Nom :………………………….. Prénom :……………………… CIN :……………………… Salle :………

Année universitaire 2019-2020

Correction Examen Vérification et Spécification Formelles - Final

Enseignantes	: E. Menif & M. Fourati	**Date**	: 04/01/2020	**Nbre. de pages**	**: 9**
Filière / Classe	: **3ème** Ing. Inf.	**Calculatrices et documents**	: non autorisés	**Durée**	: 1h30

Vérification formelle : (10 points)

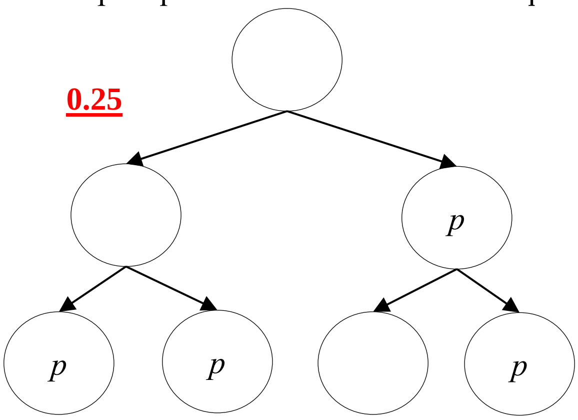
Exercice 1 : Question de cours (1 point)

1. Les deux formules $\boldsymbol{AFEG}p$ et $\boldsymbol{FG}p$ sont-elles équivalentes ? Justifiez.

Correction

Non elles ne sont pas équivalentes puisqu'il existe un modèle M tel que $M \vDash AFEGp\ et\ M \nvDash FGp$ **(0.25)**. Voici M :

0.25



2. Définir la sémantique formelle de $\boldsymbol{GX}p$.

Correction

$\sigma, i \vDash \boldsymbol{GX}p\ ssi\ \forall j | i \leq j \leq |\sigma| :\ \sigma, j+1 \vDash p$ **(0.5)**.

Exercice 2 : (Traduction en CTL et LTL : 2 points)

Exprimez, lorsque c'est possible, les propriétés suivantes en CTL et LTL. Lorsque la traduction n'est pas possible, dites qu'elle n'est pas exprimable.

Correction

1. Il existe un chemin où p est faux et ce jusqu'à ce que q devienne vrai.
   LTL : Non exprimable **(0,25 point)**
   CTL : $\neg p\mathbf{EU}q$ **(0,25 point)**

2. Si p est infiniment souvent vrai, alors q reste toujours faux
   LTL : $\mathbf{GF}p \Rightarrow \mathbf{G}\neg q$ (ou $\mathbf{GF}p \Rightarrow \neg\mathbf{F}q$) **(0,25 point)**
   CTL : $\mathbf{AGAF}p \Rightarrow \mathbf{AG}\neg q$ (ou $\mathbf{AGAF}p \Rightarrow \neg\mathbf{EF}q$) **(0,25 point)**

3. q et r ne peuvent pas devenir vrai avant que p devienne faux
   LTL : $((\neg q \wedge \neg r)\mathbf{U}\neg p)$ **(0,25 point)**
   CTL : $(\neg q \wedge \neg r)\mathbf{AU}\neg p$ **(0,25 point)**

4. L'une des variables p ou q deviendra toujours vrai tout au long de l'exécution.
   LTL : $\mathbf{FG}(p \vee q)$ **(0,25 point)**
   CTL: Non exprimable **(0,25 point)**

Exercice 3 Model Checking LTL et Automate de Büchi (2.25 points) :

(Réellement sur 2,75 points donc +0.5 bonus)

Correction

1. Transformez la propriété de chemin $\varphi = \boldsymbol{GF}\neg p$ en automates de Büchi <u>minimal</u>. Rappelons qu'on dispose des règles d'expansions : $\varphi\mathbf{U}\psi=\psi\vee(\varphi\wedge\mathbf{X}(\varphi\mathbf{U}\psi))$, $\mathbf{G}\varphi=\varphi\wedge\mathbf{X}(\mathbf{G}\varphi)$, $\mathbf{F}\varphi=\varphi\vee\mathbf{X}(\mathbf{F}\varphi)$.

