

Examen Final

Matière : Logique Formelle

Enseignants	: Mme. Myriam Fourati Cherif et M. Haythem Ghazouani	Date	: 07/01/13
Filière / Classe	: Informatique (1 ^{ère} année ING)	Durée	: 1h30
Section / Groupe	: A, B, C, D, E et F	Documents	: non aut.
Barème	: Indicatif	Calculatrice	: non aut.

Exercice 1 Questions de cours (2 points):

Répondre par vrai ou faux aux questions suivantes en justifiant votre réponse (sans justification la réponse compte pour zéro) :

Soient f , g et p représentent des symboles constants de fonctions, x , y représentent des variables et a , b , c sont des constantes.

1. Les formules $p(x, f(g(x)), y)$ et $p(b, y, f(c))$ sont unifiables.
2. Une variable ne peut pas être en même temps libre et liée.
3. La substitution $s = \{x/a, y/a\}$ est l'unificateur le plus général des formules $p(a, x)$ et $p(y, x)$.
4. La preuve suivante de $\exists x: [\forall y: [F(x, y)]] \vdash F(a, b)$ est correcte :

1	$\exists x: [\forall y: [F(x, y)]]$	P
2	$\forall y: [F(a, y)]$	H
3	$F(a, b)$	E- \forall , 2, y/b
4	$F(a, b)$	E- \exists , 1, 2-3

Exercice 2 Problème (18 points):

Dans le cadre de formalisation du processus d'identification des examens difficiles passés par les étudiants, nous introduisons :

- Deux constantes : M représente une personne s'appelant *Mongi* et LF représente le *partiel de logique formelle*.
- Trois variables : x , y , z .
- Un prédicat tertiaire (d'arité 3) P , tel que $P(x, y, z)$ signifie que « x pose y à z » (ceci signifie que l'examen x pose la question y à l'étudiant z).
- Un prédicat binaire R , tel que $R(z, y)$ signifie que « z doit répondre à y » (ceci signifie que l'étudiant z doit répondre à la question y).
- Cinq prédicats unaires Ex , Et , D , Qsr et Qp , tels que
 Ex signifie que « x est un examen »,
 $Et(z)$ signifie que « z est un étudiant »,
 $D(x)$ signifie que « x est difficile »,
 $Qsr(y)$ signifie que « y est une question sans réponse »,
 $Qp(y)$ signifie que « y est une question piège ».

1. Soient l'ensemble des formules suivantes :
 - $\Phi_1 = \forall x: \forall y: \forall z: [Ex(x) \wedge Qp(y) \wedge Et(z) \wedge P(x, y, z) \Rightarrow D(x)]$
 - $\Phi_2 = \exists y: [Qsr(y) \wedge R(M, y)]$
 - $\Phi_3 = \forall y: [Qsr(y) \wedge R(M, y) \Rightarrow P(LF, y, M)]$
 - $\Phi_4 = \forall y: [Qsr(y) \Rightarrow Qp(y)]$
 - $\Phi_5 = Et(M)$
 - $\Phi_6 = Ex(LF)$
 - a. Exprimer en langage naturel les formules ci-dessus. N'utiliser pas des termes formels tels que quelque soit et il existe.
 - b. Considérons la formule Φ_2 , et supposons que l'ensemble des questions sans réponses est formé de $\{Q_1, Q_2, Q_3\}$, donner l'expression d'interprétation de Φ_2 ensuite calculer la valeur de cette interprétation lorsque *Mongi* doit répondre aux questions Q_1 et Q_2 , mais pas à Q_3 .
 - c. Enumérer les formules atomiques de la formule Φ_1 .
 - d. Démontrer, dans le système formel déduction naturelle, que le fait : *l'examen de logique formelle est difficile* ($\Phi_7 = D(LF)$) se déduit des faits Φ_1 à Φ_6 énumérés ci-dessus.
2. Nous nous proposons de modifier la base des faits comme suit :
 - $\Phi_1 = \forall x: \forall z: [Ex(x) \wedge D(x) \wedge Et(z) \Rightarrow \exists y: [Qsr(y) \wedge P(x, y, z)]]$
 - $\Phi_2 = \forall y: [Qp(y) \Rightarrow R(M, y)]$
 - $\Phi_3 = \forall x: \forall y: [P(x, y, M) \wedge R(M, y) \Rightarrow \neg D(x)]$
 - $\Phi_4 = \forall y: [Qsr(y) \Rightarrow Qp(y)]$
 - $\Phi_5 = Ex(LF)$
 - $\Phi_6 = Et(M)$
 - a. Mettre ces formules sous forme clausale en montrant toutes les étapes de la transformation.
 - b. Démontrez, en utilisant le principe de résolution pour la réfutation, que *l'examen de logique n'est pas difficile* (il s'agit de montrer que $\Phi_7 = \neg D(LF)$ est valide).
3. Traduisez en logique des prédicats les assertions suivantes en utilisant, sans les redéfinir, les constantes, variables et prédicats introduits ci-haut et en introduisant d'autres si nécessaire. N'oubliez pas de définir les nouveaux prédicats.
 - a. Tout examen final est difficile et aucun examen facile ne pose de questions sans réponses.
 - b. *Mongi* a répondu à toutes les questions sans réponses qui lui sont posées dans l'examen de logique formelle.
 - c. Si dans un examen est posée au moins une question sans réponse alors l'examen est difficile.
 - d. Les seules questions auxquelles les étudiants ne peuvent pas répondre sont des questions pièges.

« La logique mène à tout, à condition d'en sortir ». Alphonse Allais

Bon travail