المدرســـة الوطنيــة للمهندسيـــن بقرطـــاج

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage

PARTIE 2
Module: TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION ET DE LA COMMUNICATION
1ère année Ingénieur Informatique A-B-C-D&E

Dr. Wissem BAHRI
Dr. Amor GUEDDANA

2019-2020

Chapitre 4. Modulations Numériques

1. Introduction aux Modulations Numériques
2. Modulation par Déplacement d'Amplitude (MDA)
3. Modulation par Déplacement de Phase (MDP)
4. Modulation d‘Amplitude sur deux porteuses en Quadrature (MAQ)

Introduction

- La **modulation numérique** est définie comme le processus par lequel un signal numérique est transformé de sa forme originale en une forme **adaptée au canal de transmission**, par exemple en faisant varier les paramètres d'amplitude et d'argument (phase/fréquence) d'une onde sinusoïdale connue sous le nom de porteuse.

- Le dispositif qui effectue cette modulation, en général électronique, est un **modulateur**. L'opération inverse permettant d'extraire le signal de la porteuse est la **démodulation**. Ce chapitre permet de classifier les divers types de modulations numériques, en résumant leurs usages et principes.

Chapitre 4. Modulations Numériques

1
- Introduction aux Modulations Numériques

2
- Modulation par Déplacement d'Amplitude (MDA)

3
- Modulation par Déplacement de Phase (MDP)

4
- Modulation d'Amplitude sur deux porteuses en Quadrature (MAQ)

Généralités

- Parmi les objectifs de la modulation, on trouve **l'adaptation du signal à émettre au canal de transmission**. Cette opération consiste à modifier un ou plusieurs paramètres d'une onde porteuse centrée sur la bande de fréquence du canal.
- Dans les procédés de modulation binaire, l'information est transmise à l'aide d'un paramètre qui ne prends que deux valeurs possibles.
- Dans les procédés de modulation M-aire, l'information est transmise à l'aide d'un paramètre qui prends M valeurs. Ceci permet d'associer à un état de modulation un mot de **n digits binaires**. Le nombre d'états est donc $M = 2^n$. Ces n digits proviennent du découpage en paquets de n digits du train binaire issu du codeur.

- Les types de modulation les plus fréquemment rencontrés sont les suivants :
  - ✓ **M**odulation par **D**éplacement d'**A**mplitude **MDA**. *(**A**mplitude **S**hift **K**eying **ASK**).*
  - ✓ **M**odulation par **D**éplacement de **P**hase **MDP**. *(**P**hase **S**hift **K**eying **PSK**).*
  - ✓ **M**odulation par **D**éplacement de **F**réquence **MDF**. *(**F**requency **S**hift **K**eying **FSK**).*
  - ✓ **M**odulation par **D**éplacement de **P**hase **D**ifférentiel **MDPD**. *(**D**ifferential **P**hase **S**hift **K**eying **DPSK**).*
  - ✓ **M**odulation d'**A**mplitude de deux porteuses en **Q**uadrature **MAQ**. *(**Q**uadrature **A**mplitude **M**odulation **QAM**)*

Définitions et Appellations (1/2)

- Un symbole est un élément d'un alphabet. Si M est la taille de l'alphabet, le symbole est alors dit M-aire. Lorsque M=2, le symbole est dit binaire. En groupant, sous forme d'un bloc, n symboles binaires indépendants, on obtient un alphabet de $M = 2^n$ symboles M-aires. Ainsi un symbole M-aire véhicule l'équivalent de $n = \log_2 (M)$ bits.

- **La rapidité de modulation R** se définit comme étant le nombre de changements d'états par seconde d'un ou de plusieurs paramètres modifiés simultanément. Un changement de phase du signal porteur, une excursion de fréquence ou une variation d'amplitude sont par définition des changements d'états. La rapidité de modulation $R = 1/T$ s'exprime en "**bauds**".

- **Le débit binaire D** se définit comme étant le nombre de bits transmis par seconde. Il est égal ou supérieur à la rapidité de modulation selon qu'un changement d'état représente un bit ou un groupement de bits. Le débit binaire $D=1/T_b$ s'exprime en "**bits par seconde**".

Définitions et Appellations (2/2)

- Pour un alphabet M-aire, on a la relation fondamentale :

$T = nT_b$ soit $D = n\,R$

Il y a égalité entre débit de la source et la rapidité de modulation uniquement dans le cas d'une source binaire (alphabet binaire).

- La qualité d'une liaison est liée au Taux d'Erreur Binaire:

$$TEB = \frac{Nombre\ de\ bits\ \ faux}{Nombre\ de\ bits\ Transmis}$$

- L'efficacité spectrale d'une modulation se définit par le paramètre η suivant:

$$\eta = \frac{D}{B}$$

- η s'exprime en "bits/seconde/Hz". La valeur D est le "débit binaire" et B est la largeur de la bande occupée par le signal modulé. Pour un signal utilisant des symboles Maires, on aura :

$$\eta = \frac{1}{T.B}\log_2\left(M\right)\ \ bits/\sec/Hz$$

- Remarquons que pour B et T donnés, l'efficacité spectrale augmente, comme on pouvait s'y attendre, avec le nombre de bit/symbole $n = \log_2(M)$.

Principes des Modulations Numériques (1/7)

Le message à transmettre est issu d'une source binaire.
Le signal modulant, obtenu après codage, est un signal en bande de base, éventuellement complexe, qui s'écrit sous la forme :

$$c(t) = \sum_k c_k . g(t - kT) = c_k(t) = a_k(t) + jb_k(t) \qquad \text{avec } c_k = a_k + jb_k \text{ .}$$

La fonction $g(t)$ est une forme d'onde qui est prise en considération dans l'intervalle [0, T[puisque t doit vérifier la relation : kT<= t <(k+1)T.

Dans les modulations MDA, MDP et MAQ, la modulation transforme ce signal $c(t)$ en un signal modulé *m(t)* tel que :

$$\boxed{m(t) = Re\left[\sum_k c_k(t).e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}\right]}$$

La fréquence $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ et la phase φ_0 caractérisent la sinusoïde porteuse utilisée pour la modulation.

Si les $c_k(t) = a_k(t) + jb_k(t)$ sont réels ($b_k(t) = 0$), la modulation est dite unidimensionnelle, et s'ils sont complexes la modulation est dite bidimensionnelle.

Le signal modulé s'écrit aussi plus simplement :

$$\boxed{m(t) = \sum_k a_k(t).\cos(\omega_0 t + \varphi_0) - \sum_k b_k(t).\sin(\omega_0 t + \varphi_0)}$$

ou encore : $\boxed{m(t) = a(t).\cos(\omega_0 t + \varphi_0) - b(t).\sin(\omega_0 t + \varphi_0)}$

en posant : $a(t) = \sum_k a_k(t)$ et $b(t) = \sum_k b_k(t)$

Le signal $a(t) = \sum_k a_k(t)$ module en amplitude la porteuse en phase $\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ et le signal $b(t) = \sum_k b_k(t)$ module en amplitude la porteuse en quadrature $\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$.

