

Chapitre II : Modulations Linéaires et Angulaires

MODULE : TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION ET DE LA COMMUNICATION

W. BAHRI¹ A. GUEDDANA¹

¹Département Informatique
Université de Carthage, École Nationale d'Ingénieurs de Carthage - Enicarthage

Année Universitaire 2019-2020



I. Modulations Linéaires

- 1 Introduction
- 2 Pourquoi moduler ?
- 3 Hypothèses générales
- 4 Modulation Double Bande Sans Porteuse (DBSP)
- 5 Modulation Double Bande Avec Porteuse (DBAP)

II Modulations Angulaires

- 1 Introduction
- 2 Définitions
- 3 Avantages et inconvénients de la modulation de fréquence
- 4 Analyse spectrale d'un signal modulé en fréquence
- 5 Largeur de bande utile d'un signal modulé en fréquence
- 6 Démodulation des signaux modulés en fréquence par la méthode de discriminateur

Introduction

Le but de cette première partie est d'étudier le principe de la Modulation d'Amplitude (MA). On détaillera les différents schémas synoptiques, expressions et représentations fréquentielles pour les types de MA qu'on va développer tout au long de ce chapitre. Ces modulations sont :

- La Modulation d'Amplitude **D**ouble **B**ande **S**ans **P**orteuse (DBSP).
- La Modulation d'Amplitude **D**ouble **B**ande **A**vec **P**orteuse (DBAP).

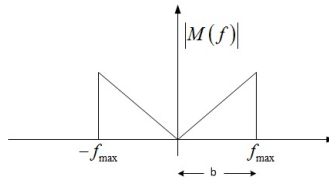
Pourquoi moduler ?

La modulation est un procédé dans lequel un signal primaire appelé « **Signal modulant** » modifie un signal secondaire ou **signal porteur**, dont les caractéristiques sont mieux adaptées aux conditions désirées d'utilisation. On utilise la modulation pour transposer (**translation fréquentielle**) le spectre d'un signal dans un **autre domaine de fréquence** et ceci dans le but de :

- S'adapter aux contraintes d'émission/réception (exemple : dimension des antennes)
- Satisfaire des conditions imposées par une voie de transmission
- Faciliter certaines opérations de traitement d'un signal
- Faire le partage d'un canal entre plusieurs utilisateurs (multiplexage fréquentiel)
- Filtrer ou amplifier efficacement des signaux de basse fréquence car le bruit de fond des composants électroniques est proportionnel à $1/f$.

Hypothèses générales

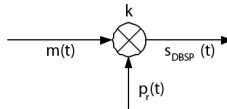
- Le signal $m(t)$ est le signal modulant, c'est le signal contenant l'information (ou le message). Il est généralement à basse fréquence et à bande limitée, sa fréquence maximale est $b = f_{max}$.
- Le signal $m(t)$ présente une symétrie parfaite du spectre par rapport à l'axe des ordonnées :



- La porteuse $p_r(t)$ est une sinusoïde pure non modulée.
- La fréquence f_p de la porteuse respecte la condition $f_p \gg f_{max}$.

Modulation DBSP

- Le modulateur d'amplitude DBSP est formé par un simple multiplieur ou mélangeur, le schéma synoptique du modulateur est comme suit :



- La porteuse s'exprime sous la forme :

$$p_r(t) = A_p \cos(2\pi f_p t + \varphi_p)$$

avec φ_p supposée nulle, k est la constante multiplicative caractéristique du modulateur.

- Le signal modulé sans porteuse à la sortie est donné par :

$$s_{DBSP}(t) = k.m(t).p_r(t) = k.m(t).A_p.\cos(2\pi f_p t)$$

Spectre du signal modulé DBSP

- En partant du spectre $M(f)$ du signal avant modulation, on pourra donner la représentation du spectre $S(f)$ du signal modulé en amplitude DBSP. En appliquant la TF on obtient :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- Avant modulation, le spectre du signal est de largeur b , et après modulation, cette largeur devient $2b$. Le spectre du signal modulé en amplitude DBSP est formé de deux bandes latérales inférieure et supérieure . Ces deux bandes BLI et BLS contiennent la même information (d'où l'appellation double bande).

1. Modulation Linéaires
2. Pourquoi moduler ?
3. Hypothèses générales

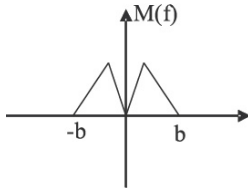
4. Modulation Double Bande Sans Porteuse
5. Modulation Double Bande Avec Porteuse

Modulation DBSP

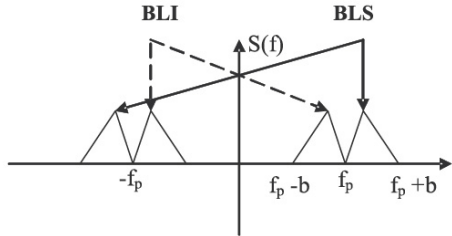
Démodulation DBSP

Avantages et Inconvénients de la modulation DBSP

Représentation du spectre du signal modulé DBSP



Avant modulation



Après modulation

1. Modulation Linéaires
2. Pourquoi moduler ?
3. Hypothèses générales
4. Modulation Double Bande Sans Porteuse
5. Modulation Double Bande Avec Porteuse

Modulation DBSP

Démodulation DBSP

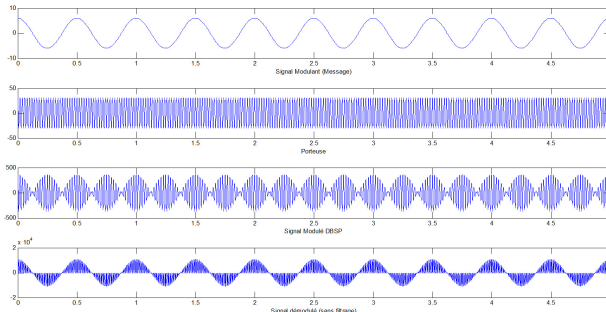
Avantages et Inconvénients de la modulation DBSP

Exemple : modulant sinusoïdal

- Pour un signal modulant $m(t) = A_m \cdot \cos(2\pi f_m t)$, le signal modulé est égal à :

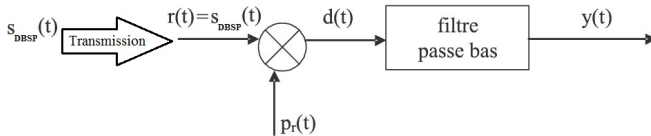
$$s_{DBSP}(t) = k \cdot m(t) \cdot p_r(t) = k \cdot A_p \cdot A_m \cdot \cos(2\pi f_m t) \cdot \cos(2\pi f_p t)$$

$$= \frac{k \cdot A_p \cdot A_m}{2} \cos[2\pi(f_p + f_m)t] + \frac{k \cdot A_p \cdot A_m}{2} \cos[2\pi(f_p - f_m)t]$$



Démodulation DBSP

- La démodulation d'un signal modulé en amplitude DBSP se fait par un détecteur cohérent ou synchrone. En absence de bruit, le signal reçu $r(t)$ est le même que le signal émis $s_{DBSP}(t)$ et on peut récupérer le signal modulant comme suit :



- La porteuse de réception $p_r(t)$ doit avoir la même fréquence et la même phase (qui est égale à zéro) que le porteuse d'émission pour démoduler correctement $s_{DBSP}(t)$ de manière cohérente.

$$\begin{aligned}
 d(t) &= s_{DBSP}(t) \times p_r(t) = k.m(t)A_p \cos(2\pi f_p t) \times A_p \cos(2\pi f_p t) \\
 &= k.A_p^2 m(t) \cos^2(2\pi f_p t) = \frac{k.A_p^2 m(t)}{2} (1 + \cos(4\pi f_p t))
 \end{aligned}$$

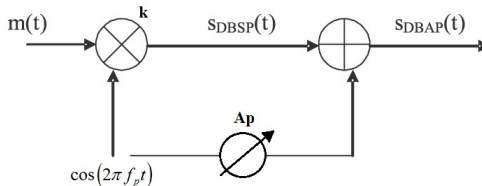
- Modulation DBSP
- Démodulation DBSP
- Avantages et Inconvénients de la modulation DBSP

Avantages et inconvénients de la modulation DBSP

- Avantages :
 - Modulation est démodulation **très simples**
- Inconvénients :
 - La porteuse coté récepteur $p_r'(t)$ doit être identique en fréquence et en phase avec la porteuse coté émetteur $p_r(t)$.
 - La bande transmise ($2b$) est égale au **double de la bande de base** du message original.

