4
Masukkan matriks persamaan:
1 -1 2 -1
2 1 -2 -2
-1 2 -4 1
3 0 0 -3
Masukkan matriks hasil:
-1
-2
1
Matrix hasil eliminasi Gauss:
1.00 -1.00 2.00 -1.00 -1.00
0.00 1.00 -2.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
Solusi banyak/tidak hingga.
```

```
Masukkan banyaknya variabel: 5
Masukkan banyaknya persamaan: 5
Masukkan matriks persamaan:
20808
01046
-4 0 6 0 6
0 -2 0 3 -1
20-40-4
Masukkan matriks hasil:
0 1 0 -2 0
Matrix hasil eliminasi Gauss:
1.00 0.00 4.00 0.00 4.00 0.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00 1.00
0.00 0.00 1.00 0.00 1.00 0.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
Solusi banyak/tidak hingga.
```

3a)

```
Masukkan banyaknya variabel: 4
Masukkan banyaknya persamaan: 4
Masukkan matriks persamaan:
8 1 3 2
2 9 -1 -2
1 3 2 -1
1064
Masukkan matriks hasil:
1
2
Matrix hasil eliminasi Gauss:
1.00 0.13 0.38 0.25 0.00
0.00 1.00 -0.20 -0.29 0.11
0.00 0.00 1.00 -0.19 0.76
0.00 0.00 0.00 1.00 -0.26
Solusi SPL:
x 1 = -0.22
x 2 = 0.18
x^{3} = 0.71
x 4 = -0.26
```

```
Masukkan banyaknya variabel: 9
Masukkan banyaknya persamaan: 12
Masukkan matriks persamaan:
000000111
000111000
111000000
0 0 0.4289 0 0.04289 0.75 0.04289 0.75 0.61396
0 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0
0.61396 0.75 0.04289 0.75 0.04289 0 0.04289 0 0
001001001
010010010
100100100
0.04289 0.75 0.61396 0 0.04289 0.75 0 0 0.04289
0.091421 0.25 0 0.25 0.91421 0.25 0 0.25 0.91421
0.04289 0 0 0.75 0.04289 0 0.61396 0.75 0.04289
Masukkan matriks hasil:
13
15
8
14.79
14.31
3.81
18
12
6
10.51
16.13
7.04
```

```
Matrix hasil eliminasi Gauss:
0.00 1.00 3.66 1.00 3.66 1.00 3.66 1.00 0.00 2.46 3.00 0.17 59.16
0.00 0.00 1.00 0.41 1.41 0.39 1.00 -0.02 0.14 0.95 1.16 0.61 24.45
-0.00 -0.00 -0.00 1.00 1.00 0.94 2.45 -2.50 0.33 2.32 0.38 1.50 50.53
-0.00 -0.00 -0.00 -0.00 1.00 0.89 1.24 -2.35 1.67 2.13 -0.33 2.20 49.02
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.10 1.75 0.10 1.75 1.43 18.65
-0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 1.00 0.28 -0.54 0.38 -0.29 -6.28
Solusi SPL:
x 1 = 0.00
x 2 = 0.00
x 3 = 0.00
x_4 = -354834345.60
x^{-}5 = 4717849.46
x 6 = 217964285.29
x 7 = 183584743.93
x_8 = -74650558.50
x 9 = -108934172.43
x_10 = -196662724.79
x_11 = -196662.72
x 12 = -196.88
```

4a) Interpolasi Polinom

x = 0.2

```
Masukkan banyak titik : 7

Masukkan titik - titiknya :
0.4 0.043
0.7 0.005
0.11 0.058
0.14 0.072
0.17 0.1
0.2 0.13
0.23 0.147

Masukkan x titik yang dicari: 0.2
f(0.2) = 0.1300000000201295
```

x = 0.55

```
Masukkan banyak titik : 7
Masukkan titik - titiknya :
0.4 0.043
0.7 0.005
0.11 0.058
0.14 0.072
0.17 0.1
0.2 0.13
0.23 0.147
Masukkan x titik yang dicari: 0.55
f(0.55) = 2.1375716246084266
```

x = 0.85

```
Masukkan banyak titik : 7

Masukkan titik - titiknya :
0.4 0.043
0.7 0.005
0.11 0.058
0.14 0.072
0.17 0.1
0.2 0.13
0.23 0.147

Masukkan x titik yang dicari: 0.85
f(0.85) = -66.26963940670248
```

```
Masukkan banyak titik : 7
Masukkan titik - titiknya :
0.4 0.043
0.7 0.005
0.11 0.058
0.14 0.072
0.17 0.1
0.2 0.13
0.23 0.147
Masukkan x titik yang dicari: 1.28
f(1.28) = -3485.1449064146964
```

4b)

x = 6.516

```
Masukkan banyak titik : 10
Masukkan titik - titiknya :
6.567 12624
7 21807
7.258 38391
7.451 54517
7.548 51952
7.839 28228
8.161 35764
8.484 20813
8.709 12408
9 10534
Masukkan x titik yang dicari: 6.516
f(6.516) = -7.679638158761686E7
```

```
Masukkan banyak titik : 10
Masukkan titik - titiknya :
6.567 12624
7 21807
7.258 38391
7.451 54517
7.548 51952
7.839 28228
8.161 35764
8.484 20813
8.709 12408
9 10534
Masukkan x titik yang dicari: 8.323
f(8.323) = -1.7517320482895213E8
```

x = 9.167

