Travaux Dirigés 1 : Représentation spectrale et filtrage

Matière : Techniques de Transmission
Filière : 1 Ing Inf, ENICarthage

Exercice 1

A. Déterminer le spectre des signaux suivants

1. $x(t) = r_T(t)$
2. $x(t) = e^{-\alpha t}u(t)$,$\alpha > 0$, $u(t)$ étant la fonction échelon
3. $x(t) = A_0 cos(2\pi f_0 t + \phi)$

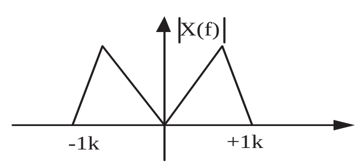
B. $x(t)$ étant un signal Basses Fréquences (BF) de fréquence maximale f_{max}. Exprimer le spectre de $y(t) = A_0 x(t) cos(2\pi f_0 t)$ en fonction de celui de $x(t)$ puis tracer l'allure de son amplitude ($f_0 \gg f_{max}$).

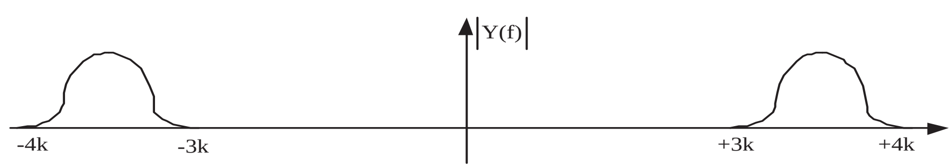
Exercice 2

On considère le signal sinusoidal $x(t) = A_0 sin(2\pi f_0 t)$.
1.Donner l'expression de son spectre.
2. Ce signal est observé sur l'intervalle $[0,T]$, et est appelé par ailleurs $y(t)$, hors de cette durée, ce signal est considéré nul.
Ecrire $y(t)$ en fonction de $x(t)$ et de $r_T(t)$.
3. Déterminer le spectre de $y(t)$.
Quelle est l'effet, dans le domaine spectral, ainsi déductible quant à la limitation d'un signal dans le temps.
4. On considère maintenant le signal $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$, $y_i(t)$ est un signal sinusoidal de fréquence f_i et d'amplitude A_i observé sur $[0,T]$, $i = 1,2$. Déterminer le spectre de $y(t)$ et tracer son allure.
5. Sous quelle condition peut-on résoudre le problème de présence de deux fréquences dans $y(t)$ au vu uniquement du spectre.

Exercice 3

Soient $x(t)$ et $y(t)$ deux signaux de spectres d'amplitude suivants





Soit $z(t) = x(t) + y(t)$.
Tracer l'allure du spectre d'amplitude de $z(t)$.

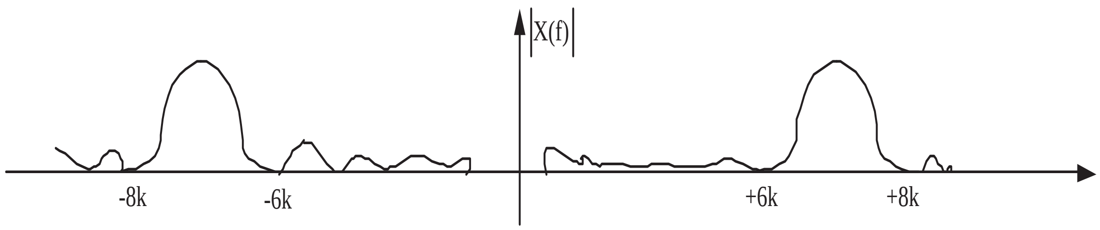
Exercice 4

Déterminer l'expression des signaux

$$\Lambda(t) = r_T(t) * r_T(t)$$
$$x(t) = e^{-\alpha t}u(t) * e^{-\beta t}u(t), \quad \alpha > 0, \beta > 0$$

Exercice 5

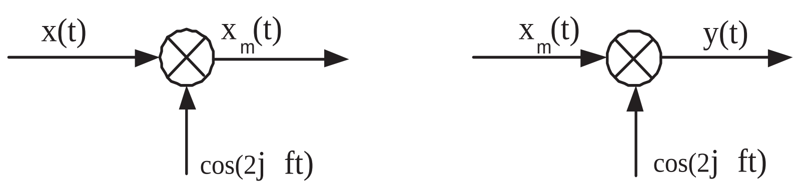
On considère la signature spectrale d'un signal $x(t)$ prévu occuper la bande $[6k,8k]Hz$. Le spectre d'amplitude donné par l'analyseur de spectre est tel que



1. Que remarquez-vous au niveau du spectre ?
2. Indiquer un moyen pour obtenir le signal désiré à partir de $x(t)$.

Exercice 6

Soit $x(t)$ un signal BF et les schémas de modulation suivants



1. Tracer l'allure du spectre d'amplitude $x_m(t)$ et $y(t)$.
2. Identifier un moyen pour récupérer $x(t)$ à partir de $y(t)$.

Exercice 7

Afin de numériser un signal analogique BF $x(t)$, on procède d'abord à son échantillonnage : prendre des échantillons à une cadence T_e, qu'on notera $x(nT_e)$; $n \in \mathbb{Z}$. De ce fait, le signal échantillonné théorique s'exprime comme suit

$$x_e(t) = x(t).\delta_{T_e}(t), \quad \delta_{T_e}(t) = \sum_n \delta(t - nT_e) \text{ : signal peigne de Dirac}$$

notez que l'échantillonnage peut se voir ainsi comme une simple multiplication du signal analogique par un train d'impulsions.
1. Donner d'abord l'allure du spectre de $x(t)$.
2. Déterminer le spectre de $x_e(t)$ en fonction de celui de $x(t)$ et tracer l'allure de son amplitude (on distinguera 3 cas selon la valeur de la fréquence d'échantillonnage $f_e = 1/T_e$).
3. Quel est l'effet spectral de l'échantillonnage ?
4. Est-il possible de récupérer le signal analog. $x(t)$ à partir de celui échantillonné $x_e(t)$.
Pratiquement, générer le signal $\delta_{T_e}(t)$ est impossible car l'impulsion de Dirac a une durée de 0 sec.