CORRECTION SERIE 4

Cours : Vérification formelle
Filière/Classe : 3ème ING

Exercice 1 :

Soit la structure de Kripke N définie dans la figure 2.

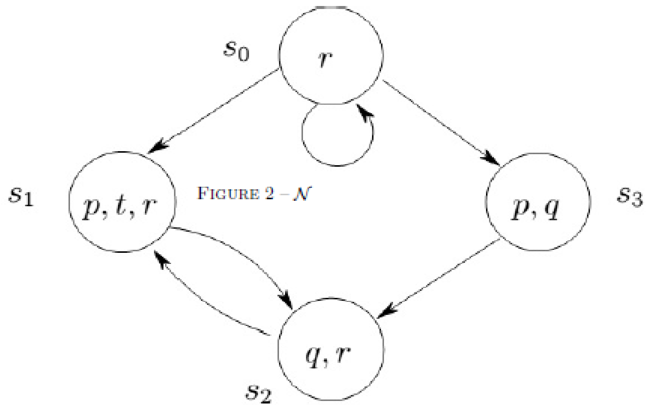

FIGURE 2 – $\mathcal{N}$

Dites si $M, s0 \models \varphi$ pour chacune des formules φ en appliquant l'algorithme de marquage :

a. AFq.
b. $AG(EF(p))$.
c. $EX(EXr)$.
d. $AG(AFq)$

Correction

Dites si $M, s0 \models \varphi$ pour chacune des formules φ en appliquant l'algorithme de marquage :

a. AFq.
b. $AG(EF(p))$.
c. $EX(EXr)$.
d. $AG(AFq)$

Correction

a. $AFq = T\mathbf{AU}q$

Marquage de T et q et initialisation de ϕ à faux.

	s_0	s_1	s_2	s_3
T	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
Q	*faux*	*faux*	*vrai*	*vrai*
$\phi = T\mathbf{AU}q$	*faux*	*faux*	*faux*	*faux*

Initialisation de *nb*.

	s_0	s_1	s_2	s_3
Nb	3	1	1	1

Initialisation de L=∅.

$L=\{s_2, s_3\}$ ($s_2.q=vrai$ et $s_3.q=vrai$)

1) *Traitement de* s_2, $L=\{s_3\}$

   $s_2.\phi := vrai$

   a. $s_1 \rightarrow s_2$

      $s_1.nb := s_1.nb - 1 = 0$, *avec* $s_1.T=vrai$ *et* $s_1.\phi=faux$ *donc* $L=L\cup\{s_1\}=\{s_1, s_3\}$

   b. $s_3 \rightarrow s_2$

      $s_3.nb := s_3.nb - 1 = 0$, *avec* $s_3.T=vrai$ *et* $s_3.\phi=faux$ *donc* $L=L\cup\{s_3\}=\{s_1, s_3\}$

Après mise à jour de *nb* et de ϕ.

	s_0	s_1	s_2	s_3
Nb	3	0	1	0
ϕ = **TAU***q*	*faux*	*faux*	*vrai*	*faux*

2) *Traitement de* s_1, $L=\{s_3\}$

   $s_1.\phi := vrai$

   a. $s_0 \rightarrow s_1$

      $s_0.nb := s_0.nb - 1 = 2 \neq 0$ *rien à faire*

   b. $s_2 \rightarrow s_1$

      $s_2.nb := s_2.nb - 1 = 0$, *avec* $s_2.T=vrai$ *mais* $s_2.\phi=vrai$ *donc rien à faire.*

Après mise à jour de *nb* et de ϕ.

	s_0	s_1	s_2	s_3
Nb	2	0	0	0
ϕ = **TAU***q*	*faux*	*vrai*	*vrai*	*faux*

3) *Traitement de* s_3, $L=\{\ \}$

   $s_3.\phi := vrai$

   c. $s_0 \rightarrow s_3$

      $s_0.nb := s_0.nb - 1 = 1 \neq 0$ *rien à faire*

Après mise à jour de *nb* et de ϕ.

	s_0	s_1	s_2	s_3
Nb	1	0	0	0
ϕ = **TAU***q*	*faux*	*vrai*	*vrai*	*vrai*

$L=\{\ \}$ arrêt

Comme K, $s_0 \not\models \phi$ donc $K \not\models \phi$

b. ϕ=**AG**(**EF** *p*) = ¬**EF**¬(**EF** *p*) = ¬(**T**E**U**¬(**T**E**U** *p*))

ϕ_1 = T**EU**p

Marquage de T et p et initialisation de ϕ_1 à faux.

