Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО
Факультет систем управления и робототехники

Лабораторная работа №4

«Астатизмы»

по дисциплине «Теория автоматического управления»

Вариант: 16

Подготовил: Дюжев Владислав Дмитриевич
Группа: R33353
Преподаватель: Пашенко А. В.

Санкт-Петербург 2023 г.

Предисловие

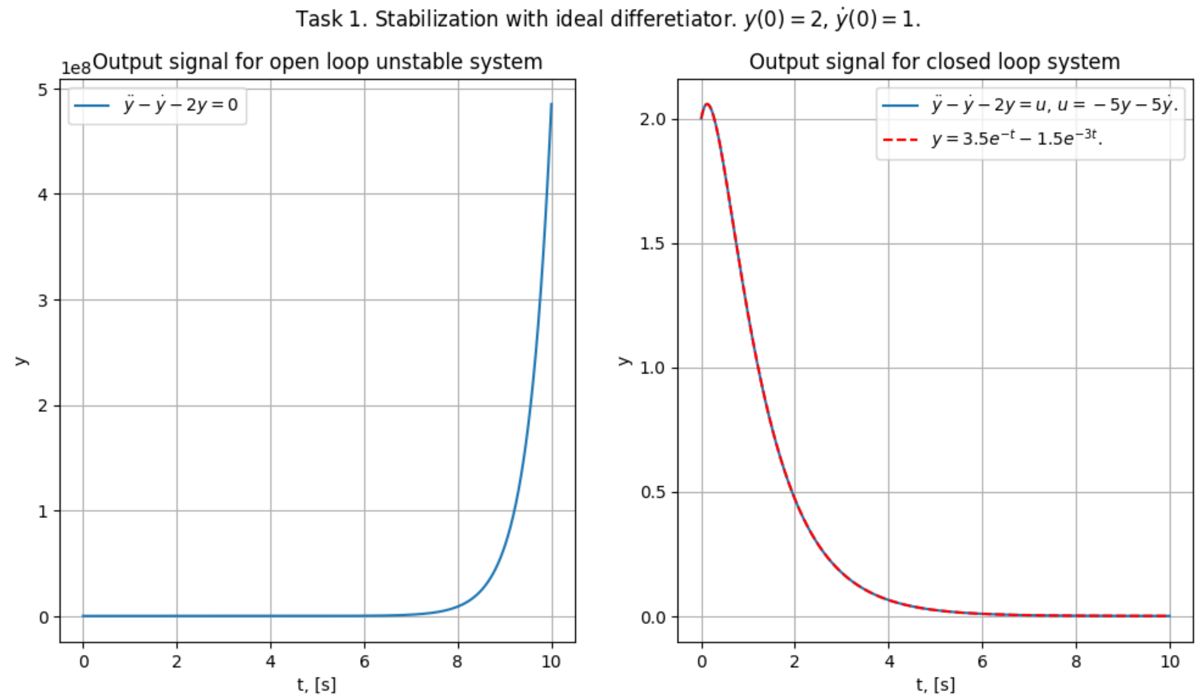
При выполнении лабораторной работы была использована библиотека Python control library. Полный листинг расчетной программы приведен в [репозитории]() GitHub.

Задание 1. Задача стабилизации с идеальным дифференцирующим звеном.

Рассмотрим систему: $\ddot{y} - \dot{y} - 2 = u$. Полюса данной системы: -1 и 2 (устойчивый и неустойчивый).

Замкнем систему регулятором вида: $u = k_0 y + k_1 \dot{y}$. Для стабилизации системы выберем $k_0 =- 5,\ k_1 =- 5$. Теперь оба полюса (-3 и -1) - устойчивые.

Выполним моделирование поведения открытой системы и замкнутой регулятором при ненулевых начальных условиях ($y(0) = 2, \dot{y}(0) = 1$), используя идеальное дифференцирующее звено:



Как видим, систему удалось стабилизировать. Результат моделирования совпал с аналитическим решением

дифференциального уравнения, задающего замкнутую систему:
$y(t) = 3.5e^{-t} - 1.5e^{-3t}$.

Задание 2. Задача стабилизации с реальным дифференцирующим звеном.

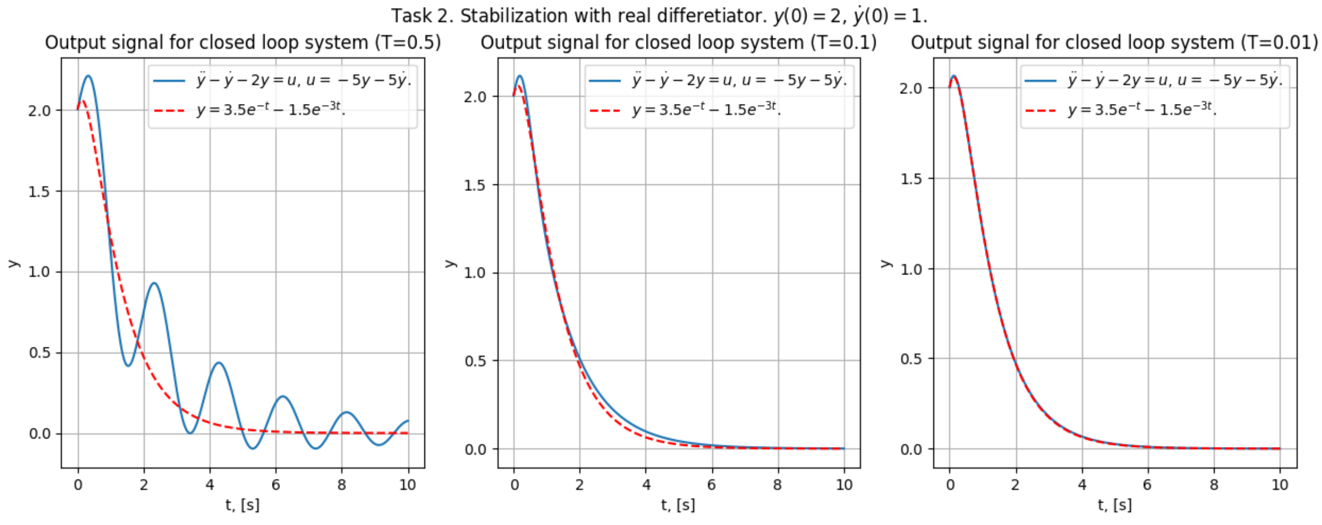
Запишем передаточную функцию системы: $W_{sys} = \frac{1}{s^2 - s - 2}$.

Регулятора: $W_{reg} = -5\frac{s}{Ts+1} - 5$. С учетом обратной связи, общая функция:

$$W = \frac{W_{sys}W_{reg}}{1 - W_{sys}W_{reg}} = \frac{s(-5-5T)-5}{Ts^3+s^2(1-T)+s(4+3T)+3} = \frac{\frac{1}{T}(s(-5-5T)-5)}{s^3+s^2\frac{1-T}{T}+s\frac{4+3T}{T}+\frac{3}{T}}$$

По критерию Гурвица получим условия для устойчивости системы: $T > 0,\ T < 1,\ 3T^2 + 4T - 4 < 0$. Решив неравенства, получаем: $0 < T < \frac{2}{3}$.

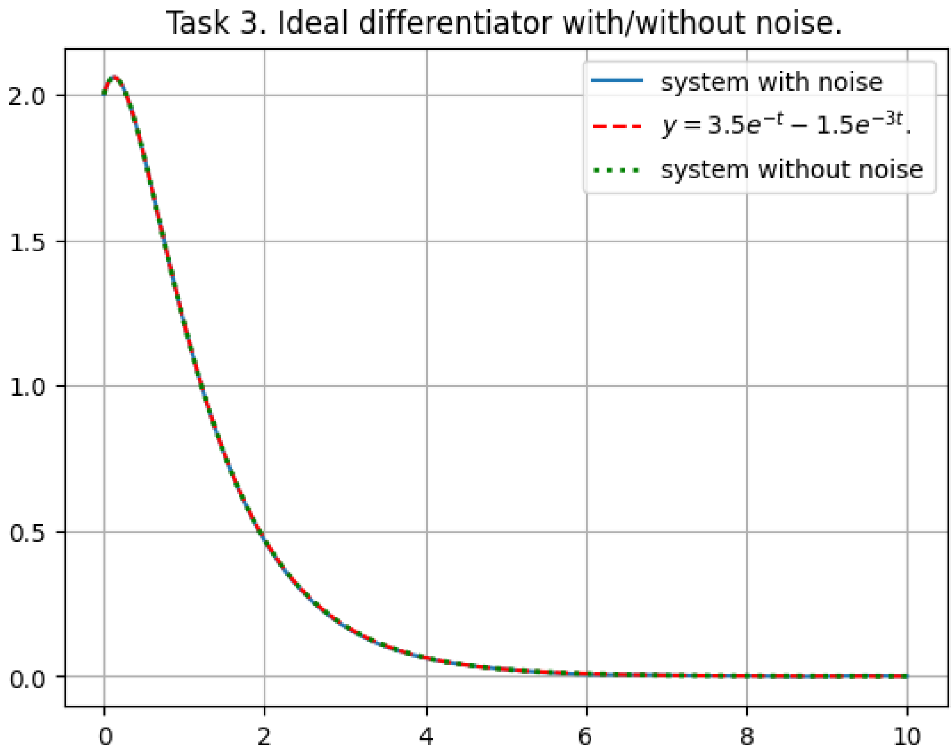
Проведем моделирование систем при разных значениях T, соответствующих устойчивым системам:

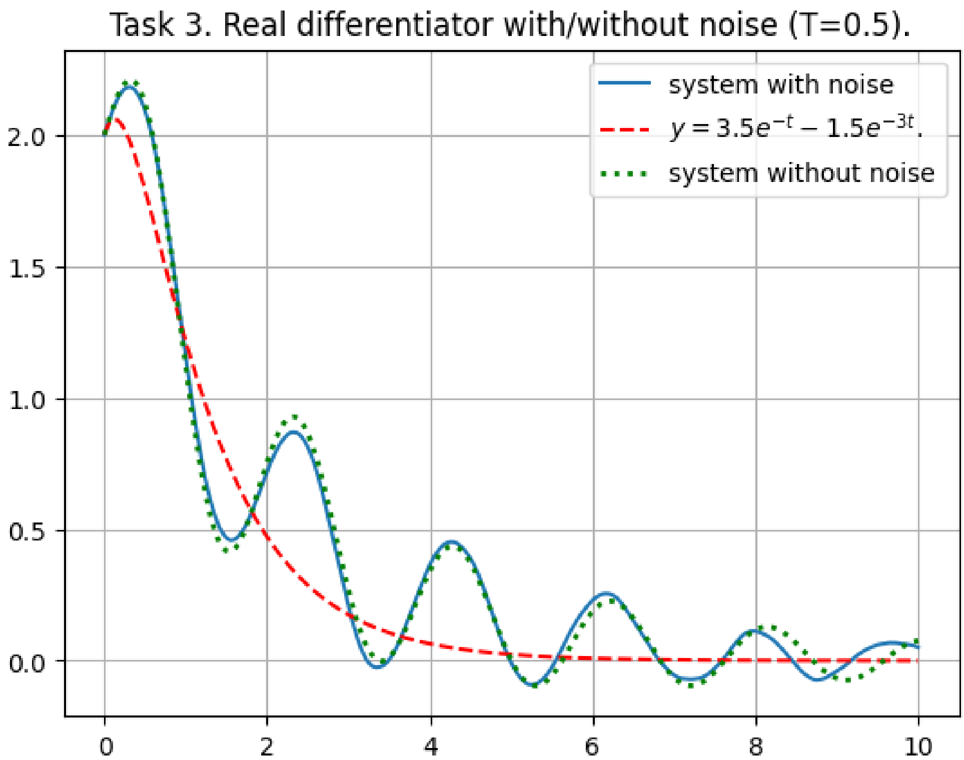


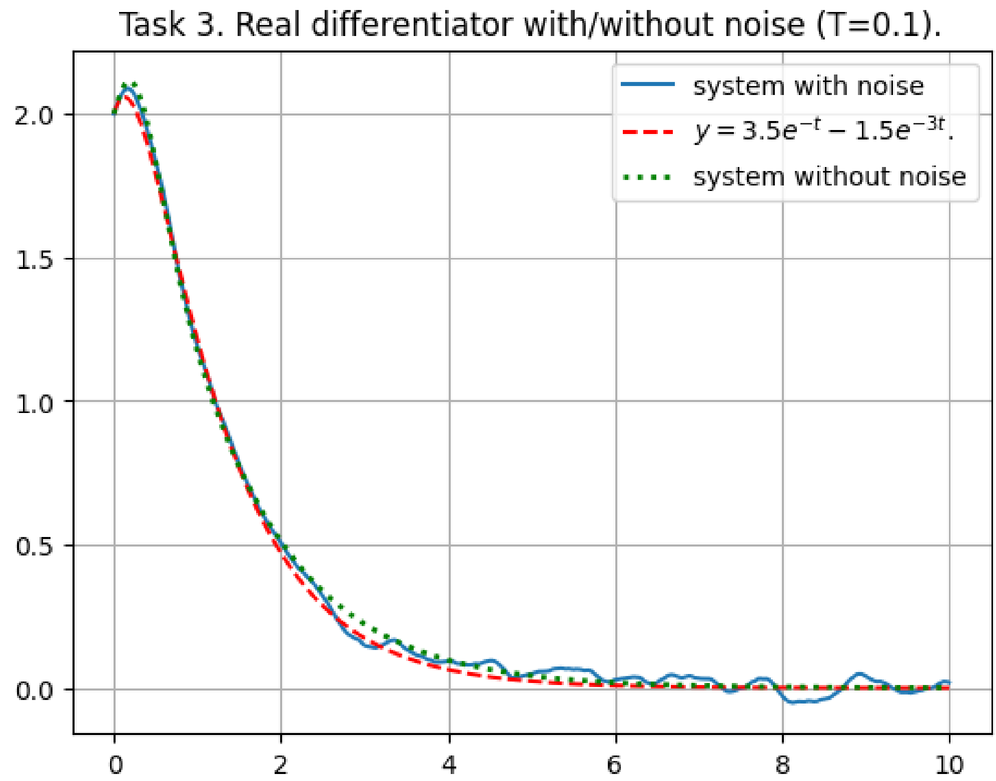
Можем заметить, что система становится ближе к реальным результатам с уменьшением параметра T.

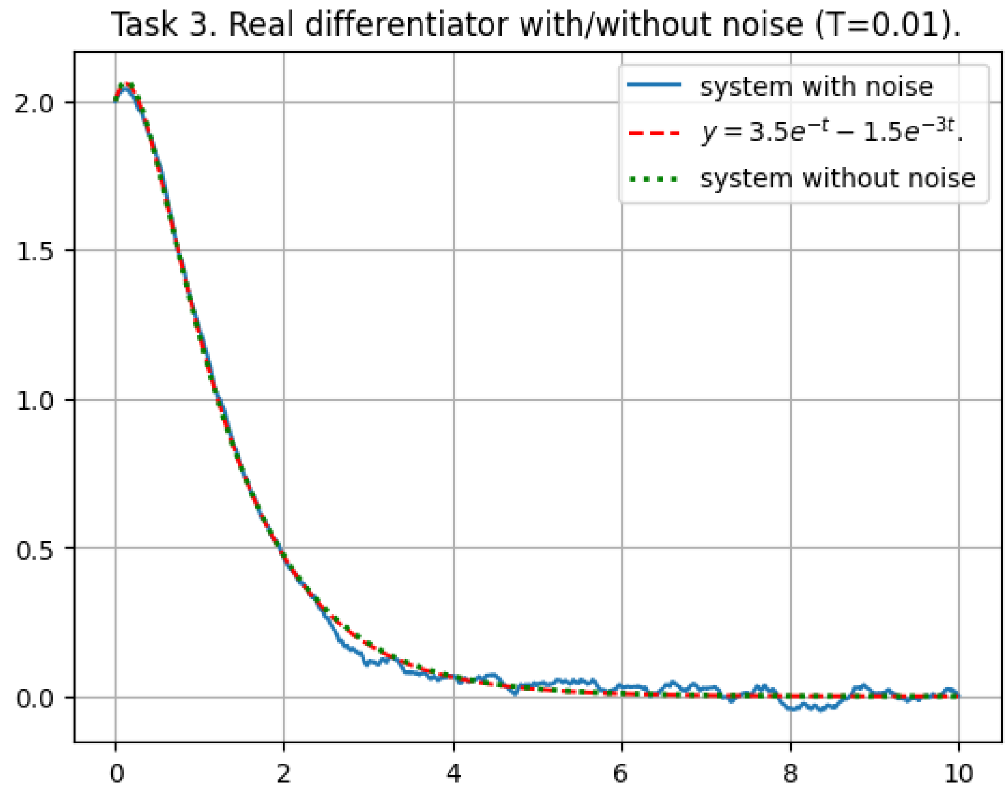
Задание 3. Исследование влияния шума.