Principes des Modulations Numériques (3/7)

Dans la plupart des cas les signaux élémentaires $a_k(t)$ et $b_k(t)$ sont identiques à un coefficient près et ils utilisent la même forme d'impulsion $g(t)$ appelée aussi "formant".

$$a_k(t) = a_k.g(t-kT) \text{ et } b_k(t) = b_k.g(t-kT)$$

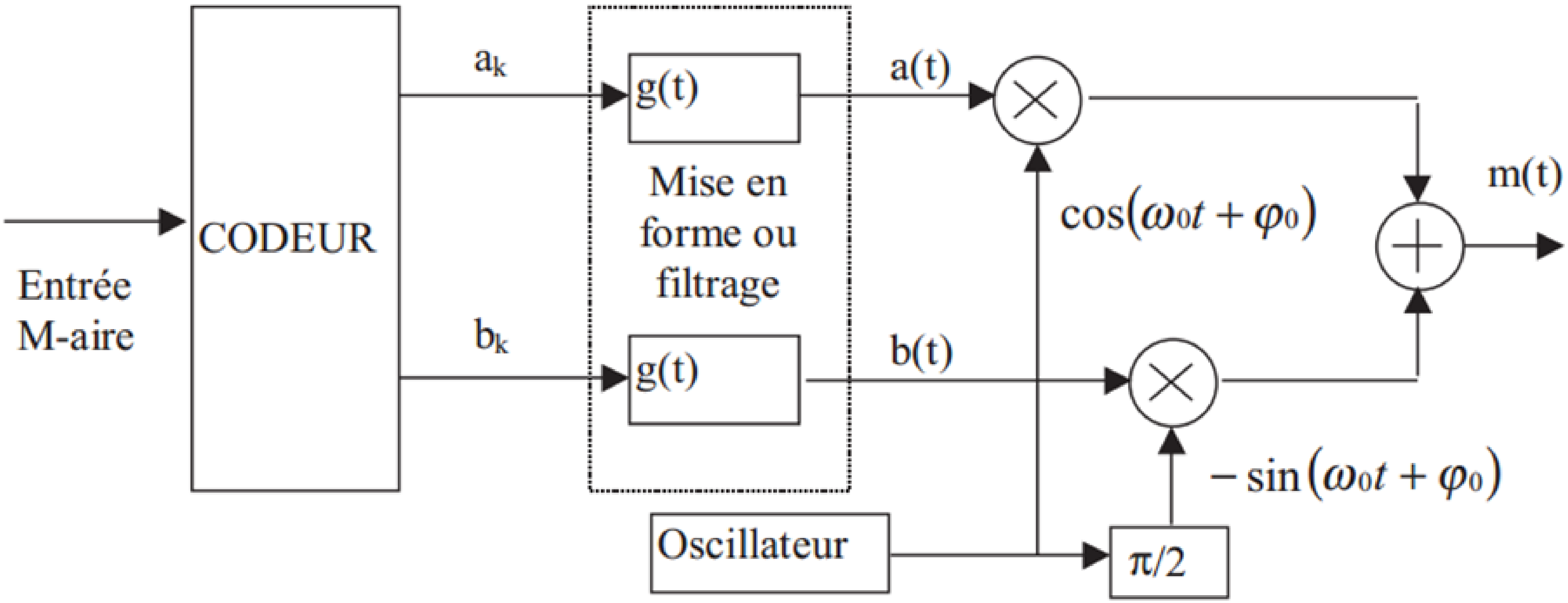
Les deux signaux $a(t)$ et $b(t)$ sont aussi appelés "trains modulants" et s'écrivent :

$$a(t) = \sum_k a_k.g(t-kT) \text{ et } b(t) = \sum_k b_k.g(t-kT)$$

Les symboles a_k et b_k prennent respectivement leurs valeurs dans l'alphabet ($A_1, A_2, \ldots A_M$) et dans l'alphabet ($B_1, B_2, \ldots B_M$).

Principes des Modulations Numériques (4/7)

Le schéma théorique général du modulateur est représenté comme suit:



Principes des Modulations Numériques (5/7)

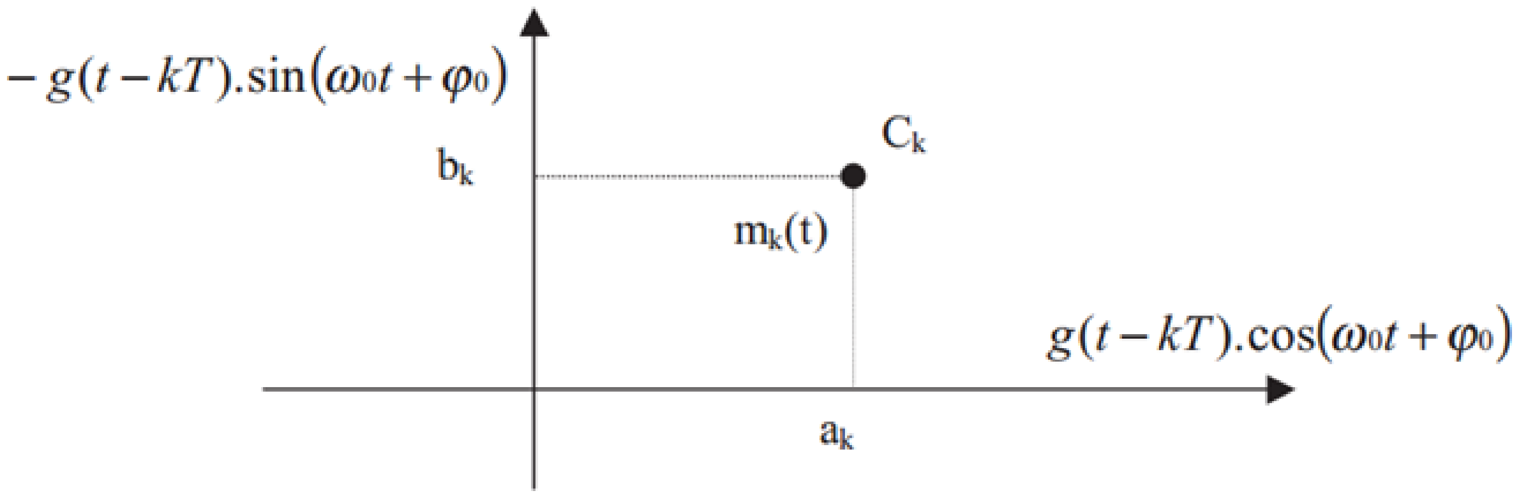
Les différents types de modulations sont définies par les alphabets décrits ici dessus et par la fonction g(t).

A chaque symbole émis correspond un signal élémentaires de la forme :

$$m_k(t) = a_k.g(t-kT).\cos(\omega_0 t+\varphi_0) - b_k.g(t-kT).\sin(\omega_0 t+\varphi_0)$$

qui peut être représentés dans un espace à deux dimensions dont les vecteurs de base sont :

