



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE
SCUOLA DI INGEGNERIA - DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Tesi di Laurea Triennale in Ingegneria Informatica

**ANALISI E SIMULAZIONE DI CONTROLLI
AUTOMATICI DI FORMAZIONE**

Candidato
Lorenzo Mandelli

Relatore
Prof. Battistelli Giorgio

Anno Accademico 2019/2020

Indice

Abstract	i
Introduzione	ii
1 Nozioni preliminari	1
1.1 Teoria dei grafi	1
1.1.1 Rigidità di grafo	2
2 Formulazione del problema	4
2.1 Classificazione dei problemi di controllo di formazione	5
2.2 Modelli di Agente	8
2.2.1 Singolo integratore	8
2.2.2 Doppio integratore	8
2.2.3 Modello dell'uniciclo	9
3 Tipologie di controllo	10
3.1 Controllo basato sulla posizione	11
3.2 Controllo basato sulla posizione relativa	11
3.2.1 Modello di agente a singolo integratore	12
3.2.2 Modello di agente a doppio integratore	13
3.2.3 Modello di agente uniciclo	14

3.3	Controllo basato sulla distanza	14
3.3.1	Modello agente a singolo integratore	15
3.3.2	Modello agente a doppio integratore	16
3.3.3	Modello agente uniciclo	17
4	Applicazione software	18
4.1	Caratteristiche generali	18
4.2	Funzionamento	20
4.2.1	Routine di ricerca e connessione	21
4.3	Interfaccia utente	22
4.4	Risultati	23
5	Conclusioni	28
	Bibliografia	29

Abstract

La presente tesi di laurea si concentra sull'analisi delle leggi di controllo automatico che consentono ad una squadra di robot di raggiungere formazioni desiderate. La struttura dello studio svolto prevede una parte iniziale riguardante la caratterizzazione generale del problema e una centrale nella quale è approfondita la scelta del modello di agente e della legge di controllo. Infine è stata realizzata un'applicazione software al fine di simulare le nozioni teoriche studiate.

Introduzione

L'obiettivo della presente tesi di laurea è quello di approfondire lo studio dei sistemi multi agente, analizzando le tecniche attraverso le quali essi possono controllarsi e interagire tra loro per raggiungere un obiettivo comune, quale comporre una determinata formazione. Per raggiungere questo scopo è stato necessario orientare l'analisi in due direzioni: la modellazione dei robot come agenti e l'applicazione delle leggi di controllo.

I modelli agente hanno la funzione di rappresentare un robot come un'entità matematica in modo da poter applicare su di essi le leggi di controllo. La progressione degli agenti presi in considerazione passa dall'analisi del caso più semplice e ideale a modelli più strutturati con maggiore validità in applicazioni reali.

Le tipologie di leggi di controllo individuano quali variabili possono essere controllate dagli agenti e come questi possano interagire tra loro. Ne identificano quindi le caratteristiche strutturali ed anche il livello tecnologico.

Per validare lo studio teorico è stata sviluppata un'applicazione software, in grado di simulare un insieme di agenti robot nello spazio volti al raggiungimento di una desiderata formazione. Essa fornisce uno strumento di analisi che permette di identificare le interazioni necessarie tra agenti e stabilire quali formazioni possano essere considerate rigide o meno. L'applicazione è stata quindi utilizzata per studiare le proprietà di convergenza dei sistemi multi-

agente al variare dei modelli agente, delle leggi di controllo e delle condizioni iniziali.

Capitolo 1

Nozioni preliminari

1.1 Teoria dei grafi

La topologia di interazione di un sistema multi agente è naturalmente modellata attraverso un grafo. I nodi rappresentano gli agenti e gli archi sono le connessioni tra essi. In seguito sono riportati alcuni concetti di teoria dei grafi in quanto utili come nozioni preliminari.

Un grafo orientato \mathcal{G} è definito come una coppia $(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ dove \mathcal{V} denota un insieme di nodi ed $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ denota un insieme archi, ovvero una coppia ordinata di nodi. L'insieme dei vicini del nodo i , ovvero i nodi connessi al nodo i , si indica con $\mathcal{N}_i := \{j \in \mathcal{V} : (i, j) \in \mathcal{E}\}$. Il grafo \mathcal{G} è detto essere fortemente connesso se esiste un cammino da ogni nodo agli altri nodi. In un arco $(i, j) \in \mathcal{E}$ di un grafo orientato il nodo i è detto nodo figlio, il nodo j è chiamato nodo genitore. Un albero è un grafo orientato dove un nodo, chiamato radice, non ha genitori e gli altri nodi ne hanno uno solo. Un albero di copertura di un grafo diretto è un albero che contiene tutti i nodi del grafo. Un grafo non orientato è un grafo in cui la relazione \mathcal{E} è simmetrica ovvero se $(a, b) \in \mathcal{E}$ implica $(b, a) \in \mathcal{E}$.

1.1.1 Rigidità di grafo

Una caratteristica principale di una formazione di agenti nello spazio, intesa come una struttura tridimensionale, è la sua proprietà di rigidità. Intuitivamente una struttura rigida permette la realizzazione di una unica disposizione degli agenti a meno di traslazioni e rotazioni. In seguito sono riportate le definizioni formali di rigidità di grafo.

Sia $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ un grafo non orientato. Supponiamo di assegnare a ciascun nodo $i \in \mathcal{V}$ un punto $p_i \in \mathbb{R}^n$, l'insieme dei punti $p \in \mathbb{R}^{nN}$ è detto essere la realizzazione di \mathcal{G} in \mathbb{R}^n . La coppia (\mathcal{G}, p) è detta essere un framework di \mathcal{G} in \mathbb{R}^n . La funzione d'arco $g_{\mathcal{G}} : \mathbb{R}^{nN} \rightarrow \mathbb{R}^M$ associata al framework è definita come:

$$g_{\mathcal{G}} := \frac{1}{2} [\|p_i - p_j\|^2, (i, j) \in \mathcal{E}]^T$$

Un framework è definito rigido in \mathbb{R}^n se esiste un insieme U_p con $p \in \mathbb{R}^{nN}$, di posizioni vicine a p , tale che: $g_{\mathcal{G}}^{-1}(g_{\mathcal{G}}(p)) \cap U_p = g_{\mathcal{K}}^{-1}(g_{\mathcal{K}}) \cap U_p$ dove \mathcal{K} è il grafo completo di N nodi. Il framework è globalmente rigido in \mathbb{R}^n se $g_{\mathcal{G}}^{-1}(g_{\mathcal{G}}(p)) = g_{\mathcal{K}}^{-1}(g_{\mathcal{K}}(q))$. I framework (\mathcal{G}, p) e (\mathcal{G}, q) si dicono equivalenti se $g_{\mathcal{G}}(p) = g_{\mathcal{K}}(q)$. Si dicono essere congruenti se $\|p_i - p_j\| = \|q_i - q_j\|$ per ogni $i, j \in \mathcal{V}$. Il framework (\mathcal{G}, p) è rigido se esiste un insieme U_p di posizioni vicine a $p \in \mathbb{R}^{nN}$, tale che per ogni $q \in U_p$ con (\mathcal{G}, p) equivalente a (\mathcal{G}, q) si ha che (\mathcal{G}, p) e (\mathcal{G}, q) sono congruenti.

Si assuma che N sia maggiore di $n + 1$. Il framework (\mathcal{G}, p) è detto essere infinitesimalmente rigido in \mathbb{R}^n se il rango di $\partial g_{\mathcal{G}}(p) / \partial p$ è uguale a $nN - n(n + 1)$.

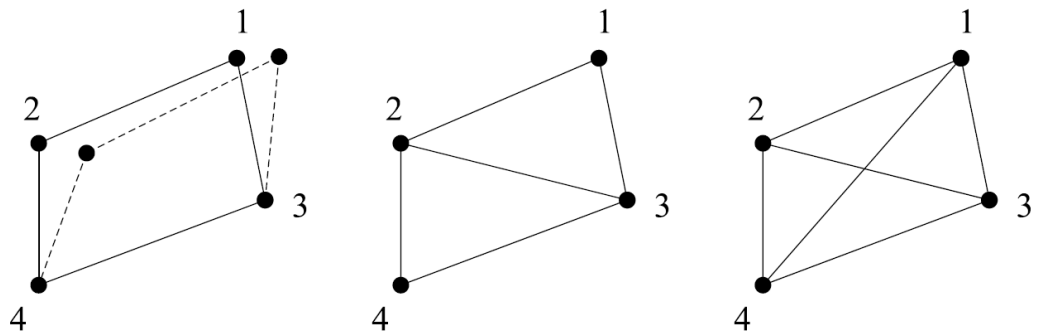


Figura 1.1: Esempi di framework indiretti, rispettivamente non rigidi, rigidi e globalmente rigidi. Ripreso da Hendrickx et al. (2007) [1].

Capitolo 2

Formulazione del problema

Si considerino N agenti:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x_i, u_i) \\ y_i = g_i(x_1, \dots, x_N), \quad i = 1, \dots, N \\ z_i = h_i(x_i) \end{cases}$$

dove $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}, u_i \in \mathbb{R}^{p_i}, y_i \in \mathbb{R}^{q_i}$ e $z_i \in \mathbb{R}^r$ rappresentano lo stato, il controllo, l'osservazione e l'uscita dell'agente i . Siano le funzioni definite in modo seguente: $f_i : \mathbb{R}^{n_i} \times \mathbb{R}^{p_i} \rightarrow \mathbb{R}^{n_i}$, $g_i : \mathbb{R}^{n_1} \times \dots \times \mathbb{R}^{n_N} \rightarrow \mathbb{R}^{q_i}$ e $h_i : \mathbb{R}^{n_i} \rightarrow \mathbb{R}^r$. Siano $z^* \in \mathbb{R}^{rN}$, $F : \mathbb{R}^{rN} \rightarrow \mathbb{R}^M$ assegnati. Una formazione desiderata può essere specificata da un vincolo del tipo:

$$F(z) = F(z^*)$$

La formulazione generale di un problema di controllo di formazione è dunque la determinazione di una legge di controllo, che sfrutti unicamente le osservazioni y_i , tale che l'insieme delle posizioni

$$E_{z^*} = \{x : F(z) = F(z^*)\}$$

corrispondenti al raggiungimento della formazione desiderata sia asintoticamente stabile per il sistema multi agente.

2.1 Classificazione dei problemi di controllo di formazione

In letteratura sono presenti diverse classificazioni per i problemi di controllo di formazione, in questo paragrafo ne saranno discusse le principali. Secondo Kwang-Kyo Oh and Myoung-Chul Park e Hyo-Sung Ahn [2] un problema di controllo di formazione è classificabile in:

- Basato sulla posizione (position-based): gli agenti rilevano la loro posizione rispetto a un sistema di coordinate globali. Essi controllano attivamente la loro posizione per raggiungere la formazione desiderata, che è specificata in termini di posizioni desiderate per ogni agente.
- Basato sulla posizione relativa (displacement-based): gli agenti rilevano la posizione relativa degli agenti vicini nello spazio e la utilizzano per raggiungere la posizione desiderata la quale è specificata in termini di posizioni relative desiderate tra agenti. Essi possiedono un proprio sistema di coordinate locali il quale è orientato con quello globale.
- Basato sulla distanza (distance-based): gli agenti controllano attivamente la distanza presente tra essi e gli agenti vicini per raggiungere la formazione desiderata, che è specificata in termini di distanze desiderate tra agenti. Essi possiedono un proprio sistema di coordinate locali il quale non è richiesto essere orientato rispetto a quello globale.

Si noti come in questo caso le tipologie di controllo siano direttamente collegate alla topologia di interazione del sistema multi agente e al livello tecnologico

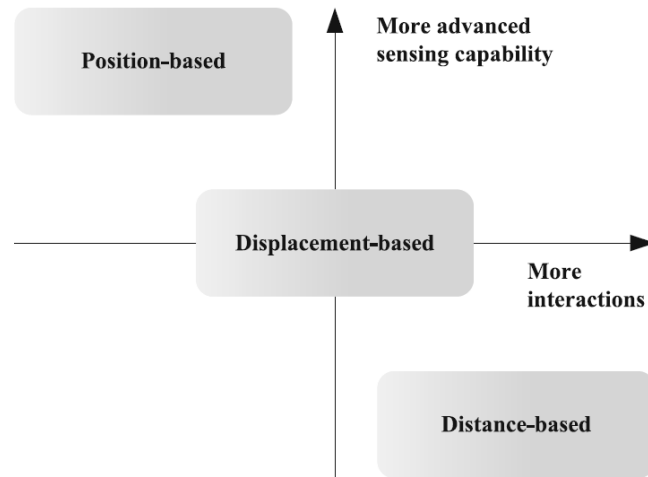


Figura 2.1: Le tipologie di controllo in relazione alle interazioni necessarie tra agenti e capacità di rilevamento di essi. Ripreso da "A survey of multi-agent formation control" [2]

degli agenti, come riassunto in figura 2.1. Un controllo di formazione basato sulla posizione non richiede alcuna interazione tra agenti, ma necessita di ottimi sensori capaci di stabilire la posizione esatta rispetto a un sistema di riferimento globale. Il controllo di formazione basato sulla distanza prevede invece sensori di minore precisione, solidali al proprio sistema di coordinate, ma anche una maggiore interazione tra agenti. Infine è possibile porre il controllo di formazione basato sulla posizione relativa come punto intermedio rispetto agli altri due in termini di capacità di rilevamento e esigenza di interazione tra agenti.

Un'altra classificazione distingue tra problemi relativi alla produzione di formazione e al tracciamento di formazione:

- Problemi di produzione di formazione: l'obiettivo degli agenti è quello di raggiungere una struttura desiderata.

- Problemi di tracciamento di formazione: gli agenti hanno il compito di tracciare delle traiettorie in base a delle traiettorie di riferimento.

Un'ulteriore classificazione presente in letteratura prevede di dividere i problemi di controllo di formazione in approcci leader-follower, comportamentali e di struttura virtuale:

- Approccio leader-follower: nel quale almeno un agente svolge la funzione di leader e il resto di follower. I follower inseguono la posizione del leader, quest'ultimo invece traccia la proprio traiettoria.
- Approccio comportamentale: nel quale diversi comportamenti desiderati sono assegnati agli agenti. Tra questi, possibili esempi sono mantenere coesione, evitare collisioni, evitare ostacoli, etc. Questo approccio è connesso al controllo di formazione amorfo trattato in seguito.
- Approccio di struttura virtuale: la formazione composta dagli agenti è considerata come un oggetto unico. La dinamica degli agenti è determinata dalla struttura virtuale.

