TD4 : Logique des prédicats
Cours : Logique Formelle
Filière/Classe : 1ère année ING INFO

FORMULES BIEN FORMEES

Exercice 1

Dites si les formules suivantes sont des formules bien formées de la logique des prédicats et construire leur arbre syntaxique. Ensuite traduire les FBF en langage naturelle.

1. $\forall x{:}\, \forall y{:}\, [enfant(x) \wedge bonbon(y) \Rightarrow aprécie(x,y)]$
2. $\forall x{:}\, [peronne(x) \Rightarrow \exists y{:}\, [plat(y) \wedge favori(x,y)]]$
3. $\forall x{:}\, [peronne(x) \Rightarrow \exists y{:}\, [plat(x\ \wedge favori(x,y))]]$
4. $\exists x{:}\, [peronne(x)\ \wedge\ \forall y{:}\, [père(y) \Rightarrow aime(x,y)]]$

avec :
enfant(x) : est un prédicat qui retourne vrai si x est un enfant et faux sinon.
personne(x) : est un prédicat qui retourne vrai si x est une personne et faux sinon.
bonbon(x) : est un prédicat qui retourne vrai si x est bonbon et faux sinon.
apprécie(x,y) : est un prédicat qui retourne vrai si x apprécie y et faux sinon.
plat(x) : est un prédicat qui retourne vrai si x est un plat et faux sinon.
favori(x,y) : est un prédicat qui retourne vrai si y est le favori de x et faux sinon.
père(x) : est une fonction qui retourne le nom du père de x.
aime(x,y) : est un prédicat qui retourne vrai si x aime y et faux sinon.

VARIABLES LIBRES ET VARIABLES LIEES

Exercice 2

Soit la formule suivante :

$$\forall x{:}\, \forall y{:}\, [enfant(x) \wedge bonbon(y) \Rightarrow aprécie(x,y)] \wedge père(x,z)$$

Identifiez en donnant les explications nécessaires :
1. Les occurrences libres des variables.
2. Les occurrences liées des variables.
3. Les variables libres.
4. Les variables liées.

TRADUCTION EN LOGIQUE DES PREDICATS

Exercice 3

Soulignez les quantificateurs dans les phrases suivantes, et formalisez celles-ci dans le langage des prédicats. Il faut définir tous les prédicats utilisés.

- Quelqu'un arrive.
- Personne n'est venu.
- Quelques champignons sont comestibles.
- Tous les petits oiseaux volent.
- Tous les enfants aiment les bonbons.
- Aucun enfant ne déteste les bonbons.

Exercice 4

Mettre les phrases suivantes sous forme de formules de la logique des prédicats. Il faut définir tous les prédicats utilisés.

1. Tous les hommes sont méchants.
2. Seulement les hommes sont méchants.
3. Il existe un homme méchant.
4. Il n'existe pas d'homme méchant.
5. Il existe un homme qui aime tous les chiens.
6. Chaque homme connaît qui le déteste.
7. La girafe est le seul animal qui a un long cou.

Exercice 5

Mettre les phrases suivantes, tirées des règles appliquées dans un club écossais, sous forme de formules de la logique des prédicats. Il faut définir tous les prédicats utilisés.

1. Seuls les membres mariés ne sortent pas le dimanche.
2. Tout membre écossais doit porter un kilt.
3. Tout membre non écossais doit avoir au moins un membre écossais comme ami.
4. Si un membre porte des chaussettes rouges et un kilt, alors il est écossais.
5. Aucun membre non écossais ne porte de kilt.
6. Il y a un membre écossais qui déteste tous les membres non écossais du club.

FORME CLAUSALE

Exercice 6

Mettre les phrases suivantes sous forme clausale :

1. $\forall x : \forall y : [\ P(x,y) \Rightarrow (Q(x,y) \Rightarrow R(x,y))\ ]$
2. $\neg\forall x : \exists y : [P(x,y) \Rightarrow Q(x,y)\ ]$
3. $(\neg\forall x : [\ P(x)]) \Rightarrow \exists x : [\neg P(x)\ ]$
4. $\forall x : [\ (P(x) \wedge Q(x,a)) \Rightarrow (R(x,b) \wedge \forall y : [\forall z : [R(y,z)] \Rightarrow S(x,y)])\ ] \vee \forall x :[T(x)]$

UNIFICATION

Exercice 7

a. Indiquez, pour les cas suivants, si l'unification est possible. Si tel est le cas, donnez le résultat de l'unification ainsi que la substitution requise.

couleur(chapeau(facteur),y)	Et	couleur(chapeau(x),bleu)
P(F(x),y)	Et	P(y,F(A))
P(F(x),x,y)	Et	P(y,F(a),F(z))
aime(x,y)	Et	aime(y,x)

b. Trouvez, s'il existe, l'unificateur le plus général pour les ensembles de phrases suivants, avec a, b et c des constantes :

{G(x,f(y),g(b)), G(x,f(c),g(z)), G(x,f(c),g(u)), G(x,f(v),w)}

P(a,x,f(g(y)))	Et	P(z,f(z),f(v))
Q(f(a),g(x))	Et	Q(y,y)
G(x,f(b,x))	Et	G(x,f(z,g(x)))

PRINCIPE DE RESOLUTION

Exercice 9

Au jeu de pile ou face, il y a toujours un gagnant. Pile, je gagne. Face, tu perds. Mettre sous forme clausale et utiliser le principe de résolution, une fois pour la déduction, une fois pour la réfutation, pour démontrer que je gagne.

Exercice 10

Si un cours est facile, certains étudiants sont heureux. Si un cours a un examen final, aucun étudiant n'est heureux. Mettez sous forme clausale et utilisez le principe de résolution pour la réfutation pour démontrer que si un cours a un examen final alors il n'est pas facile.