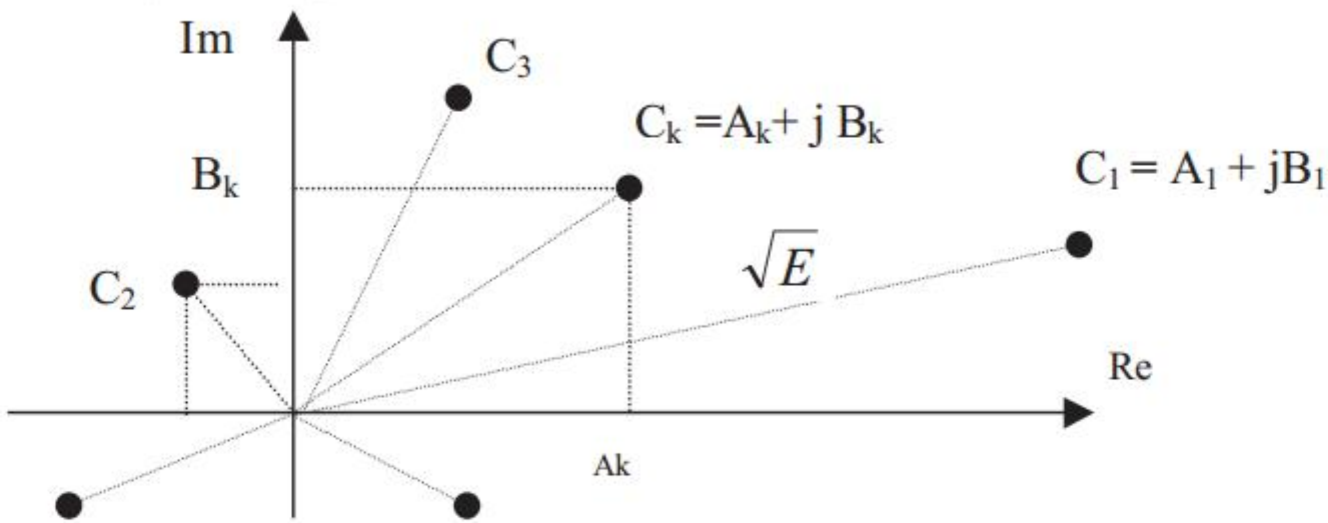
$$g(t-kT).\cos(\omega_0 t+\varphi_0) \quad \text{et} \quad -g(t-kT).\sin(\omega_0 t+\varphi_0)$$



Principes des Modulations Numériques (6/7)

Le signal modulé *m(t)* véhicule des informations distinctes à travers $a_k(t)$ et $b_k(t)$ qui sont deux signaux en bande de base appelés respectivement *composante en phase* (I en anglais) *et composante en quadrature* (Q en anglais). La récupération de $a_k(t)$ et $b_k(t)$ sera possible uniquement si ces deux signaux sont de bande limitée à l'intervalle [-B,B] avec B<f_0 (Condition de Rayghley).

Une représentation dans le plan complexe qui fait correspondre à chaque signal élémentaire un point $C_k = A_k + jB_k$ permet de différencier chaque type de modulation. L'ensemble de ces points associés aux symboles porte le nom de **constellation**.



ENI CARTHAGE
المدرسة الوطنية للمهندسين بقرطاج
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage

Principes des Modulations Numériques (7/7)

Le choix de la répartition des points dépend des critères suivants :

- Pour pouvoir distinguer deux symboles, il faut respecter une distance minimale d_{min}, entre les points représentatifs de ces symboles. Plus cette distance est grande et plus la probabilité d'erreur sera faible. La distance minimale entre tous les symboles est :

$$d_{min} = \underset{i \neq j}{Min}(d_{ij}) \quad \text{avec} \quad d_{ij} = \left|C_i - C_j\right|^2$$

Ceci est à rapprocher avec la définition de la distance de Hamming.

- A chaque symbole émis correspond un signal élémentaires $m_k(t)$ et par là même une énergie nécessaire à la transmission de ce symbole. Dans la constellation, la distance entre un point et l'origine est proportionnelle à la racine carrée de l'énergie qu'il faut fournir pendant l'intervalle de temps [kT, (k+1)T[pour émettre ce symbole. La puissance moyenne d'émission des symboles est assimilable à $\sum_i \left|C_i\right|^2$ et la puissance crête à $\underset{i}{Max}\left|C_i\right|^2$.

Les deux critères évoqués ci-dessus sont antagonistes puisque l'on serait tenté d'une part d'éloigner les symboles au maximum pour diminuer la probabilité d'erreur et d'autre part, de les rapprocher de l'origine pour minimiser l'énergie nécessaire à la transmission.

Chapitre 4. Modulations Numériques

1
- Introduction aux Modulations Numériques

2
- Modulation par Déplacement d'Amplitude (MDA)

3
- Modulation par Déplacement de Phase (MDP)

4
- Modulation d'Amplitude sur deux porteuses en Quadrature (MAQ)

ENICARTHAGE
المدرســة الوطنيــة للمهندسيــن بقرطــاج
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage

Modulation par Déplacement d'Amplitude (MDA)

Les Modulations par Déplacement d'amplitude (MDA) sont aussi souvent appelées par leur abréviation anglaise : ASK pour "Amplitude Shift Keying".

Dans ce cas, la modulation ne s'effectue que sur la porteuse en phase $\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. Il n'y a pas de porteuse en quadrature. Cette modulation est parfois dite mono dimensionnelle. Le signal modulé s'écrit alors :

$$m(t) = \sum_k a_k . g(t - kT).\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

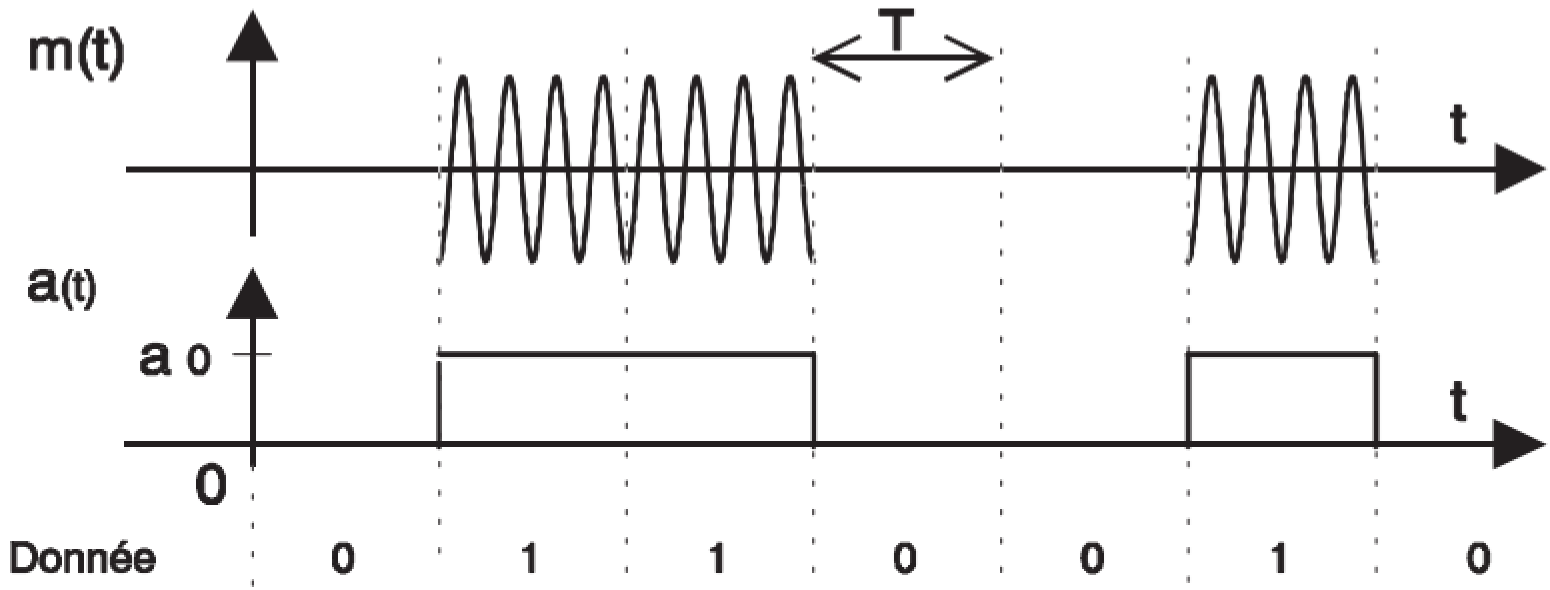
La forme de l'onde *g(t)* est rectangulaire, de durée T et d'amplitude égale à 1 si *t* appartient à l'intervalle [0, T[et égale à 0 ailleurs.

