

图 1 超宽带定位系统典型实现方式

上传至上位机,上位机根据测距信息构建合适的定位模型,对目标节点的位置进行解算^[7]。

超宽带定位系统中,目标节点与锚点之间通常采用基于到达时间^[8](TOA)的测距方法。相比较信号达到强度^[9](RSS)、到达角度^[10](AOA)和到达时间差^[11](TDOA),TOA 算法具有较高的测距精度和较低的技术实现难度。

基于对称双边双向(SDS-TWR)是 TOA 算法中使用最为广泛的测距算法,其实现原理如图 2 所示。

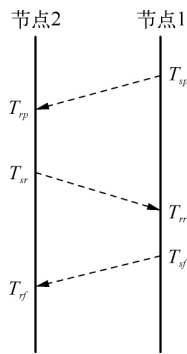


图 2 SDS-TWR 实现原理

假设时间点节点 1 向节点 2 发送一条含有时间戳的数据包,节点 2 收到后经过一段时间延时回复带时间戳确认信息给节点 1,节点 1 收到后此消息包后会继续返回一个确认信息给节点 2, c 为光速,根据以上过程可估算目标节点和锚点之间的距离 d ,根据此测定距离 d 构建合适的定位模型即可解算出目标节点的精确坐标为:

$$d = \frac{1}{4}[(T_{sp} - T_{rr} - T_{rr} + T_{sf}) + (T_{sr} - T_{rf} - T_{rp} + T_{sr})] \cdot c \quad (1)$$

2 基于最小二乘和泰勒级数的定位解算过程

一般采用泰勒算法求解超宽带定位方程时需要选定一个恰当的初始值,一旦初始值与真实值之间偏移程度较大时算法会出现收敛性降低,甚至离散的情况。基于此原因,本节提出了一种最优初值确定方案,将最优初值输入泰勒算法中迭代求解以获取高精度的定位结果。

假设在变电站环境内存在 n 个不共线且不共面的锚点(本文实现的是目标节点的二维坐标,定位空间内至少布置 3 个锚点),设第 i 个锚点的坐标为 (x_i, y_i, z_i) ,第 i 个锚点与目标节点 (x, y) 的距离为 d_i ,根据距离公式联立非线性方程组如下:

$$\begin{cases} (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 = d_1^2 - (z_1 - 1.75)^2 = k_1^2 \\ \vdots \\ (x_n - x)^2 + (y_n - y)^2 = d_n^2 - (z_n - 1.75)^2 = k_n^2 \end{cases} \quad (2)$$

式中,1.75 为运维人员的身高,将上式变换为 $AX = B$ 的形式,其中:

$$A = \begin{bmatrix} 2(x_1 - x_n) & 2(y_1 - y_n) \\ 2(x_2 - x_n) & 2(y_2 - y_n) \\ \vdots & \vdots \\ 2(x_{n-1} - x_n) & 2(y_{n-1} - y_n) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 - x_n^2 - y_n^2 + k_n^2 - k_1^2 \\ x_2^2 + y_2^2 - x_n^2 - y_n^2 + k_n^2 - k_2^2 \\ \vdots \\ x_{n-1}^2 + y_{n-1}^2 - x_n^2 - y_n^2 + k_n^2 - k_{n-1}^2 \end{bmatrix} \quad X = (x, y)$$

为使定位模型更加完整,引入定位误差矩阵 e_n ,上式可转换为:

$$e_n = AX - B \quad (3)$$

误差矩阵 e_n 最小的情况下输出的 X 值即为标签坐标的最小二乘解,为求解 e_n 的最小值可设立方程 $f(X) = |AX - B|^2$,当 $f(x)$ 导数为 0 时推算出的 X 即为最优解,推导公式如下:

$$\frac{df(X)}{dx} = 2A^TAX - 2A^TB \quad (4)$$

当上式为 0 且 A^TA 为非奇异矩阵时, X 的最小二乘估计为:

$$\hat{X} = (A^TA)^{-1}A^TB \quad (5)$$

针对某待定位节点, 给上述过程解算出 N 个二维坐标 $(x'_i, y'_i) (i = 1, 2, \dots, N)$ 分配权值 p_k 。

$$p_k = \sqrt{\frac{1}{2(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} [(x'_i - x'_k)^2 + (y'_i - y'_k)^2]} \quad (6)$$