	s_0	s_1	s_2	s_3
T	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
P	*faux*	*vrai*	*faux*	*vrai*
ϕ_1 = T**EU**p	*faux*	*faux*	*faux*	*faux*
$\neg\phi_1 = \neg$(T**EU**p)				
$\phi_2 =$ T**EU**$\neg\phi_1$				
$\phi = \neg\phi_2$				

Initialisation de *déjà vu (dv)*.

	s_0	s_1	s_2	s_3
Dv	*faux*	*faux*	*faux*	*faux*

Initialisation de L=∅.
L={s_1, s_3} (s_1.*p*=*vrai et* s_3.*p*=*vrai*)

1) *Traitement de* s_1, *L*={s_3}
   $s_1.\phi_1$:=*vrai*
   a. $s_0 \rightarrow s_1$
      s_0.*dv*=*faux, donc* s_0.*dv*:=*vrai avec* s_0.*T*=*vrai donc L*=*L*∪{s_0}={s_0, s_3}

   b. $s_2 \rightarrow s_1$
      s_2.*dv*=*faux, donc* s_2.*dv*:=*vrai avec* s_2.*T*=*vrai donc L*=*L*∪{s_2}={s_0, s_2, s_3}

   Mise à jour de *dv* et de ϕ_1.

	s_0	s_1	s_2	s_3
T	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
p	*faux*	*vrai*	*faux*	*vrai*
ϕ_1 = T**EU**p	*faux*	*vrai*	*faux*	*faux*
dv	*vrai*	*faux*	*vrai*	*faux*

2) *Traitement de* s_0, *L*= {s_2, s_3}
   $s_0.\phi_1$:=*vrai*
   a. $s_0 \rightarrow s_0$
      s_0.*dv*=*vrai, rien à faire*

   Mise à jour de *dv* et de ϕ_1.

	s_0	s_1	s_2	s_3
T	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
p	*faux*	*vrai*	*faux*	*vrai*
ϕ_1 = T**EU**p	*vrai*	*vrai*	*faux*	*faux*
dv	*vrai*	*faux*	*vrai*	*faux*

3) *Traitement de* s_2, $L=\{s_3\}$
$s_2.\phi_1$:=*vrai*
a. $s_1 \rightarrow s_2$
s_1.*dv=faux, donc* s_1.*dv:=vrai avec* s_1.*T=vrai donc* $L=L\cup\{s_1\}=\{s_1, s_3\}$
b. $s_3 \rightarrow s_2$
s_3.*dv=faux, donc* s_3.*dv:=vrai avec* s_3.*T=vrai donc* $L=L\cup\{s_3\}=\{s_1, s_3\}$
Mise à jour de *dv* et de ϕ_1.

	s_0	s_1	s_2	s_3
T	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
p	*faux*	*vrai*	*faux*	*vrai*
ϕ_1 = **TEU**p	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*faux*
dv	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*

4) *Traitement de* s_1, $L=\{s_3\}$
$s_1.\phi_1$:=*vrai*
a. $s_0 \rightarrow s_1$
s_0.*dv=vrai, donc rien à faire*

b. $s_2 \rightarrow s_1$
s_2.*dv=vrai, donc rien à faire*

Mise à jour de *dv* et de ϕ_1 : *rien à faire*

	s_0	s_1	s_2	s_3
T	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
p	*faux*	*vrai*	*faux*	*vrai*
ϕ_1 = **TEU**p	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*faux*
Dv	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*

5) *Traitement de* s_3, $L=\{\ \}$
$s_3.\phi_1$:=*vrai*
a. $s_0 \rightarrow s_3$
s_0.*dv=vrai, donc rien à faire*

b. $s_2 \rightarrow s_1$
s_2.*dv=vrai, donc rien à faire*

Mise à jour de ϕ_1 et marquage de $\neg\phi_1$. Le marquage de ϕ_2 est simple. En effet, comme $\neg\phi_1$ est toujours fausse, l'ensemble L (utilisé pour l'algorithme de marquage de la formule **TEU**$\neg\phi_1$) est vide, puisqu'aucun état ne satisfait *faux*.

	s_0	s_1	s_2	s_3
T	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
P	*faux*	*vrai*	*faux*	*vrai*
ϕ_1 = **TEU**p	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
$\neg\phi_1 = \neg$(**TEU**p)	*faux*	*faux*	*faux*	*faux*

$\phi_2 = TEU \neg \phi_1$	*faux*	*faux*	*faux*	*faux*
$\phi = \neg \phi_2$	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*

Comme K, $s_0 \vDash \phi$ donc K $\vDash \phi$

c. ϕ=**EX**(**EX** r)

Marquage de r.

	s_0	s_1	s_2	s_3
R	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*faux*
ψ=**EX** r				
ϕ=**EX**(**EX** r)				