Проведем моделирование систем из прошлых заданий с добавлением шума на вход регулятора:







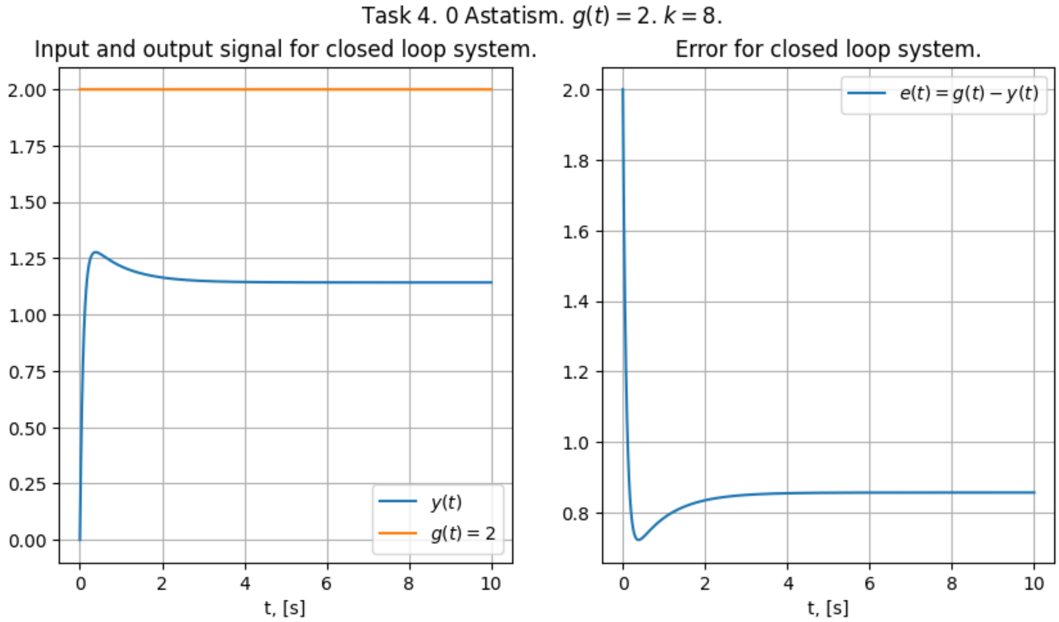


Заметим, что с уменьшением параметра T влияние шума на систему увеличивается (выход становится более прерывистым).

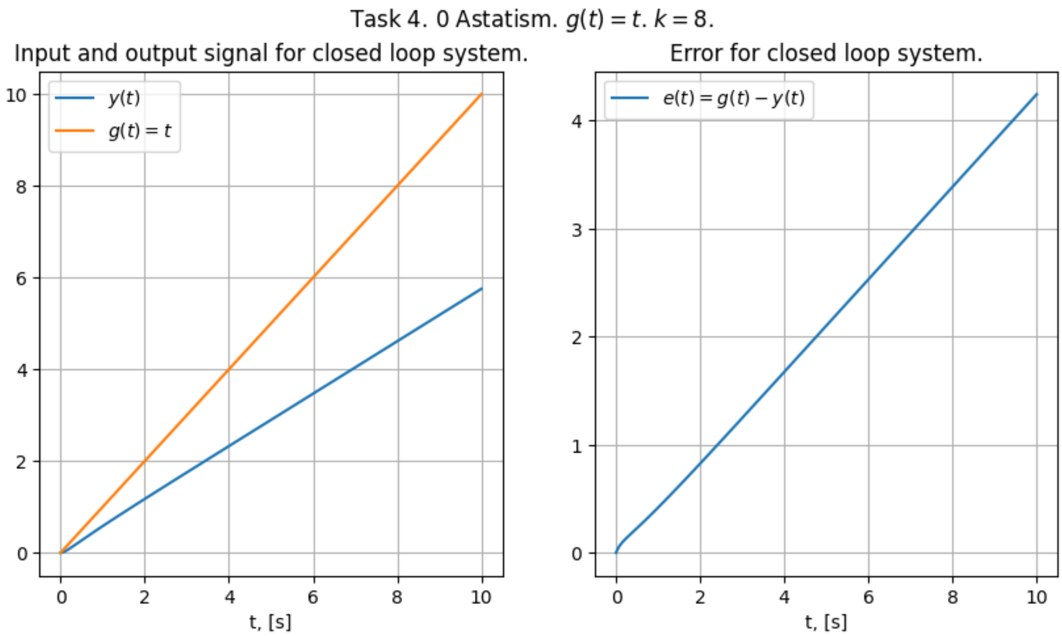
Задание 4. Задача слежения для системы с астатизмом нулевого порядка.

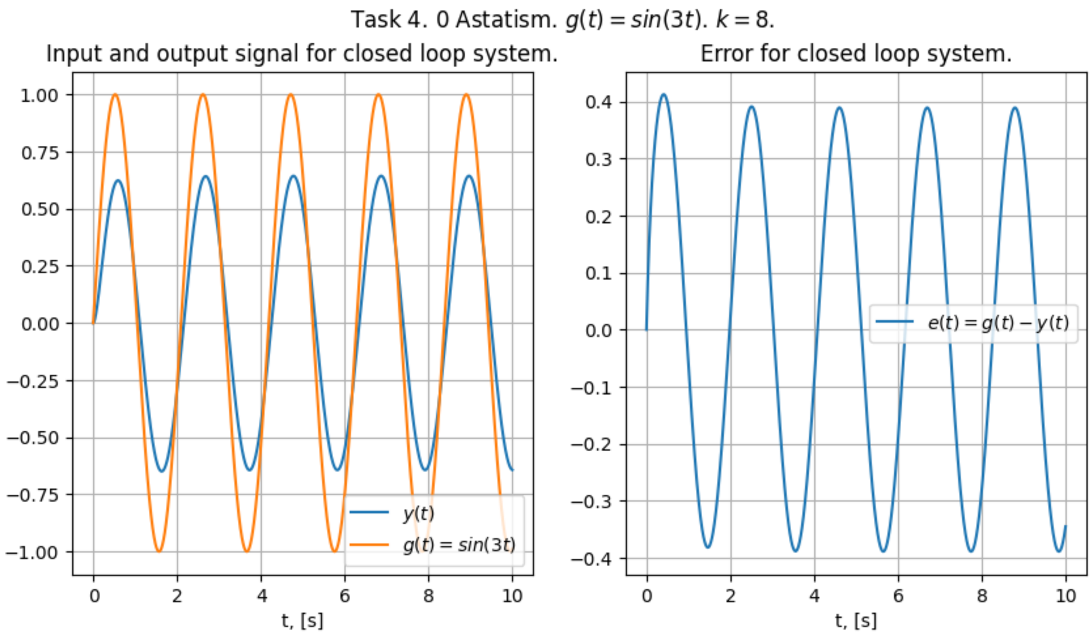
Рассмотрим устойчивую систему вида: $W_{sys} = \frac{s+1}{s^2+5s+6}$.

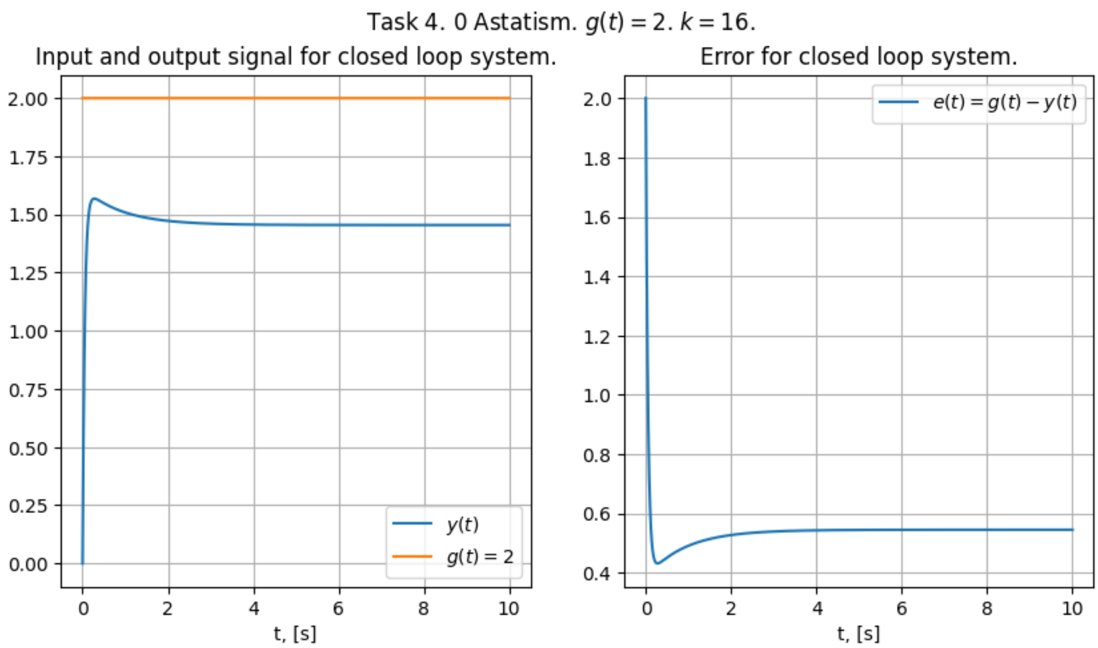
Проведем моделирование данной системы, замкнутой пропорциональным регулятором при разных значениях k и для различных управляющих воздействий:



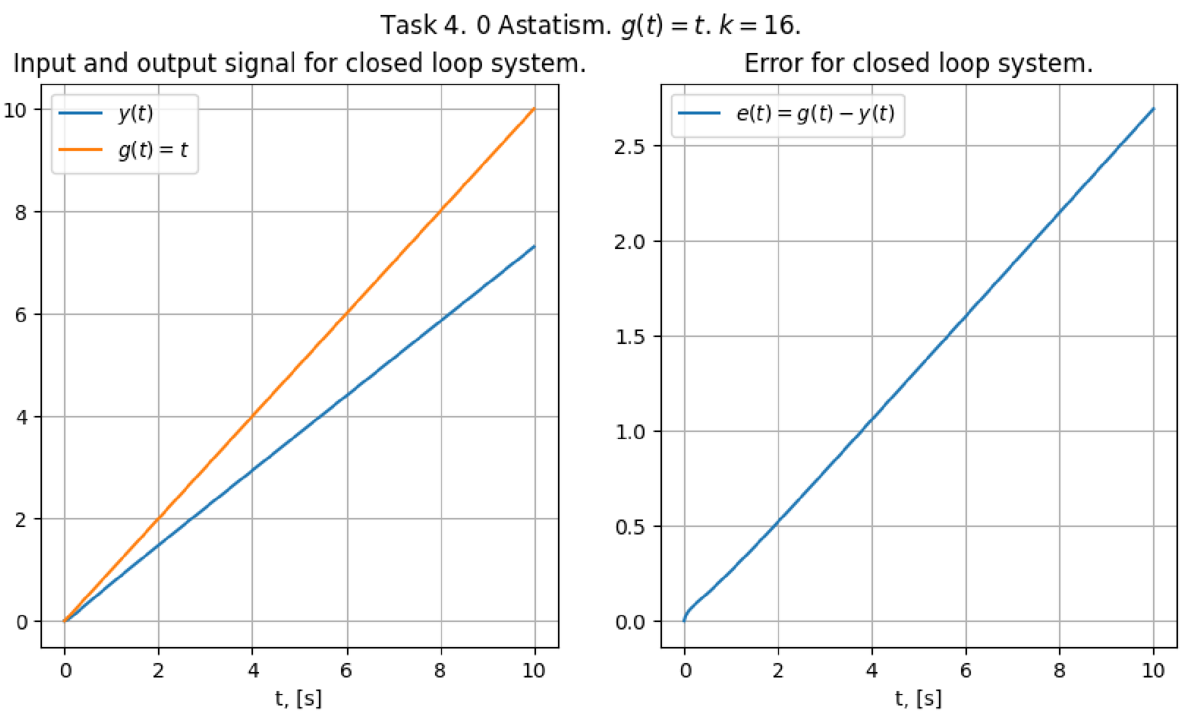
Установившаяся ошибка: $\varepsilon_{уст} = 0.857$.

