

# Algo

ABR :

Recherche :

**Fonction** Recherche (A: ABR, x: entier): ^nœud

**Début**

si (A ≠ nil) alors

si (x = A^.val) alors Retourner (A)

sinon

si (x < A^.val) alors

Retourner (Recherche (A^.fg, x))

sinon

Retourner (Recherche (A^.fd, x))

finsi

finsi

sinon

Retourner ( Nil )

finsi

**Fin**

## Insertion :

**Procédure** Insérer ( var A: ABR, x: entier )

**Début**

si ( A = nil ) alors

    Allouer (A)

    A^.val  $\leftarrow$  x

    A^.fg  $\leftarrow$  Nil

    A^.fd  $\leftarrow$  Nil

sinon

si ( x  $\leq$  A^.val ) alors

        Insérer (A^.fg, x)

sinon

        Insérer (A^.fd, x)

finsi

finsi

**Fin**

## Suppression du minimum :

1. **Fonction** Supp\_min (var A: ABR): entier

var K: ^nœud

Min: entier

**Début**

si (A^.fg = nil) alors

    Min  $\leftarrow$  A^.val

    K  $\leftarrow$  A

    A  $\leftarrow$  A^.fd

    Libérer ( K)

    Retourner (Min)

sinon

    Retourner (Supp\_min (A^.fg))

finsi

**Fin**

## Suppression :

### Début

```
si (A ≠ nil) alors  
    si (A^.val = x) alors  
        k ← A  
        si (A^.fg = nil) alors  
            A ← A^.fd  
            Libérer (K)  
        sinon  
            si (A^.fd = nil) alors  
                A ← A^.fg  
                Libérer (K)  
            sinon  
                A^.val ← Supp-min (A^.fd) // ou Supp-max(A^.fg)  
        finsi  
    finsi
```

---

### sinon

```
si (x < A^.val) alors  
    Supprimer (A^.fg, x)
```

### sinon

```
    Supprimer (A^.fd, x)
```

### Finsi

```
finsi
```

## AVLs :

### Rotation droite :

**Aux = a.fg**

**A.fg = aux.fd**

**Aux.fd = a**

**A = aux**

**bal(a.fg) = 1 - bal(a)**

**bal(a) -= 1**

### Rotation Gauche :

**Remplacer fd par fg et vice versa**

**Bal(a.fg) = -1 - bal (a)**

**bal (a) += 1**

### Rotation Gauche Droite :

Rotation gauche sur fils gauche de A

Rotation droite sur A

Mise à jour des balances :

**bal(a.fg) = bal (a.fg) = 0**

Case bal(a) :

-1 : bal(a.fg) = 1

1 : bal(a.fg) = -1

**bal(a) = 0**

## Insertion

Fonction qui retourne un entier

Si A = null

Création d'un nouveau noeud

Allouer(A)....

Retourner 1

Sinon

Si  $x \leq A.val$

Si insert-val(A.fg,x) = 0

Retourner 0

Sinon

A.bal ++

Si a.bal = 2

Si a.fg.bal = -1

RGD(A)

Sinon

RD(A)

Retourner a.bal

Sinon

Meme algorithme precedemnt en remplaçant gauche avec droite

Fin

## Est AVL

Fonction Est-AVL ( A : AVL ) : Booléen

var

Début

Si A = Nil alors Retourner (vrai)

Sinon

Si  $|A.bal| > 1$  alors Retourner (Faux)

Sinon

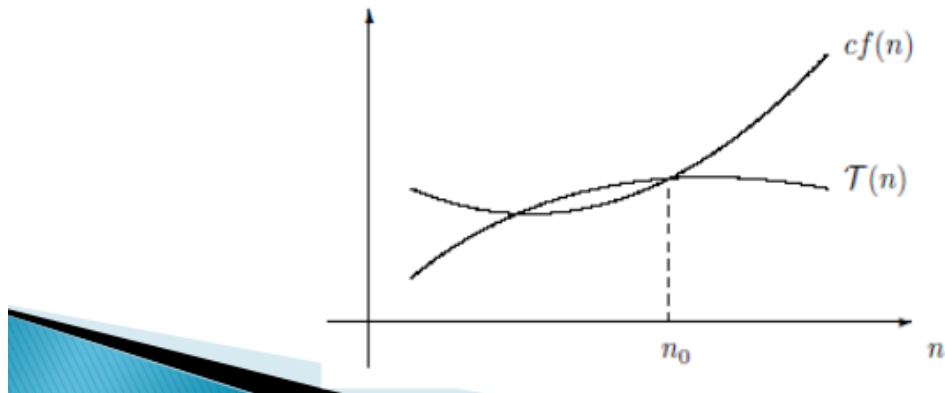
Retourner (Est-AVL (A.fg) et Est-AVL (A.fd))

fin

Fin

## Complexité :

$\mathcal{O}(f(n))$  est l'ensemble des fonctions  $T(n)$  qui peuvent être bornées supérieurement par  $c f(n)$  pour  $n$  suffisamment grand.