Modulation DBAP

- Le principe consiste à associer avec le signal modulé DBSP la porteuse elle-même afin d'éviter les problèmes de récupération de la porteuse lors de la démodulation. Un schéma synoptique possible d'un modulateur d'amplitude DBAP est formé par un multiplieur et d'un additionneur :



- L'expression du signal modulé en amplitude DBAP est la suivante :

$$s_{DBAP}(t) = A_p [1 + k' \cdot m(t)] \times \cos(2\pi f_p t)$$

avec la condition nécessaire $|k' \cdot m(t)| < 1$.

Exemple : modulant sinusoïdal

- Pour un modulant sinusoïdal, on a :

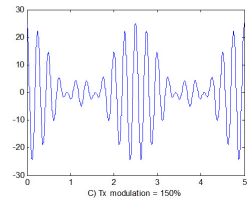
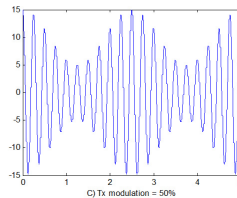
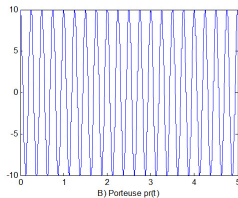
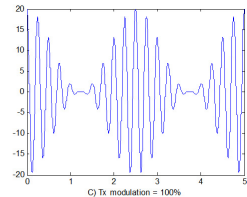
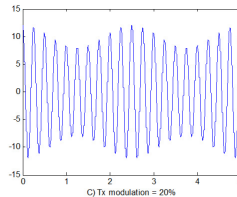
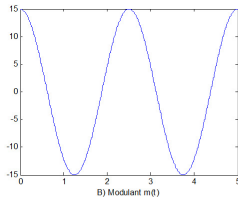
$$\begin{aligned}
 s_{DBAP}(t) &= A_p \left[1 + k \cdot \frac{A_m}{A_p} \cos(2\pi f_m t) \right] \cos(2\pi f_p t) \quad \text{avec } k' = \frac{k}{A_p} \\
 &= A_p [1 + k_a \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_p t)
 \end{aligned}$$

- Dans cette expression, la constante k_a est par définition le taux de modulation. On exprime souvent k_a en %. Le taux de modulation détermine les variations maximales de l'amplitude de l'onde AM ; pour plus de clarté, représentons les ondes AM de différents indices de modulation.
- Les figures C et D présentent un pourcentage de modulation inférieur à 100%. Dans la figure E, les deux amplitudes sont égales lorsque le pourcentage de modulation est à son maximum (100%). La figure F présente un pourcentage de modulation supérieur à 100%, dans ce cas il y a sur-modulation : l'enveloppe du signal modulé n'est plus proportionnelle à l'onde modulante, étant donné qu'elle subit un changement de signe.

1. Modulation Linéaires
2. Pourquoi moduler ?
3. Hypothèses générales
4. Modulation Double Bande Sans Porteuse
5. Modulation Double Bande Avec Porteuse

Modulation DBAP
 Démodulation DBAP
 Avantages et Inconvénients de la modulation DBAP

Modulation DBAP et taux de modulation



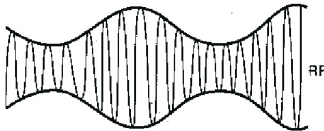
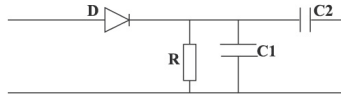
1. Modulation Linéaires
2. Pourquoi moduler ?
3. Hypothèses générales
4. Modulation Double Bande Sans Porteuse
5. Modulation Double Bande Avec Porteuse

Modulation DBAP Démodulation DBAP

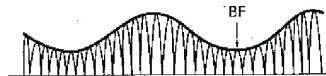
Avantages et Inconvénients de la modulation DBAP

Démodulation DBAP

- On peut démoduler un signal modulé DBAP à l'aide d'un démodulateur cohérent. Mais une autre démodulation a été conçue pour permettre l'utilisation d'un démodulateur bon marché. Comme l'enveloppe du signal modulé a exactement la forme du message $m(t)$, alors il suffit d'extraire cette enveloppe pour récupérer un signal proportionnel au signal modulant. La démodulation est réalisée grâce à un détecteur d'enveloppe comme suit :



Signal modulé en amplitude



Signal après redressement double alternance

Avantages et inconvénients de la modulation DBAP

Bien qu'elle présente l'avantage de la **simplicité de la démodulation**, la modulation d'amplitude DBAP admet deux inconvénients :

- **Doublement** de la largeur du spectre du signal modulé après modulation.
- La transmission d'une **puissance inutile** contenue dans la porteuse sans pour autant l'utiliser à la réception.