(0,25 point)

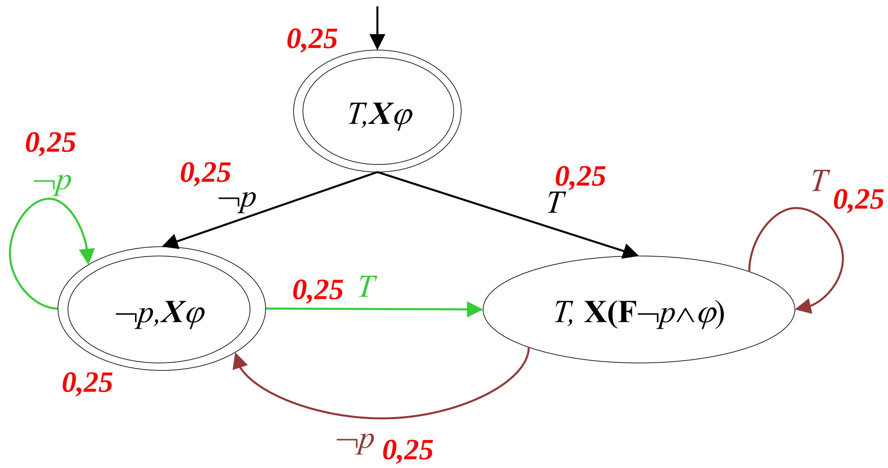
$$\begin{aligned}\boldsymbol{GF}\neg p &= \boldsymbol{F}\neg p \wedge \boldsymbol{X}\varphi = (\neg p \vee \boldsymbol{XF}\neg p) \wedge \boldsymbol{X}\varphi = (\neg p \wedge \boldsymbol{X}\varphi) \vee (\boldsymbol{XF}\neg p \wedge \boldsymbol{X}\varphi)\\ &= (\neg p \wedge \boldsymbol{X}\varphi) \vee (T \wedge \boldsymbol{X}(F\neg p \wedge \varphi))\end{aligned}$$

Pour $F\neg p \wedge \varphi$ **(0,25 point)**

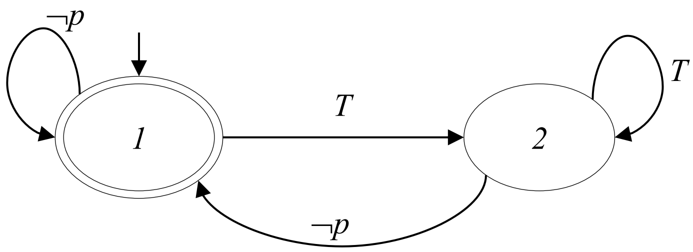
$$\begin{aligned}F\neg p \wedge \varphi &= (\neg p \vee \boldsymbol{XF}\neg p) \wedge \boldsymbol{GF}\neg p = (\neg p \vee \boldsymbol{XF}\neg p) \wedge (\neg p \vee \boldsymbol{XF}\neg p) \wedge \boldsymbol{X}\varphi) \wedge ((\neg p \vee \boldsymbol{XF}\neg p) \wedge \boldsymbol{X}\varphi))\\ &= (\neg p \vee \boldsymbol{XF}\neg p) \wedge (\neg p \vee \boldsymbol{XF}\neg p) \wedge \boldsymbol{X}\varphi) = (\neg p \vee \boldsymbol{XF}\neg p) \wedge \boldsymbol{X}\varphi) =\\ &= (\neg p \wedge \boldsymbol{X}\varphi) \vee (\boldsymbol{XF}\neg p \wedge \boldsymbol{X}\varphi) = (\neg p \wedge \boldsymbol{X}\varphi) \vee (T \wedge \boldsymbol{X}(F\neg p \wedge \varphi))\end{aligned}$$

Automate **(2 point)**

Chaque état final : **(0,25 point)**
Toute transition : **(0,25 point)**



<u>Automate minimal :</u> (0,25 point)



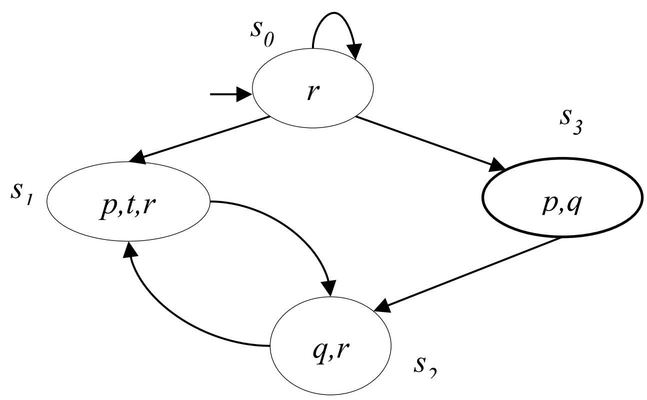
<u>Exercice 4 :</u> (<u>Model-Checking CTL 4.75 points</u>)

1. Normalisez la formule φ=$\boldsymbol{AG}(\boldsymbol{AF}q)$ (l'écrire en terme de AU, EU, EX, $\wedge$,$\neg$ et T). Rappelons que $\boldsymbol{AX}\phi = \neg\boldsymbol{EX}\neg\phi$, $\boldsymbol{AF}\phi = \mathrm{T}\boldsymbol{AU}\phi$, $\boldsymbol{AG}\phi = \neg\boldsymbol{EF}\neg\phi$, $\boldsymbol{EF}\phi = \mathrm{T}\boldsymbol{EU}\phi$, $\boldsymbol{EG}\phi = \neg\boldsymbol{AF}\neg\phi$.

<u>Correction</u>

$\boldsymbol{AG}(\boldsymbol{AF}q) = \neg\boldsymbol{EF}\neg(\boldsymbol{AF}q) = \neg T\boldsymbol{EU}\neg(T\boldsymbol{AU}q)$ **(0,5 point)**

2. Soit la structure de Kripke K suivante :



A l'aide de l'algorithme de marquage vu en cours (*et présenté ci-bas*), vérifiez la validité de la formule φ pour chaque état du modèle. Détaillez les itérations (précisez les valeurs de *L*,*nb* (degré de chaque état) et *déjà vu* pour toutes les variables s_i ainsi que les valeurs des sous formules φ_i pour chaque état). Toutes les itérations doivent être détaillées. Ensuite, remplissez la table ci-dessous (par les valeurs de vérité adéquates) pour chaque sous formule de φ. Le tableau ne sera pas noté si l'itération correspondante n'est pas explicitée.

Correction

$\varphi = \mathbf{AG}(\mathbf{AF}\ q) = \neg\mathbf{EF}\neg(T\mathbf{AU}q) = \neg T\mathbf{EU}\neg(T\mathbf{AU}q)$

Voici le tableau à remplir :

	s_0	s_1	s_2	s_3
T				
q				
$\phi = T\mathbf{AU}q$				
$\psi = \neg\phi$				
$\psi' = T\mathbf{EU}\psi$				
$\varphi = \neg\psi'$				

Pour $T\mathbf{AU}q$,

Marquage de T et q, initialisation de ϕ à faux et initialisation de *nb*. **(Initialisation 0.25)**

	s_0	s_1	s_2	s_3
T	*Vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
Q	*Faux*	*faux*	*vrai*	*vrai*
$\phi = T\mathbf{AU}q$	*Faux*	*faux*	*faux*	*faux*
Nb	3	1	1	1

Initialisation de L=∅.

$L=\{s_2, s_3\}$ ($s_2.q=vrai$ et $s_3.q=vrai$)

1) *Traitement de s_2, $L=\{s_3\}$* ***1 point***

   $s_2.\phi := vrai$

   a. $s_1 \rightarrow s_2$

      $s_1.nb := s_1.nb - 1 = 0$, *avec* $s_1.T = vrai$ *et* $s_1.\phi = faux$ *donc* $L = L \cup \{s_1\} = \{s_1, s_3\}$

   b. $s_3 \rightarrow s_2$

      $s_3.nb := s_3.nb - 1 = 0$, *avec* $s_3.T = vrai$ *et* $s_3.\phi = faux$ *donc* $L = L \cup \{s_3\} = \{s_1, s_3\}$

   Après mise à jour de *nb* et de ϕ.

	s_0	s_1	s_2	s_3
Nb	3	0	1	0
$\phi = T\mathbf{AU}q$	*Faux*	*faux*	*vrai*	*faux*

2) *Traitement de s_1, $L=\{s_3\}$* ***0.5 point***

   $s_1.\phi := vrai$

   a. $s_0 \rightarrow s_1$

      $s_0.nb := s_0.nb - 1 = 2 \neq 0$ *rien à faire*

   b. $s_2 \rightarrow s_1$

      $s_2.nb := s_2.nb - 1 = 0$, *avec* $s_2.T = vrai$ *mais* $s_2.\phi = vrai$ *donc rien à faire.*

Après mise à jour de *nb* et de ϕ.

	s_0	s_1	s_2	s_3
nb	2	0	0	0
ϕ = T**AU**q	*Faux*	*vrai*	*Vrai*	*faux*

3) *Traitement de* s_3*, L={ }* **0.25 point**

   $s_3.\phi$ *:=vrai*

   c. $s_0 \rightarrow s_3$

   $s_0.nb := s_0.nb - 1 = 1 \neq 0$ *rien à faire*

Après mise à jour de *nb* et de ϕ.

	s_0	s_1	s_2	s_3
Nb	1	0	0	0
ϕ = T**AU**q	*Faux*	*vrai*	*vrai*	*vrai*

L={ } arrêt

D'où après le marquage de ϕ *et de* $\psi = \neg\phi$:

	s_0	s_1	s_2	s_3
T	*Vrai*	*Vrai*	*vrai*	*vrai*
Q	*Faux*	*Faux*	*vrai*	*vrai*
ϕ = T**AU**q	*Faux*	*Vrai*	*vrai*	*vrai*
$\psi = \neg\phi$	*Vrai*	*Faux*	*faux*	*Faux*
ψ' = T**EU**ψ				
$\varphi = \neg\psi'$				