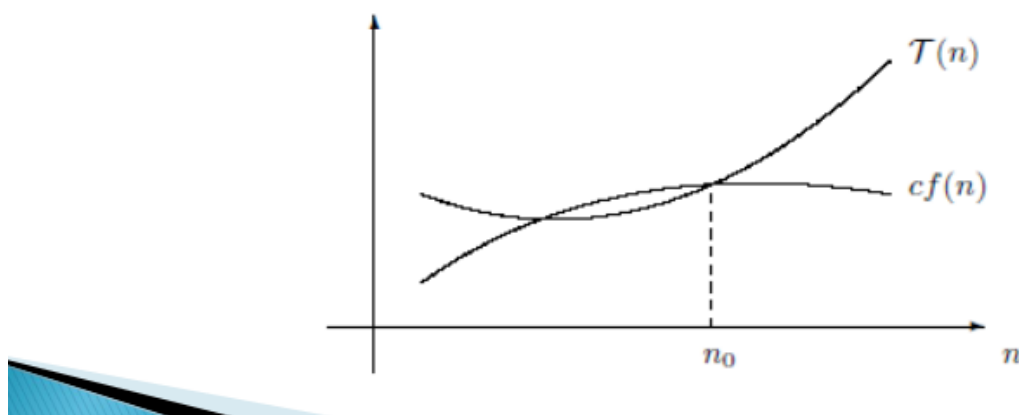


La notation « Omega » permet de trouver un minorant.

On a  $T(n) \in \Omega(f(n))$ , si et seulement s'il  $\exists$  deux constantes  $n_0$  et  $c > 0$  telles que :

$$\forall n \geq n_0, \text{ on a } T(n) \geq cf(n)$$

$\Omega(f(n))$  est l'ensemble de toutes les fonctions  $T(n)$  bornées inférieurement par  $cf(n)$  pour  $n$  suffisamment grand.

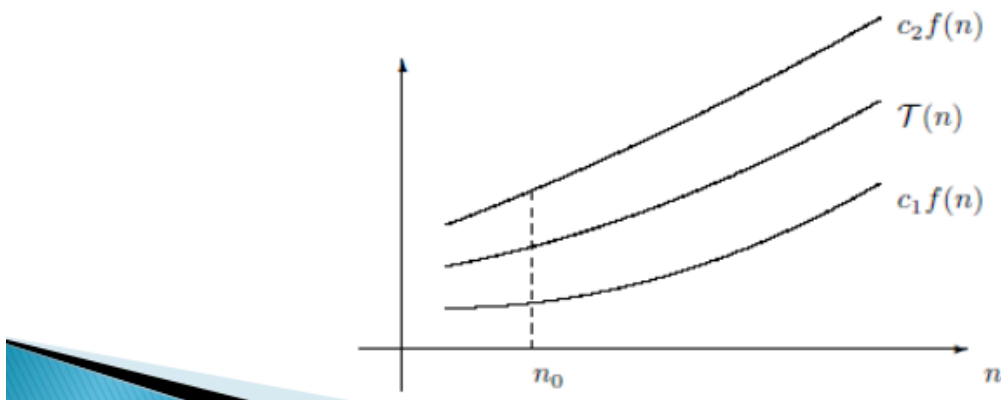


Si une fonction peut être majorée et minorée par une même fonction en notation asymptotique, alors on parle d'ordre exacte (notation « Théta »).

Une fonction  $T(n) \in \Theta(f(n))$  si et seulement si elle vérifie à la fois  $T(n) \in \mathcal{O}(f(n))$  et  $T(n) \in \Omega(f(n))$ .

C'est-à-dire il  $\exists$  deux constantes  $c_1$  et  $c_2$  telles que :

$$\forall n \geq n_0, \text{ on a } c_1 f(n) \leq T(n) \leq c_2 f(n)$$



$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{g(n)}{f(n)} = \begin{cases} 0 & \text{alors } g(n) \in \mathcal{O}(f(n)) \\ c > 0 & \text{alors } g(n) \in \Theta(f(n)) \\ +\infty & \text{alors } g(n) \in \Omega(f(n)) \end{cases}$$

## Complexité récursive

## II. 3 Résolution des récurrences

### Théorème:

Soient  $a \geq 1$  et  $b > 1$  deux constantes.

Soit  $f(n)$  et  $T(n)$  deux fonctions telles que

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n)$$

$T(n)$  peut être bornée asymptotiquement comme suit :

- Si  $f(n) = \mathcal{O}(n^{(\log_b a) - \epsilon})$  pour une constante  $\epsilon > 0$ , alors  $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$  ;
- Si  $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$ , alors  $T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log n)$  ;
- Si  $f(n) = \Omega(n^{(\log_b a) + \epsilon})$  pour une constante  $\epsilon > 0$ , et si  $a.f(\frac{n}{b}) \leq c.f(n)$  pour une constante  $c < 1$  et  $n$  suffisamment grand, alors  $T(n) = \Theta(f(n))$  ;