ENICARTHAGE

المدرسة الوطنية للمهندسين بقرطاج

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage

PARTIE 2
Module: TECHNIQUES DE L'INFORMATION ET DE LA COMMUNICATION
1ère année Ingénieur Informatique A-B-C-D&E

Dr. Wissem BAHRI
Dr. Amor GUEDDANA

2019-2020

Chapitre 3. Codage Canal

Chapitre 3. Codage Canal

1
- **Introduction**

2
- Detection par Redondance Cyclique

3
- Codage Correcteur d’Erreurs

Introduction

- Les données peuvent subir des erreurs durant la transmission.
  - Bits perdus
  - Changement de la valeur du bit…

Question: Comment se rendre compte de la modification ou de la perte des données à l'arrivée des trames ?

Réponse: Un code de détection d'erreur est ajouté à la trame transmise

- Exemple de méthode
  - La station émettrice rajoute des bits de parités à partir d'une opération mathématique. A la réception, on refait les mêmes calculs et on compare les deux résultats. Si les deux résultats ne correspondent pas, on peut conclure qu'il y a eu une erreur durant la transmission.

- Il existe plusieurs autres méthodes
  - Le contrôle par redondance cyclique (CRC) (détecteur)
  - Le contrôle de parité (détecteur)
  - La parité longitudinale et verticale (détecteur et correcteur)
  - …

Chapitre 3. Codage Canal

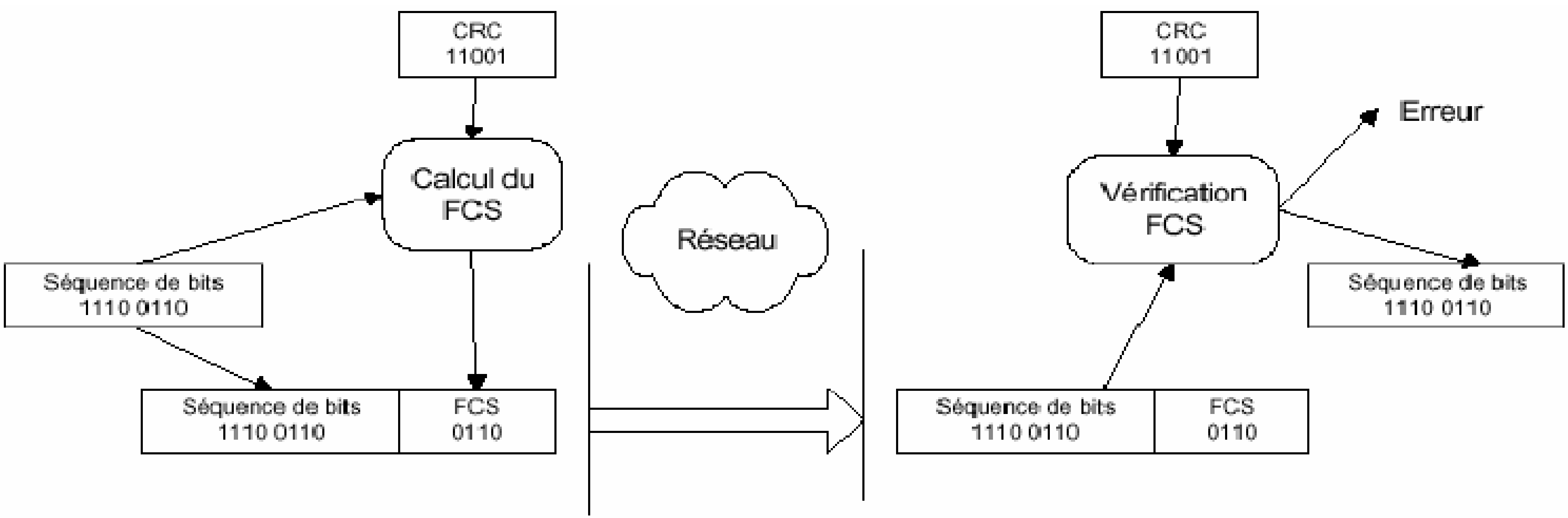
1
- Introduction

2
- **Detection par Redondance Cyclique**

3
- Codage Correcteur d'Erreurs

Détection par Redondance Cyclique (1/7)

- Le CRC *(Cyclic Redondancy Checksu*m) est une méthode puissante de détection d'erreur.
- Cette méthode consiste à réaliser la division de la séquence des bits (message) à transmettre par une valeur générée (CRC) et envoyer le reste FCS *(Frame Check Sequenc*e) avec la séquence de bits.
- La station réceptrice répète l'opération. Si elle obtient le même reste, alors la séquence est considérée comme sans erreur.
- Le CRC est connu de l'émetteur et du récepteur.



Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage

Détection par Redondance Cyclique (2/7)

- Il existe plusieurs types de CRC:
  - CRC- 12 utilisé pour un caractère de 6 bits
  - CRC- 16/ ITU utilisé dans les réseaux WANs
  - CRC- 32 utilisé dans les réseaux locaux

CRC	Formule	Valeur du CRC
CRC-12	$X^{12}+X^{11}+X^3+X^2+X+1$	1100000001111
CRC-16	$X^{16}+X^{15}+X^2+1$	11000000000000101
CRC-16/CCITT	$X^{16}+X^{12}+X^5+1$	10001000000100001
CRC-32	$X^{32}+X^{26}+X^{23}+X^{16}+X^{12}+X^{11}+X^{10}+X^8+X^7+X^5+X^4+X^2+X+1$	100000100110000010001110110110111

- A toute séquence de « k » bits, on peut faire correspondre un polynôme de degré « k - 1 » et de coefficients « 0 » ou « 1 » (ou inversement)
  - **Exemple :** Soit la séquence de k = 10 bits **1 1 0 1 0 1 1 0 1 1**
  - Le Polynôme de degré k -1 = 9 associé à cette séquence est donné par:

$$\mathbf{1}x^9+\mathbf{1}x^8+\mathbf{0}x^7+\mathbf{1}x^6+\mathbf{0}x^5+\mathbf{1}x^4+\mathbf{1}x^3+\mathbf{0}x^2+\mathbf{1}x^1+\mathbf{1} = x^9+x^8+x^6+x^4+x^3+x^1+1$$

Détection par Redondance Cyclique (3/7)

- On associe à la séquence de bits à transmettre un polynôme:

$$M(x)=a_m x^m+a_{(m-1)}x^{(m-1)}+\ldots\ldots +a_1x^1+a_0$$

  - $a_i = 0$ ou 1 pour $i = 0,1,\ldots, m$ sont les facteurs du polynôme constituant la séquence de bits $=(a_m\ a_{(m-1)} \ldots a_1\ a_0)$
- Dans le monde des polynômes, cela correspond à
  1. $(M(x) \times x^n) = Q(x) \times C(x) + R(x)$
  2. $(M(x) \times x^n)/C(x) = Q(x) + [R(x)/C(x)]$
  3. $[M(x) \times x^n - R(x)] / C(x) = Q(x)+ 0$
  - $R(x)$ = le reste (séquence de n bits) est obtenu en divisant $M(x) . x^n$ par $C(x)$.
  - $C(x)$ = le diviseur de degré n (séquence de n+1 bits)
- Méthodologie
  - Multiplier le polynôme $M(x)$ par x^n (revient à ajouter n “0” à la séquence de bits M)
  - Calculer le reste $R(x)$
  - Transmettre la séquence correspondante à $(M(x) \times x^n) – R(x)$
  - À la station réceptrice, diviser $(M(x) \times x^n) – R(x)$ par $C(x)$
  - Si le reste est 0, pas d’erreur
  - Si le reste est différent de 0, il y a erreur

Détection par Redondance Cyclique (4/7)

Exemple

- Au niveau de l'émission
  - Prenons M = 1101011011. Le polynôme associé est noté par M(x):

$$M(x) = x^9 + x^8 + x^6 + x^4 + x^3 + x + 1$$

  - C = 10011, soit $C(x) = x^4 + x + 1$
  - Multiplions M par x^4 (revient à ajouter 4 “0” à la séquence M), soit:

M' = 1101011011 0000

  - Divisons M'(x) par C(x) en utilisant l'opération XOR (OU exclusif)
  - Le reste obtenu correspond au FCS donné par 1110
  - Le message envoyé est : M' – R = 11010110111110
- A la réception,
  - La station effectue la division par le même CRC de la séquence entière.
  - Si le reste est 0, pas d'erreur

Détection par Redondance Cyclique (5/7)

- Exemple de codage CRC (méthode binaire)

```
1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0   | 1 0 0 1 1
1 0 0 1 1                     |-----------
---------                     | 1 1 0 0 0 0 1 0 1 0
0 1 0 0 1 1
  1 0 0 1 1
  ---------
  0 0 0 0 0 1 0 1 1 0
            1 0 0 1 1
            ---------
            0 0 1 0 1 0 0
                1 0 0 1 1
                ---------
                0 0 1 1 1 0
```

1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 ← Bits transmis

Détection par Redondance Cyclique (6/7)

- Décodage (méthode binaire)

(Sans erreur de transmission)

```
1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0  | 1 0 0 1 1
1 0 0 1 1                    |--------------------
---------                    | 1 1 0 0 0 0 1 0 1 0
0 1 0 0 1 1
  1 0 0 1 1
  ---------
  0 0 0 0 0 1 0 1 1 1
            1 0 0 1 1
            ---------
            0 0 1 0 0 1 1
                1 0 0 1 1
                ---------
                0 0 0 0 0 0
```

Pas d'erreur car le reste est nul

Détection par Redondance Cyclique (7/7)