式中, $(x'_k, y'_k) (k = 1, 2, \dots, N)$ 表示正在计算权值的坐标; (x'_i, y'_i) 表示其余坐标; $p_k (p_k > 0)$ 表示第 k 个坐标偏移其他坐标的程度, 其之间成正比关系。设置一个阈值 $p (p = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N p_k)$, 将 $p_k \leq p$ 的坐标值保留, 其余坐标略去, p 值可根据特定情况做相应调整。

对完成权值筛选后的 m 个坐标进行权重计算, p_k 的值与坐标距离真实值的偏移程度成正比, 所以权重可令为 p_k 的倒数, 根据阈值筛选和权重计算获取的算法初值为^[12]:

$$(x_0, y_0) = \left(\frac{\sum_{k=1}^t \frac{x'_k}{p_k}}{\sum_{k=1}^t \frac{1}{p_k}}, \frac{\sum_{k=1}^t \frac{y'_k}{p_k}}{\sum_{k=1}^t \frac{1}{p_k}} \right) \quad (7)$$

泰勒算法是一种需要先验信息的迭代算法, 其主要原理是利用上述初始值进行反复迭代, 当定位误差低于某预设门限值时输出目标节点的最优结果。假设目标节点的真实值为 (x, y) , 真实值与上述初值满足下列关系式:

$$\begin{cases} x = x_0 + \delta_x \\ y = y_0 + \delta_y \end{cases} \quad (8)$$

式中, (δ_x, δ_y) 为初值和真实值的定位误差, 泰勒算法迭代过程的最终目的就是使 $|\delta_x + \delta_y|$ 低于某阈值。

在初始值 (x_0, y_0) 处对非线性方程组进行泰勒展开, 省略二阶以上分量的表达式为:

$$k_i = k_i|_{x_0, y_0} + \frac{\partial k_i}{\partial x}|_{x_0, y_0} \delta_x + \frac{\partial k_i}{\partial y}|_{x_0, y_0} \delta_y + \epsilon_i \quad (9)$$

式中:

$$\begin{cases} \frac{\partial k_i}{\partial x}|_{x_0, y_0} = \frac{x_0 - x_i}{\sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2}} = \frac{x_0 - x_i}{k_{i|0}} \\ \frac{\partial k_i}{\partial y}|_{x_0, y_0} = \frac{y_0 - y_i}{\sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2}} = \frac{y_0 - y_i}{k_{i|0}} \end{cases} \quad (10)$$

式中, $k_{i|0} (i = 1, 2, \dots, n)$ 表示 (x_0, y_0) 距离各个锚点的距离(xoy 平面), 综合式(9)和式(10)可构建误差向量如下:

$$\epsilon_i = h_i - \xi_i \delta \quad (11)$$

$$\text{式中, } h_i = \begin{bmatrix} k_1 - k_{1|0} \\ k_2 - k_{2|0} \\ \vdots \\ k_n - k_{n|0} \end{bmatrix}, \xi_i = \begin{bmatrix} \frac{x_0 - x_1}{k_{1|0}} & \frac{y_0 - y_1}{k_{1|0}} \\ \frac{x_0 - x_2}{k_{2|0}} & \frac{y_0 - y_2}{k_{2|0}} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{x_0 - x_n}{k_{n|0}} & \frac{y_0 - y_n}{k_{n|0}} \end{bmatrix},$$

$$\delta = (\delta_x, \delta_y)$$

根据式(11), δ 的最小二乘估计为:

$$\hat{\delta} = (\xi_i^T \xi_i)^{-1} \xi_i^T h_i \quad (12)$$

判断 $|\delta_x| + |\delta_y| = \mu$ 是否成立, 若成立待定位节点的坐标为 $(x_0 + \delta_x, y_0 + \delta_y)$; 若不成立则继续以上迭代过程直至输出值低于阈值 μ 。

3 实验分析

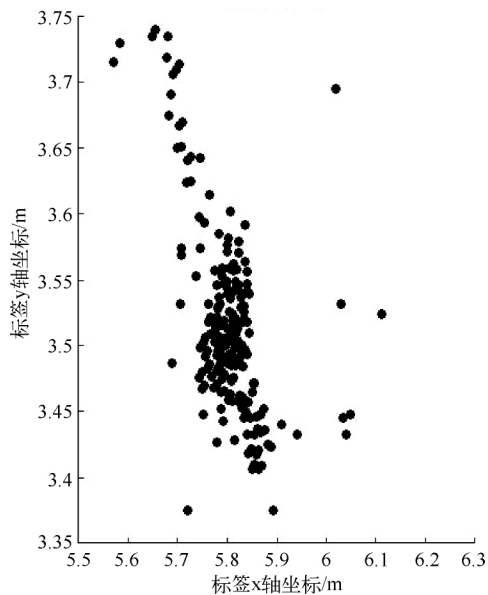
为充分验证本文所提出的超宽带定位算法的鲁棒性和稳定性, 本节将在空旷房间内搭建超宽带定位系统对某待定位节点进行位置解算。与此同时, 将本文算法与 LS 算法和以 LS 算法解算的若干节点坐标的算术平方根作为初值的泰勒算法分别进行精度对比。

本实验所选择的测试环境, 长 10.5 m, 宽 13 m, 高 4.5 m。由于测试环境无遮挡且实现的是二维定位, 所以只设置 3 个锚点, 锚点坐标分别为 $A_1(0.35, 0.15, 3.9)$ 、 $A_2(10.1, 0.25, 3.5)$ 、 $A_3(10.05, 6.8,$

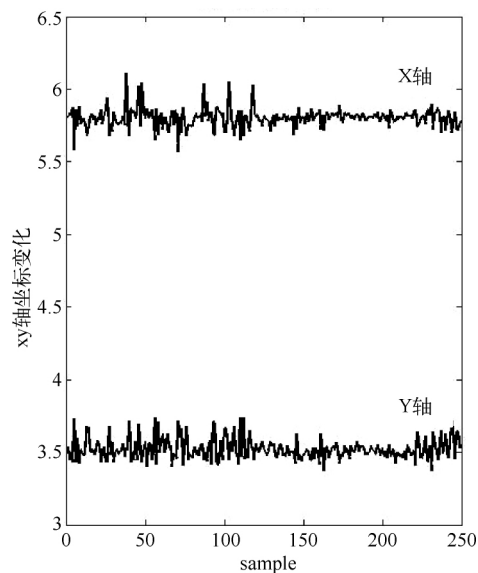
3.85), 测试场景如图 3 所示。



图 3 现场测试场景

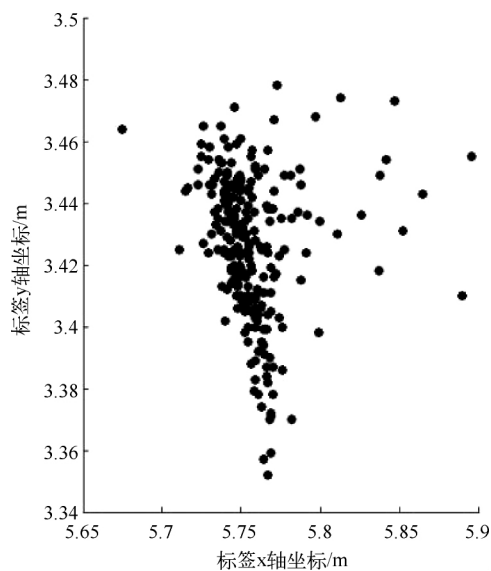


(a) LS 算法散点图

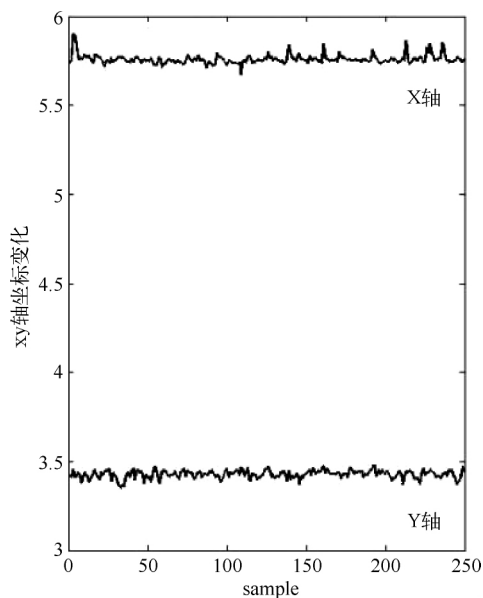


(b) LS 算法坐标变化图

图 4 LS 算法的散点图和坐标变化图



(a) 本文算法散点图



(b) 本文算法坐标变化图

图 5 超宽带定位算法的散点图和坐标变化图

在上述测试场景中, 锚点与待定位节点进行 200 次测距, 将此测距值作为定位算法的输入, 实现结果如下所示:

1) 不同定位算法下的精度分析

此实验下将标签固定在测试点 $T_1 = (5.7, 3.4)$ 上, 将锚点与定位节点之间 200 次测距值分别输入本文算法和 LS 算法中。为定量分析算法性能, 本文以均方差表示解算值的离散程度(std), 以均方根误差表示解算值与真实值的偏移程度(rmse), 作为定位精度的评判指标。两种算法的仿真结果如图 4 和图 5 所示, 定位精度评判表如表 1 所示。

表 1 不同算法下的精度评判表

算法类型	总体精度(m)		X 轴精度(m)		Y 轴精度(m)	
	std	rmse	std	rmse	std	rmse
LS 算法	0.069 5	0.129 8	0.065 6	0.119 1	0.073 4	0.139 7
超宽带定位算法	0.024 3	0.050 5	0.025 4	0.062 2	0.023 2	0.035 0
精度提升(%)	约 60	约 60	约 60	约 40	约 65	约 70

根据散点分布和 xy 轴的坐标情况分析可知,超宽带定位算法的定位误差明显小于 LS 算法,算法的 std 和 rmse 都控制在 10 cm 以内。与 LS 算法相比,超宽带定位算法的定位精度提升了约 63%。

2) 不同初值下精度分析

在上述的测试点上,将 LS 算法解出坐标求算术平均根的泰勒算法和本文提出的超宽带定位算法进行误差对比,其仿真结果和精度评判表如图 6 和表 2 所示。

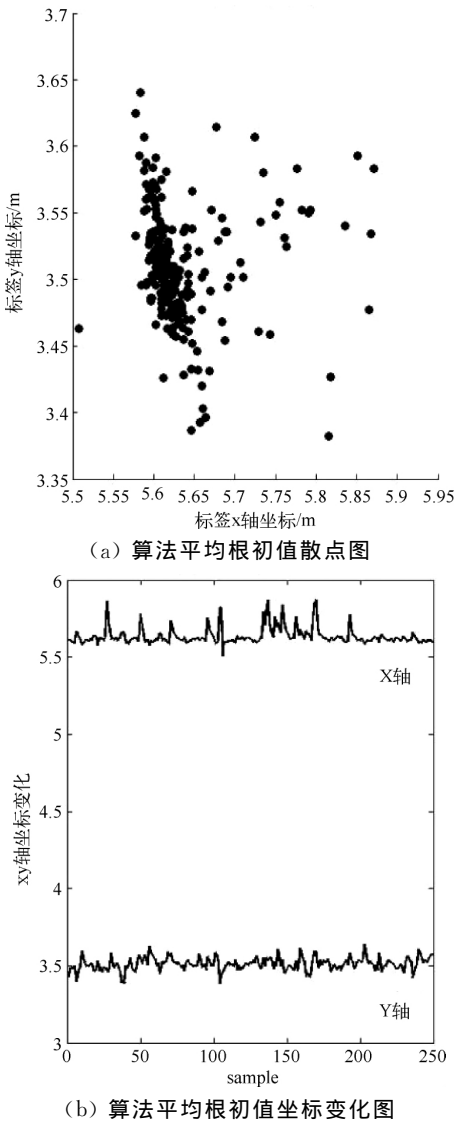


图 6 算术平均根初值下的散点图和坐标变化图

表 2 不同初值下的精度评判表

初值类型	总体精度(m)		X 轴精度(m)		Y 轴精度(m)	
	std	rmse	std	rmse	std	rmse
算术平均根	0.047 6	0.102 2	0.053 5	0.085 5	0.041 1	0.116 6
本文算法初值	0.024 3	0.050 5	0.025 4	0.062 2	0.023 2	0.035 0
精度提升(%)	约 49	约 51	约 53	约 27	约 44	约 70

根据仿真图和评判表可知,该初值条件下的定位精度相比超宽带定位算法下降了 50%,可见本文所提的初值方案能有效降低算法的定位误差。

3) 动态实验

为全面感知本文所提的超宽带定位算法在各种情况下对标签定位情况的影响,在二维平面上对定位节点进行动态轨迹实验。实验方法为手持定位节点从起点(1, 2.4)匀速移动至终点(11, 2.4),将上位机端收集的 100 组测距值作为超宽带定位算法的输入,其得到的解算轨迹点和实际轨迹对比如图 7 所示。对运动轨迹 y 轴方向的坐标进行精度分析,评判结果如表 3 所示。

