

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО
Факультет систем управления и робототехники

Лабораторная работа №3
«Вынужденное движение»
по дисциплине «Теория автоматического управления»
Вариант: 16

Подготовил: Дюжев Владислав Дмитриевич
Группа: R33353
Преподаватель: Пашенко А. В.

Санкт-Петербург 2023 г.

Содержание

1	Вынужденное движение	2
2	Качество переходных процессов	4
3	Свертка, как произведение образов Лапласа	7
4	Выводы	8

Предисловие

При выполнении данной лабораторной работы было решено использовать [Python Control Systems Library](#). Данный инструмент является альтернативой Matlab, адаптированной для использования на языке Python и предоставляет широкий функционал для анализа и моделирования систем, а также синтеза регуляторов для управления.

Полный листинг моделирования систем представлен в [jupyter notebook](#) на GitHub.

1 Вынужденное движение

Рассмотрим систему второго порядка в форме В-В:

$$\ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = u \quad (1)$$

Согласно заданию, выберем три набора корней (λ_1, λ_2) , удовлетворяющих модам из задания (5,6,7) и найдем необходимые пары коэффициентов (a_1, a_0) :

1. Нейтральная и пропорциональная времени: $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0; a_1 = 0, a_0 = 0$
2. Пара консервативных мод: $\lambda_1 = i, \lambda_2 = -i; a_1 = 0, a_0 = 1$
3. Пара устойчивых колебательных мод: $\lambda_1 = -1 - i, \lambda_2 = -1 + i; a_1 = 2, a_0 = 2$

Проведем моделирование систем (рис. 1-3).

Заметим, что устойчивые системы сходятся к единому поведению в течении переходного процесса. Неустойчивые или находящиеся на границе устойчивости могут вести себя по разному в зависимости от подаваемого воздействия.

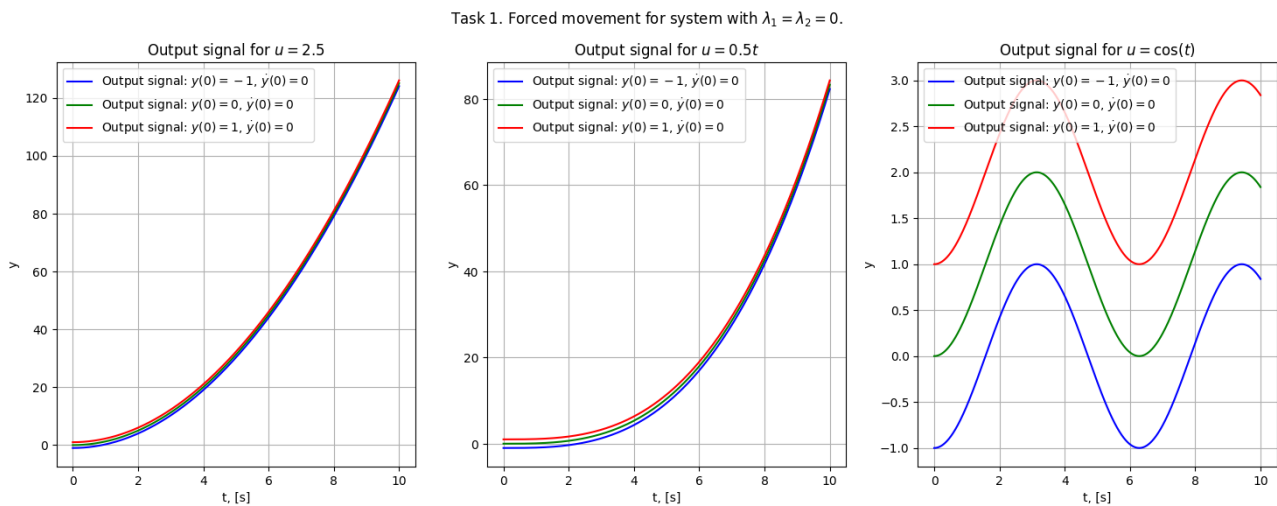


Рис. 1: Выходные сигналы системы 1 при различных начальных условиях и входных воздействиях (задание 1)

