ENI CARTHAGE
المدرسة الوطنية للمهندسين بقرطاج
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage

Couples de variables aléatoires continues

Série d'exercices

Enseignants :Aloui.M/Bacha.I/Debbech.A **AU :2019/2020**

Classe :1Ing-Info **.**

Exercice 1 :

Soit $f(x,y) = 3 + ky$

. $\forall (x,y) \in \mathbf{R}^2 / \begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 2 \\ e^x \leq y \end{cases}$

1. Déterminer k pour que f soit une densité de probabilité.

2. Déterminer la loi marginale de Y.

Exercice 2 :

Soit $f(x,y) = \dfrac{ky}{x^2}$

. $\forall (x,y) \in \mathbf{R}^2 / \begin{cases} 0 < x \leq 1 \\ 0 < y \leq 1 \\ 0 < \sqrt{y} \leq x \end{cases}$

1. Déterminer k pour que f soit une densité de probabilité.

2. Déterminer la loi marginale de X.

3. Calculer son espérance et sa variance.

Exercice 3 :

Soit $f(x,y) = k - xy$

. $\forall (x,y) \in \mathbf{R}^2 / \begin{cases} 0 < x < 1 \\ 0 < xy < 2 \\ 0 < y < 3 \end{cases}$

1. Déterminer k pour que f soit une densité de probabilité.

2. Déterminer la loi marginale de X.

3. Calculer son espérance et sa variance.

Exercice 4 :

Soient (X,Y) un couple de variables aléatoires continues de densité de probabilité Soit $f(x,y) = \begin{cases} ke^{-\frac{(x^2+y^2)}{2}} & \forall (x,y) \in \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R}_+ \\ 0 & sinon \end{cases}$

1. Déterminer k pour que f soit une densité de probabilité.

2. Déterminer les lois marginales de X et Y.

3. X et Y sont-elles indépendantes.

3. Calculer $Cov(X,Y)$

3. Déterminer la loi de probabilités de $Z = X + Y$ en fonction de $\phi(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$

Exercice 5 :

Soit $k > 0$ et $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq y \leq x\}$un couple de variables aléatoires continues de densité de probabilité un couple (X,Y) de variables aléatoires continues de densité de probabilité $f(x,y) = \begin{cases} k^2 e^{-2x} & \forall (x,y) \in D \\ 0 & sinon \end{cases}$

1. Déterminer graphiquement le domaine de D.

2. Déterminer k pour que f soit une densité de probabilité.

3. Déterminer les lois marginales de X et Y.