

Домашнее задание 5

27.06.2023

1. Найдите жорданову нормальную форму (ЖНФ) следующей матрицы:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите длины сторон и внутренние углы треугольника ABC в пространстве \mathbb{R}^5 со стандартным скалярным произведением, если координаты вершин треугольника таковы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 5 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3. Пусть в \mathbb{R}^5 задано стандартное скалярное произведение. И пусть

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 6 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad a_1 = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 4 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Найдите расстояние от вектора x до подпространства $U = \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle$, а также проекцию вектора x на U .

4. Применяя процесс ортогонализации Грама–Шмидта, постройте ортогональный базис линейной оболочки $\langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ евклидова пространства \mathbb{R}^4 со стандартным скалярным произведением, где

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 8 \\ -7 \end{pmatrix}$$

5. Методом наименьших квадратов найдите приближенное решение следующей системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x - z = 1 \\ y + z = -1 \\ x - y + z = 0 \\ x - z = -1 \end{cases}$$