- Décodage (méthode binaire) (Avec erreur de transmission)

```
1 1 0 1 0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 | 1 0 0 1 1
1 0 0 1 1                   |__________
_________                   | 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0
0 1 0 0 1 1                 |
  1 0 0 1 1                 |
  _________                 |
  0 0 0 0 0 1 0 0 1 1       |
            1 0 0 1 1       |
            _________       |
            0 0 0 0 0 1 1 0 |
```

Erreur de transmission
car le reste n'est pas nul

Chapitre 3. Codage Canal

1 • Introduction

2 • Detection par Redondance Cyclique

3 • Codage Correcteur d'Erreurs

Codage Correcteur d'Erreurs (1/4)

- A l'émission
  - $M=[m_1,\ldots, m_k]$ est le mot d'information à transmettre
  - $C=[c_1,\ldots, c_n]$ est le mot de code donné par :

$$C = M\,G \quad \text{où } G=[id_k \;\; P]$$

    - G : matrice génératrice du code de dimension (k , n)
    - P : matrice de parité
- A la réception
  - Soit R le vecteur ligne représentant le mot de code de n éléments reçu:

$$R = C + E$$

  - E est un vecteur ligne dont les composantes binaire représentent les éventuelles erreurs de transmission.

• **Vecteur Erreur:** Les erreurs subies par un mot code peuvent être représentées par un vecteur $E=[\,e_1, e_2,\ldots, e_n\,]$, où e_i prends la valeur 0 s'il n'y pas d'erreur sur le bit d'indice i du mot code et la valeur 1 dans le cas contraire.

Codage Correcteur d'Erreurs (2/4)

Méthode de décodage

1ere étape: Calcule du vecteur syndrome S

$S = R\,H^T = (C+E)H^T$ avec $H = \left[P^T \;\; Id_{n-k} \right]$ matrice de contrôle de parité

2eme étape: Détermination des vecteurs d'erreurs *e* possibles

- Calculer la distance de Hamming minimal d_m
- Déduire les capacités de détection et de correction données respectivement par:

$$(d_m - 1) \;\; et \;\; x \leq (d_m - 1)/2$$

- Déduire les vecteurs erreurs possibles de poids x

3eme étape: Détermination du vecteur erreur correspondant au syndrome S

- Relier chaque syndrome à l'erreur correspondante
- Déduire à partir du mot de code reçu le mot code envoyé

$$S = e\;H^T$$

• **Distance de Hamming:** Étant donné deux mots de n bits m1 et m2, le nombre de bits dont ils diffèrent est appelé leur distance de Hamming.

• **Le poids de Hamming** d'un vecteur binaire est le nombre d'éléments "1" qu'il contient.

ENI CARTHAGE

المدرسة الوطنية للمهندسين بقرطاج

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage

Exemple

- A l'émission
  - Mot d'information: M= [m1 m2 m3] = [1 1 0]
  - Matrice génératrice du code: G = [Id_3 P] avec P donnée par: $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
  - Mot code C correspondant au mot information M :

    C = M G

$$C = [1 \;\; 1 \;\; 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = [\underbrace{1 \;\; 1 \;\; 0}_{\text{Mot info}} \;\; \underbrace{0 \;\; 1 \;\; 1}_{\text{Bits de redondance}}]$$

- A la réception
  - Le mot de code reçu R : $R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \boxed{1} & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
  - On calcul le syndrome S comme: $S = [\, 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 1 \,] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [\, 0 \;\; 1 \;\; 1 \,]$

Codage Correcteur d'Erreurs (4/4)

Calcule de la distance de Hamming minimale d_m:

Mots informations $x_1\ x_2\ x_3$	Mots de codes $x_1\ x_2\ x_3\ a_1\ a_2\ a_3$	Poids de Hamming
0 0 0	0 0 0 0 0 0	0
0 0 1	0 0 1 0 1 1	3
0 1 0	0 1 0 1 1 0	3
0 1 1	0 1 1 1 0 1	4
1 0 0	1 0 0 1 0 1	3
1 0 1	1 0 1 1 1 0	4
1 1 0	1 1 0 0 1 1	4
1 1 1	1 1 1 0 0 0	3

$d_m = 3$

$e \leq 1$

Dans cet exemple, le code de bloc ne peut corriger qu'une seule erreur

Relier chaque syndrome à l'erreur correspondante

Vecteur erreurs	Syndrome
1 0 0 0 0 0	1 0 1
0 1 0 0 0 0	1 1 0
0 0 1 0 0 0	0 1 1
0 0 0 1 0 0	1 0 0
0 0 0 0 1 0	0 1 0
0 0 0 0 0 1	0 0 1

Déduire à partir du mot de code reçu le mot code envoyé:

Y^T = [mot code + Vecteur erreur] mod (2)

$= [\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ ] + [\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ ] \bmod (2)$

$= [\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ ]$

ENICARTHAGE
المدرسة الوطنية للمهندسين بقرطاج
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage