Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО
Факультет систем управления и робототехники

Лабораторная работа №2

«Переходные процессы, свободное движение, устойчивость»
по дисциплине «Теория автоматического управления»
Вариант: 16

Подготовил: Дюжев Владислав Дмитриевич
Группа: R33353
Преподаватель: Пашенко А. В.

Санкт-Петербург 2023 г.

Содержание

1 Свободное движение

Рассмотрим систему второго порядка в форме В-В:

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0 y = u \tag{1}$$

Согласно заданию, выберем три набора корней (λ_1, λ_2), удовлетворяющих модам из задания (2,3,8) и найдем небходимы пары коэффициентов (a_1, a_0):

1. Нейтральная и устойчивая апериодическая: $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -1$; $a_1 = 1, a_0 = 0$
2. Нейтральная и неустойчивая апериодическая: $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0.3$; $a_1 = -0.3, a_0 = 0$
3. Пара неусточивых колебательных мод: $\lambda_1 = 0.4 + 2i, \lambda_2 = 0.4 - 2i$; $a_1 = -0.8, a_0 = 4.16$

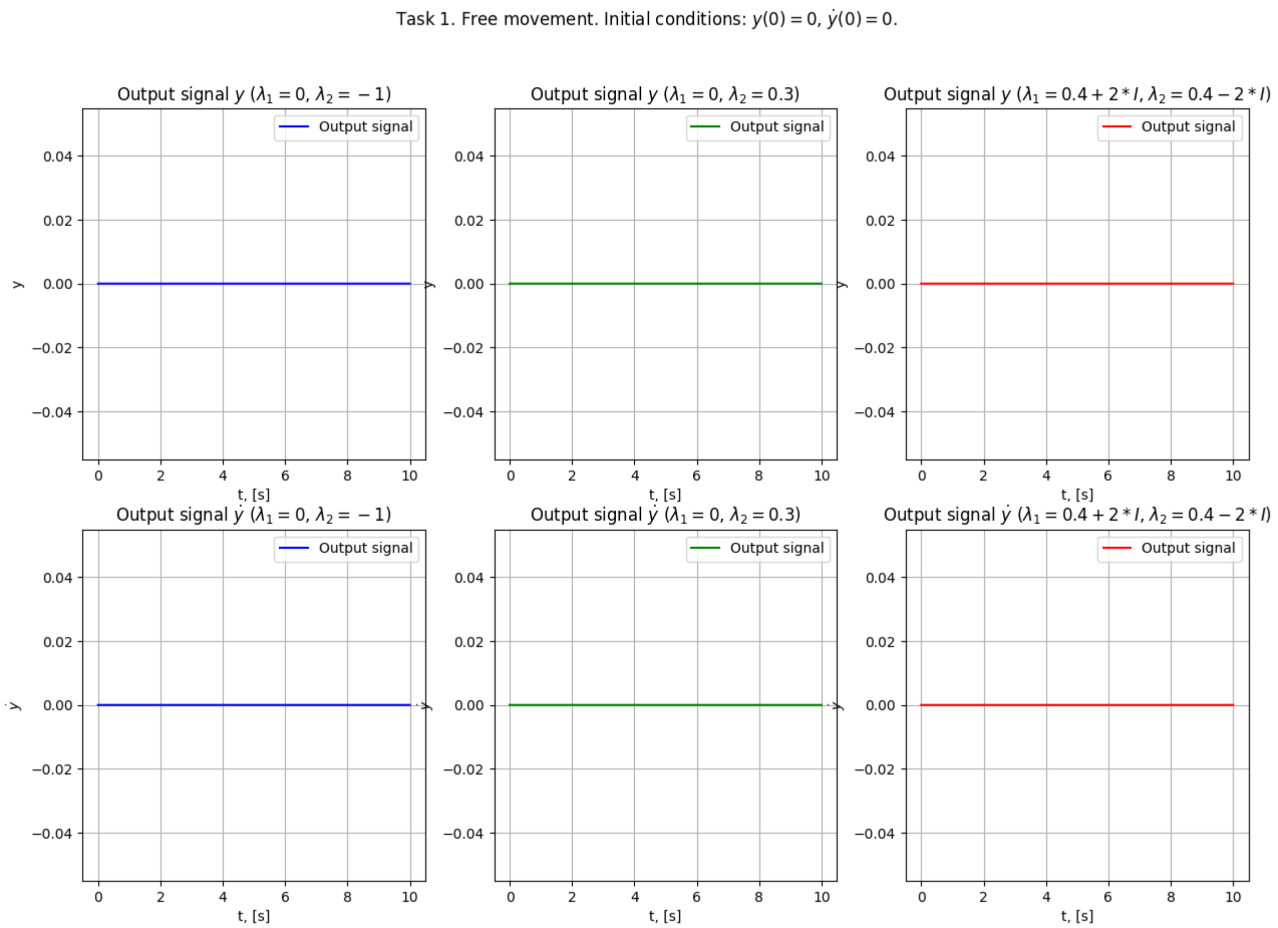


Рис. 1: Входные и выходные сигналы систем при нулевых начальных условиях (задание 1)

Вычисления пары (a_1, a_0) проведем, воспользовавшись теоремой Виета:

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 = -a_1 \\ \lambda_1\lambda_2 = a_0 \end{cases}$$

Согласно корневому критерию, первый набор корней соответствует апериодической системе на границе устойчивости (оба корня действительные, неотрицательны и не кратные), второй - неустойчивой апериодической системе (корни действительные, один из корней имеет положительную действительную часть), третий - неустойчивой колебательной системе (пара комплексно сопряженных корней с положительной действительной частью).

Проведем моделирование поведения систем с нулевыми начальными условиями и при $y(0) = 0, \dot{y}(0) = 1$ (рис. 1 и рис. 2 соответственно).