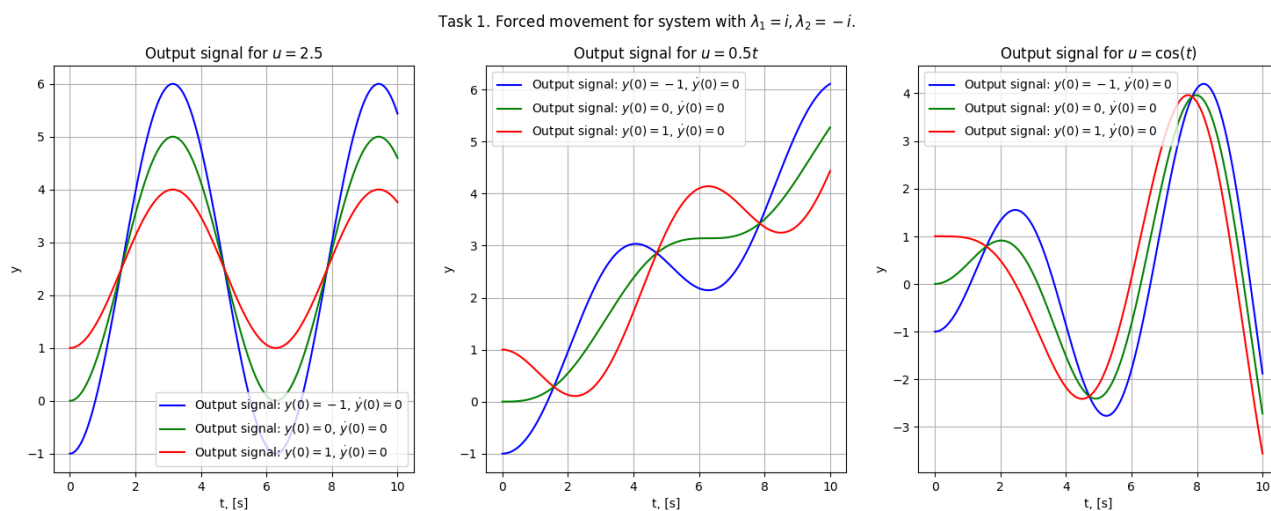


Рис. 2: Выходные сигналы системы 2 при различных начальных условиях и входных воздействиях (задание 1)

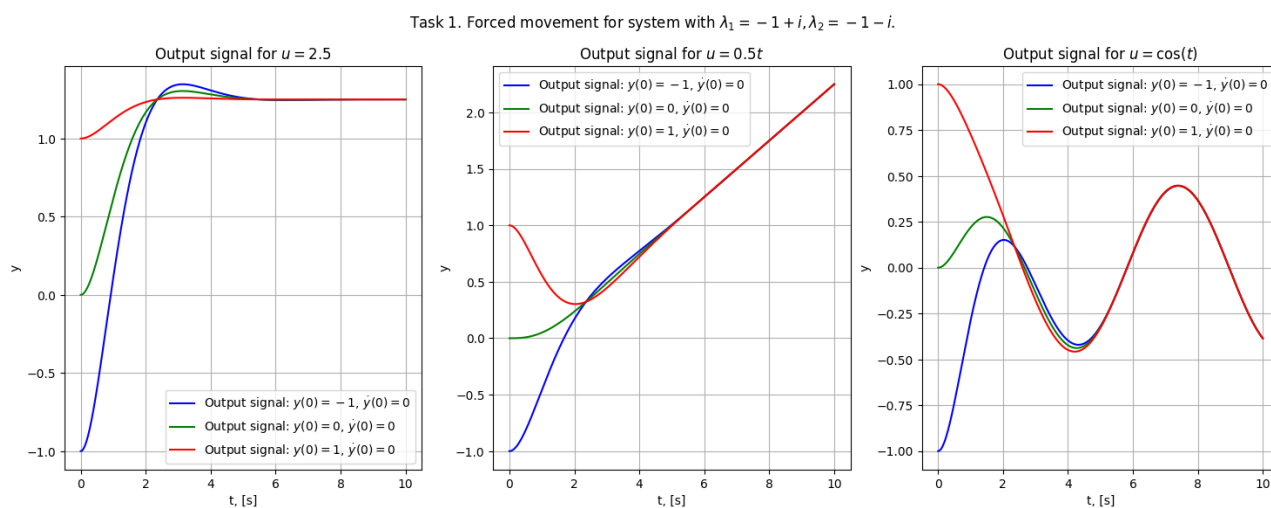


Рис. 3: Выходные сигналы системы 3 при различных начальных условиях и входных воздействиях (задание 1)

2 Качество переходных процессов

Оценивать качество переходного процесса будем с помощью двух параметров: перерегулирования ($\Delta\sigma$) и времени переходного процесса (T_s). Определим T_s как время, после которого система не покидает 5% интервал от установившегося значения. $\Delta\sigma = \left| \frac{y_{max} - y_{st}}{y_{st}} \right|$, где y_{st} - установившееся значение, y_{max} - максимальное по отклонению значение сигнала.

