Zadanie Wyznacz wartości parametrów a i b we wzorze funkcji $f(x) = \log_2(ax + b)$, jeśli wiadomo, że punkty A(1,3) oraz B(4,5) należą do wykresu funkcji f. Wyznacz dziedzinę funkcji f.

Rozwiązanie:

Najpierw trzeba ustalić wzór funkcji f (czyli wyznaczyć współczynniki a i b). W tym celu podstawimy współrzędne punktów A i B do wzoru funkcji f, w konsekwencji czego otrzymamy układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi:

$$\begin{cases} 3 = \log_2(a \cdot 1 + b) \\ 5 = \log_2(a \cdot 4 + b) \end{cases}$$
$$\begin{cases} a + b = 2^3 \\ 4a + b = 2^5 \end{cases}$$
$$\begin{cases} a + b = 8 \\ 4a + b = 32 \end{cases}$$

Rozwiązujemy układ równań, np. odejmując równania stronami:

$$-3a = -24$$
$$a = 8$$

Zatem: b = 0

Czyli otrzymujemy wzór funkcji:

$$f(x) = \log_2(8x)$$

Jeżeli mamy dany logarytm $\log_a b$, to musimy założyć, że a>0 i $a\neq 1$ oraz b>0. W ten sposób określa się dziedzinę logarytmu.

Zatem dziedzina funkcji f jest następująca:

Odpowiedź: Dziedziną funkcji f jest zbiór $(0, +\infty)$.