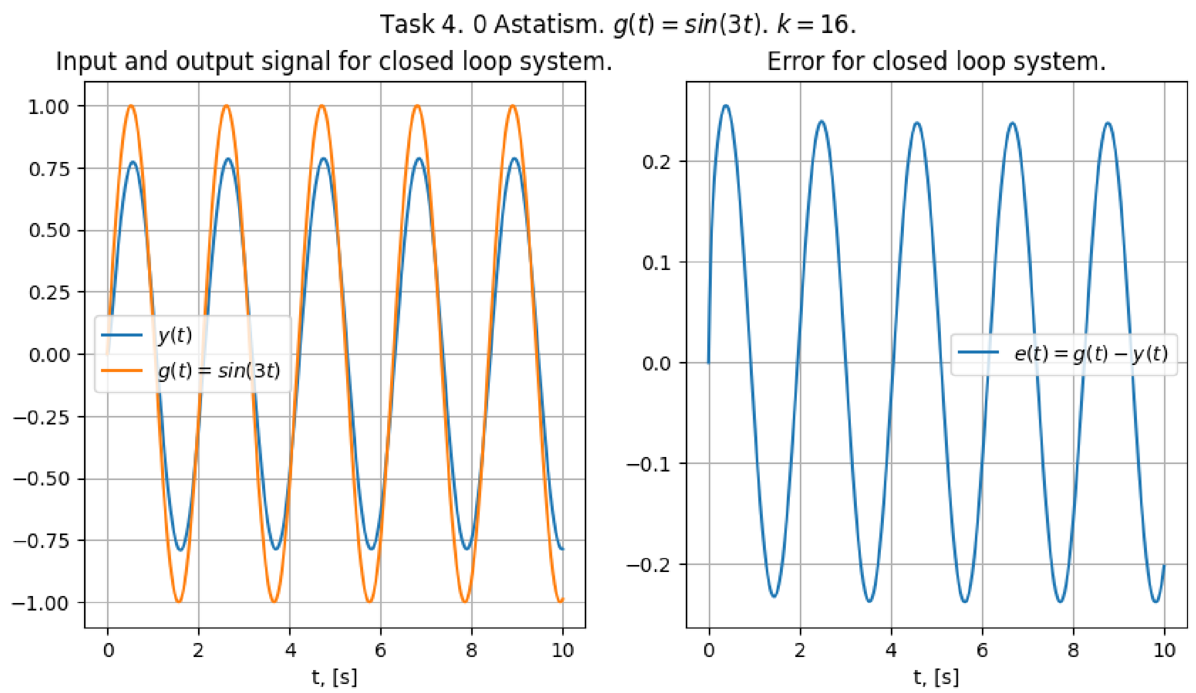


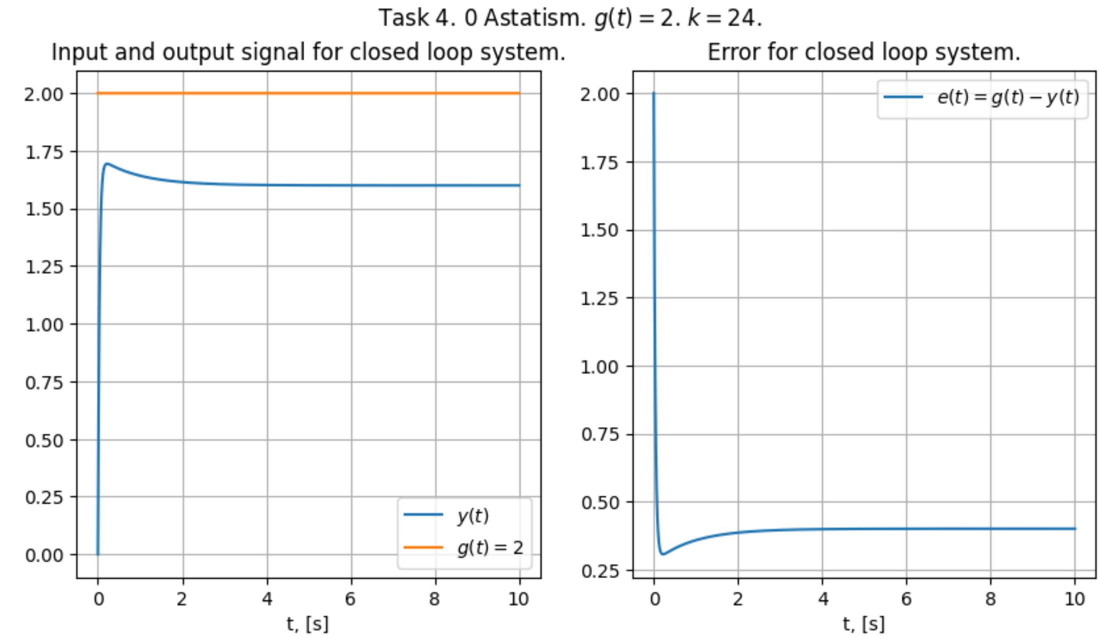




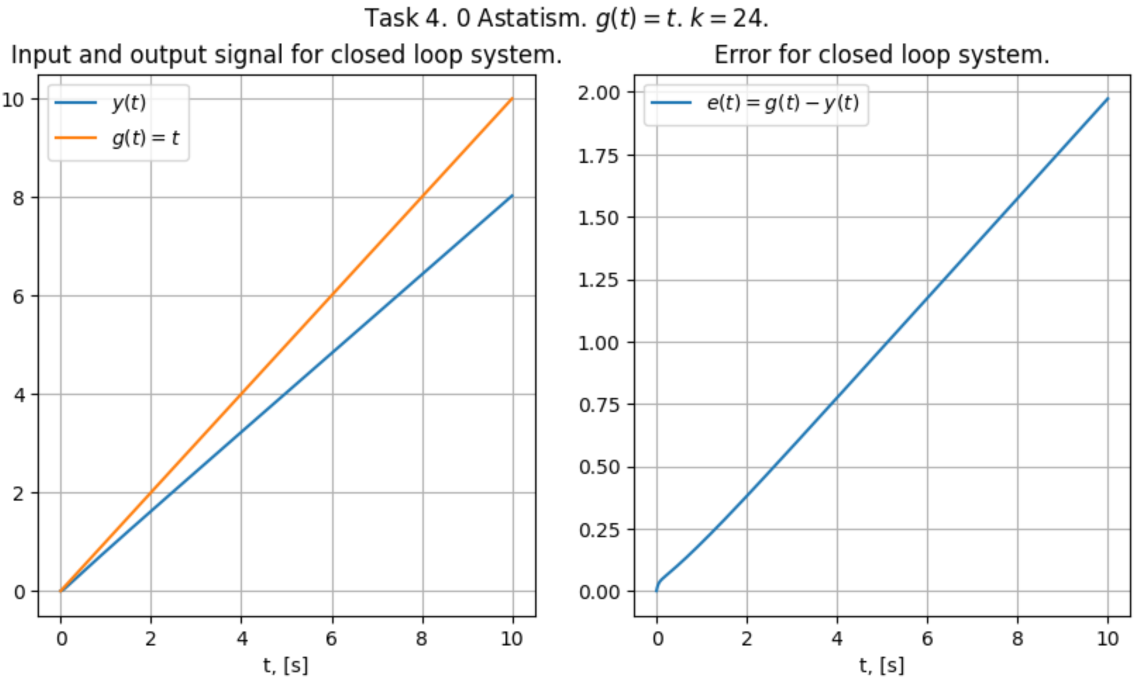
Установившаяся ошибка: $\varepsilon_{\text{уст}} = 0.545$.

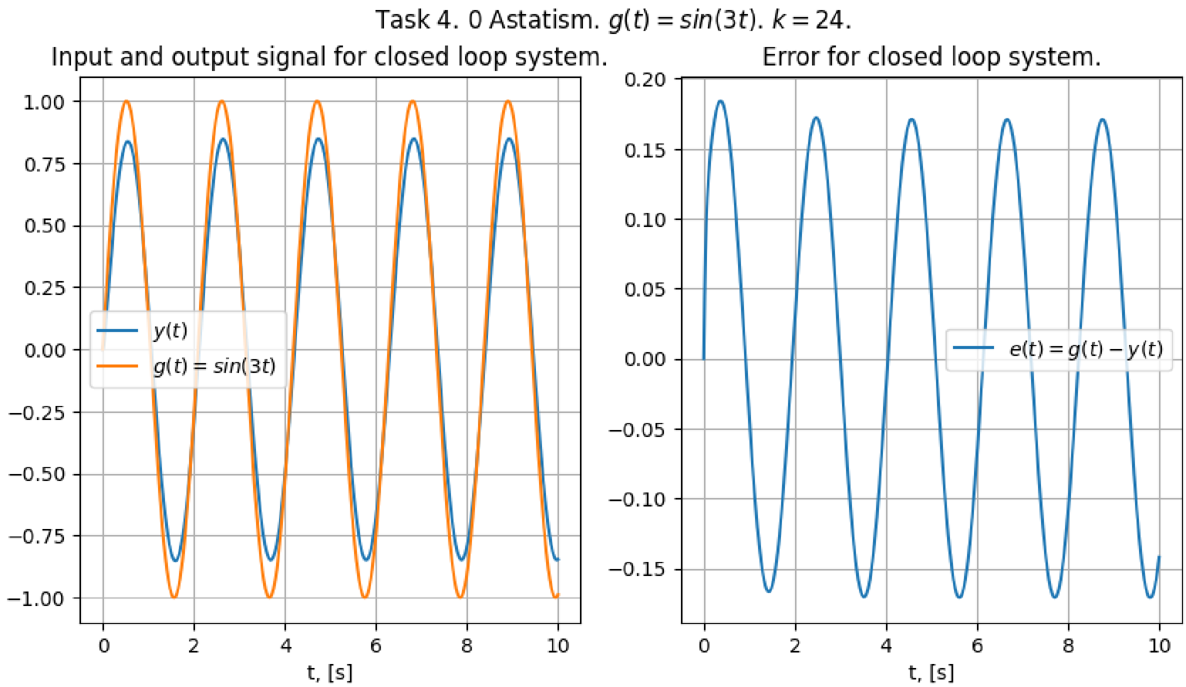

Task 4. 0 Astatism. $g(t) = t$. $k = 16$.
Input and output signal for closed loop system.
$y(t)$
$g(t) = t$
0
2
4
6
8
10
t, [s]
Error for closed loop system.
$e(t) = g(t) - y(t)$
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
t, [s]


Task 4. 0 Astatism. $g(t) = sin(3t)$. $k = 16$.
Input and output signal for closed loop system.
$y(t)$
$g(t) = sin(3t)$
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
0
2
4
6
8
10
t, [s]
Error for closed loop system.
$e(t) = g(t) - y(t)$
0.2
0.1
0.0
−0.1
−0.2
t, [s]



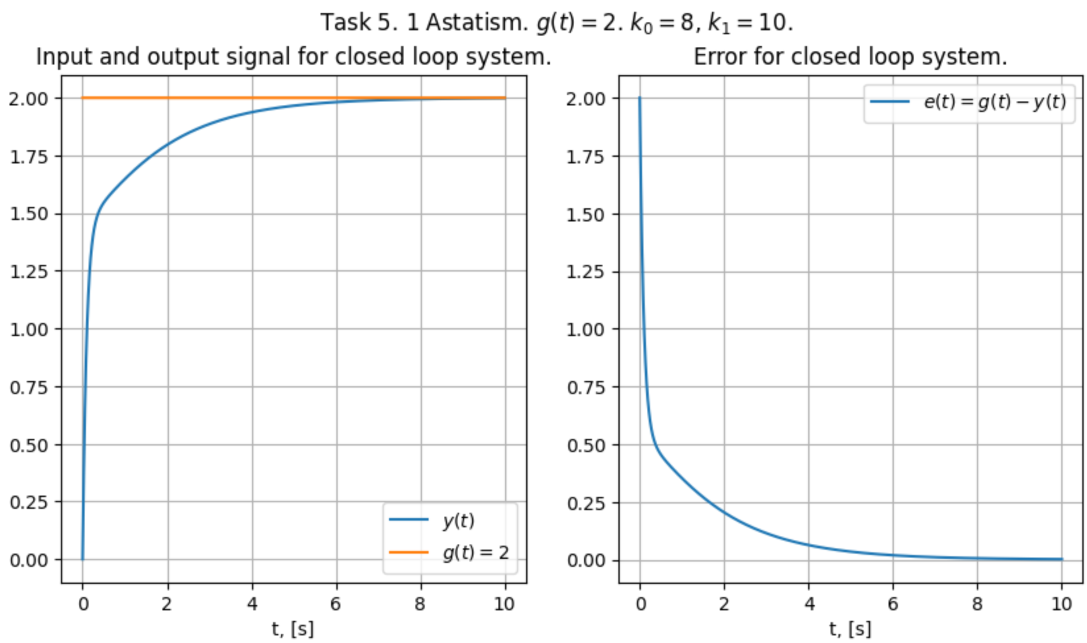
Установившаяся ошибка: $\varepsilon_{уст} = 0.399$.



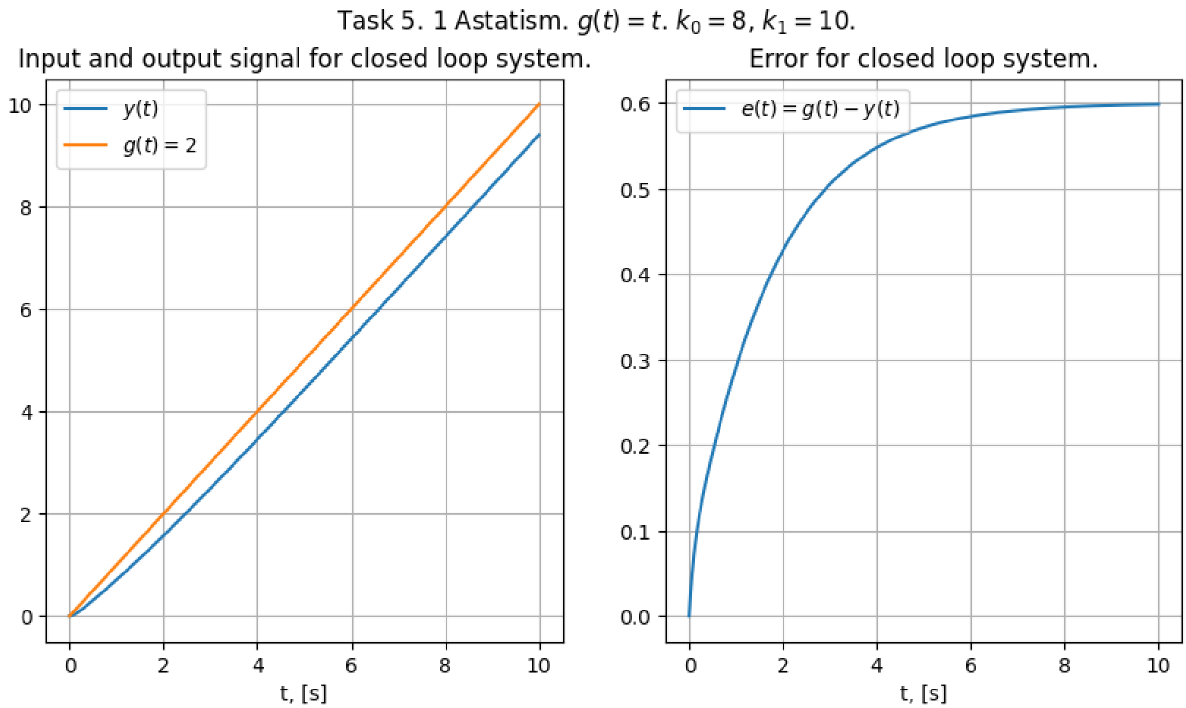


Можно заметить, что с увеличением пропорционального коэффициента, ошибка при моделировании уменьшается (однако линейной зависимости нет).