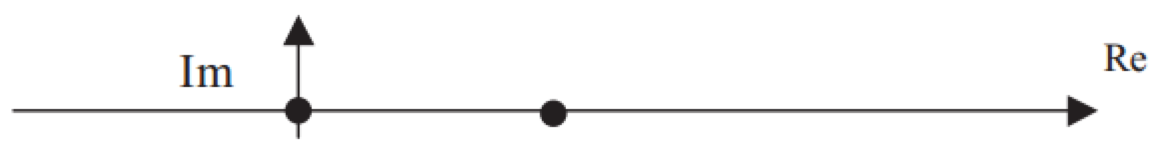
Rappelons que le symbole a_k prend sa valeur dans l'alphabet (A_1, A_2,… A_M). Autrement dit, cet alphabet met en évidence les $M = 2^n$ amplitudes possibles du signal, la valeur n désignant les groupement de n bits ou symboles à émettre. Les changements d'amplitude de la porteuse se produiront au rythme R de la transmission des symboles.

Modulation par Tout ou Rien (1/2)

Un exemple de modulation d'amplitude est la modulation (binaire) par tout ou rien encore appelée par son abréviation anglaise : OOK pour "On Off Keying".

Dans ce cas, un seul bit est transmis par période *T*, et par conséquent *n=1* et *M=2*. Le symbole a_k prend sa valeur dans l'alphabet (0, a_0). On observe donc sur un chronogramme des extinctions de porteuse quand $a_k = 0$





Modulation par Tout ou Rien (2/2)

A la réception, cette modulation d'amplitude est souvent démodulée par une détection d'enveloppe. En l'absence de bruit, l'élévation au carré du signal m(t) donne un terme à la fréquence $2f_0$ qui sera éliminé par filtrage et un terme en bande de base proportionnel à $\sum_k a_k^2 . g(t - kT)$ qui est porteur de l'information puisqu'il contient a_k.

Le spectre du signal en bande de base est donné par :

$$\gamma_{\alpha m}(f) = \frac{a_0^2 T}{4} \left(\frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \right)^2 + \frac{a_0^2}{4} \delta(f)$$

Le spectre du signal modulé est le même décalé de $\pm f_0$ et comporte donc une raie aux fréquences $\pm f_0$.

MDA à M ETATS (1/5)

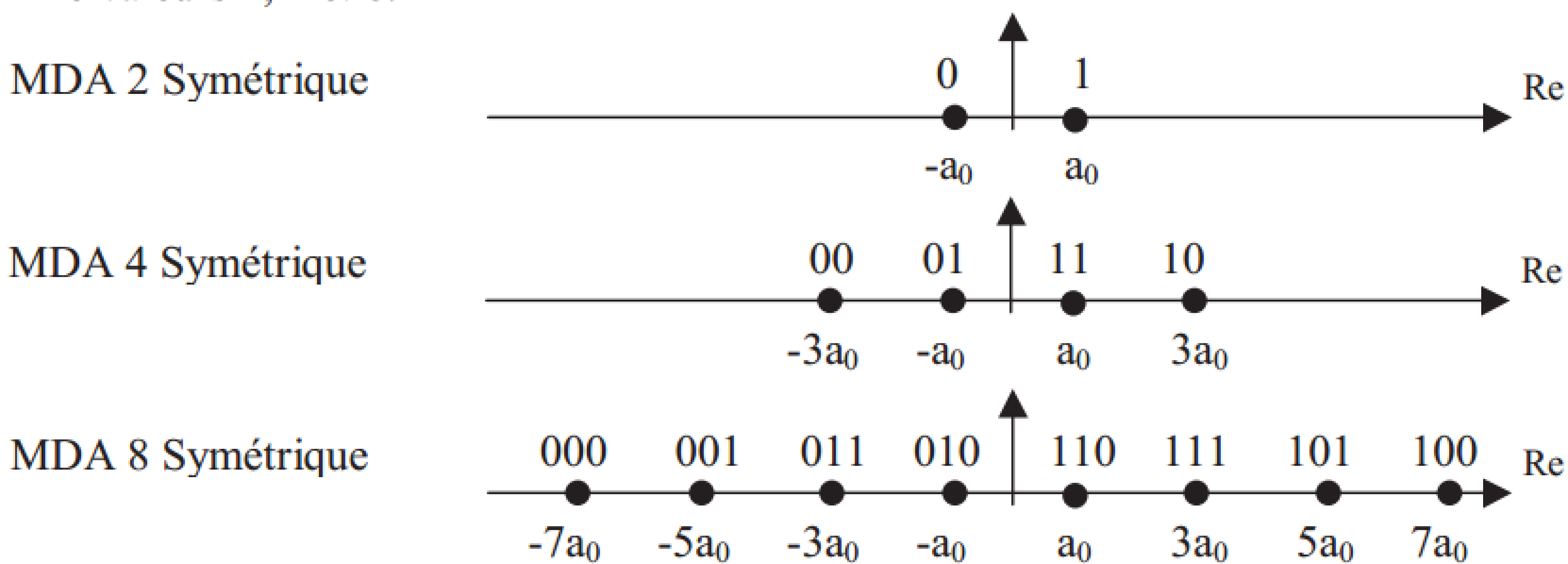
On a toujours $M = 2^n$ amplitudes possibles du signal, mais ici les valeurs de l'alphabet sont telles que :

$$A_i = (2i - M + 1).a_0 \quad \text{avec} \quad i = 1,2,\ldots M.$$

Suivant les valeurs de n on obtient le tableau suivant :