ψ=**EX** r
Soit T l'ensemble de toutes les transitions (q,q').
T={ $s_0 \to s_0$, $s_0 \to s_1$, $s_0 \to s_3$, $s_1 \to s_2$, $s_2 \to s_1$, $s_3 \to s_2$}
Nous avons $s_1 \to s_2$ et $s_2.r$ = *vrai* donc $s_1.\psi$ = *vrai*.
Nous avons $s_3 \to s_2$ et $s_2.r$ = *vrai* donc $s_3.\psi$ = *vrai*.
Nous avons $s_0 \to s_0$ et $s_0.r$ = *vrai* donc $s_0.\psi$ = *vrai*.
Nous avons $s_2 \to s_1$ et $s_1.r$ = *vrai* donc $s_2.\psi$ = *vrai*.

D'où :

	s_0	s_1	s_2	s_3
R	*vrai*	*Vrai*	*vrai*	*faux*
ψ=**EX** r	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
ϕ=**EX**(**EX** r)				

ϕ=**EX**(**EX** r) = **EX**(ψ)
Soit T l'ensemble de toutes les transitions (q,q').
T={ $s_0 \to s_0$, $s_0 \to s_1$, $s_0 \to s_3$, $s_1 \to s_2$, $s_2 \to s_1$, $s_3 \to s_2$}
Nous avons $s_1 \to s_2$ et $s_2.\psi$ = *vrai* donc $s_1.\ \phi$ = *vrai*.
Nous avons $s_3 \to s_2$ et $s_2.\psi$ = *vrai* donc $s_3.\ \phi$ = *vrai*.
Nous avons $s_0 \to s_0$ et $s_0.\psi$ = *vrai* donc $s_0.\ \phi$ = *vrai*.
Nous avons $s_2 \to s_1$ et $s_1.\psi$ = *vrai* donc $s_2.\ \phi$ = *vrai*.

D'où :

	s_0	s_1	s_2	s_3
R	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*faux*
ψ=**EX** r	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
ϕ=**EX**(**EX** r)	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*

d. ϕ=**AG**(**AF** q) = ¬**EF**¬(T**AU**q) = ¬T**EU**¬(T**AU**q)

Pour ***TAU**q*, c'est déjà fait dans (a) ci-haut.
ψ' = T**EU** ψ
Marquage de T et initialisation de ψ' à faux.

	s_0	s_1	s_2	s_3
T	*vrai*	*Vrai*	*vrai*	*vrai*
Q	*faux*	*faux*	*vrai*	*vrai*
*T**AU**q*	*faux*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
ψ = ¬*T**AU**q*	*vrai*	*faux*	*faux*	*faux*
ψ' = *T***EU** ψ	*faux*	*faux*	*faux*	*faux*
ϕ= ¬ ψ'				

Initialisation de *déjà vu (dv)*.

	s_0	s_1	s_2	s_3
Dv	*faux*	*faux*	*faux*	*faux*

Initialisation de L=∅.
L={s_0} (s_0.ψ = *vrai*)

1) *Traitement de* s_0, *L*={ }
   s_0.ψ' :=*vrai*
   a. $s_0 \rightarrow s_0$
      s_0*.dv=faux, donc* s_0*.dv:=vrai avec* s_0*.T=vrai donc L=L*∪{s_0}={s_0}

Mise à jour de *dv* et de ψ'.

	s_0	s_1	s_2	s_3
T	*vrai*	*Vrai*	*vrai*	*vrai*
Q	*faux*	*faux*	*vrai*	*vrai*
*T**AU**q*	*faux*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
ψ = ¬*T**AU**q*	*vrai*	*faux*	*faux*	*faux*
ψ' = *T***EU** ψ	*vrai*	*faux*	*faux*	*faux*
ϕ= ¬ ψ'				
dv	*vrai*	*faux*	*faux*	*faux*

2) *Traitement de* s_0, *L*={ }
   s_0.ψ' :=*vrai*
   a. $s_0 \rightarrow s_0$
      s_0*.dv=vrai, donc rien à faire.*

Arrêt de l'algorithme puisque L est vide.

Mise à jour de ψ' et calcul de ϕ.

	s_0	s_1	s_2	s_3

T	*vrai*	*Vrai*	*vrai*	*vrai*
q	*faux*	*faux*	*vrai*	*vrai*
$T\mathbf{AU}q$	*faux*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
$\psi = \neg T\mathbf{AU}q$	*vrai*	*faux*	*faux*	*faux*
$\psi' = T\mathbf{EU}\psi$	*vrai*	*faux*	*faux*	*faux*
$\phi = \neg\psi'$	*faux*	*vrai*	*vrai*	*vrai*

Comme K, $s_0 \not\models \phi$ donc K $\not\models \phi$