Infine, un'altra possibile classificazione prevede la divisione dei problemi in:

- Controllo di formazione specificata: la formazione è esplicitamente specificata in termini di posizioni di agenti, posizione relativa di agenti, distanza tra agenti, etc.
- Controllo di formazione amorfa: senza specificare la formazione desiderata sono imposti agli agenti comportamenti quali coesione, evitare la collisione ecc. È relativa all'approccio comportamentale discusso in precedenza.

Tra queste classificazioni quella di Kwang-Kyo Oh and Myoung-Chul Park e Hyo-Sung Ahn [2] è stata utilizzata come riferimento per lo sviluppo dell'applicazione software di simulazione e pertanto verrà approfondita più nel dettaglio nei capitoli successivi.

2.2 Modelli di Agente

Al fine di studiare i controlli automatici di formazione sono stati presi in considerazione i seguenti modelli per la rappresentazione dell'agente.

2.2.1 Singolo integratore

Il modello del singolo integratore rappresenta un sistema di controllo del primo ordine. Esso modella la dinamica di un oggetto puntiforme nello spazio in funzione di un ingresso tempo-variante u . In questo modello il movimento degli agenti i , $i = 1, \dots, N$ è dato da:

$$\dot{x}_i = u_i$$

con $x_i \in \mathbb{R}^n$ è lo stato dell'agente i , $u_i \in \mathbb{R}^n$ è il controllo in input. Di solito lo stato x_i rappresenta la posizione dell'agente mentre il controllo u_i rappresenta il vettore velocità. Questo modello è da considerarsi troppo semplificato per una applicazione reale, ma esso può essere utilizzato per tracciare traiettorie di riferimento per modelli più avanzati.

2.2.2 Doppio integratore

Il modello del doppio integratore rappresenta un sistema di controllo del secondo ordine. Le equazioni che ne descrivono la dinamica sono:

$$\begin{cases} \ddot{x}_i = u_i \\ y_i = x_i \end{cases}$$

con $x(t) \in \mathbb{R}^n$ lo stato dell'agente, composto da posizione e accelerazione, al tempo t , $u(t) \in \mathbb{R}^n$ controllo in input e $y(t) \in \mathbb{R}^n$ l'uscita del sistema. Al contrario del modello del singolo integratore, il doppio integratore presenta una maggiore validità effettiva in quanto, la presenza dell'accelerazione, rende il modello applicabile in ambienti reali.

2.2.3 Modello dell'uniciclo

Il modello dell'uniciclo è utilizzato per fornire una rappresentazione semplificata della dinamica di un veicolo dotato di ruote in un piano bidimensionale. Il suo modello è caratterizzato dalla capacità di muoversi in avanti con velocità v e dalla possibilità di ruotare la sua orientazione nel piano attraverso la velocità angolare w . La sua dinamica è espressa dalle formule:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \cos(\theta_i) \\ \dot{y}_i = v_i \sin(\theta_i) \\ \dot{\theta}_i = w_i \end{cases}$$

dove (x_i, y_i) sono le coordinate dell'agente sul piano mentre θ_i ne rappresenta l'orientazione.

Al contrario dei precedenti, questo modello è caratterizzato da una dinamica non lineare.

Capitolo 3

Tipologie di controllo

In letteratura la caratterizzazione delle tipologie di controllo di formazione avviene in termini di capacità di rilevamento e di topologia di interazione, ovvero da quali variabili siano osservate dal sistema multi-agente e su quali esso possa effettuare un controllo. Le variabili osservate specificano la capacità di rilevamento dell'agente individuale, le variabili di controllo individuano la topologia di interazione.

In particolare se il controllo avviene sulle posizioni degli agenti individuali, essi potranno raggiungere la posizione desiderata senza avere la necessità di interagire tra loro. Al contrario se la variabile su cui si effettua il controllo è la distanza tra agenti, essi dovranno collaborare tra loro per poter mantenere la formazione come una struttura rigida.

A causa di queste considerazioni i problemi di controllo di formazione si dividono in basati sulla posizione, basati sulla posizione relativa e basati sulla distanza.

3.1 Controllo basato sulla posizione

Un controllo basato sulla posizione è caratterizzato da:

- Capacità di rilevazione: Gli agenti possiedono un comune sistema di riferimento globale e necessitano di rilevare la loro posizione assoluta rispetto ad esso.
- Topologia di interazione: La formazione desiderata è specificata dalle posizioni assolute degli agenti nello spazio. In questo caso le interazioni tra agenti non sono necessarie, in quanto questi possono raggiungere la formazione desiderata controllando la loro posizione individuale.

L'interazione tra agenti può essere introdotta per aggiungere funzionalità aggiuntive come un aumento delle performance o un comportamento di mantenimento di forma o anche di evitamento di collisioni.

È possibile formulare una legge di controllo del tipo:

$$u_i = k_p(p_i^* - p_i)$$

con $k_p > 0$ e p_i^* la posizione desiderata. Sia $e_p := p^* - p$ l'errore dinamico, si ha che $\dot{e}_p = -k_p e_p$ che mostra la convergenza esponenziale di p a p^* .

3.2 Controllo basato sulla posizione relativa

Un controllo di formazione basato sulla posizione relativa impone ai propri agenti i seguenti requisiti:

- Capacità di rilevazione: gli agenti possiedono il loro individuale sistema di coordinate, il quale è allineato al sistema di coordinate globale. Agli agenti non è richiesto di conoscere la posizione dell'origine del sistema

di coordinate globale. Essi necessitano tuttavia di saper percepire le posizioni relative degli altri agenti vicini rispetto al proprio sistema di coordinate locale. Si noti che le posizioni relative degli agenti sono le stesse sia rispetto al sistema di coordinate locali sia al sistema di coordinate globali, avendo stessa orientazione.

- Topologia di interazione: La formazione desiderata è specificata in termini di posizioni relative tra agenti. Gli agenti quindi devono attivamente controllare la posizione relativa dei propri vicini. È necessaria l'esistenza di un albero di copertura di connessioni per il raggiungimento della formazione desiderata.

In seguito vengono trattati i controlli di formazione basati sulla posizione relativa per i casi di un modello di agente a singolo integratore, modello di agente a doppio integratore, e modello di agente a unicycle.

3.2.1 Modello di agente a singolo integratore

Si considerino i seguenti agenti, rappresentati con un modello a singolo integratore, in uno spazio n -dimensionale su un grafo \mathcal{G} :

$$\dot{p} = u_i, \quad i = 1, \dots, N$$

dove $p_i \in \mathbb{R}^n$ e $u_i \in \mathbb{R}^n$ denotano la posizione e il controllo di velocità dell'agente i rispetto al sistema di coordinate globali. Assumiamo che le seguenti posizioni relative siano disponibili all'agente i :

$$p_{ij} := p_j - p_i, \quad i \in \mathcal{N}_i$$

con \mathcal{N}_i l'insieme degli agenti connessi all'agente i . Sia $p^* \in \mathbb{R}^{nN}$ dato, l'obiettivo dell'agente è soddisfare il vincolo:

$$p_i - p_j = p_i^* - p_j^*, \quad i, j \in \mathcal{V}$$

L'intera formazione desiderata è definita dall'insieme:

$$E_{p^*} := \{p : p_j - p_i = p_j^* - p_i^*, \quad i, j \in \mathcal{V}\}$$

Notiamo che E_{p^*} specifica la formazione a meno di una traslazione.

Questo problema di controllo di formazione può essere risolto usando la seguente legge di controllo:

$$u_i = k_p \sum_{j \in \mathcal{N}_i} w_{ij} (p_j - p_i - p_j^* + p_i^*)$$

con $k_p > 0$. Sotto questa legge di controllo E_{p^*} risulta essere esponenzialmente stabile se \mathcal{G} possiede un albero di copertura.

3.2.2 Modello di agente a doppio integratore

Si considerino i seguenti N agenti realizzati con il modello doppio integratore in uno spazio n -dimensionale su un grafo G .

$$\begin{cases} \dot{p}_i = v_i \\ \dot{v}_i = u_i \end{cases}$$

con $i = 1, \dots, N$, con $p_i \in \mathbb{R}^n, v_i \in \mathbb{R}^n$ che denotano rispettivamente la posizione, velocità e controllo di accelerazione dell'agente i rispetto al sistema di coordinate globali. Siano $p^* \in \mathbb{R}^{nN}$ e $v^* \in \mathbb{R}^{nN}$ date. Sia inoltre $\dot{v}^* = 0$. L'obiettivo degli agenti è di raggiungere la formazione desiderata definita come:

$$E_{p^*, v^*} := \{[p^T v^T] : p_j - p_i = p_j^* - p_i^*, v_j - v_i = v_j^* - v_i^*, \quad i, j \in \mathcal{V}\}$$

Una legge di controllo possibile risulta essere:

$$u_i = k_p \sum_{j \in \mathcal{N}_i} w_{ij} (p_j - p_i - p_j^* + p_i^*) + k_v \sum_{j \in \mathcal{N}_i} w_{ij} (v_i - v_j - v_i^* + v_j^*)$$

3.2.3 Modello di agente unicycle

Si considerino i seguenti agenti rappresentati mediante il modello di unicycle connessi in un grafo di connessioni \mathcal{G} .

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \cos(\theta_i) \\ \dot{y}_i = v_i \sin(\theta_i) \\ \dot{\theta}_i = w_i \end{cases}$$

con $p_i = [x_i, y_i]^T \in \mathbb{R}^2$, $\theta \in (-\pi, \pi]$ che rappresentano le posizioni e l'angolo di orientazione rispetto al sistema di coordinate globali, $v_i \in \mathbb{R}$ e $w_i \in \mathbb{R}$ che rappresentano i controlli dell'agente i . Secondo Daniel Pickem, Myron Lee, e Magnus Egerstedt [3] è possibile formulare una legge di controllo del tipo:

$$\begin{aligned} v_i &= \cos(-\theta_i)v_{x_i} - \sin(-\theta_i)v_{y_i} \\ w_i &= \frac{1}{l}(\sin(-\theta_i)v_{x_i} + \cos(-\theta_i)v_{y_i}) \end{aligned}$$

dove $l > 0$ rappresenta un parametro di progetto e le velocità lineari in input v_x e v_y nelle equazioni sono ottenute utilizzando il modello lineare dell'agente a singolo integratore come traiettoria di riferimento.

3.3 Controllo basato sulla distanza

Un controllo basato sulla distanza impone ai propri agenti i seguenti requisiti:

- Capacità di rilevazione: gli agenti possiedono il loro sistema di coordinate locale il quale non è richiesto sia orientato in modo analogo agli altri o al sistema globale di coordinate. Gli agenti rilevano la posizione degli agenti vicini nel loro sistema di riferimento.

- Topologia di interazione: la formazione desiderata è specificata in termini di distanze previste tra coppie di agenti. In favore di ciò la formazione può essere trattata come un oggetto rigido ed è invariante alle combinazioni di traslazioni e rotazioni. Per raggiungere la posizione desiderata tra gli agenti deve essere presente un grafo di connessione rigido.

Nel controllo automatico di formazione basato sulla distanza le leggi di controllo sono di tipo non lineare anche se i modelli agenti presi in considerazione sono lineari.

3.3.1 Modello agente a singolo integratore

Si considerino i seguenti n agenti a modello singolo integratore:

$$\dot{p}_i = u_i, \quad i = 1, \dots, N$$

con $p_i \in \mathbb{R}^n$ a $u_i \in \mathbb{R}^n$ denotano la posizione e il controllo dell'agente i rispetto al sistema di coordinate globali. Si denotano ${}^i\sum$ l'origine del sistema di coordinate dell'agente i e ${}^g\sum$ l'origine del sistema di coordinate globali. Indichiamo con p_i^i e u_i^i rispettivamente la posizione e il controllo dell'agente i rispetto al sistema di coordinate ${}^i\sum$. Assumiamo la presenza di un grafo $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ di connessioni tra agenti nel quale essi possano rilevare la posizione dei vicini rispetto al proprio sistema di coordinate locale. Sia $p^* \in \mathbb{R}^{nN}$ dato, la formazione desiderata è specificata dall'insieme di posizioni che sono congruenti a p^* .

$$E_{p^*} = \{p \in \mathbb{R}^{nN} : \|p_j - p_i\| = \|p_j^* - p_i^*\|, i, j \in V\}$$

Notiamo che in questo caso E_{p^*} specifica la formazione a meno di trasformazioni rigide (traslazioni e rotazioni) quando il grafo di connessioni è rigido.

Per il controllo automatico di formazione basato sulla distanza è possibile usare una legge di controllo basata sul gradiente. Definiamo la funzione potenziale locale $\phi : \mathbb{R}^{n(|\mathcal{N}_i|+1)} \rightarrow \bar{\mathbb{R}}_+$

$$\phi(p_i^i, p_j^i, j \in \mathcal{N}_i) := \frac{k_p}{2} \sum_{i \in \mathcal{N}_i} \gamma_{ij}(\|p_j^i - p_i^i\|)$$

con $k_p > 0$ e $\gamma_{ij} : \mathbb{R} \rightarrow \bar{\mathbb{R}}_+$ differenziabile. È possibile progettare una legge di controllo del tipo:

$$u_i = -\nabla_{p_i^i} \phi(p_i^i, p_j^i, j \in \mathcal{N}_i) = k_p \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \frac{\partial \gamma_{ij}(\|p_j^i - p_i^i\|)}{\partial (\|p_j^i - p_i^i\|)} \frac{(p_j^i - p_i^i)}{\|p_j^i - p_i^i\|}$$

implementabile con solo la conoscenza delle coordinate rispetto al sistema di riferimento locale dell'agente, essendo γ_{ij} funzione di $\|p_j^i - p_i^i\|$. La funzione γ_{ij} è presente in diverse versioni in letteratura, una dei esse la esprime come:

$$\gamma_{ij}(\|p_j^i - p_i^i\|) := k_p (\|p_j - p_i\|^2 - \|p_j^* - p_i^*\|^2)^2$$

con $k_p > 0$. Sotto l'assunzione che sia presente un grafo infinitesimamente rigido in \mathbb{R}^2 è dimostrata la stabilità asintotica in E_{p^*} . Un'altra legge usata in letteratura è

$$\gamma_{ij}(\|p_j^i - p_i^i\|) := k_p \frac{(\|p_j - p_i\|^2 - \|p_j^* - p_i^*\|^2)^2}{\|p_j - p_i\|^2}$$

la quale previene la collisione tra agenti vicini, in quanto per $p_j - p_i \rightarrow 0$ il potenziale assume un valore tendente all'infinito.

3.3.2 Modello agente a doppio integratore

Si considerino i seguenti N agenti realizzati con il modello doppio integratore in uno spazio n -dimensionale su un grafo \mathcal{G} .

$$\begin{cases} \dot{p}_i = v_i \\ \dot{v}_i = u_i \end{cases}$$

con $i = 1, \dots, N$, con $p_i \in \mathbb{R}^n$, $v_i \in \mathbb{R}^n$ e $u_i \in \mathbb{R}^n$ che denotano rispettivamente la posizione, velocità e controllo in ingresso dell'agente i rispetto al sistema di coordinate globali. Sia $p^* \in \mathbb{R}^{nN}$ assegnato. Definiamo la formazione desiderata E_{p^*, v^*} come:

$$E_{p^*, v^*} := \{[p^T v^T] \in \mathbb{R}^{2nN} : \|p_j - p_i\| = \|p_j^* - p_i^*\|, v = 0, \quad i, j \in V\}$$

È possibile utilizzare una legge di controllo del tipo:

$$u = -\nabla_p \phi(p) - D(p, v)$$

dove $\nabla_p \phi(p)$ è definita come nel modello di controllo a singolo integratore e $D(p, v)$ è una funzione che soddisfa le seguenti proprietà: $D^T(p, v)v > 0$ per tutti i $v \neq 0$

3.3.3 Modello agente uniciclo

La legge di controllo automatico di formazione basata sulla distanza con modello agente uniciclo è analoga al caso del controllo basato sulla posizione relativa. Ovvero per la dinamica sono state utilizzate le formule:

$$v_i = \cos(-\theta_i)v_{x_i} - \sin(-\theta_i)v_{y_i}$$

$$w_i = \sin(-\theta_i)v_{x_i} + \cos(-\theta_i)v_{y_i}$$

con v_x e v_y le velocità usate come riferimento e ottenute attraverso il modello a singolo integratore applicato alla legge di controllo basata sulla distanza.

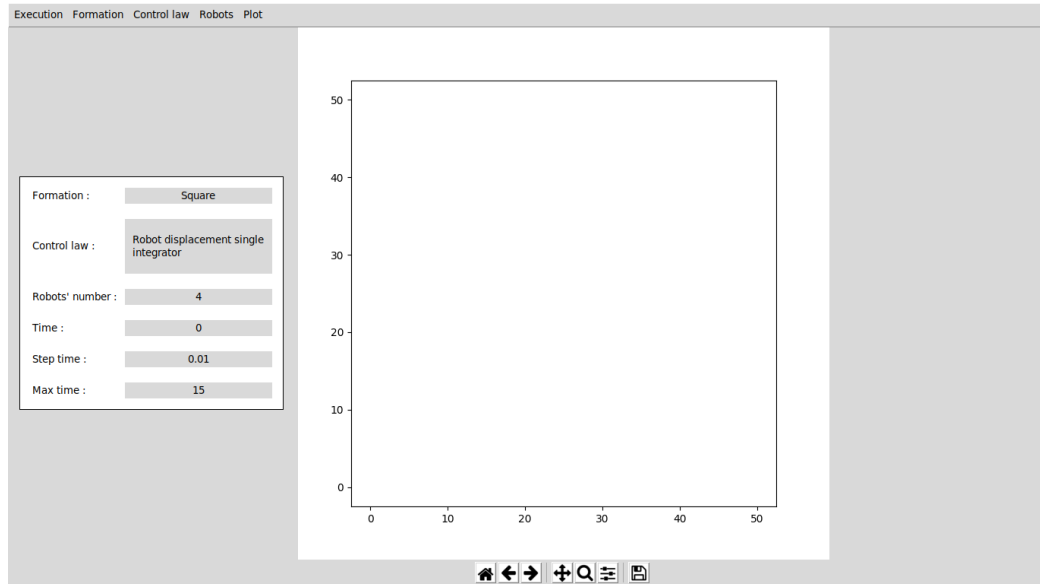
Capitolo 4

Applicazione software

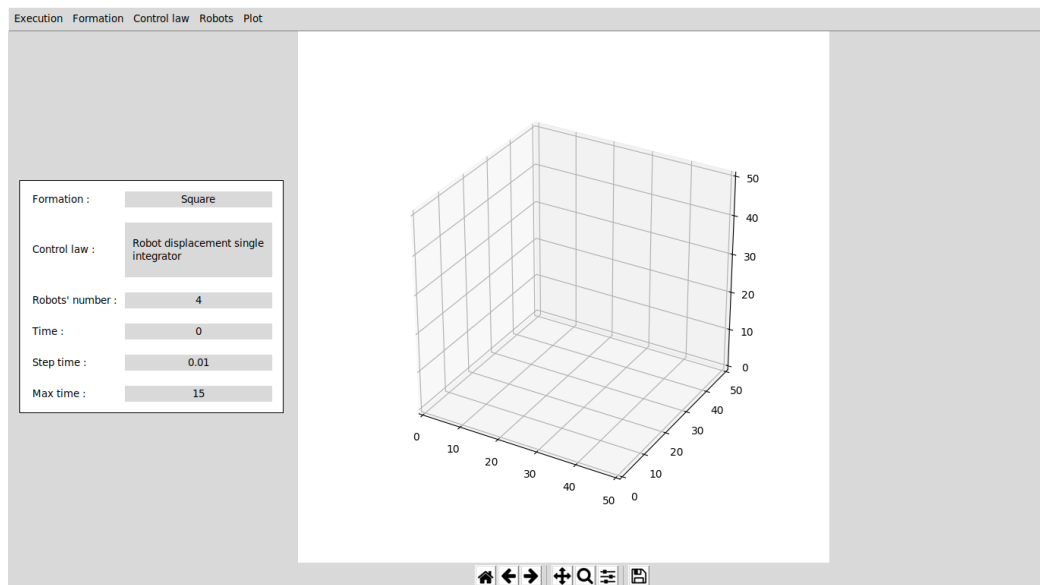
Al fine di poter testare le varie tipologie di controllo studiate è stato sviluppato un software che permette di simulare n -agenti nel raggiungimento di una formazione desiderata. Il progetto è stato realizzato in linguaggio python e utilizza le librerie *numpy* per il calcolo matematico, *wxPython* per l'interfaccia utente, *matplotlib* per le animazioni grafiche risultanti e *munkres* per l'implementazione dell'algoritmo ungherese di assegnazione dei ruoli.

4.1 Caratteristiche generali

L'applicazione consente di impostare la legge di controllo e il modello agente che si intendono utilizzare per la simulazione, ovvero una scelta tra controllo basato sulla posizione relativa o sulla distanza con modello agente a uniciclo o a singolo o a doppio integratore. Le leggi di controllo basate sulla posizione, essendo meno interessanti in pratica, non sono state implementate. La simulazione avviene secondo un tempo t rappresentante i secondi in un ambiente bidimensionale o tridimensionale a scelta dell'utente come mostrato in figura 4.1. Nel caso tridimensionale risultano disabilitati gli agenti con



(a)



(b)

Figura 4.1: Ambiente di simulazione bidimensionale (a) e tridimensionale (b).

modello uniciclo in quanto esso assume validità unicamente in un ambiente bidimensionale. Sono disponibili un insieme di formazioni di default già

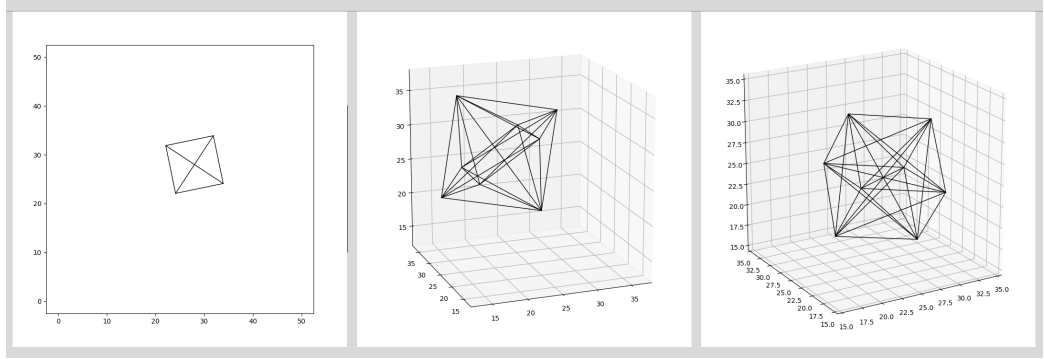


Figura 4.2: Esempi di formazioni implementate: quadratica, doppia piramide a base regolare, cubica.

implementate da cui scegliere, tra queste la formazione di forma quadratica, lineare, cubica, etc come mostrato in figura 4.2, ma è anche possibile realizzare una formazione bidimensionale personale con un apposito editor. Le formazioni tridimensionali non sono applicabili nell'ambiente bidimensionale, invece le formazioni bidimensionali sono realizzate nell'ambiente tridimensionale parallele al piano xy .

Nella simulazione i vertici della struttura risultante rappresentano gli agenti, i lati rappresentano i vincoli imposti per il raggiungimento della formazione presenti tra essi.

4.2 Funzionamento

Selezionata la coppia modello agente-legge di controllo e scelta la formazione desiderata è possibile far iniziare la simulazione. Essa consiste in due fasi:

- la routine di ricerca e connessione: essa permette a un insieme di n agenti separati nello spazio di ottenere un ruolo nel sistema multi agente e collegarsi tra loro in modo conforme alla specifica di formazione.

- applicazione delle leggi di controllo: l'esecuzione automatica delle leggi di controllo di ogni agente, discusse nei capitoli precedenti, fino all'esaurirsi del tempo di simulazione.

4.2.1 Routine di ricerca e connessione

In questo paragrafo viene descritta la routine che gli agenti svolgono al fine di raggiungere una topologia di connessione conforme alla formazione desiderata.

Il sistema multi agente nello stato iniziale della simulazione è composto da n -agenti disposti nello spazio (in modo casuale o in punti scelti dall'utente) non connessi tra loro. Uno degli agenti, chiamato *commander*, ha il ruolo di leader ed è l'unico a possedere l'informazione della formazione scelta. Iniziata la simulazione il *commander* inizia la ricerca di altri agenti, con un certo raggio di rilevazione r , che viene aumentato se non risultano ritrovamenti. Una volta individuato un nuovo agente esso viene connesso all'agente che lo ha scoperto ed anch'esso partecipa alla stessa ricerca. Il procedimento itera fino a che non sono trovati un numero di agenti conforme alla specifica della formazione.

In seguito avviene l'assegnazione dei ruoli, specificati dalla formazione, agli agenti e infine la ristrutturazione delle connessioni. L'assegnazione dei ruoli è stata realizzata attraverso l'algoritmo ungherese dell'assegnazione dei ruoli, il quale data una matrice $n \times n$ che rappresenta i possibili costi agente-ruolo, restituisce l'assegnazione ottima. Nel caso preso in esame la matrice necessaria viene realizzata utilizzando come costi le distanze tra le posizioni iniziali degli agenti e le posizioni che essi assumeranno una volta raggiunta la formazione desiderata calcolate mediante un'euristica. L'euristica nei controlli basati sulla posizione relativa consiste nel proiettare la formazione desiderata

nel baricentro individuato dagli agenti al tempo iniziale. Nei controlli basati sulla distanza invece, non potendo conoscere a priori l'orientazione della formazione che verrà a crearsi rispetto agli assi, sono proiettate 8 formazioni ognuna con un'orientazione differente e tra queste viene scelta la migliore ritenendola la più probabile. Infine vengono ristrutturare le connessioni della rete di agenti in favore dei ruoli assegnati e delle specifiche della formazione.

4.3 Interfaccia utente

Attraverso l'interfaccia utente sono impostabili i seguenti parametri per la simulazione:

- **numero robot:** il numero di agenti robot nella formazione. La variazione di questo parametro è possibile solo in caso non crei conflitti con la formazione scelta: un quadrato permette unicamente la presenza di 4 agenti, una formazione lineare un qualsiasi numero.
- **step time:** rappresenta il tempo di campionamento della simulazione.
- **max time:** il tempo massimo della simulazione. Essa viene fermata quando il tempo della simulazione raggiunge questo valore.

Al fine di migliorare la visualizzazione della dinamica degli agenti è inoltre possibile visualizzare o nascondere attraverso il pulsante *Show/Hide* del menù centrale i punti materiali che li rappresentano nello spazio, le traiettorie compiute o i vincoli presenti tra essi come è mostrato in figura 4.6.

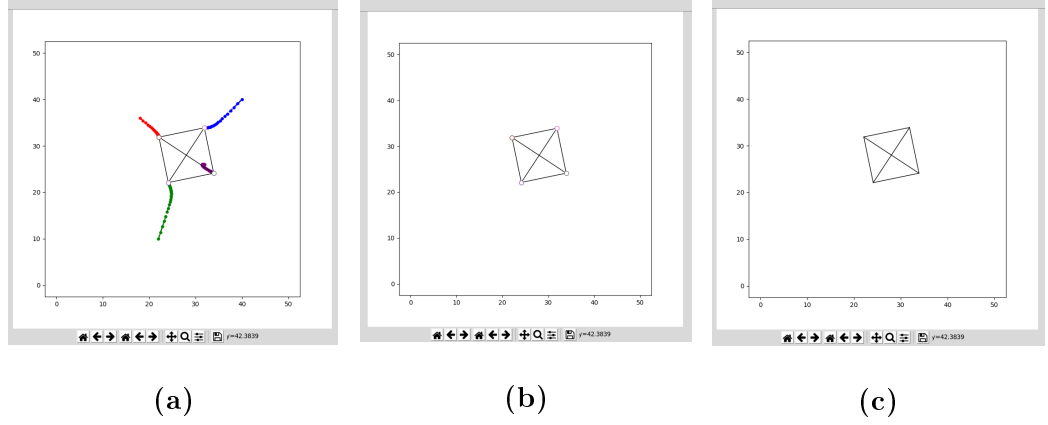


Figura 4.6: Esempi di visualizzazione in presenza di vincoli, agenti e traiettorie (a), in presenza di vincoli e agenti (b) e in presenza unicamente di vincoli (c)

4.4 Risultati

Mediante l'utilizzo del software è stato possibile studiare le proprietà di convergenza di un sistema multi agente a una desiderata formazione.