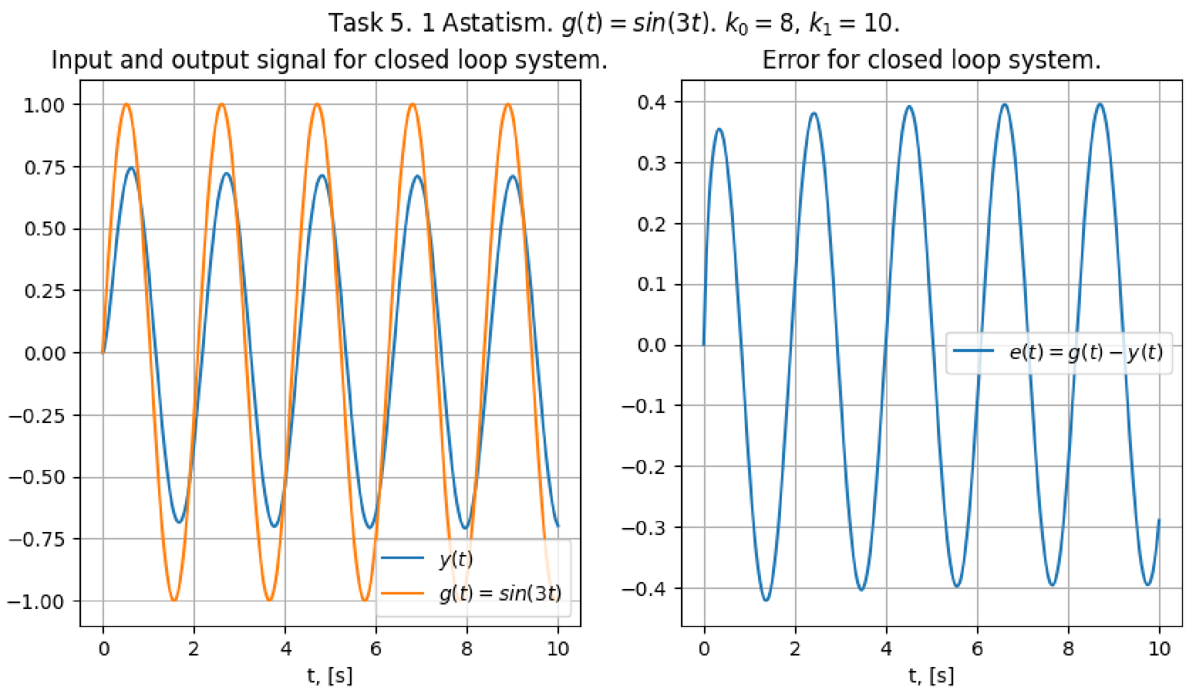
Задание 5. Задача слежения для системы с астатизмом первого порядка.

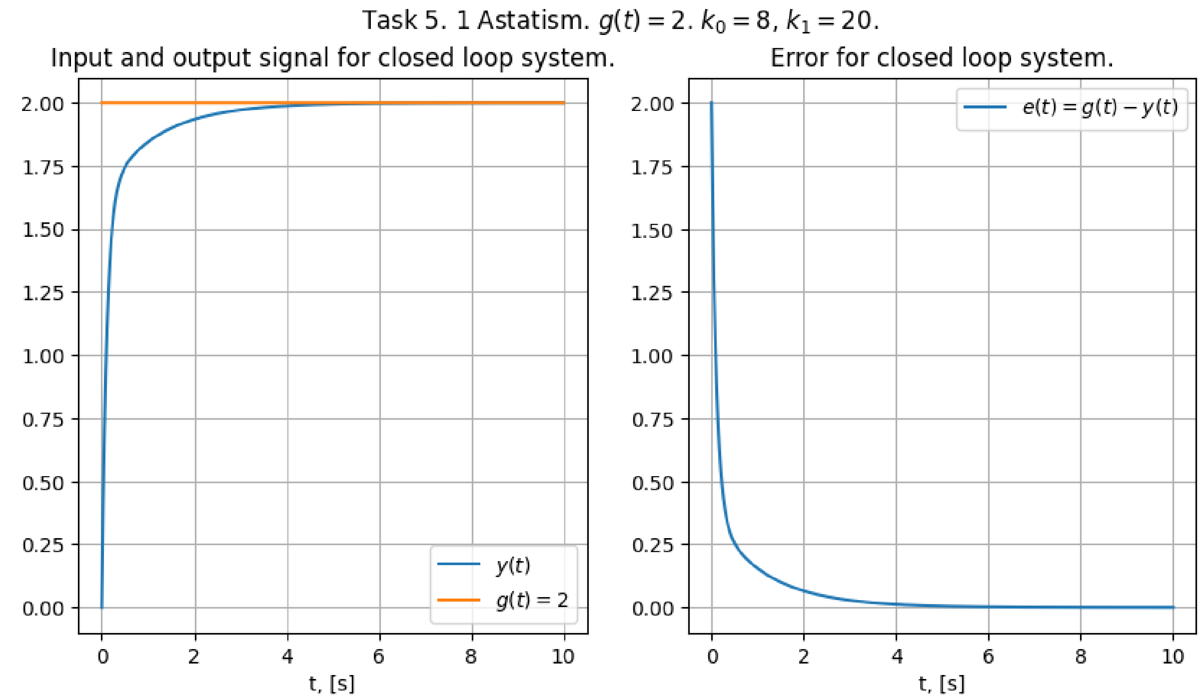


Установившаяся ошибка: $\varepsilon_{уст} = 0.002$.

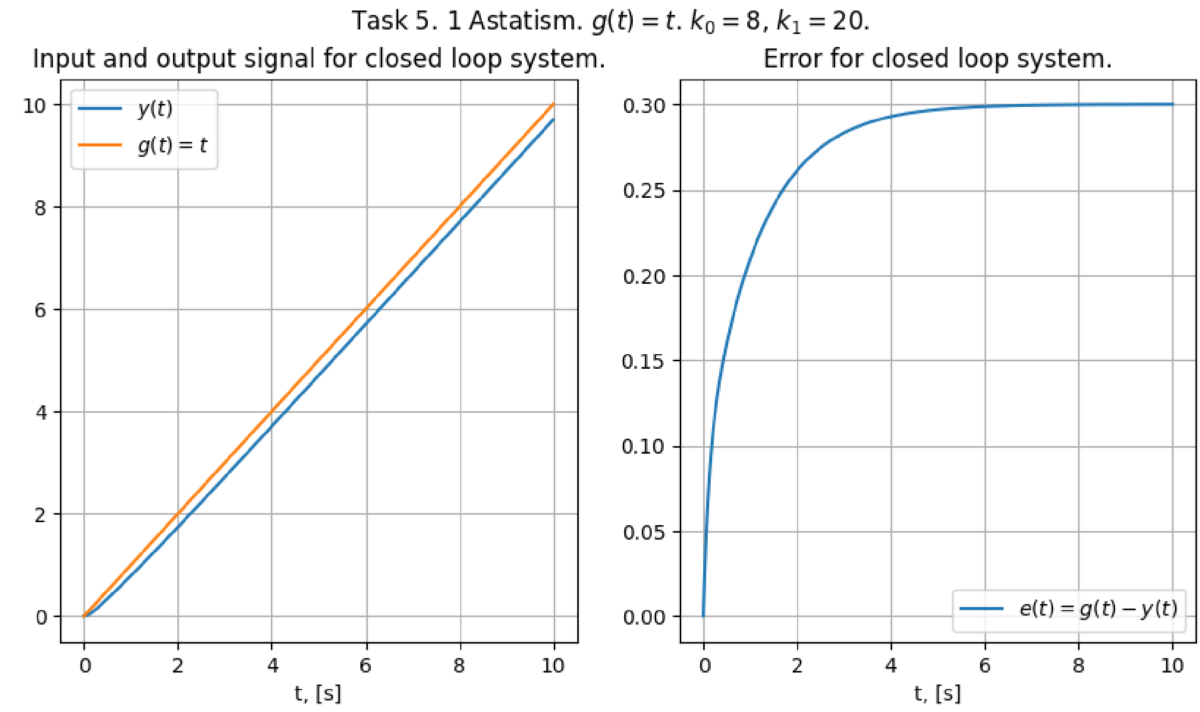


Установившаяся ошибка: $\varepsilon_{уст} = 0.599$.