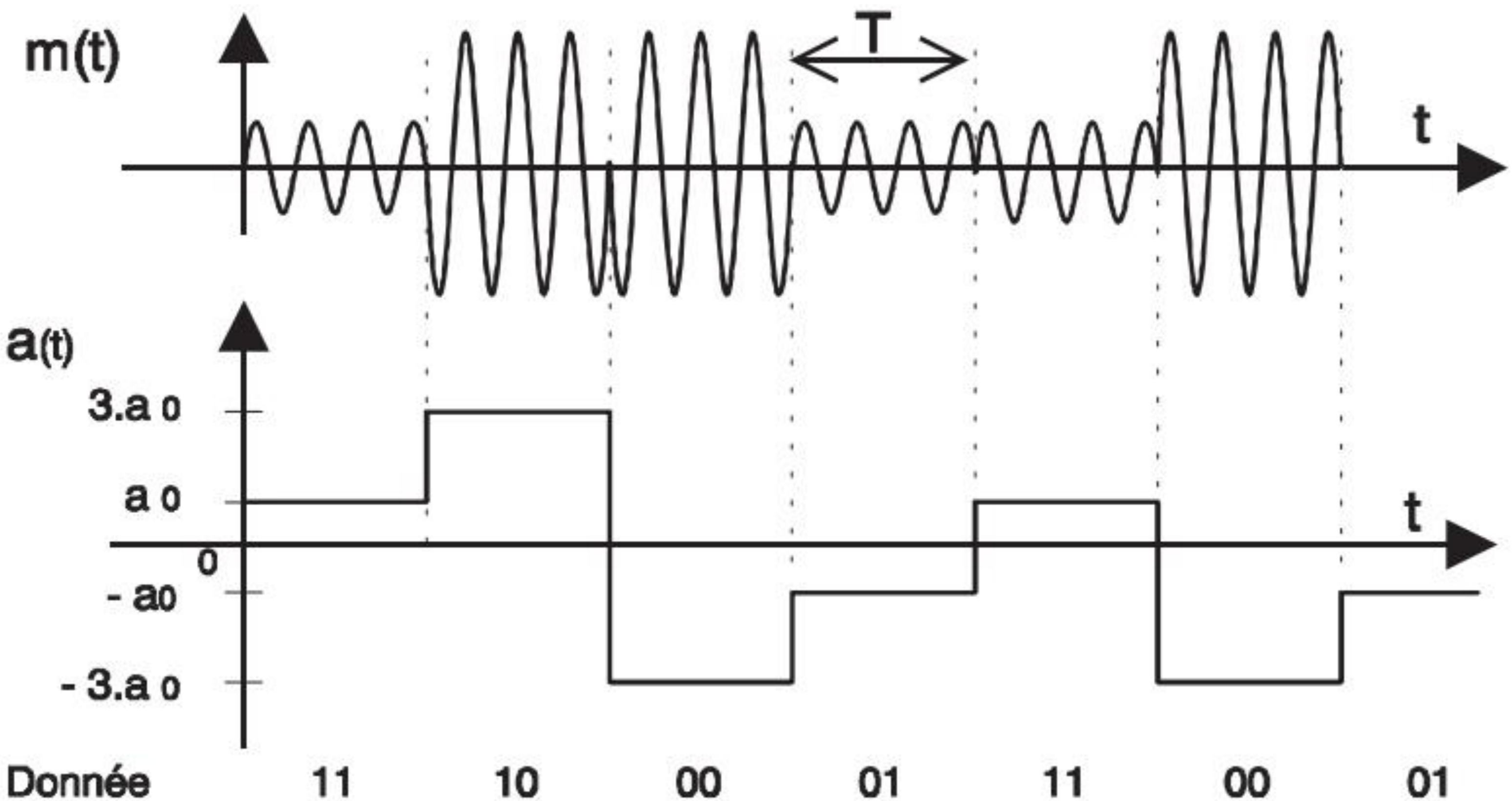
n	M	Valeurs de l'alphabet
1	2	$-1a_0$, $1a_0$
2	4	$-3a_0$, $-1a_0$, $1a_0$, $3a_0$
3	8	$-7a_0$, $-5a_0$, $-3a_0$, $-1a_0$, $1a_0$, $3a_0$, $5a_0$, $7a_0$

La constellation de la modulation à M états symétriques est donnée figure 8 pour M prenant comme valeurs 2, 4 et 8.



MDA à M ETATS (2/5)

Chronogramme de "MDA 4 Symétrique"



La figure met en évidence que deux bits sont transmis simultanément à chaque période T. Elle met aussi en évidence qu'il n'est pas question ici de pratiquer une détection d'enveloppe à la réception.

MDA à M ETATS (3/5)

Le spectre de la "MDA M Symétrique"

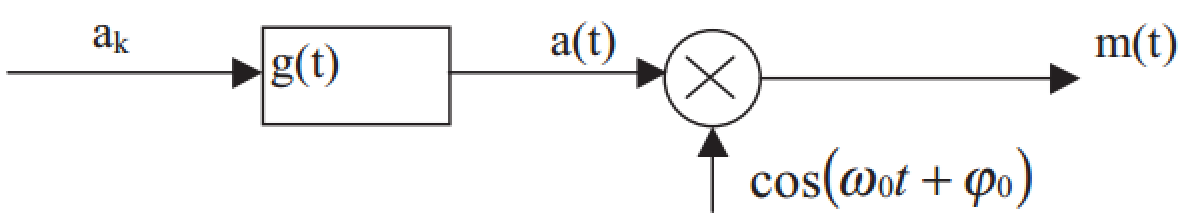
Le spectre du signal en bande de base ne présente pas de raie et s'écrit :

$$\gamma_{\alpha m}(f) = \frac{M^2 - 1}{3} a_0^2 T \left(\frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \right)^2$$

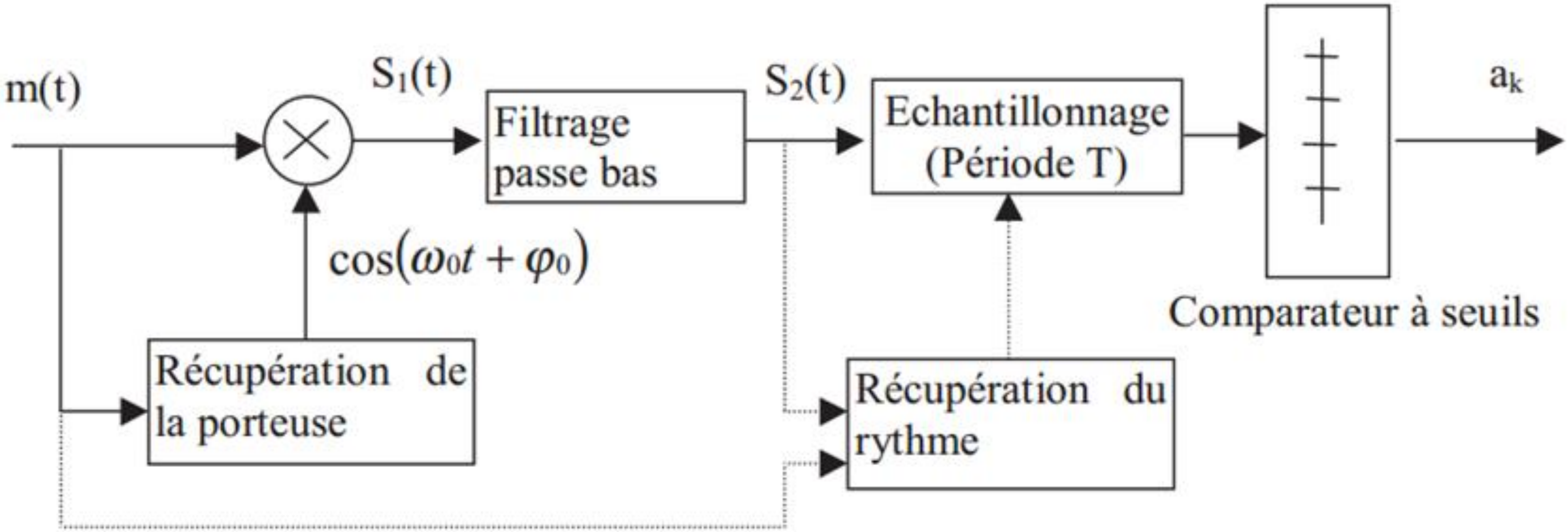
Le spectre du signal modulé est le même décalé de $\pm f_0$

Modulation et démodulation

Les figures montrent respectivement un synoptique simplifié de la modulation et de la démodulation cohérente sur une seule porteuse.



MDA à M ETATS (4/5)



Coté récepteur, et en supposant qu'il n'y ait pas de bruit, si on multiplie le signal reçu $m(t) = \sum_k a_k.g(t-kT).\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ par une onde sinusoïdale issue d'un oscillateur local $A_l.\cos(\omega_0 t + \varphi_l)$ on obtient : $S_1(t) = \sum_k a_k.g(t-kT).\cos(\omega_0 t + \varphi_0).\, A_l \cos(\omega_0 t + \varphi_l)$

En développant cette expression et en éliminant le terme en $\cos(2\omega_0 t)$ par filtrage, on obtient : $S_2(t) = \frac{A_l}{2} \sum_k a_k.g(t-kT).\cos(\varphi_0 - \varphi_l)$

ENI CARTHAGE
المدرسة الوطنية للمهندسين بقرطاج
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage

MDA à M ETATS (5/5)

Donc, si le récepteur dispose d'un oscillateur local synchronisé en fréquence et en phase sur celui de l'émission, φ_0 sera proche de φ_l et, donc $\cos(\varphi_0 - \varphi_l)$ sera voisin de 1, et par conséquent $S_2(t) \approx \frac{A_l}{2}\sum_k a_k.g(t-kT)$. Ainsi, le signal $S_2(t)$ est à une homothétie près égal au train modulant $a(t) = \sum_k a_k.g(t-kT)$ qui est lui même le signal porteur de l'information. Il reste encore au récepteur à récupérer le rythme, de période T, des symboles transmis, à échantillonner le signal $S_2(t)$ au milieu de chaque période, et à décider à l'aide d'un comparateur à (M-1) seuils de la valeur a_k reçu.

Chapitre 4. Modulations Numériques

1 • Introduction aux Modulations Numériques

2 • Modulation par Déplacement d'Amplitude (MDA)

3 • Modulation par Déplacement de Phase (MDP)

4 • Modulation d'Amplitude sur deux porteuses en Quadrature (MAQ)

Les Modulations par Déplacement de phase (MDP) sont aussi souvent appelés par leur abréviation anglaise : PSK pour "Phase Shift Keying".

Reprenons l'expression générale d'une modulation numérique :

$$\boxed{m(t) = Re\left[\sum_k c_k(t).e^{j(\omega_0 t+\varphi_0)}\right]} \quad \text{avec } c_k(t) = a_k(t) + jb_k(t)$$

Les signaux élémentaires $a_k(t)$ et $b_k(t)$ utilisent la même forme d'onde $g(t)$ qui est ici une impulsion rectangulaire, de durée T et d'amplitude égale à A si t appartient à l'intervalle [0, T[et égale à 0 ailleurs.

On a toujours : $a_k(t) = a_k.g(t-kT)$ et $b_k(t) = b_k.g(t-kT)$

Soit : $c_k(t) = (a_k + jb_k).g(t-kT) = c_k.g(t-kT)$

Dans le cas présent, les symboles c_k sont répartis sur un cercle, et par conséquent :

$\boxed{c_k = a_k + jb_k = e^{j\varphi_k}}$. d'où : $a_k = \cos(\varphi_k)$ $b_k = \sin(\varphi_k)$

et : $a_k(t) = \cos(\varphi_k).g(t-kT)$ $b_k(t) = \sin(\varphi_k).g(t-kT)$

MDP (2/3)

On pourrait imaginer plusieurs MDP-M pour la même valeur de M où les symboles seraient disposés de façon quelconque sur le cercle ! Pour améliorer les performances par rapport au bruit, on impose aux symboles d'être répartis régulièrement sur le cercle (il sera ainsi plus facile de les discerner en moyenne). L'ensemble des phases possibles se traduit alors par les expressions suivantes :

$$\varphi_k = \frac{\pi}{M} + k\frac{2\pi}{M} \qquad \text{lorsque } M > 2$$

et : $$\varphi_k = 0 \text{ ou } \pi \qquad \text{lorsque } M = 2.$$

Remarque :

Les symboles c_k prennent leurs valeurs dans un alphabet de M >2 éléments $\{e^{j\varphi_k}\}$où φ_k est défini ci-dessus avec k = 0,1,…M-1. On peut aussi considérer que a_k et b_k prennent simultanément leurs valeurs dans l'alphabet $\{\cos(\varphi_k)\}$et $\{\sin(\varphi_k)\}$.

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage

Le signal modulé devient :

$$m(t) = Re\left[\sum_k e^{j\varphi_k}.g(t-kT).e^{j(\omega_0 t+\varphi_0)}\right] = Re\left[\sum_k g(t-kT).e^{j(\omega_0 t+\varphi_0+\varphi_k)}\right]$$

Soit, plus simplement, en ne considérant que l'intervalle de temps [kT, (k+1)T[:

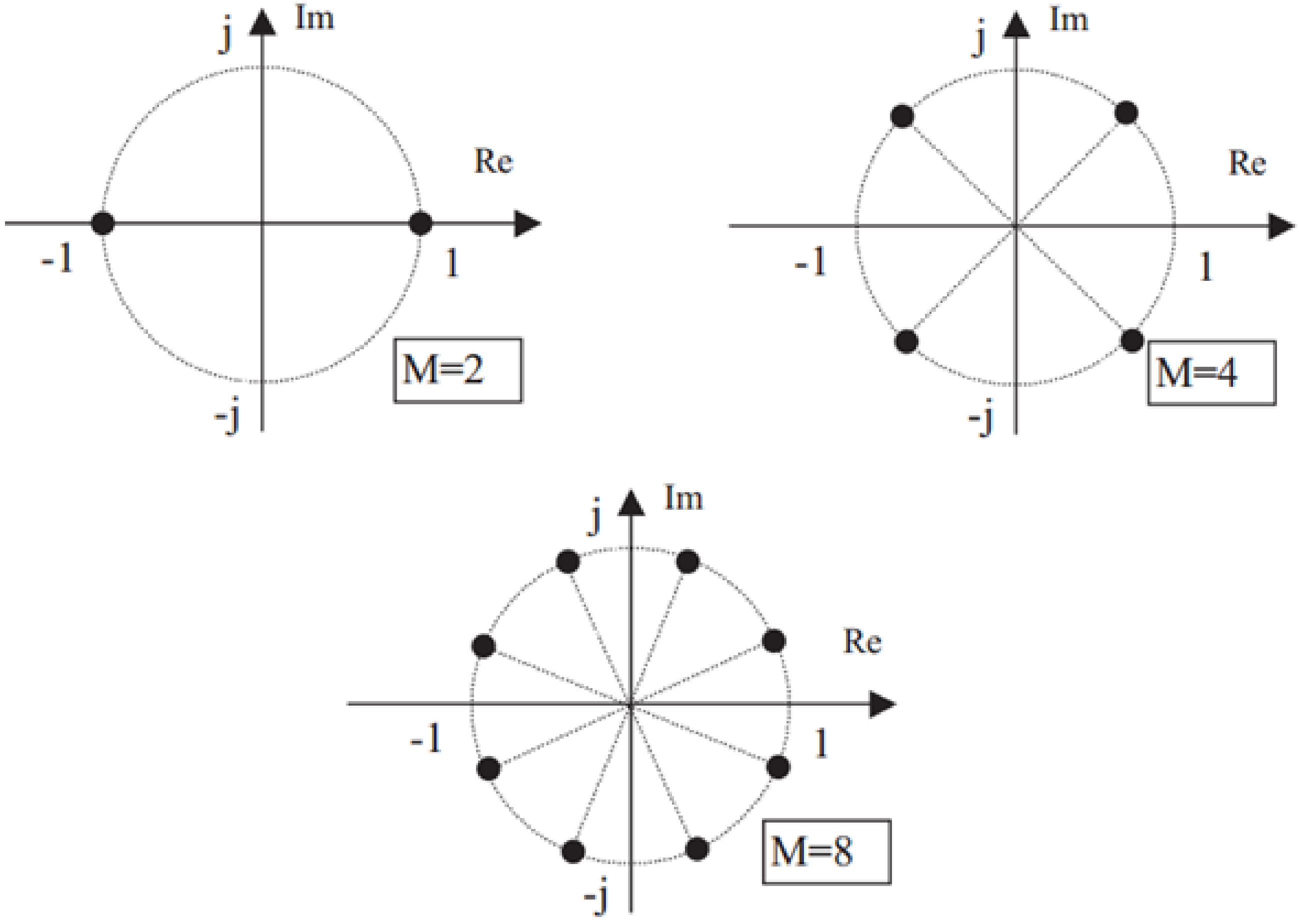
$$m(t) = Re\left[A.e^{j(\omega_0 t+\varphi_0+\varphi_k)}\right]$$

$$\boxed{\begin{aligned} m(t) &= A.\cos(\omega_0 t+\varphi_0+\varphi_k) \\ &= A.\cos(\omega_0 t+\varphi_0)\cos(\varphi_k) - A.\sin(\omega_0 t+\varphi_0)\sin(\varphi_k) \end{aligned}}$$

Cette dernière expression montre que la phase de la porteuse est modulée par l'argument φ_k de chaque symbole ce qui explique le nom donné à la MDP. Remarquons aussi que la porteuse en phase $\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$ est modulée en amplitude par le signal $A.\cos(\varphi_k)$ et que la porteuse en quadrature $\sin(\omega_0 t+\varphi_0)$ est modulée en amplitude par le signal $A.\sin(\varphi_k)$.

MDP-M (1/5)

On appelle "MDP-M" une modulation par déplacement de phase (MDP) correspondant à des symboles M-aires. La figure 13 montre différentes constellations de MDP pour M= 2, 4 et 8.



Exemple : La modulation "MDP-2"

Un exemple de modulation MDP-M est la modulation MDP-2 encore appelée par son abréviation anglaise : BPSK pour "Binary Phase shift Keying".

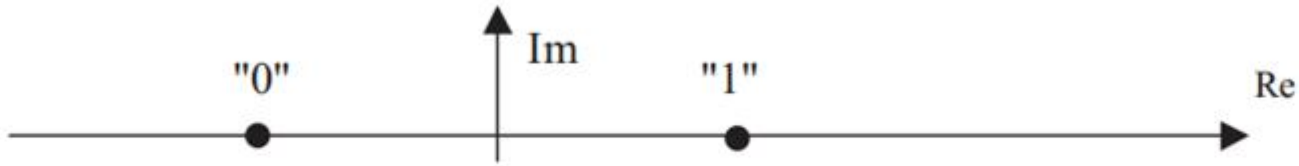
C'est une modulation binaire (un seul bit est transmis par période T) :

$$n=1,\quad M=2 \quad \text{et} \quad \varphi_k = 0 \text{ ou } \pi$$

Le symbole $c_k = e^{j\varphi_k}$ prend donc sa valeur dans l'alphabet {-1, 1}.

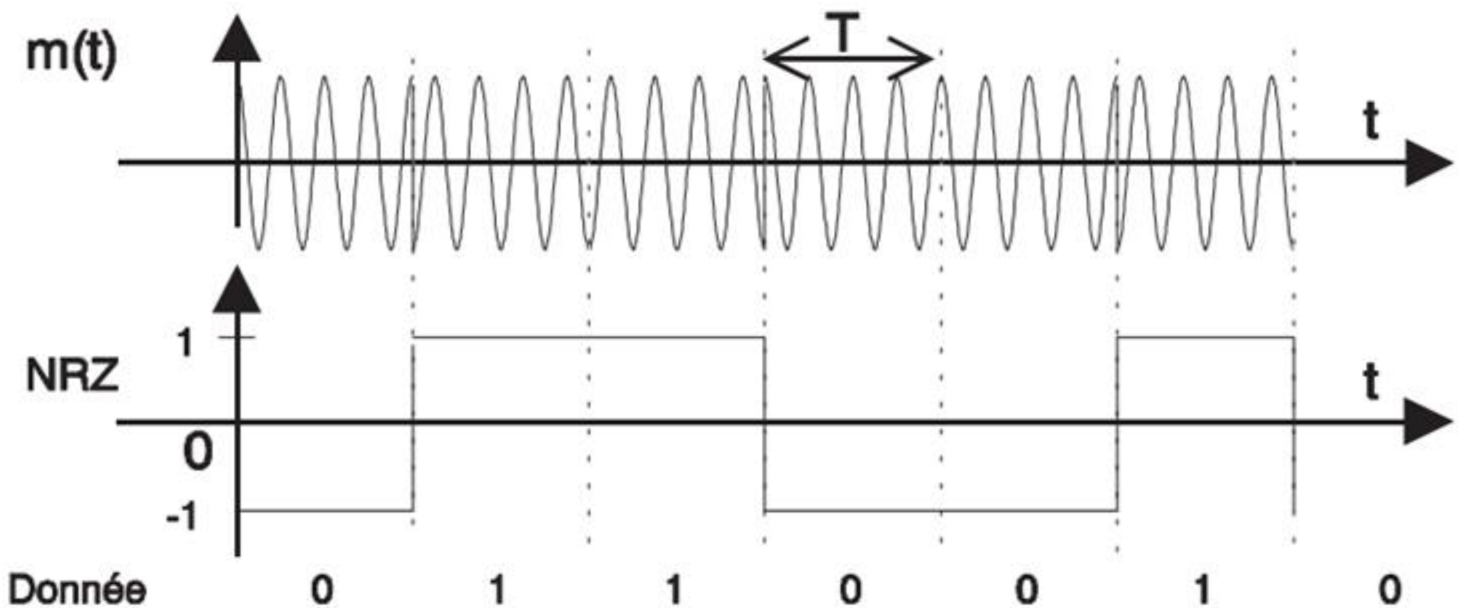
Ici, la modulation ne s'effectue que sur la porteuse en phase $\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. C'est une modulation mono dimensionnelle. Le signal modulé s'écrit alors pour t appartenant à l'intervalle [0, T[: $m(t) = \pm A.\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

MDP-M (3/5)



Constellation de la modulation de phase MDP-2

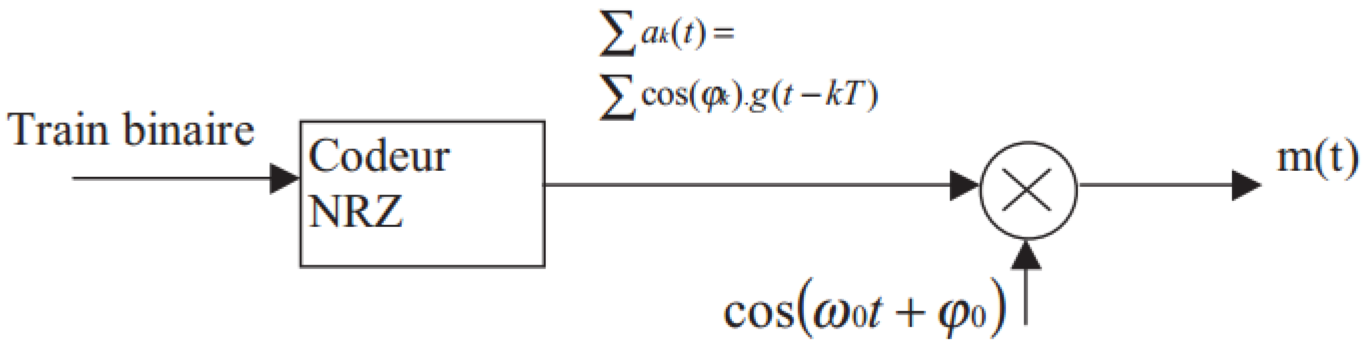
Chronogramme de LA "MDP-2"