Si consideri l'andamento dell'errore $e(t)$ così definito:

$$e(t) = \sqrt{\sum_{i \in \mathcal{V}} e_i(t)^2}$$

con $e_i(t) = \sqrt{\sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\|p_j^* - p_i^* - p_j + p_i\|_2)^2}$ nel caso di controlli basati sulla posizione relativa e con $e_i(t) = \sqrt{\sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\|p_j^* - p_i^*\| - \|p_j - p_i\|)^2}$ nel caso di controlli basati sulla distanza. L'analisi dell'andamento di convergenza di $e(t)$ prevede l'esecuzione del metodo Monte Carlo in 100 esperimenti considerando a ogni iterazione posizioni iniziali degli agenti generate in modo pseudo casuale. I risultati mostrano un andamento di tipo esponenziale al valore zero, conforme alle proprietà di convergenza delle singole leggi di controllo utilizzate dagli agenti come mostrato nelle figure 4.7 e 4.8.

A parità di numero di vincoli e modelli agente utilizzati, le leggi di controllo

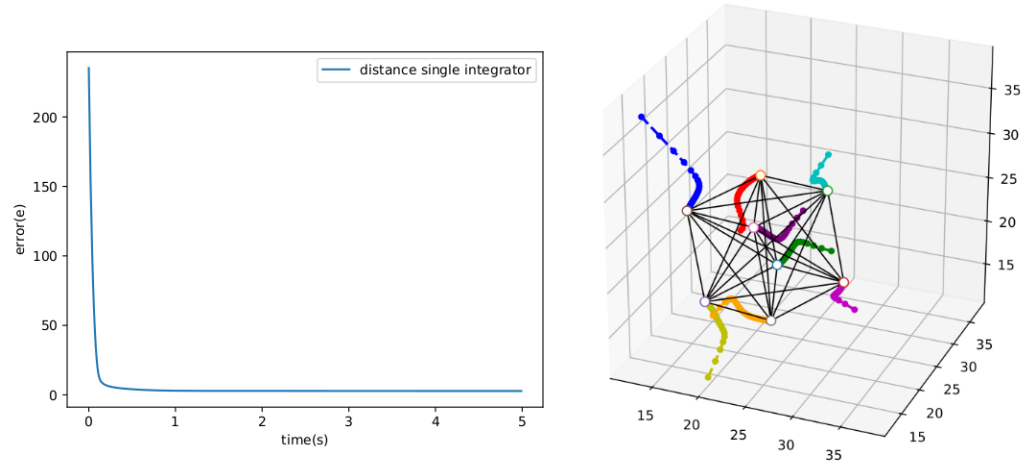


Figura 4.7: A sinistra è mostrato l'andamento di convergenza dell'errore nel caso di formazione cubica con controllo basato sulla distanza a singolo integratore. A destra una realizzazione grafica del movimento degli agenti alla convergenza della suddetta formazione.

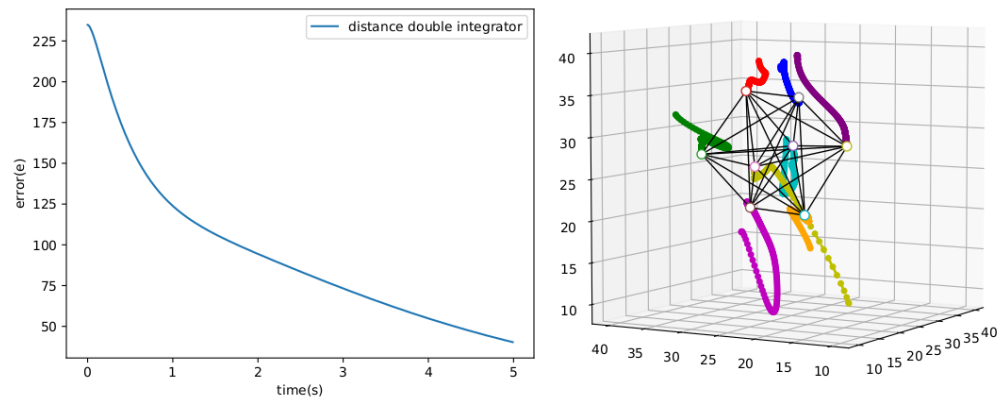


Figura 4.8: A sinistra è mostrato l'andamento di convergenza dell'errore nel caso di formazione cubica con controllo basato sulla distanza a doppio integratore. A destra una realizzazione grafica del movimento degli agenti alla convergenza della suddetta formazione.

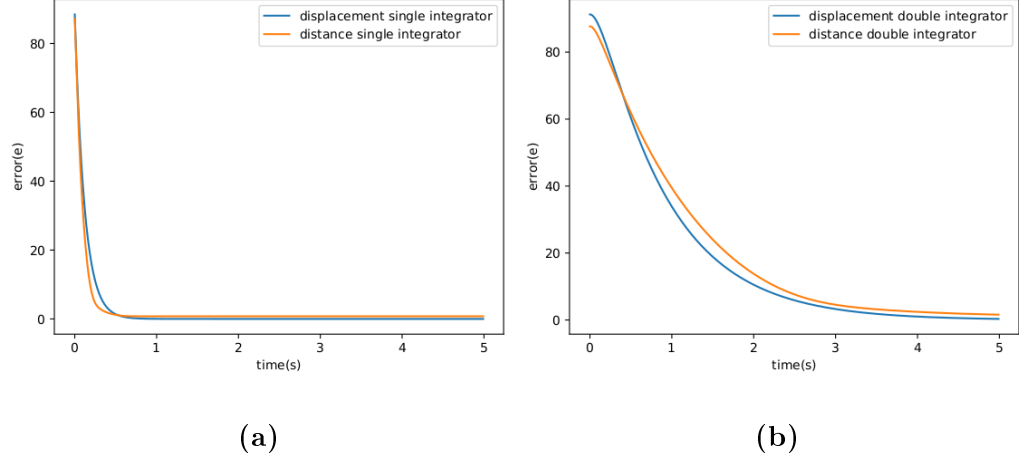


Figura 4.11: Confronto della convergenza tra controllo basato sulla posizione relativa e sulla distanza alla formazione quadratica dotata di sei vincoli tra agenti con modello a singolo integratore **(a)** e modello a doppio integratore **(b)**.

basate su posizione relativa e distanza presentano proprietà di convergenza simili tra loro (lievemente migliori nei controllo basati sulla posizione relativa) come mostrato in figura 4.11. Il modello a singolo integratore risulta più efficiente del doppio integratore, ciò è dovuto al fatto che il primo, che esegue un controllo basato sulla velocità, è una rappresentazione più semplificata di un robot rispetto al secondo, in cui il controllo si basa sull'accelerazione. Mettendo in evidenza le interazioni tra agenti, i test effettuati mostrano come un aumento di connessioni permetta di ottenere performance migliori in presenza di controlli basati sulla posizione relativa o sulla distanza. Si consideri ad esempio una legge di controllo basata sulla posizione relativa e più formazioni di forma quadratica che variano tra loro per il numero di vincoli tra agenti. Indichiamo con $\mathcal{F}_3, \mathcal{F}_4, \mathcal{F}_5$ e \mathcal{F}_6 le formazioni dotate rispettivamente di 3, 4, 5 e 6 archi. I risultati, come mostrato in figura 4.12 mostrano come all'aumentare delle connessioni aumenti la velocità di convergenza al valore