```
Masukkan banyak titik : 10
Masukkan titik - titiknya :
6.567 12624
7 21807
7.258 38391
7.451 54517
7.548 51952
7.839 28228
8.161 35764
8.484 20813
8.709 12408
9 10534
Masukkan x titik yang dicari: 9.167
f(9.167) = -2.5917019953769353E8
```

```
x = 10
```

```
Masukkan banyak titik : 10
Masukkan titik - titiknya :
6.567 12624
7 21807
7.258 38391
7.451 54517
7.548 51952
7.839 28228
8.161 35764
8.484 20813
8.709 12408
9 10534
Masukkan x titik yang dicari: 10
f(10.0) = -3.91635878558911E8
```

4c)

n = 5

$$f(x) = (1.59 \times x) + (-1.856 \times x^2) + (1.001 \times x^3) + (-0.199 \times x^4)$$

5) Interpolasi bikubik

F(0,0)

```
Pilih sumber masukan (input)
1. Console
2. Text File
Pilih masukan: 1
Masukkan matrix 4x4:
153 59 210 96
125 161 72 81
98 101 42 12
21 51 0 16
Masukkan nilai x:
0
Masukkan nilai y:
0
Hasil interpolasi: 161.0
```

F(0.5,0.5)

```
Pilih sumber masukan (input)

1. Console

2. Text File
Pilih masukan: 1
Masukkan matrix 4x4:
153 59 210 96
125 161 72 81
98 101 42 12
21 51 0 16
Masukkan nilai x:
0.5
Masukkan nilai y:
0.5
Hasil interpolasi: 97.7265625
```

F(0.25, 0.75)

```
Pilih sumber masukan (input)
1. Console
2. Text File
Pilih masukan: 1
Masukkan matrix 4x4:
153 59 210 96
125 161 72 81
98 101 42 12
21 51 0 16
Masukkan nilai x:
0.25
Masukkan nilai y:
0.75
Hasil interpolasi: 139.3055419921875
```

F(0.1,0.9)

```
Pilih sumber masukan (input)
1. Console
2. Text File
Pilih masukan: 1
Masukkan matrix 4x4:
153 59 210 96
125 161 72 81
98 101 42 12
21 51 0 16
Masukkan nilai x:
0.1
Masukkan nilai y:
0.9
Hasil interpolasi: 156.84851849999998
```

6) Studi Kasus Regresi Linier Berganda

```
REGRESI LINIER BERGANDA
Pilih sumber masukan (input)
1. Console
2. Text File
Pilih masukan: 1
Masukkan banyaknya variabel: 2
Masukkan banyaknya sampel: 3
Masukkan sampel:
1.04 1.0953 3.2655
2.03 5.1689 21.7438
3.42 17.3356 113.4308
Masukkan x yang dicari
3.23 15.1827
Solusi Regresi:
f = 95.90324
```

BAB V

KESIMPULAN

Sistem persamaan linear (SPL) dapat diselesaikan dengan berbagai metode seperti Gauss, Gauss-Jordan, inverse, dan Cramer. SPL juga dapat diimplementasikan ke berbagai macam aplikasi seperti untuk menghitung Interpolasi polinom maupun bikubik dan juga untuk menghitung regresi linier berganda. Pada tugas besar IF2123 kali ini, kita sudah membuat kalkulator matrix yang bisa menghitung SPL dan beberapa aplikasinya dengan beberapa metode. Tapi, dibalik kalkulator itu masih terdapat kesalahan-kesalahan seperti belum adanya input dan output berupa file dan masih adanya kesalahan algoritma di beberapa fungsi.

Saran dari kami untuk kedepannya, kami berharap diadakannya modul dan contoh-contoh program yang menggunakan bahasa java. Kami juga berharap diadakannya asistensi namun sifatnya tidak wajib sehingga apabila kita membutuhkan asistensi kita bisa mendapatkannya tapi tidak ada paksaan untuk melakukan asistensi.

Refleksi dari kami yaitu tidak menunda - nunda dalam pengerjaan baik tubes Algeo maupun tubes - tubes lainnya mendatang dan juga tidak terlalu santai dalam proses pengerjaan semua tugas yang akan datang.

REFERENSI

- 1. https://www.youtube.com/watch?v=0jreaBRIOTo (Diakses 27 September 2022)
- 2. https://docs.google.com/presentation/d/1KCn_A7eI2S6gMHjh8zaHEZOVsL1c9X3O/edit#slide=id.p2 (Diakses 27 September 2022)
- 3. https://www.youtube.com/watch?v=poY_nGzEEWM&ab_channel=Computerphile (Diakses 30 September 2022)
- 4. https://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian elimination (Diakses 27 September 2022)
- 5. https://en.wikipedia.org/wiki/Bicubic interpolation (Diakses 30 September 2022)
- 6. https://www.techtarget.com/whatis/definition/polynomial-interpolation (Diakses 30 September 2022)
- 7. https://id.wikipedia.org/wiki/Kaidah_Cramer#:~:text=Dalam%20aljabar%20linear%2C%20kaidah%20Cramer,tersebut%20memiliki%20solusi%20yang%20tunggal. (Diakses 29 September 2022)

LAMPIRAN

Link Repository Github : https://github.com/ditramadia/Algeo01-21001