Домашнее задание 2

1. Найдите определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Найдите характеристический многочлен и спектр матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -5 & 1 & -4 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Разлагая по второму столбцу, вычислите определитель

$$\det \begin{pmatrix} 5 & a & 2 & -1 \\ 4 & b & 4 & -3 \\ 2 & c & 3 & -2 \\ 4 & d & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

4. Найдите определитель. Запишите его в виде многочлена от t

$$\det \begin{pmatrix} -t & 0 & 0 & 0 & a_1 \\ a_2 & -t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & -t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_4 & -t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_5 & -t \end{pmatrix}$$

5. Чему равен определитель матрицы, у которой сумма всех строк с четными номерами (как векторов) равна сумме всех строк с нечетными номерами (также как векторов)?

6. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

а) Найдите матрицу A^{-1} с помощью элементарных преобразований.

б) Найдите матрицу A^{-1} с помощью явной формулы (через присоединенную матрицу).

7. Найдите матрицу X, удовлетворяющую равенству

$$X \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Указание: умножить на обратную матрицу с нужной стороны.