Рассмотрим систему с передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{1}{(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3)} \quad (2)$$

Проведем моделирование системы при нулевых начальных условиях с функцией $1(t)$ в качестве входного воздействия (рис. 4-6).

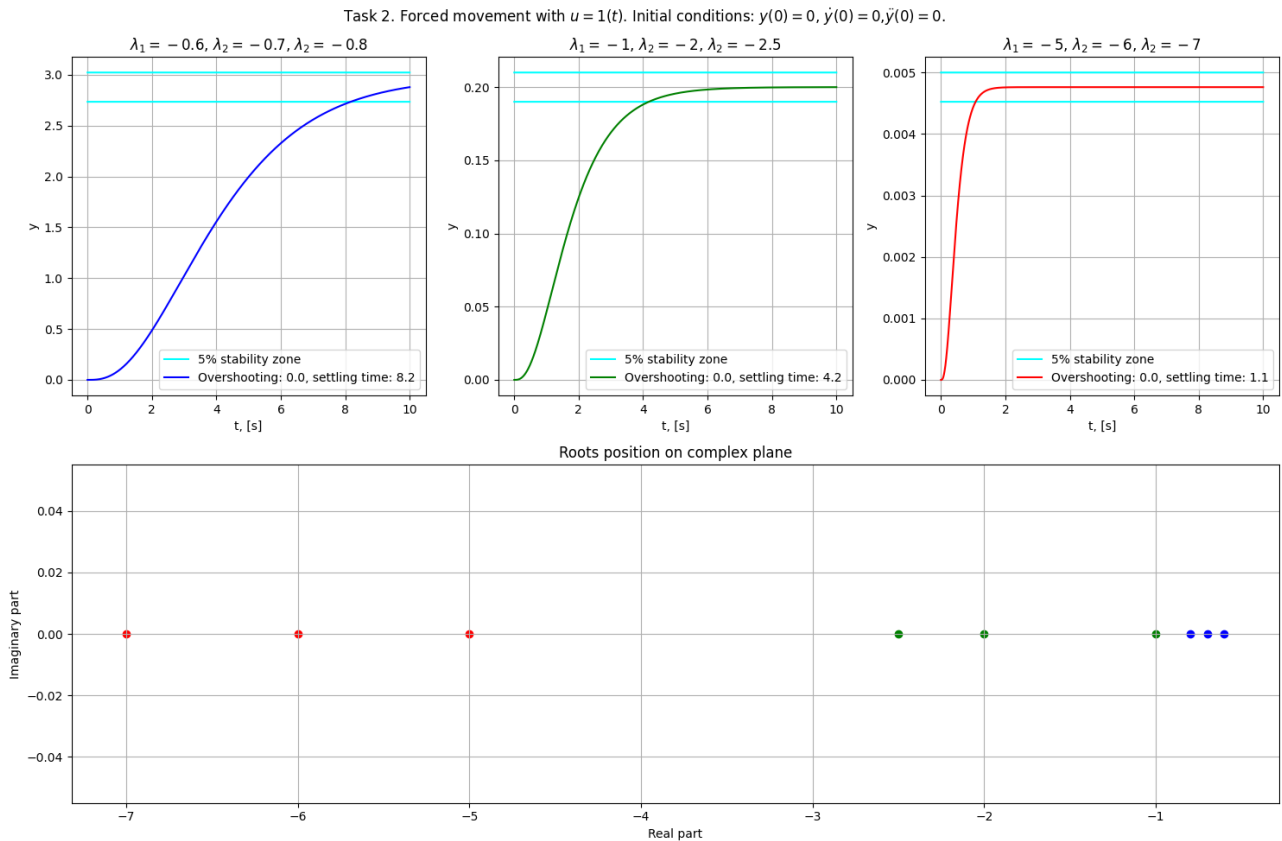


Рис. 4: Исследование влияния чисто действительных корней на качество переходного процесса (задание 2)

Заметим, что при малом по модулю значению полюсов, можно достичь низкого перерегулирования и времени переходного процесса. При увеличении модуля полюсов перерегулирование растет, как и время переходного процесса. При еще больших значениях, перерегулирование вырастает еще больше, однако время сходимости снижается.

