Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО
Факультет систем управления и робототехники

Лабораторная работа №5

«Типовые динамические звенья»
по дисциплине «Теория автоматического управления»
Вариант: 16

Подготовил: Дюжев Владислав Дмитриевич
Группа: R33353
Преподаватель: Пашенко А. В.

Санкт-Петербург 2023 г.

Содержание

Предисловие

При выполнении данной лабораторной работы было решено использовать Python Control Systems Library. Данный инструмент является альтернативой Matlab, адаптированной для использования на языке Python и предоставляет широкий функционал для анализа и моделирования систем, а также синтеза регуляторов для управления.

Полный листинг моделирования систем представлен в jupyter notebook на GitHub.

1 Исследование типовых звеньев

Рассмотрим несколько систем из приведенных заданий. Выведем дифференциальные уравнения, описывающие данные системы и найдем аналитические выражения для временных и частотных характеристик.

Brushed DC motor 2.0

$$J\dot{\omega} = M, M = k_m I, I = \frac{U+\varepsilon}{R}, \varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_s, \varepsilon_i = -k_e\omega, \varepsilon_s = -L\dot{I}. \tag{1}$$

Путем преобразований можем получить дифференциальное уравнение (апериодическое звено второго порядка):

$$\ddot{\omega} + \frac{R}{L}\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JL}\omega = \frac{k_m}{JL}U, W(s) = \frac{k_m}{JLs^2 + JRs + k_m k_e}$$

Временные характеристики:

$$y_{i.r.} = \mathcal{L}^{-1}(W(s)) = \frac{2k_m e^{-\frac{Rt}{2L}} \sin\left(\frac{t\sqrt{\frac{-\frac{R^2}{L}+\frac{4k_e k_m}{J}}{L}}}{2}\right)\theta(t)}{JL\sqrt{\frac{-\frac{R^2}{L}+\frac{4k_e k_m}{J}}{L}}}$$

$$y_{s.r.} = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s}W(s)\right) = \frac{\theta(t)}{k_e} - \frac{e^{-\frac{Rt}{2L}}\cos\left(\frac{t\sqrt{-R^2+\frac{4Lk_e k_m}{J}}}{2L}\right)\theta(t)}{k_e} - \frac{Re^{-\frac{Rt}{2L}}\sin\left(\frac{t\sqrt{-\frac{R^2}{L^2}+\frac{4k_e k_m}{JL}}}{2}\right)\theta(t)}{Lk_e\sqrt{-\frac{R^2}{L^2}+\frac{4k_e k_m}{JL}}}$$

Проведем моделирование системы и сравним с аналитически полученным поведением:

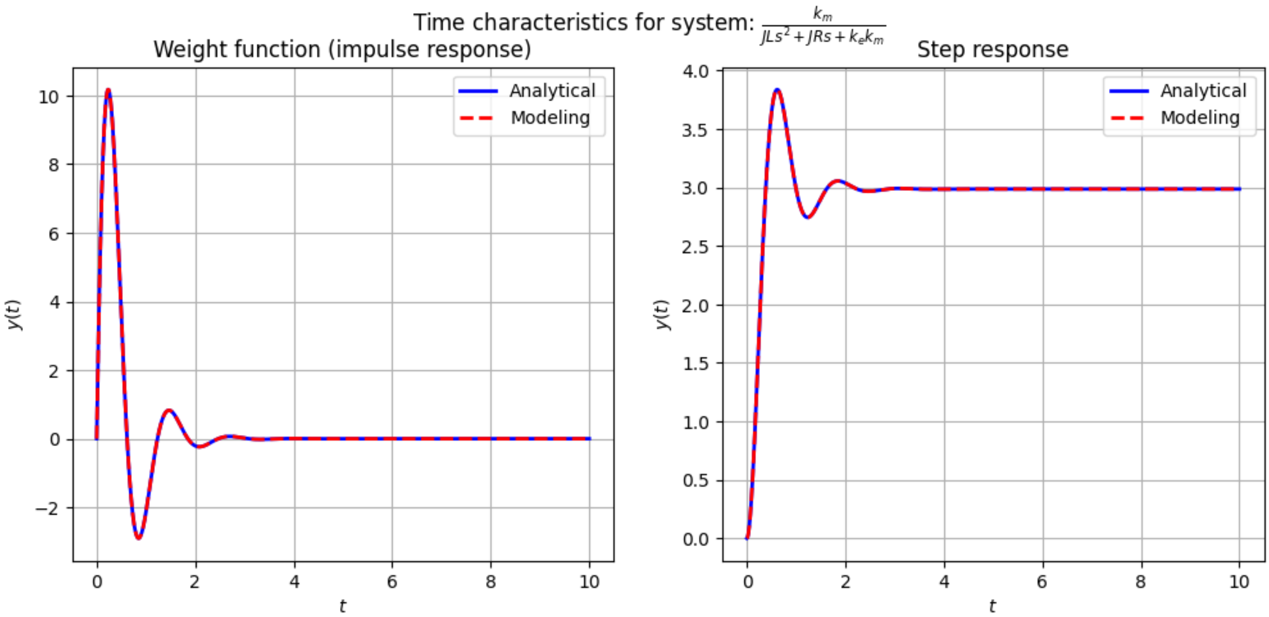

Рис. 1: Временные характеристики системы 2 (подвариант 7)

Частотные характеристики:

$$|W(j\omega)| = \frac{\|k_m\|}{\sqrt{J^2L^2\omega^4 + J^2R^2\omega^2 - 2JLk_ek_m\omega^2 + k_e^2k_m^2}}$$

$$Arg(W(j\omega)) = \operatorname{atan}_2(-\frac{JRk_m\omega}{J^2R^2\omega^2 + (JL\omega^2 - k_ek_m)^2}, -\frac{k_m(JL\omega^2 - k_ek_m)}{J^2R^2\omega^2 + (JL\omega^2 - k_ek_m)^2})$$

Воспользуемся функцией **bode** для численного моделирования частотных характеристик:

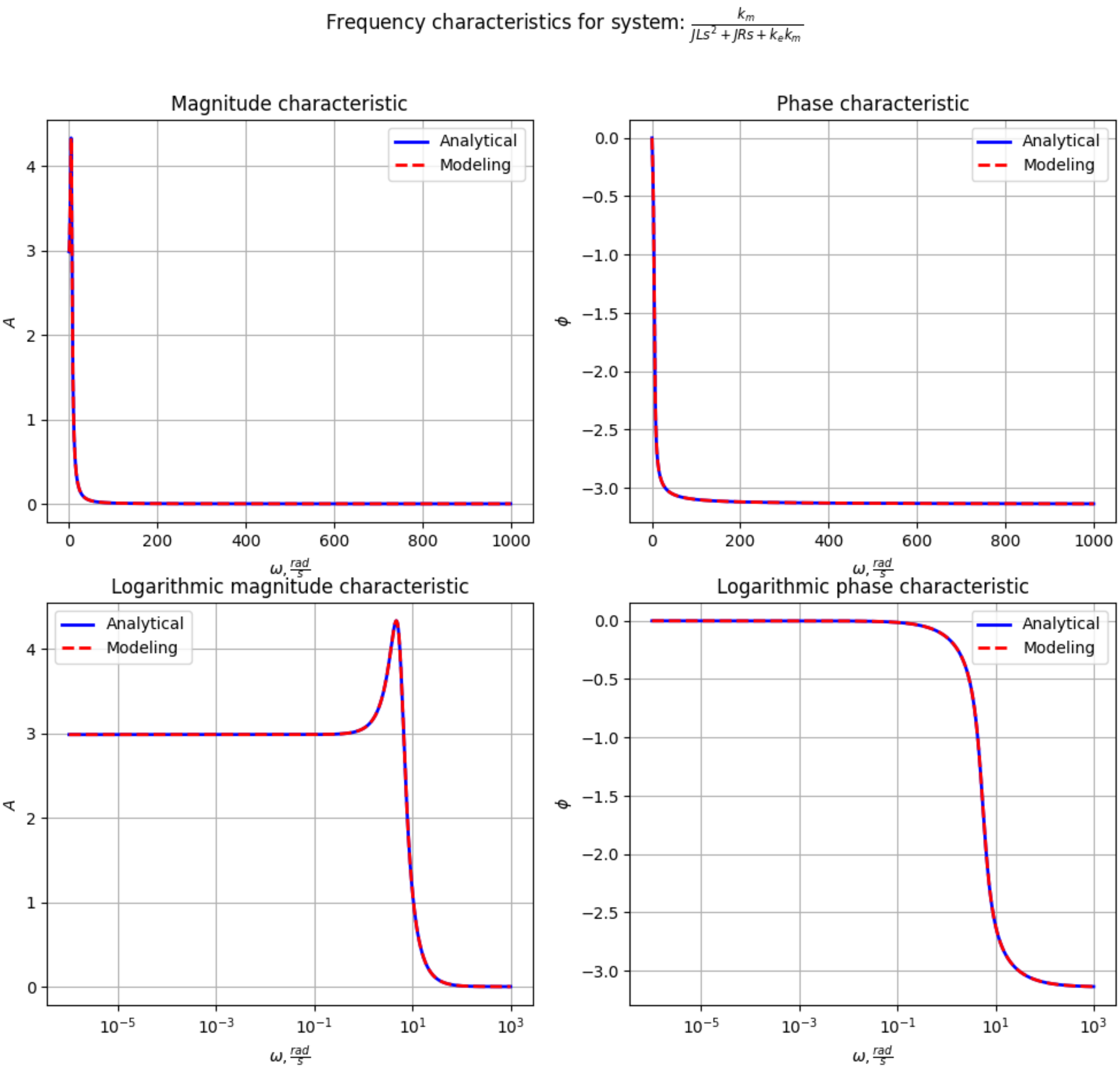

Рис. 2: Частотные характеристики системы 2 (подвариант 7)

Конденсируй. Интегрируй. Умножай

$$I = C\frac{dU}{dt} \tag{2}$$

Путем преобразований можем получить дифференциальное уравнение (идеальное интегрирующее):

$$\dot{U}C = I, W(s) = \frac{1}{Cs}$$

Временные характеристики:

$$y_{i.r.} = \mathcal{L}^{-1}(W(s)) = \frac{\theta(t)}{C}$$

$$y_{s.r.} = \mathcal{L}^{-1}(\frac{1}{s}W(s)) = \frac{\theta(t)t}{C}$$

Проведем моделирование системы и сравним с аналитически полученным поведением:

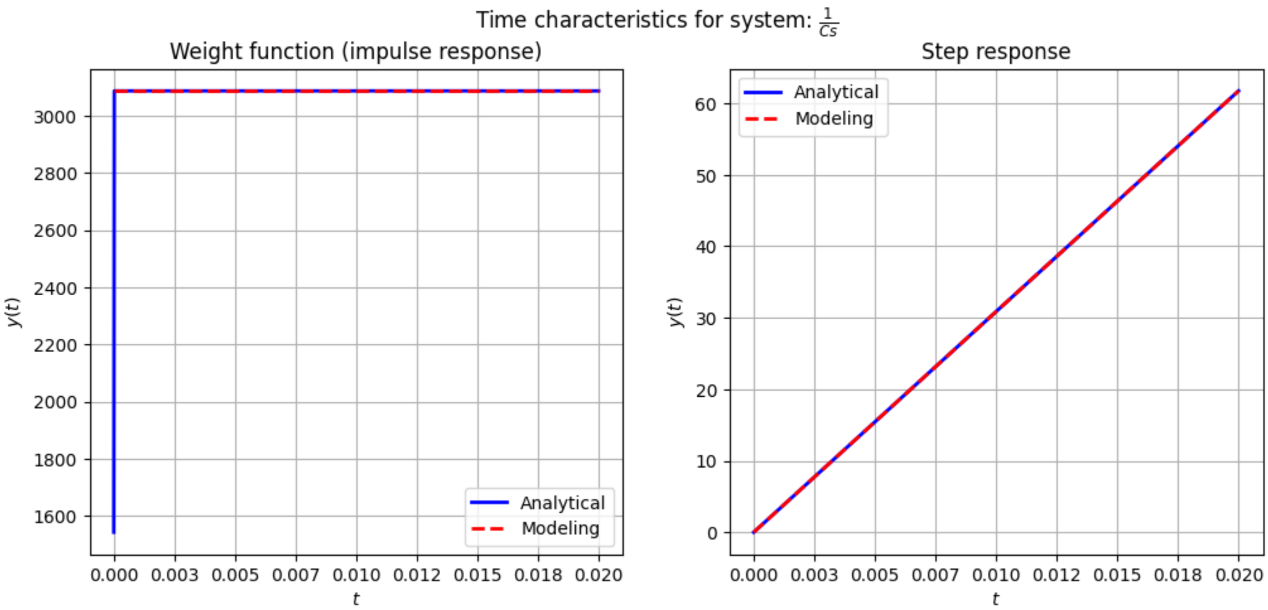

Рис. 3: Временные характеристики системы 3 (подвариант 7)

Частотные характеристики:

$$|W(j\omega)| = \frac{1}{|C\omega|}$$

$$Arg(W(j\omega)) = \mathrm{atan}_2\,(-\frac{1}{C\omega}, 0) = -\frac{\pi}{2}$$

Воспользуемся функцией **bode** для численного моделирования частотных характеристик:

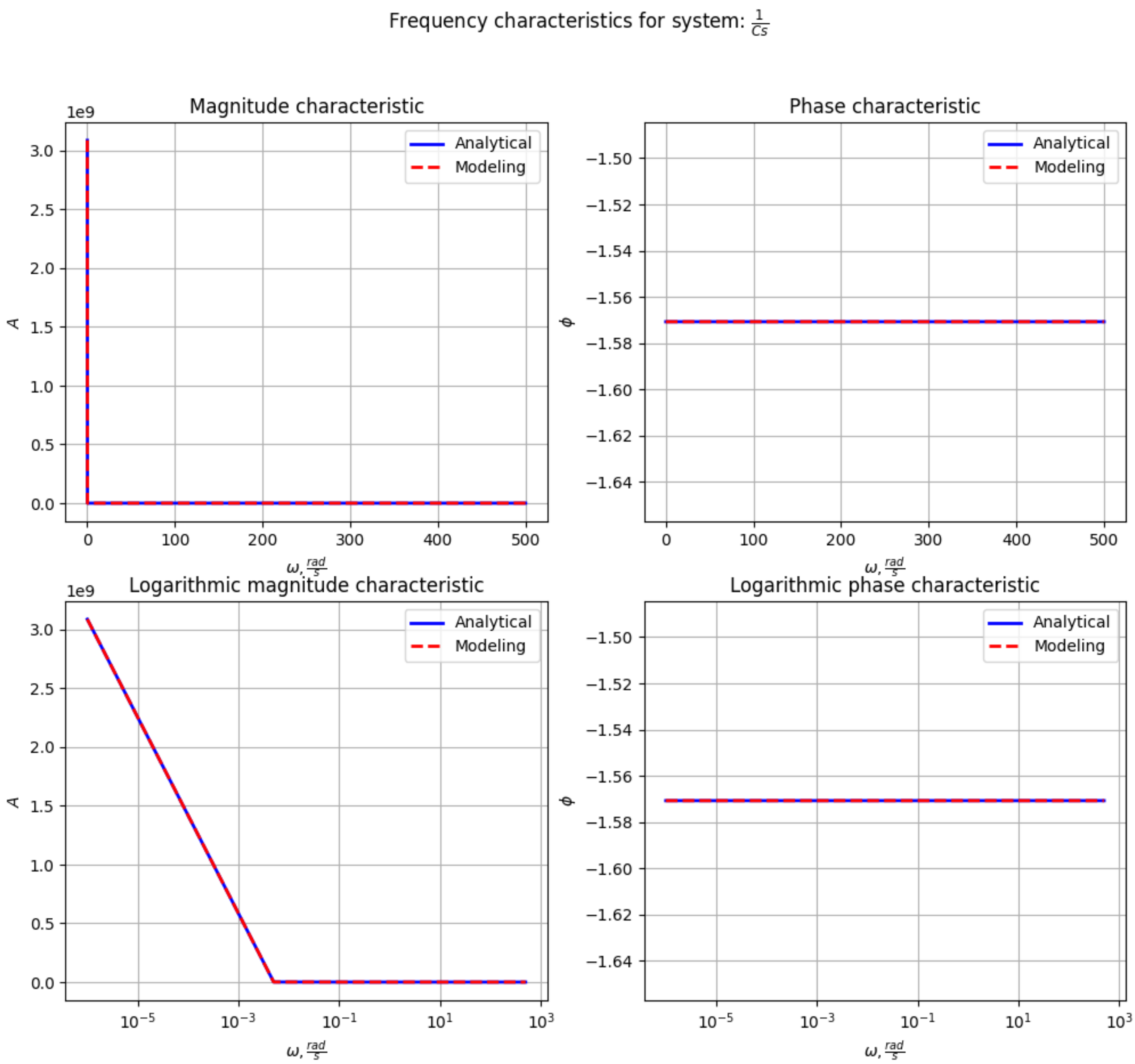

Рис. 4: Частотные характеристики системы 3 (подвариант 7)