

Домашнее задание 3

13.06.2023

1. Решите квадратное уравнение над \mathbb{C} :

$$z^2 - \frac{8z}{1-i} + 1 + 8i = 0.$$

2. Является ли следующая система векторов в \mathbb{R}^5 линейно зависимой?

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \\ 11 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

3. а) Пусть $V = M_2(\mathbb{R})$, $U = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a + d = 0 \right\}$. Покажите, что U – подпространство V . Иными словами, нужно показать, что множество 2×2 матриц с нулевым следом является подпространством пространства всех вещественных 2×2 матриц (*следом* матрицы называется сумма элементов главной диагонали матрицы). Найдите размерность U и предъявите некоторый базис U .

б) В выбранном базисе найдите координаты матрицы $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ (то есть укажите, как эта матрица выражается через базисные).

4. Найдите какой-нибудь базис системы векторов и выразите через него все остальные векторы системы:

$$a_1 = (2, -1, 3, 5), \quad a_2 = (4, -3, 1, 3), \quad a_3 = (3, -2, 3, 4), \quad a_4 = (4, -1, 15, 17), \quad a_5 = (7, -6, -7, 0).$$

5. Найдите размерность и предъявите базис следующего подпространства в \mathbb{R}^5 , заданного множеством решений следующей однородной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 + 7x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 8x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

6. Найдите ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 & -5 & 1 \\ 0 & -7 & 1 & -3 & -5 \\ 3 & 4 & 5 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$