

### ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ К ЛЕКЦИИ 3

- (1) Найдите  $\frac{\partial f}{\partial x}(a, 1)$ , где

$$f(x, y) = x + (y - 1) \arcsin \sqrt{\frac{x}{y}}$$

Указание: можно использовать то, что  $\arcsin' x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ . Но на самом деле можно и без этого обойтись.

- (2) Найти градиент и матрицу Гессе для следующих функций.

(a)  $u = \ln(x + y^2)$

(b)  $u = \frac{\cos x^2}{y}$

- (3) Проверьте равенство

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$$

для функций

(a)  $u = x^2 - 2xy - 3y^2$

(b)  $u = x^{y^2}$

- (4) Найдите указанные производные

(a)  $\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$ , если  $u = x \ln(xy)$ .

(b)  $\frac{\partial^6 u}{\partial x^3 \partial y^3}$ , если  $u = x^3 \sin y + y^3 \sin x$ .

(c)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ , если  $u = f(x, xy, xyz)$ , где  $f(y_1, y_2, y_3) = y_1 + \ln(y_2 y_3) - y_1 y_2 y_3$ .

Указание: можно пользоваться тем, что частные производные можно в любом порядке применять.

- (5) Определите угол между градиентами функции  $u = x^2 + y^2 - z^2$  в точках  $A = (\varepsilon, 0, 0)$  и  $B = (0, \varepsilon, 0)$ .

Указание: угол между векторами  $v$  и  $u$  можно вычислить через скалярное произведение:

$$\cos \varphi = \frac{(u, v)}{|u| \cdot |v|}.$$

- (6) Исследовать на экстремумы следующие функции:

(a)  $f(x, y) = x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ;

(b)  $f(x, y, z) = -x^2 - 5y^2 - 3z^2 + xy - 2xz + 2yz + 11x + 2y + 18z + 10$ .