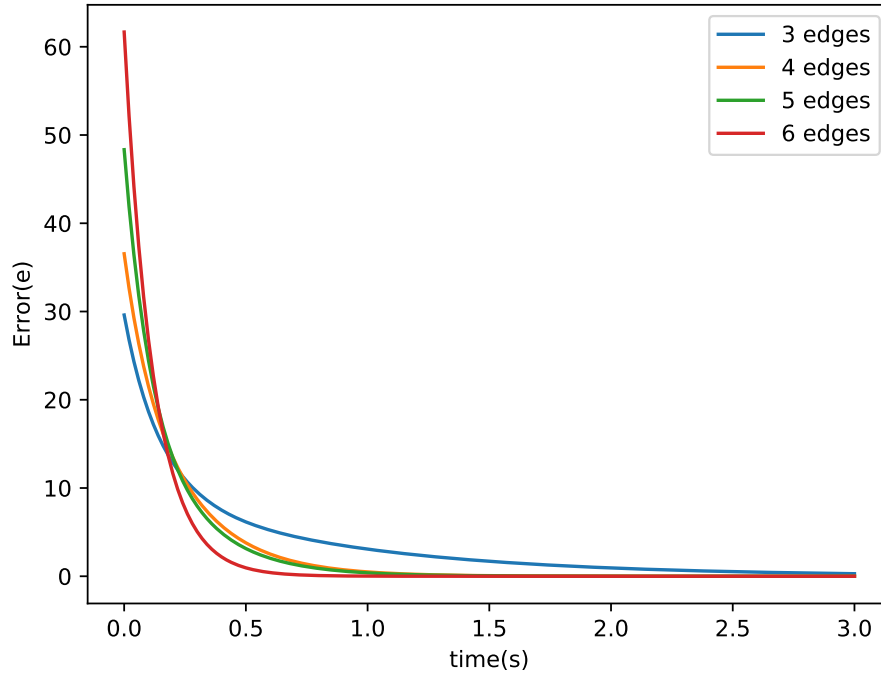
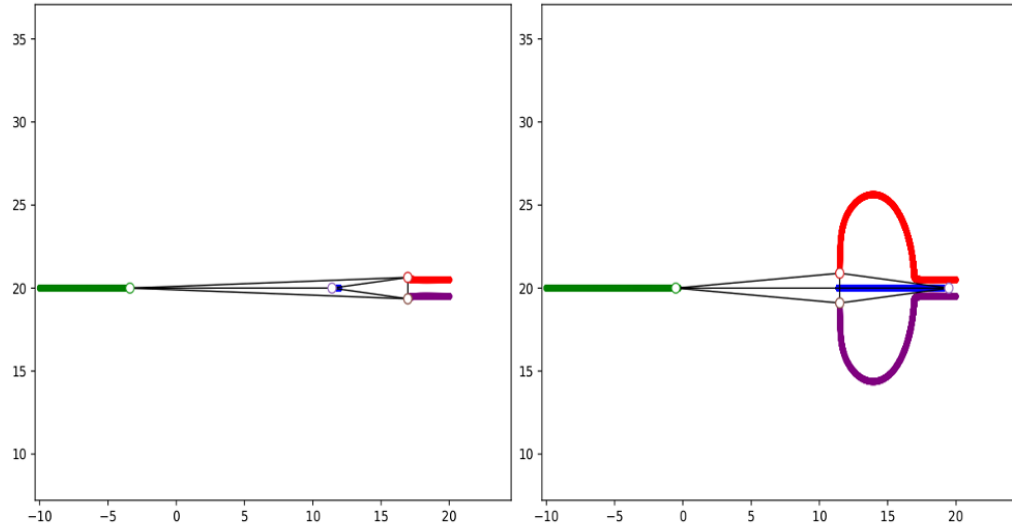
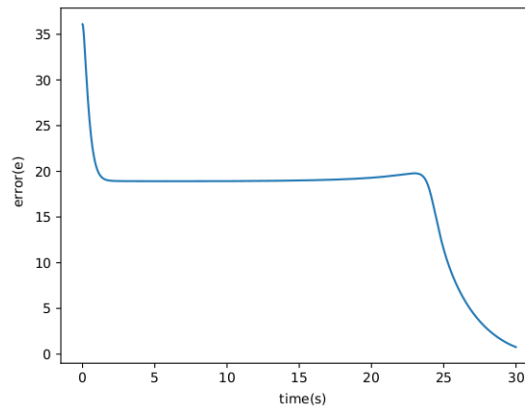


Figura 4.12: Variazione dell'andamento di convergenza a formazione di forma quadratica con controllo basato sulla posizione relativa a singolo integratore in presenza di 3 (3 lati esterni), 4 (tutti i lati esterni del quadrato), 5 (i lati esterni e una diagonale) e 6 vincoli (i lati esterni e entrambe le diagonali) tra agenti.

di regime. L'aumento di vincoli può portare però alla formazione di punti nello spazio di equilibrio del sistema multi agente. Questi punti raggiungibili unicamente attraverso particolari posizioni iniziali degli agenti rallentano il completo raggiungimento della formazione desiderata, come mostrato in figura 4.13, e possono teoricamente anche portare a una conformazione di blocco corrispondente a un minimo locale del potenziale. Per ridurre queste eventualità è necessario un uso accorto di algoritmi di assegnazione dei ruoli della formazione agli agenti o in alternativa di strategie per evitare o fuggire dai minimi locali.



(a)



(b)

Figura 4.13: Esempio di condiziane iniziale del sistema multi agente che porta a un conformazione di blocco parziale **(a)** con formazione considerata a forma di rombo, basata sulla distanza e con modello a doppio integratore. La figura sottostante **(b)** mostra la convergenza del sistema in presenza del suddetto blocco.

Capitolo 5

Conclusioni

Questa tesi di laurea ha approfondito lo studio dei controlli automatici di sistemi multi-agente volti al raggiungimento di una formazione. A tal fine è stata analizzata la modellazione di robot in agenti e la classificazione delle possibili leggi di controllo utilizzabili. Le nozioni teoriche acquisite sono state poi impiegate nello sviluppo di un applicazione software che consente la simulazione e l'analisi delle proprietà di convergenza a una formazione desiderata di un insieme di agenti sparsi nello spazio. I risultati simulativi ottenuti mostrano come i sistemi multi-agente presentino un andamento di convergenza di tipo esponenziale, conforme alle proprietà delle singole leggi di controllo studiate. La convergenza a una formazione è però influenzabile dal grafo d'interazione tra gli agenti: un aumento nel numero di connessioni corrisponde sia ad un incremento della velocità di convergenza, sia ad una maggiore probabilità di occorrenza di conformazioni di equilibrio non previste. Quest'ultime possono causare rallentamenti o addirittura blocchi al processo di raggiungimento della formazione. La probabilità d'insorgenza di una conformazione di blocco è però minimizzabile mediante un uso accorto dell'assegnazione dei ruoli della formazione agli agenti.

Bibliografia

- [1] Julien Hendrickx, Brian Anderson, Jean-Charles Delvenne, and Vincent Blondel. Directed graphs for the analysis of rigidity and persistence in autonomous agent systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 17:960 – 981, 07 2007.
- [2] Kwang-Kyo Oh, Myoung-Chul Park, and Hyo-Sung Ahn. A survey of multi-agent formation control. *Automatica*, 53:424 – 440, 2015.
- [3] D. Pickem, M. Lee, and M. Egerstedt. The gritsbot in its natural habitat - a multi-robot testbed. In *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 4062–4067, May 2015.