Modulation Angulaires

Après avoir donner une idée sur le premier type de modulation qui est la modulation d'amplitude linéaire, on passe dans cette deuxième partie à un autre type de modulation qui n'est pas linéaire : c'est les modulations de fréquence (Frequency Modulation - **FM**) et de phase (Phase Modulation - **PM**).

Généralités

La modulation consiste à modifier l'un des paramètres de la porteuse sinusoïdale : l'amplitude, la fréquence ou la phase.

Dans ce chapitre, le signal modulant est injecté soit dans la fréquence et alors on a une modulation de fréquence, soit dans la phase et alors on a une modulation de phase. L'amplitude de la porteuse étant constante ici (contrairement au chapitre précédent).

- **En modulation de phase**, on définit :

- La phase instantanée par : $\Phi(t) = 2\pi f_p t + k_p m(t)$ où k_p est la pente du modulateur de phase exprimée en rad/volt.
- La fréquence instantanée par : $f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi}{dt} = f_p + \frac{1}{2\pi} k_p \frac{dm(t)}{dt}$
- L'expression du signal modulé en phase est alors :

$$s_{MP}(t) = A_p \cos(2\pi f_p t + k_p m(t))$$

Généralités

● **En modulation de fréquence**, on définit :

- La fréquence instantanée par : $f(t) = f_p + k_f m(t)$ où k_f est la pente du modulateur de fréquence exprimée en Hz/volt.
- La phase instantanée par : $\Phi(t) = 2\pi f_p t + 2\pi k_f \int_0^t m(u) du$
- L'expression du signal modulé en fréquence est alors :

$$s_{MF}(t) = A_p \cos(2\pi f_p t + 2\pi k_f \int_0^t m(u) du)$$

Modulation de Phase	Modulation de Fréquence
Phase inst $\Phi(t) = 2\pi f_p t + k_p m(t)$	Phase inst $\Phi(t) = 2\pi f_p t + 2\pi k_f \int_0^t m(u) du$
Fréq inst $f(t) = f_p + \frac{1}{2\pi} k_p \frac{dm(t)}{dt}$	Fréq inst $f(t) = f_p + k_f m(t)$

La modulation de phase et la modulation de fréquence présentent des caractéristiques similaires. Un modulateur de phase est un modulateur de fréquence précédé par un dérivateur. C'est pour cela qu'on va se limiter à l'étude de la FM.

Avantages et Inconvénients

● Avantages

- La qualité essentielle de la modulation de fréquence est son **très bon comportement au milieu bruité**. La FM sera utilisée dès que le facteur prépondérant sera la **qualité de la transmission** ou lorsque la transmission sera très bruitée.
- Le signal modulé en fréquence est à enveloppe constante, cette enveloppe est celle d'une sinusoïde et ne dépend pas du signal modulant. D'où d'une part, la **puissance est constante** et indépendante du signal modulant et d'autre part les distorsions sur l'amplitude n'ont aucune importance.
- La modulation de phase est **moins résistante au bruit** que la modulation de fréquence.

● Inconvénients

- L'inconvénient majeur de la modulation de fréquence est la **bande de fréquence nécessaire** à la transmission d'un signal FM qui est **très supérieure** à celle utilisée par les autres modulations linéaires.

Cas où $m(t)$ est sinusoïdal

Il est nécessaire de connaître la largeur de bande occupée en fonction des caractéristiques du message à transmettre. Pour cela, on distingue d'abord le cas où le signal modulant est sinusoïdal, ensuite on passe au cas général.

- Dans le cas d'un modulant sinusoïdal $m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$, la fréquence instantanée s'écrit :

$$f(t) = f_p + k_f A_m \cos(2\pi f_m t)$$

$f(t)$ varie sinusoïdalement entre $f_{min} = f_p - \Delta f$ et $f_{max} = f_p + \Delta f$, avec $\Delta f = k_f A_m$, représentant l'excursion maximale de fréquence.