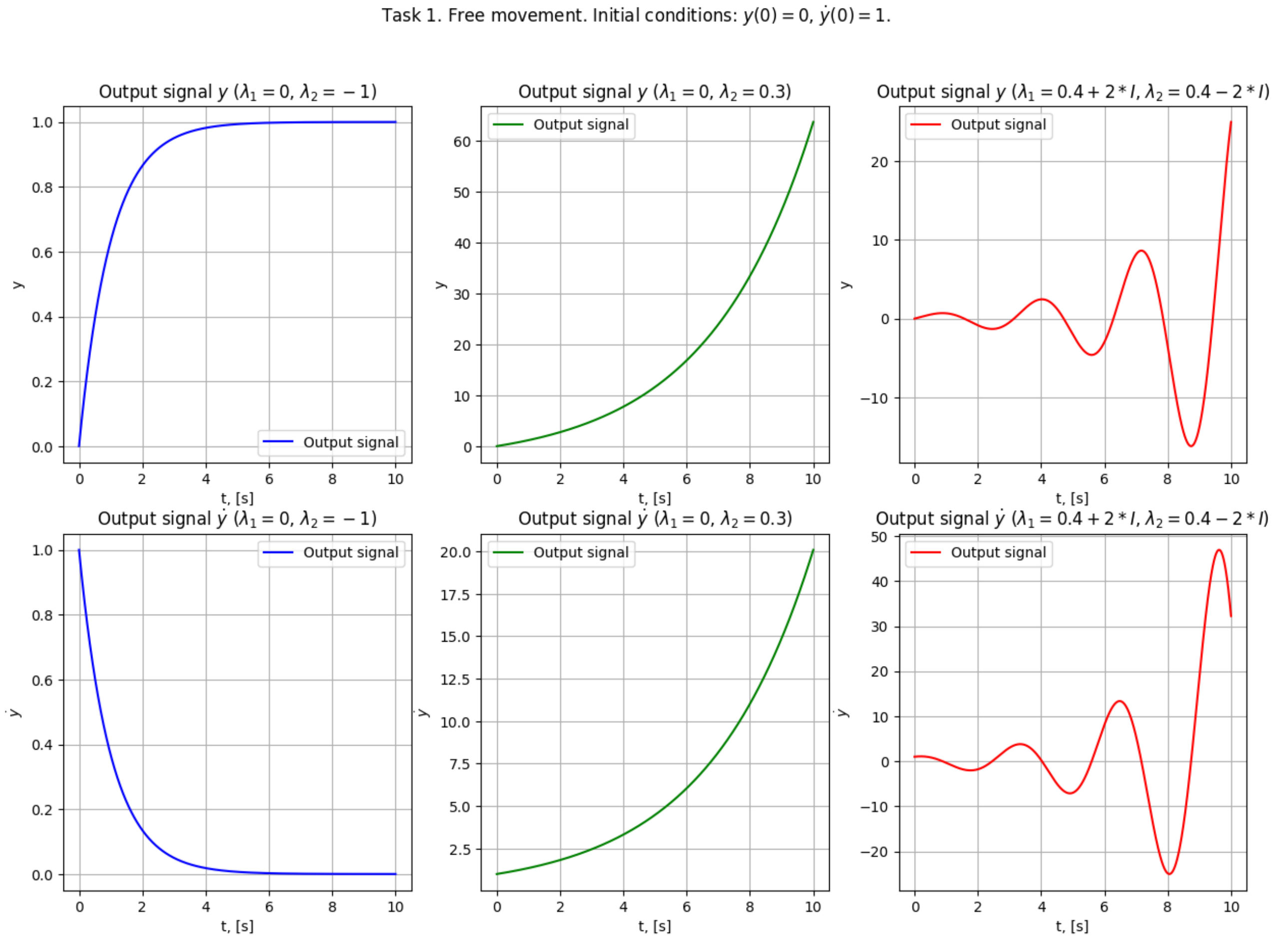
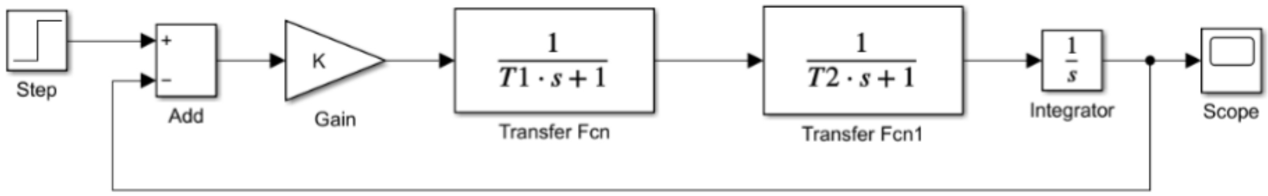


Рис. 2: Входные и выходные сигналы систем при ненулевых начальных условиях (задание 1)

Заметим, что все системы ведут себя одинаково при задании нулевых начальных условий и подаче нулевого управляющего воздействия (они статичны в 0). При задании начальных условий системы ведут себя согласно аналитически предсказанному корневым критерием.

2 Область устойчивости

Рассмотрим систему, заданную следующей блок-схемой:



Можем представить систему передаточной функцией:

$$W_0(s) = K, W_1(s) = \frac{1}{T_1 s + 1}, W_2(s) = \frac{1}{T_2 s + 1}, W_3(s) = \frac{1}{s}$$

$$y = W_0 W_1 W_2 W_3(s)[u - y] \implies y = \frac{W_0 W_1 W_2 W_3}{1 + W_0 W_1 W_2 W_3}(s)[u], y = W(s)[u]$$

$$W(s) = \frac{\frac{K}{s(T_1 s+1)(T_2 s+1)}}{1 + \frac{K}{s(T_1 s+1)(T_2 s+1)}} = \frac{K}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) + K} = \frac{K}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2)s^2 + s + K} \tag{2}$$

Первый набор корней из первого задания: $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1$. Таким образом, мы не можем выбрать T_1. Система с передаточной функцией $\frac{\frac{K}{T_2}}{s^3 + \frac{1}{T_2}s^2 + \frac{K}{T_2}}$ не может быть асимптотически устойчивой согласно критерию Гурвица т.к. условие $a_1 = 0 > 0$ не может быть выполнено. Граница устойчивости достигается при любом $T_2 \geq 0$ и $K = 0$. Для анализа системы на устойчивость возьмем $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1$, тогда $T_1 = -1, T_2 = 1$.