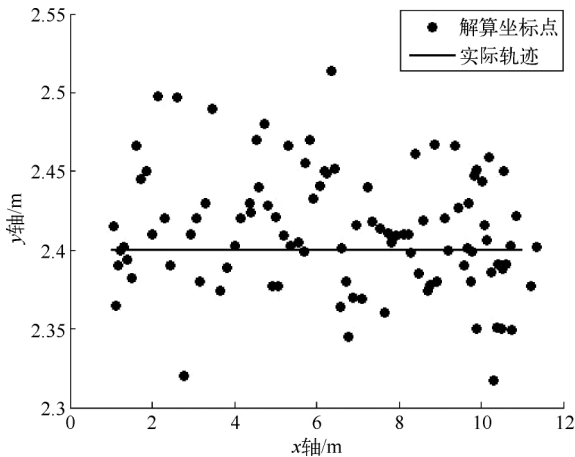


图 7 动态实验结果图

表 3 Y 轴方向精度分析

Y 轴精度(m)	std	rmse
	0.038 4	0.04

从图 7 可以看出,解算轨迹沿着实际轨迹上下波动, x 轴方向上的运动轨迹未出现较大跳跃或折返,从 y 轴评判表中也可知此情况下的 std 和 rmse 都在 5 cm 以内,满足系统对移动节点的定位需求。

4 结束语

本文针对非视距情况严重的室内变电站环境难以获取精确测距信息的问题,采用定位精度和鲁棒性较高的泰勒算法对待定位节点实现位置标定。但泰勒算法的收敛性和精度极度依赖于初值的选择,基于此原因,本文首先利用最小二乘进行全局寻优,再通过阈值筛选和权重计算获取最佳初值,最后将其作为泰勒算法的输入进行迭代求解。经实验分析,本文提出的超宽带定位算法在不降低收敛性的同时定位精度较 LS 算法提升了 63%,较未经初值筛选的泰勒算法提升了 50%,且固定、移动节点的定位误差都控制在 10 cm 以内,基本能够满足复杂变电站环境下的定位要求。

参 考 文 献

- [1] 许佩佩. 基于 TOA 方案的超宽带室内定位技术研究[D]. 南京:东南大学,2016.
- [2] 刘昊. 小型变电站智能巡检机器人设计与巡检规划研究[D]. 呼和浩特:内蒙古工业大学,2018.
- [3] 马龙,陈玉林. 超声波多点定位[J]. 物理实验,2011,31(03):41-46.
- [4] Liu H, Darabi H, Banerjee P, et al. Survey of Wireless Indoor Positioning Technologies and Systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics Part C, 2007, 36(06): 1067-1080.
- [5] 汪义庭. 基于 UWB 的无线室内定位系统设计与实现[D]. 淮南:安徽理工大学,2019.
- [6] 王成晓. 基于 UWB-TDOA 技术的非视距误差校正算法优化研究[D]. 海南:海南大学,2019.
- [7] 孙海渤,阮爱民,魏刚,等. 一种基于 UWB 的变电站运维人员定位系统[J]. 信息化研究,2018,44(06):50-54.
- [8] 吴承钰. 基于 UWB 的室内定位系统设计与实现[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2019.
- [9] 朱自强. 超宽带定位的关键技术研究[D]. 成都:电子科技大学,2019.
- [10] 彭逸凡. UWB 室内定位系统标定方法研究[D]. 郑州:信息工程大学,2017.
- [11] 陶偲. 基于 UWB 的室内 SDS-TWR 测距算法优化和定位算法融合的研究[D]. 武汉:华中师范大学,2016.
- [12] 谢芝玉,刘雄飞,胡志坤. 基于 Taylor 展开的 UWB 井下定位算法研究与实现[J]. 计算机工程与应用,2017,53(02): 231-235.

陈磊(1995—),男,硕士研究生,主要研究方向为无线通信技术。

UWB Location Algorithm Based on Least Square and Taylor Series

Chen Lei¹, Wang Feifei¹, Jiao Liangbao², Cao Xuehong²

(1. School of Electric Power Engineering, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China;

2. Artificial Intelligence Industry Technology Research Center, Nanjing Institute of Technology Institute, Nanjing 211167, China)

Abstract: In order to improve the robustness and positioning accuracy of the positioning algorithm, this paper proposes an ultra-wideband positioning algorithm based on least squares (LS) and Taylor series (Taylor). Firstly, the least square method is used for rough positioning, then the coarse data is optimized by threshold filtering and weight calculation to obtain the best initial value, and finally the positioning point is iteratively solved by the Taylor algorithm to obtain accurate position coordinates. Simulation experiment results show that the positioning error of this method for fixed/mobile nodes is controlled at about 5 cm, which can meet most strict industrial application environments.

Key words: least squares; Taylor series; threshold filtering; weight calculation