ψ' = T**EU**ψ

Marquage de *T*, initialisation de ψ' à faux et initialisation de *déjà vu (dv) à faux*. **(0.25 point)**

	s_0	s_1	s_2	s_3
T	*Vrai*	*Vrai*	*vrai*	*vrai*
Q	*Faux*	*Faux*	*vrai*	*vrai*
ϕ = T**AU**q	*Faux*	*Vrai*	*vrai*	*vrai*
$\psi = \neg\phi$	*Vrai*	*Faux*	*faux*	*faux*
ψ' = T**EU**ψ	*Faux*	*Faux*	*faux*	*faux*
Dv	*Faux*	*faux*	*faux*	*faux*

Initialisation de L=∅.

L={s_0} ($s_0.\psi$ = *vrai*)

1) *Traitement de* s_0*, L={ }* **0.5 point**

   $s_0.\psi'$ *:=vrai*

   a. $s_0 \rightarrow s_0$

   s_0*.dv=faux, donc* <u>s_0*.dv:=vrai*</u> *avec* s_0*.T=vrai donc L=L∪{*s_0*}={*s_0*}*

   Mise à jour de *dv* et de ψ'.

	s_0	s_1	s_2	s_3
T	*vrai*	*vrai*	*vrai*	*vrai*
Q	*faux*	*faux*	*vrai*	*vrai*
T**AU**q	*faux*	*Vrai*	*vrai*	*vrai*
$\psi = \neg$T**AU**q	*vrai*	*Faux*	*faux*	*faux*
ψ' = T**EU**ψ	*vrai*	*Faux*	*faux*	*faux*
$\varphi = \neg\psi'$				
dv	*vrai*	*Faux*	*faux*	*faux*

2) *Traitement de s_0, L={ }*

$s_0.\psi'$:=vrai

a. $s_0 \to s_0$

s_0.dv=vrai, donc rien à faire. ***0.25 point***

Arrêt de l'algorithme puisque *L* est vide. Mise à jour de ψ' et calcul de $\varphi = \neg\psi'$.

	s_0	s_1	s_2	s_3	
T	*Vrai*	*Vrai*	*vrai*	*vrai*	***0.25***
q	*Faux*	*Faux*	*vrai*	*vrai*	***0.25***
*T***AU***q*	*Faux*	*Vrai*	*vrai*	*vrai*	
$\psi = \neg T\mathbf{AU}q$	*Vrai*	*Faux*	*faux*	*faux*	***0.25***
$\psi' = T\mathbf{EU}\psi$	*Vrai*	*Faux*	*faux*	*faux*	
$\varphi = \neg\psi'$	*faux*	*Vrai*	*vrai*	*vrai*	***0.25***

3. Dites si $K \vDash \varphi$ en justifiant votre réponse.

Comme K, $s_0 \nvDash \phi$ donc K $\nvDash \phi$ ***(0.25 point)***

Entrées : formule CTL ϕ, M= $(Q,q_0,E,T,Prop,l)$
Cas 5 : $\phi = \psi_1\mathbf{EU}\psi_2$
faire *marquage*(ψ_1,M) ; *marquage*(ψ_2,M) ;
pour tout q∈Q faire
    q.ϕ:=faux;
    q.dejavu:=faux;
fin pour tout
L:=∅
pour tout q∈Q faire
  si q.ψ_2=vrai alors L:=L∪{q} fin si
fin pour tout
tant que L≠∅ faire
    prendre un q ∈ L;
    L:=L\{q};
    q.ϕ:=vrai;
    pour tout (q',q) ∈T faire
        si q'.dejavu=faux alors
          q'.dejavu := vrai;
          si q'.ψ_1=vrai alors L:=L∪{q'}
          finsi
        fin si
    fin pour tout
fin tant que
	Entrées : formule CTL ϕ, M= $(Q,q_0,E,T,Prop,l)$
	Cas 6 : $\phi = \psi_1\mathbf{AU}\psi_2$
	faire *marquage*(ψ_1,M) ; *marquage*(ψ_2,M) ;
	L:=∅
	pour tout q∈Q faire
	    q.nb:=degre(q) ; q.ϕ:=faux ;
	    si q.ψ_2=vrai alors L:=L∪{q} fin si
	fin pour tout
	tant que L≠∅ faire
	    prendre un q ∈ L;
	    L:=L\{q};
	    q.ϕ:=vrai;
	    pour tout (q',q) ∈Tfaire
	        q'.nb:=q'.nb-1
	        si (q'.nb=0) et (q'.ψ_1=vrai) et
	          (q'. ϕ =faux) alors L:=L ∪{q'}
	        fin si
	    fin pour tout
	fin tant que