- La phase instantanée s'écrit :

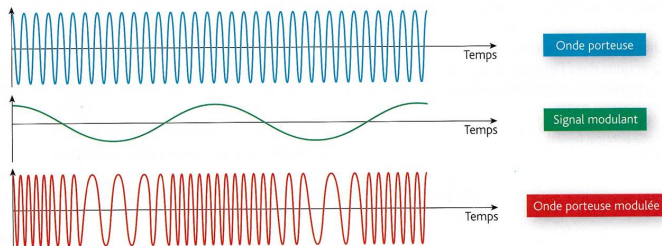
$$\begin{aligned}\Phi(t) &= 2\pi f_p t + 2\pi k_f \int_0^t A_m \cos(2\pi f_m u) du \\ &= 2\pi f_p t + k_f \frac{A_m}{f_m} \sin(2\pi f_m t) \\ &= 2\pi f_p t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin(2\pi f_m t)\end{aligned}$$

Représentation du signal modulé FM

On définit l'indice de modulation m_f par la quantité $m_f = \frac{\Delta f}{f_m} = k_f \frac{A_m}{f_m}$ ($m_p = k_p A_m$ pour la PM), et alors le signal modulé est donné par :

$$s_{MF}(t) = A_p \cos(2\pi f_p t + m_f \sin(2\pi f_m t))$$

et on le représente comme suit :



Spectre du signal modulé FM

Le signal modulé FM s'écrit sous une autre forme comme suit :

$$\begin{aligned}
 s_{MF}(t) &= A_p \cos(2\pi f_p t + m_f \sin(2\pi f_m t)) \\
 &= \Re \left\{ A_p e^{j(2\pi f_p t + m_f \sin(2\pi f_m t))} \right\} \\
 &= \Re \left\{ A_p e^{jm_f \sin(2\pi f_m t)} e^{2j\pi f_p t} \right\} \\
 &= \Re \left\{ \alpha_s(t) e^{2j\pi f_p t} \right\}
 \end{aligned}$$

Ce signal modulé en fréquence à pour enveloppe complexe : $\alpha_s(t) = A_p e^{jm_f \sin(2\pi f_m t)}$ qui est une fonction périodique de période $\frac{1}{f_m}$, donc développable en séries de Fourier comme suit :

.....

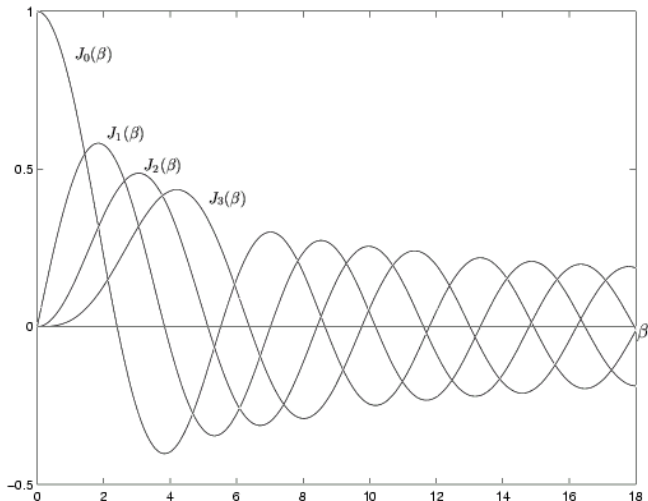
.....

.....

.....

.....

Fonction de Bessel de première espèce



Coefficients de Bessel pour quelques valeurs de m_f

Modulation Index	Carrier	Side Frequency Pairs													
m	J_0	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	J_8	J_9	J_{10}	J_{11}	J_{12}	J_{13}	J_{14}
0.00	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.25	0.98	0.12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.5	0.94	0.24	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.0	0.77	0.44	0.11	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.0	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.4	0	0.52	0.43	0.20	0.06	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.5	-0.05	0.50	0.45	0.22	0.07	0.02	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—
3.0	-0.26	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—
4.0	-0.40	-0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—	—
5.0	-0.18	-0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—
5.45	0	-0.34	-0.12	0.26	0.40	0.32	0.19	0.09	0.03	0.01	—	—	—	—	—
6.0	0.15	-0.28	-0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—	—
7.0	0.30	0.00	-0.30	-0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—
8.0	0.17	0.23	-0.11	-0.29	-0.10	0.19	0.34	0.32	0.22	0.13	0.06	0.03	—	—	—
8.65	0	0.27	0.06	-0.24	-0.23	0.03	0.26	0.34	0.28	0.18	0.10	0.05	0.02	—	—
9.0	-0.09	0.25	0.14	-0.18	-0.27	-0.06	0.20	0.33	0.31	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01	—
10.0	-0.25	0.05	0.25	0.06	-0.22	-0.23	-0.01	0.22	0.32	0.29	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01

Remarques

- La valeur de $J_n(m_f)$ est donnée généralement dans un tableau (n, m_f) .
- Les amplitudes des raies spectrales dépendent de la valeur de $J_n(m_f)$ (qui deviennent très faible lorsque $n \rightarrow \infty$).
- Le nombre des raies spectrales significatives (amplitude non négligeable) dépend de l'indice de modulation $J_n(m_f)$.
- Si $m_f \ll 1$ (petit), seuls J_0 et J_1 ont des amplitudes non négligeables et le spectre se réduit à une porteuse accompagnée de 2 raies latérales.
- Si $m_f \gg 1$, on a une multitude de raies latérales.