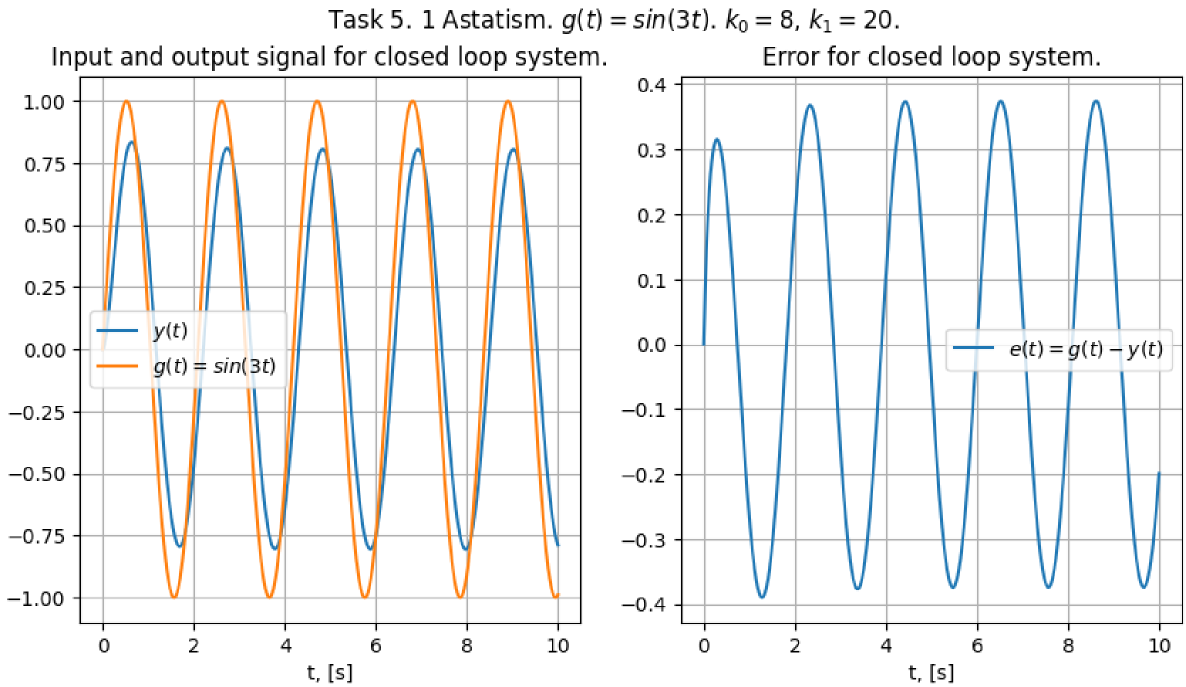


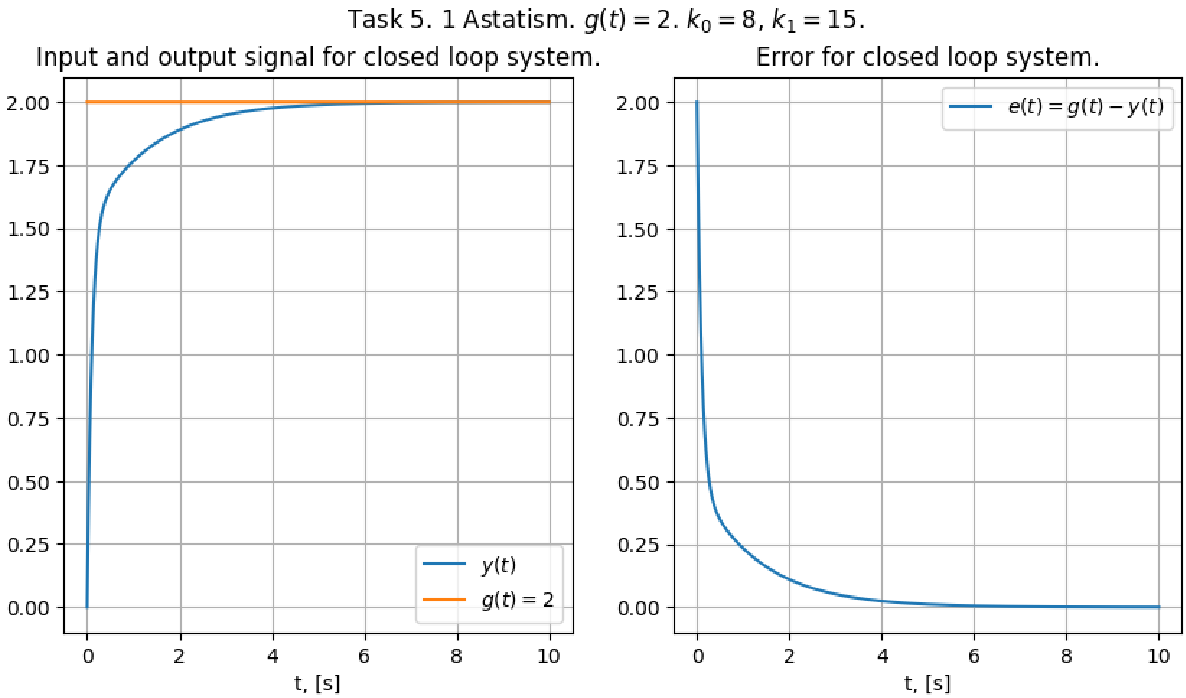


Установившаяся ошибка: $\varepsilon_{уст} = 0$.

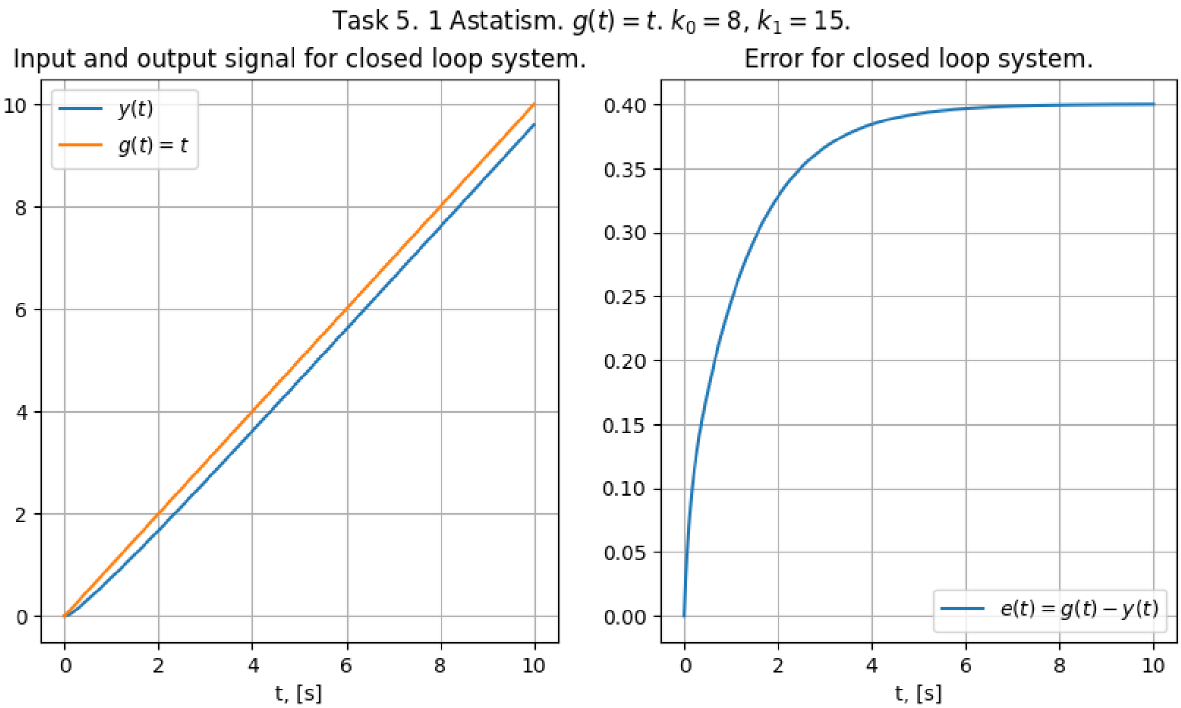


Установившаяся ошибка: $\varepsilon_{уст} = 0.299$.

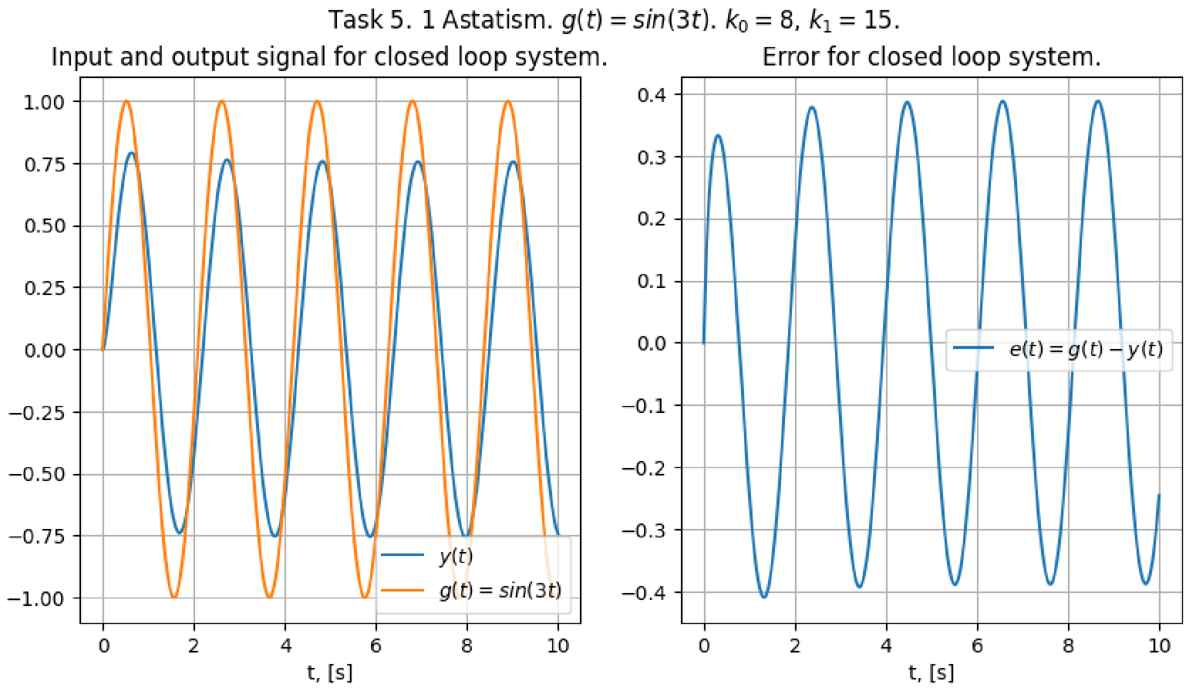




Установившаяся ошибка: $\varepsilon_{уст} = 0.001$.



Установившаяся ошибка: $\varepsilon_{\text{уст}} = 0.399$.



Заметим, что с увеличением интегрального коэффициента ошибка падает.

Задание 6. Исследование линейной системы замкнутой регулятором общего вида.

Рассмотрим систему вида: $\ddot{y} = u$. Выберем задающее воздействие $g(t) = \alpha \sin(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t)$.

$$g(t) = \alpha \sin(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) = \frac{\alpha}{2} (\sin(\omega_1 t + \omega_2 t) + \sin(\omega_1 t - \omega_2 t))$$

Тогда, образ Лапласа задающего воздействия:

$$G(s) = \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\sigma_1}{s^2+\sigma_1^2} + \frac{\sigma_2}{s^2+\sigma_2^2}\right) = \frac{\frac{\alpha}{2}(\sigma_1+\sigma_2)(s^2+\sigma_1\sigma_2)}{(s^2+\sigma_1^2)(s^2+\sigma_2^2)} = \frac{N_g}{D_g},$$ где

$\sigma_1 = \omega_1 + \omega_2$ и $\sigma_2 = \omega_1 - \omega_2$.

$$W_{sys}(s) = \frac{N_{sys}}{D_{sys}} = \frac{1}{s^2}, W_{reg}(s) = \frac{N_{reg}}{D_{reg}}.$$

Рассмотрим образ Лапласа ошибки:

$E(s) = \frac{D_{reg}D_{sys}}{D_{reg}D_{sys}+N_{reg}N_{sys}}\frac{N_g}{D_g}$. Согласно принципу внутренней модели, выберем $D_{reg} = D_g(s + b_0)$,

$N_{reg} = s^2(a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0)$.

Тогда:

$$E(s) = \frac{(s+b_0)N_g}{s^5+b_0 s^4+s^3(\sigma_2^2+\sigma_1^2+a_3)+s^2(b_0(\sigma_2^2+\sigma_1^2) + a_2)+s(\sigma_1^2\sigma_2^2+a_1)+b_0\sigma_1^2\sigma_2^2+a_0} = \frac{N_E}{D_E}$$

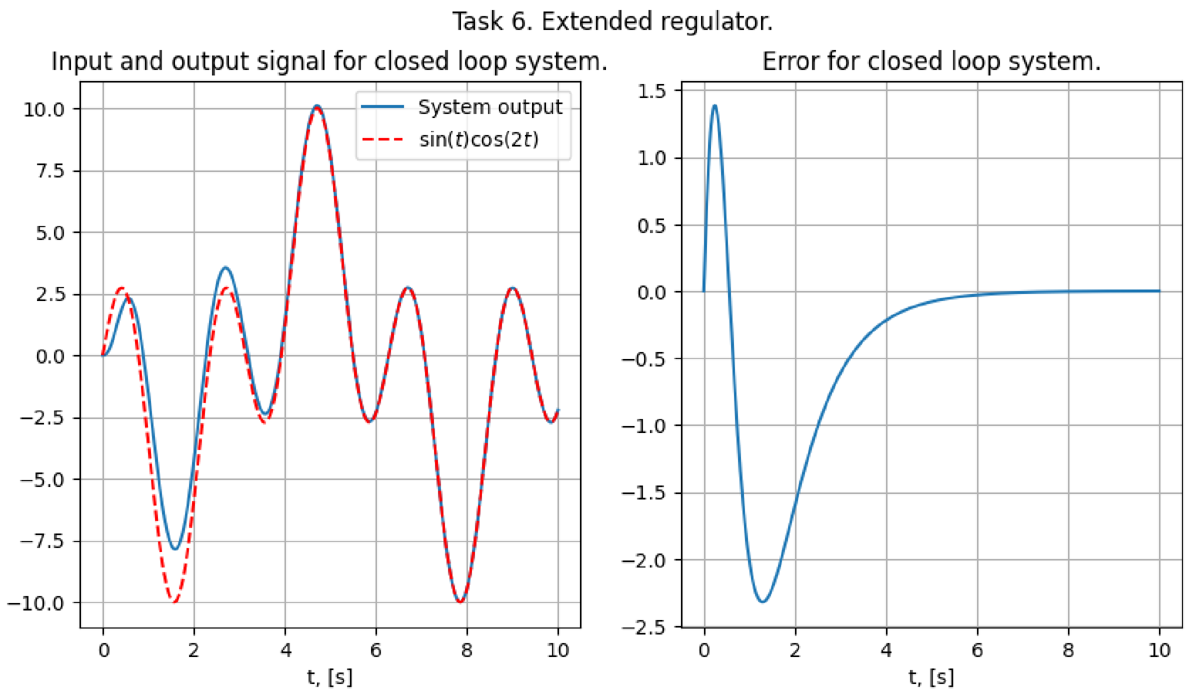
Пусть $D_E = (s - 1)(s - 2)(s - 3)(s - 4)(s - 5)$, тогда

$b_0 = 15,\ a_3 = 85 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2,\ a_2 = 225 - 15(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$,

$a_1 = 274 - \sigma_1^2\sigma_2^2,\ a_0 = 120 - 15\sigma_1^2\sigma_2^2$.

Регулятор пятой степени необходим для настройки всех коэффициентов в знаменателе образа Лапласа ошибки для получения необходимых полюсов.

Выберем $\omega_1 = 1,\ \omega_2 = 2$. Проведем моделирование переходного процесса системы, замкнутой полученным регулятором.



Выводы

1. Анализируя работу реального и идеального дифференциальных звеньев, можно заметить, что приближение тем лучше, чем меньше параметр T. Кроме того, реальное звено более чувствительно к шумам.
2. Рассмотрев системы с астатизмами 0 и 1 порядка, можно заметить, что в первом случае возможно свести установившуюся ошибку при постоянном задающем воздействии к постоянному значению, во втором случае тоже самое верно для линейного задающего воздействия. Это подтверждает и теория.
3. Удалось синтезировать регулятор общего вида для стабилизации заданной системы с задающим воздействием.