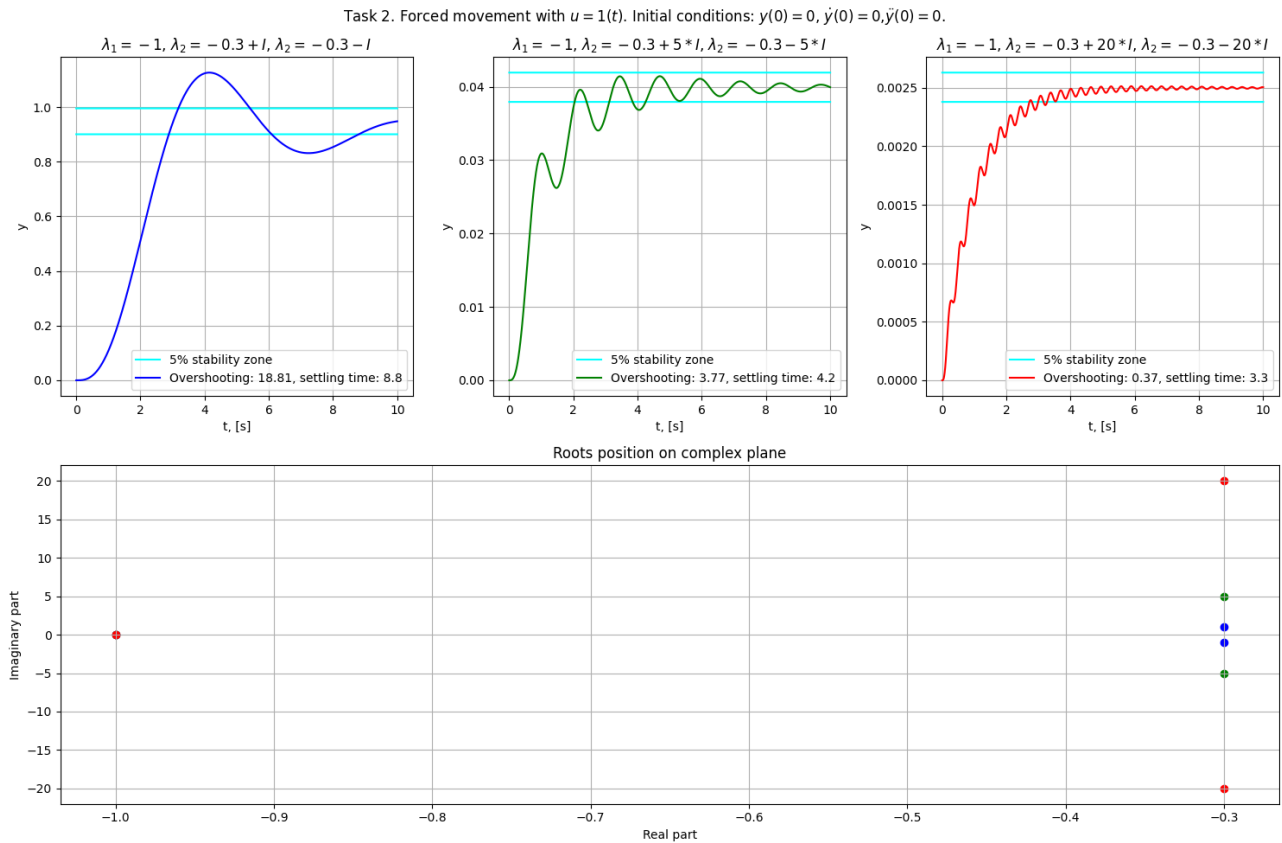


Рис. 5: Исследование влияния величины мнимой части корней на качество переходного процесса (задание 2)

Увеличение мнимой части полюсов ведет к росту времени переходного процесса и перерегулирования.