Largeur de bande utile d'un signal FM

- On a vu que, dans le cas d'un signal modulant sinusoïdal, le spectre du signal FM est constitué d'une infinité de raies distantes de f_m , situées aux fréquences $f_p \pm n f_m$ où n est un entier relatif. Donc **théoriquement**, on a un **spectre infini** et alors une largeur de bande infinie.
- **Pratiquement**, le spectre est **suffisamment concentré autour de la porteuse**, c'est-à-dire à partir d'une certaine distance de f_p , on néglige les composantes spectrales, d'où on a une bande limitée. De ce fait, on va estimer la largeur de bande utile d'un signal FM sans introduire des distorsions sur le signal démodulé.

Largeur de bande pour $m(t)$ sinusoïdal

On rappelle que le spectre d'un signal modulé en fréquence dans le cas où $m(t)$ est sinusoïdal est donné par :

$$S(f) = \frac{A_p}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(m_f) [\delta(f - f_p - nf_m) + \delta(f + f_p + nf_m)]$$

Dans ce cas, pour estimer cette bande, on utilise la **règle de Carson** qui consiste à garder les raies qui contiennent **au moins 98 %** de la puissance totale du signal FM.

Définition

Règle de Carson

$B = 2(m_f + 1)f_m$ où m_f est l'indice de modulation.

Comme $m_f = \frac{\Delta f}{f_m}$ donc $B = 2(\Delta f + f_m)$

Largeur de bande pour $m(t)$ quelconque

- Dans ce cas, on adopte la règle de Carson en remplaçant f_m du signal sinusoïdal par la fréquence maximale b du signal, on a alors :

$$B = 2(\Delta f + b) \text{ avec } \Delta f = k_f |m(t)|_{\max}$$

- Remarques

- Pour un indice de modulation grand :

$$B = 2(\Delta f + b) = B = 2\Delta f \left(1 + \frac{b}{\Delta f}\right) = 2\Delta f \left(1 + \frac{1}{m_f}\right) \Rightarrow B \simeq 2\Delta f$$

- Pour un indice de modulation petit :

$$B = 2(\Delta f + b) = B \Rightarrow B \simeq 2b \text{ (comme en AM)}$$

Démodulation des signaux FM par le discriminateur

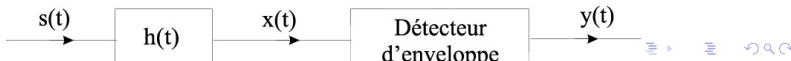
Il s'agit de remarquer que l'enveloppe de la dérivée du signal modulé en fréquence contient le signal modulant. Donc pour récupérer $m(t)$, il suffit de mesurer l'enveloppe du signal $s'(t)$ avec suppression de la valeur moyenne. Ainsi on a :

$$s_{MF}(t) = A_p \cos(2\pi f_p t + \varphi(t)) \text{ avec } \varphi(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(u) du$$

On a alors :

$$\begin{aligned} s'(t) &= -A_p(2\pi f_p + \varphi'(t)) \sin(2\pi f_p t + \varphi(t)) \\ &= -A_p(2\pi f_p + 2\pi k_f m(t)) \sin(2\pi f_p t + \varphi(t)) \\ &= -2A_p \pi (f_p + k_f m(t)) \sin(2\pi f_p t + \varphi(t)) \end{aligned}$$

Un discriminateur peut être représenté par un filtre linéaire qui remplit la fonction de dérivation et par un détecteur d'enveloppe, représenté comme suit :



Démodulation des signaux FM

- Avantage du discriminateur :
 - Simplicité et faible coût
- Inconvénient du discriminateur :
 - Cette démodulation est très sensible aux variations d'amplitudes du signal FM donc on utilise un limiteur (avant le discriminateur) pour éliminer les variations indésirables d'amplitude
- Autres types de démodulation FM :
 - Démodulation à quadrature
 - Démodulation par boucle à verrouillage de phase
 - Démodulation cohérente (synchrone)