

Application Modèle Linéaire Simple

Exemple pratique du Modèle Linéaire Simple en utilisant le logiciel R

On étudie la liaison entre la vitesse d'un microprocesseur mis dans un ordinateur (exprimée en GHz) et le temps d'exécution d'une tâche précise (exprimé en secondes). Le tableau suivant donne les valeurs de ces deux variables pour un ensemble de 10 ordinateurs.

Vitesse (GHz)	0.8	2.4	1.3	3	2.8	0.55	3.1	1.2	1.8	2.6
Temps (secondes)	127	51	88	25	31	142	21	97	73	36

On cherche à exprimer le temps d'exécution, variable à expliquer, en fonction de la vitesse d'un microprocesseur en mettant en œuvre une régression linéaire simple.

1- Créer un vecteur " Vitesse " contenant les 10 observations.

```
> Vitesse=c(0.8,2.4,1.3,3,2.8,0.55,3.1,1.2,1.8,2.6)
```

```
> Vitesse
```

```
[1] 0.80 2.40 1.30 3.00 2.80 0.55 3.10 1.20 1.80 2.60
```

2- Créer un vecteur " Temps " contenant les 10 observations.

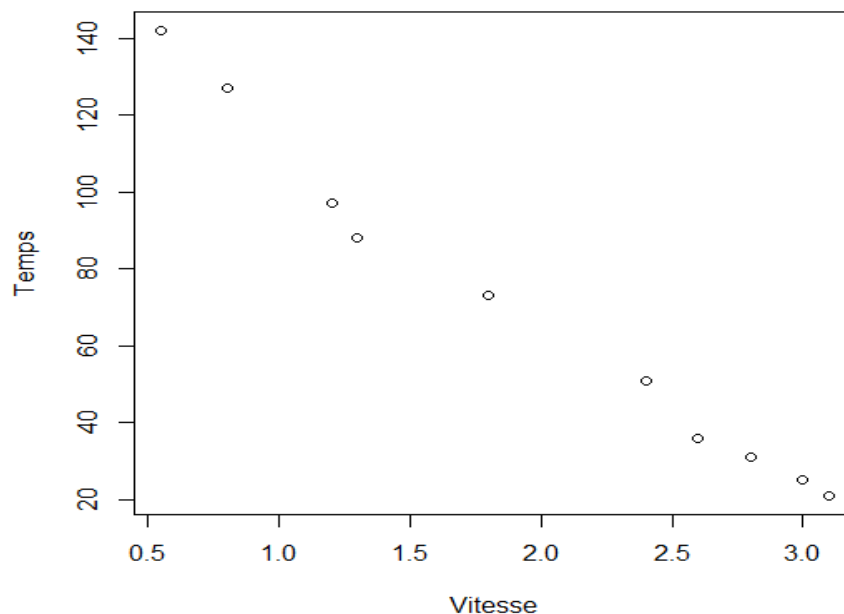
```
> Temps=c(127,51,88,25,31,142,21,97,73,36)
```

```
> Temps
```

```
[1] 127 51 88 25 31 142 21 97 73 36
```

3- Dessiner dans un graphe Temps = f (Vitesse). Commenter.

```
plot(Vitesse,Temps)
```



- 4- Estimer par la méthode du MCO les deux paramètres « β_0 et β_1 » du modèle linéaire simple :

$$\text{Temps} = \beta_0 + \beta_1 \text{ Vitesse} + \varepsilon_t$$

Avec ε_t : erreur de spécification (différence entre le modèle vrai et le modèle spécifié).

```
> reg=lm(Temps~Vitesse)
```

```
> reg
```

```
Call:
```

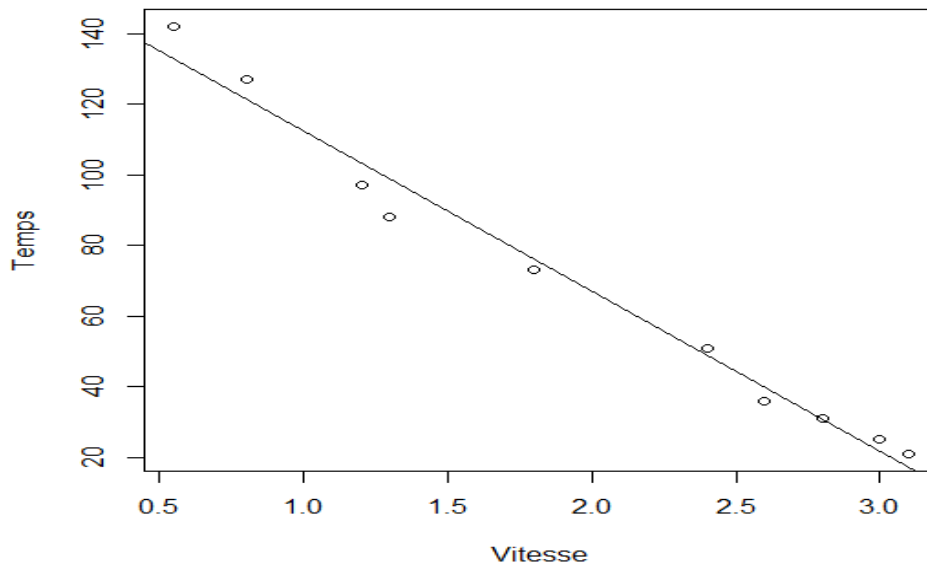
```
lm(formula = Temps ~ Vitesse)
```

Coefficients:

(Intercept)	Vitesse
157.88	-45.41

```
plot(Vitesse,Temps)
```

```
abline(reg)
```



- 5- Analyser les résultats du modèle.

```
> summary(reg)
```

```
Call:
```

```
lm(formula = Temps ~ Vitesse)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-10.843	-3.643	1.189	3.759	9.099

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	157.876	4.838	32.63	8.48e-10 ***
Vitesse	-45.410	2.249	-20.19	3.78e-08 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 6.385 on 8 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9808, Adjusted R-squared: 0.9784

F-statistic: 407.8 on 1 and 8 DF, p-value: 3.777e-08

6- Analyse des erreurs.

temps estimé par le modèle

```
> Testime=predict(reg)
```

```
> Testime
```

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
121.5	48.9	98.8	21.6	30.7	132.9	17.1	103.4	76.1	39.8

erreur de spécification (Eps)

```
> Eps=Temps-Testime
```

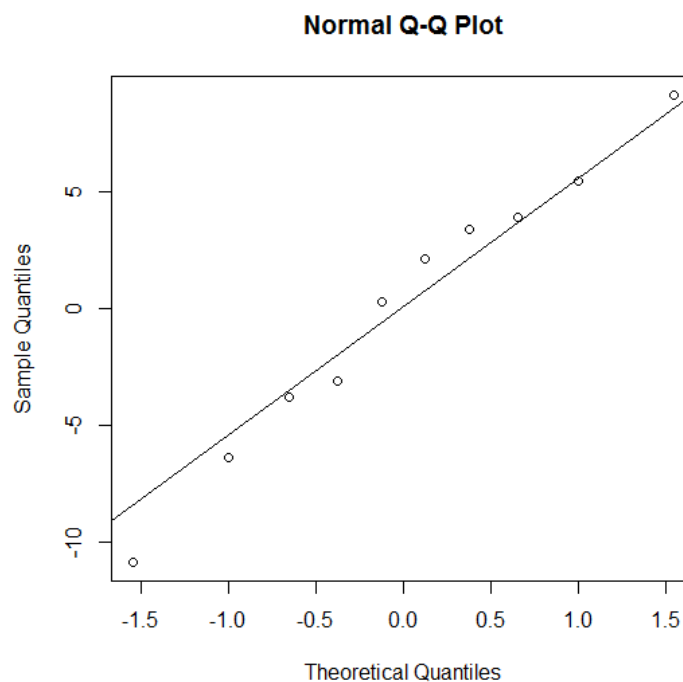
```
> Eps
```

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5.4	2.1	-10.8	3.4	0.3	9.1	3.9	-6.4	-3.1	-3.8

Analyse graphique de la normalité : erreur de spécification (Eps)

```
> qqnorm(Eps)
```

```
> qqline(Eps)
```



SCR : somme des carrés résiduels, non expliqués par le modèle

```
> sum(Eps*Eps)
```

```
[1] 326.1524
```

SCT : somme des carrés totaux

```
> sum((Temps-mean(Temps))^2)
```

```
[1] 16950.9
```

SCE : somme des carrés expliqués par le modèle

```
> sum((Testime-mean(Temps))^2)
```

```
[1] 16624.75
```

$$SCT = SCR + SCE$$