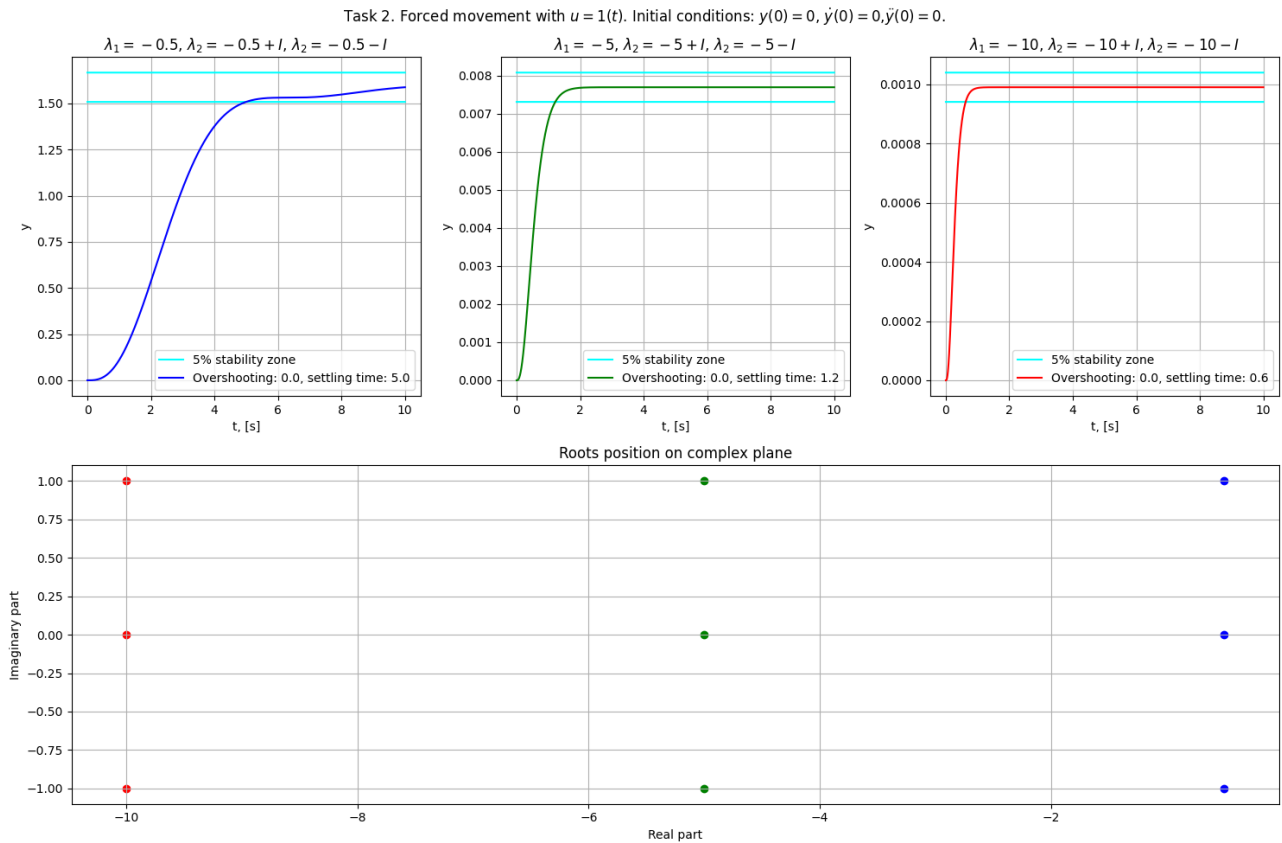


Рис. 6: Исследование влияния действительной части корней на качество переходного процесса (задание 2)

Можем заметить схожее поведение с рис. 4. Мнимая часть добавляет колебательный характер системе.

3 Свертка, как произведение образов Лапласа

Рассмотрим систему вида:

$$y(t) = W(s)[u(t)], W(s) = \frac{6}{(s+2)^4}, u(t) = \cos 2t - 2 \cos 3t \quad (3)$$

Можем записать:

$$y(t) = \int_0^t w(t-\tau)u(\tau)d\tau, w(t) = \mathcal{L}^{-1}(W(s))$$

или:

$$y(t) = Y(s)[\delta(t)], Y(s) = W(s)\mathcal{L}(u(t))$$

Проверим эквивалентность, данных подходов:

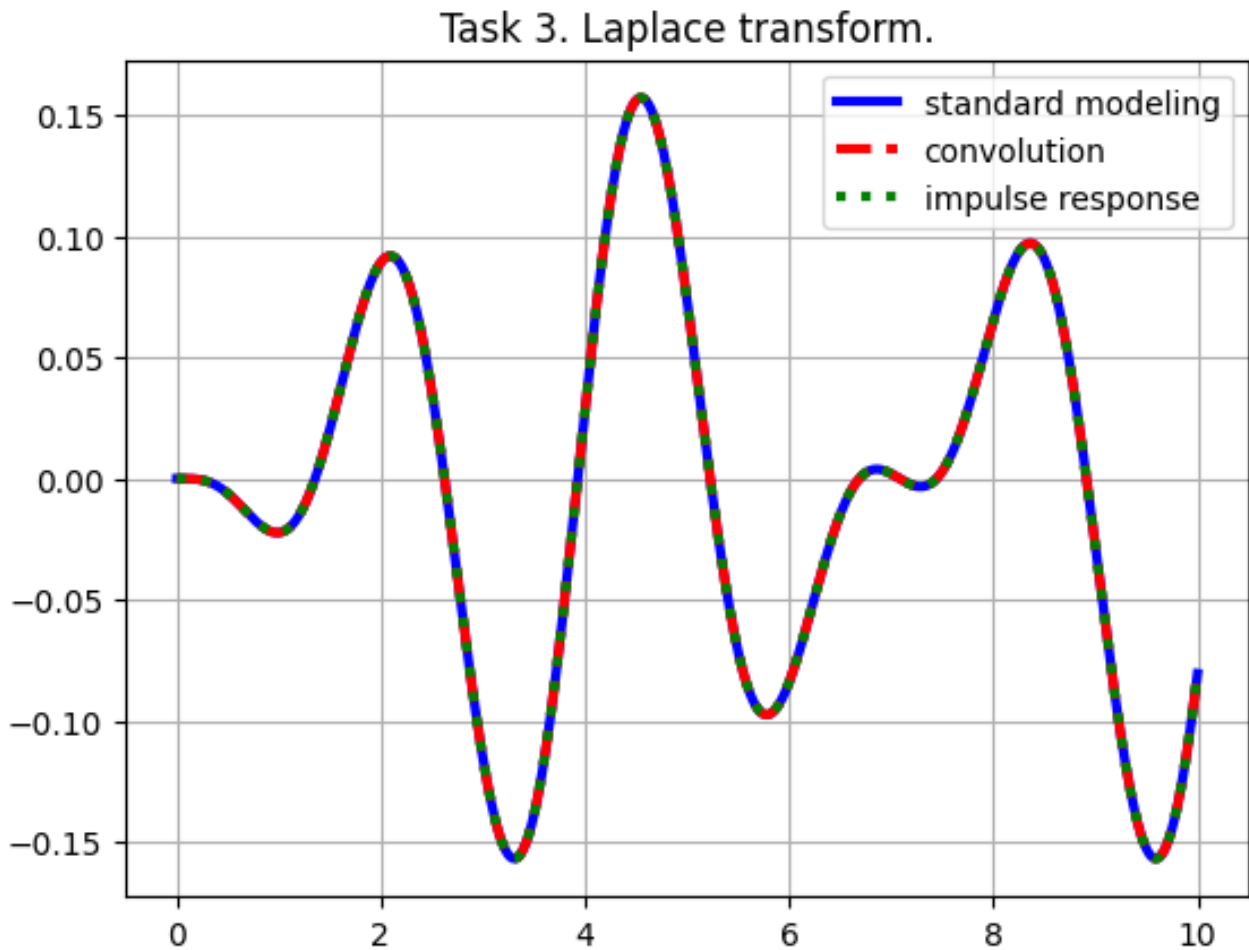


Рис. 7: Сравнение графиков стандартного моделирования процесса, свертки и моделирования в импульсном режиме (задание 3)

Как видим, графики совпадают.

4 Выводы

В ходе данной лабораторной работы удалось изучить поведение систем разных типов устойчивости при вынужденном движении с различными начальными условиями. Также было показано влияние полюсов передаточной функции на характер и параметры переходного процесса. Кроме того, удалось продемонстрировать свойства преобразования Лапласа (в частности, его связь со сверткой функций).

1. Устойчивые системы сходятся к единой траектории при вынужденном движении. Поведение неустойчивых систем предсказать сложно, однако можно заметить, что колебательный характер остается.
2. Снижение действительной части полюсов передаточной функции ведет к более быстрому схождению системы, однако увеличивает перерегулирование. Мнимая часть придает колебательный характер системе, что негативно сказывается на параметрах переходного процесса. Можно заметить, что наибольшее влияние на поведение системы оказывает корень с наибольшим действительной частью.
3. Наглядно подтвердилось утверждение о том, что результат применения преобразования Лапласа к свертке функций равен произведению образов Лапласа данных функций.