Зафиксируем $T_2 = 1$. Запишем критерий Гурвица:

$$W(s) = \frac{\frac{K}{T_1}}{s^3 + \frac{T_1+1}{T_1}s^2 + \frac{1}{T_1}s + \frac{K}{T_1}} \implies \begin{cases} \frac{T_1+1}{T_1} > 0 \\ \frac{1}{T_1} > 0 \\ \frac{K}{T_1} > 0 \\ \frac{T_1+1}{T_1^2} > \frac{K}{T_1} \end{cases} \implies \begin{cases} T_1 > 0 \\ K > 0 \\ K < 1 + \frac{1}{T_1} \end{cases}$$

Таким образом, зона устойчивости ограничена прямыми $K = 0$, $T_1 = 0$ и гиперболой $K = 1 + \frac{1}{T_1}$ (рис. 3).

Зафиксируем $T_1 = -1$. Запишем критерий Гурвица:

$$W(s) = \frac{\frac{K}{T_2}}{s^3 + \frac{1-T_2}{T_2}s^2 - \frac{1}{T_2}s - \frac{K}{T_2}} \implies \begin{cases} \frac{1-T_2}{T_2} > 0 \\ -\frac{1}{T_2} > 0 \\ -\frac{K}{T_2} > 0 \\ \frac{T_2-1}{T_2^2} > -\frac{K}{T_2} \end{cases} \implies \begin{cases} T_2 < 0 \\ K > 0 \\ K < -1 + \frac{1}{T_2} \end{cases} \implies \varnothing$$

Таким образом, система не имеет зоны устойчивости.

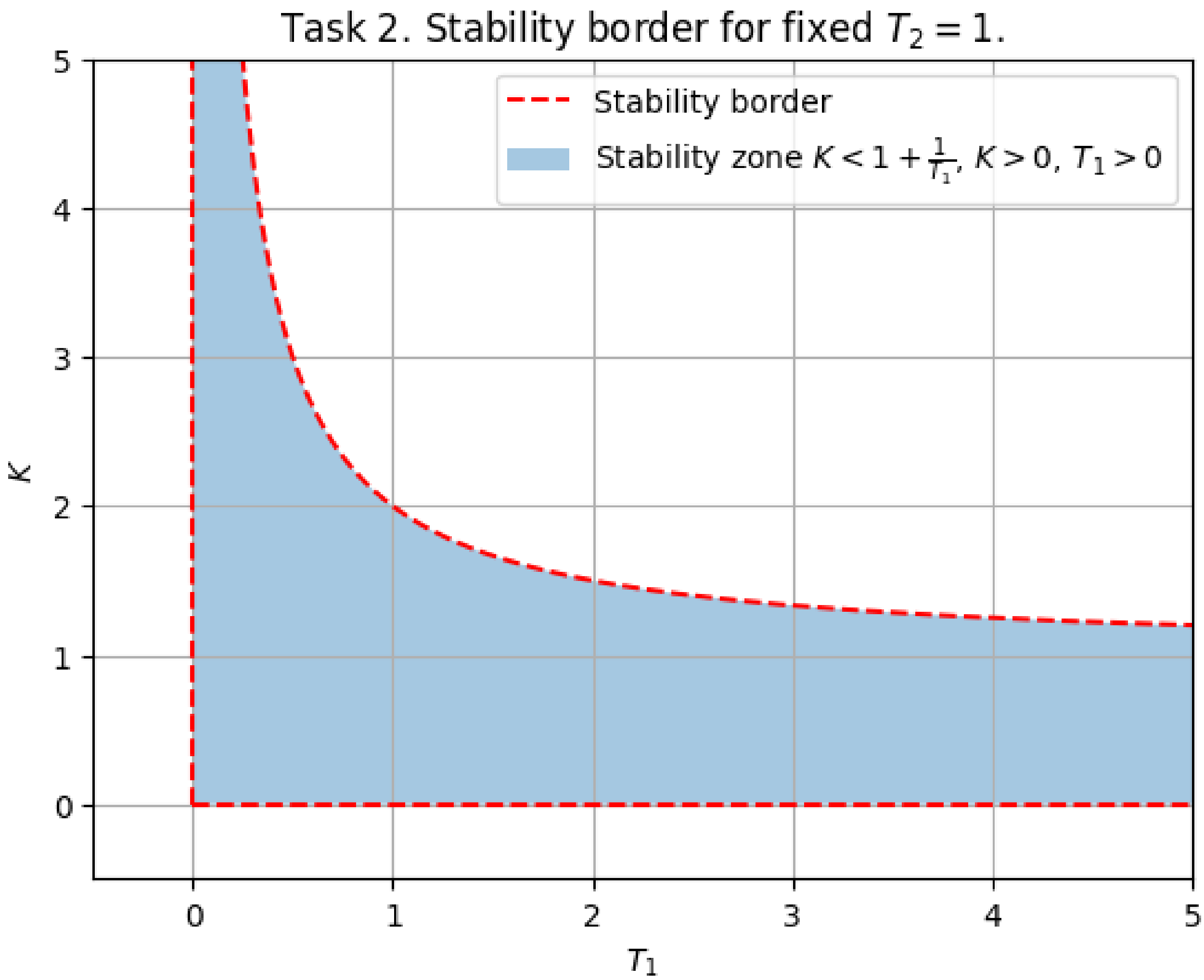


Рис. 3: Зона устойчивости при фиксированном $T_2 = 1$ (задание 2)

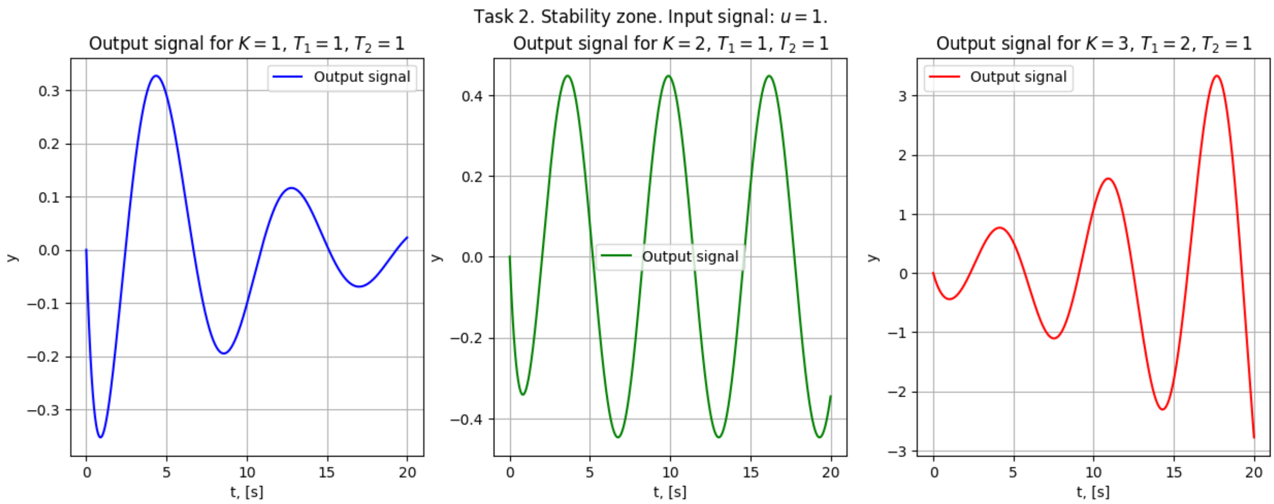


Рис. 4: Моделирование систем с разными типами устойчивости (задание 2)

3 Автономный генератор

4 Изучение канонической управляемой формы: фазовые портреты