Chronogramme de la modulation de phase MDP-2

Modulation et démodulation

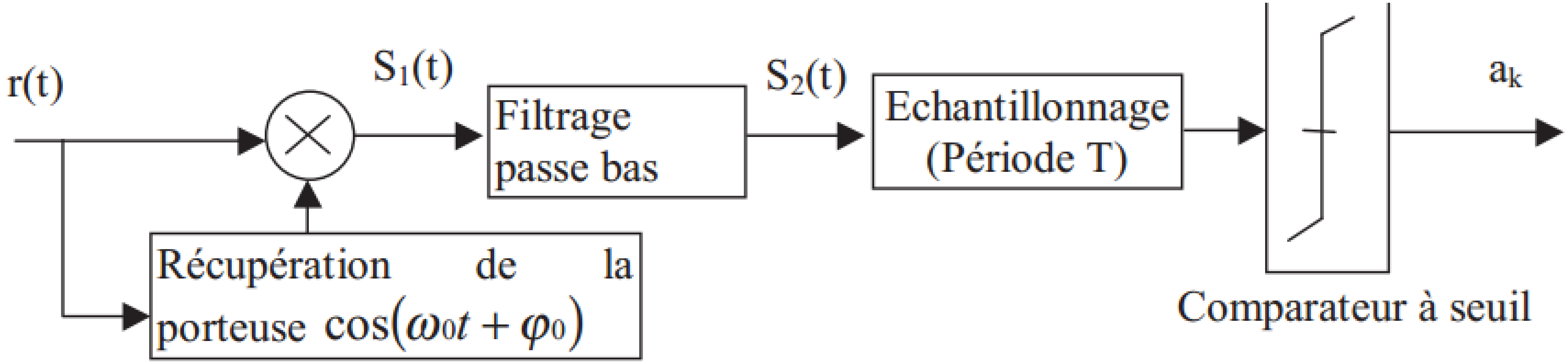
Le modulateur est constitué d'un multiplicateur qui effectue le changement de fréquence sur un train numérique codé en NRZ.



Modulateur MDP-2

Le récepteur requiert l'utilisation d'une démodulation cohérente

MDP-M (5/5)



Démodulateur MDP-2

Soit $r(t) = B.\cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_k)$ le signal non bruité reçu par le récepteur dans l'intervalle de temps [kT, (k+1)T[. Après multiplication avec la porteuse récupérée, on obtient :

$$S_1(t) = B.\cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_k).\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Soit, après filtrage pour éliminer la composante à la fréquence $2f_0$: $S_2(t) = \frac{B}{2}.\cos(\varphi_k)$

Le récepteur doit encore récupérer le rythme des symboles transmis, puis échantillonner le signal $S_2(t)$ au milieu de chaque période. Suivant le symbole émis –1ou 1, φ_k prend la valeur π ou 0 et le signe de $S_2(t)$ devient négatif ou positif mettant en évidence la donnée binaire reçue "0" ou "1".

ENICARTHAGE
المدرسة الوطنية للمهندسين بقرطاج
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage

Chapitre 4. Modulations Numériques

1 • Introduction aux Modulations Numériques

2 • Modulation par Déplacement d'Amplitude (MDA)

3 • Modulation par Déplacement de Phase (MDP)

4 • Modulation d'Amplitude sur deux porteuses en Quadrature (MAQ)

Modulation MAQ

Les modulations d'amplitude sur deux porteuses en quadrature (MAQ) sont aussi appelées par leur abréviation anglaise : QAM pour "Quadrature Amplitude modulation".
C'est une modulation dite bidimensionnelle.

La MDA et la MDP ne constituent pas une solution satisfaisante pour utiliser efficacement l'énergie émise lorsque le nombre de points *M* est grand. En effet, dans la MDA les points de la constellation sont sur une droite, et dans la MDP les points sont sur un cercle. Or, la probabilité d'erreur est fonction de la distance minimale entre les points de la constellation, et la meilleure modulation est celle qui maximise cette distance pour une puissance moyenne donnée. Un choix plus rationnel est alors une modulation qui répartit les points uniformément dans le plan.

Pour faire cela, nous avons vu que le signal modulé *m(t)* peut s'écrire :

$$\boxed{m(t) = a(t).\cos(\omega_0 t + \varphi_0) - b(t).\sin(\omega_0 t + \varphi_0)}$$

et que les deux signaux $a(t)$ et $b(t)$ ont pour expression :

$$a(t) = \sum_k a_k . g(t - kT) \quad \text{et} \quad b(t) = \sum_k b_k . g(t - kT)$$

Le signal modulé *m(t)* est donc la somme de deux porteuses en quadrature, modulées en amplitude par les deux signaux *a(t)* et *b(t)*.

Les constellations MAQ-M

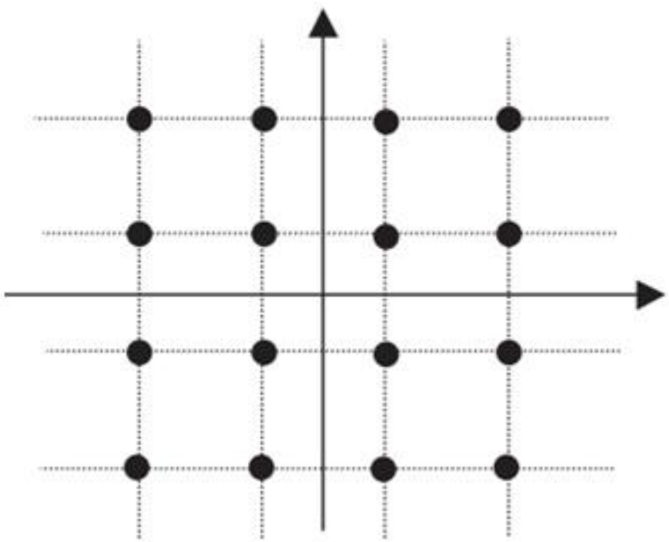
Les symboles a_k et b_k prennent respectivement leurs valeurs dans deux alphabets à M éléments $(A_1, A_2, \dots A_M)$ et $(B_1, B_2, \dots B_M)$ donnant ainsi naissance à une modulation possédant un nombre
$E = M^2$ états. Chaque état est donc représenté par un couple (a_k , b_k) ou ce qui revient au même par un symbole complexe $c_k = a_k + j\, b_k$.
Dans le cas particulier mais très fréquent où M peut s'écrire $M = 2^n$, alors les a_k représentent un mot de n bits et les b_k représentent aussi un mot de n bits. Le symbole complexe $c_k = a_k + j\, b_k$ peut par conséquent représenter un mot de $2n$ bits. L'intérêt de cette configuration est que le signal $m(t)$ est alors obtenu par une combinaison de deux porteuses en quadrature modulées en amplitude par des symboles a_k *et* b_k indépendants.

De plus, les symboles a_k et b_k prennent très souvent leurs valeurs dans un même alphabet à M éléments.

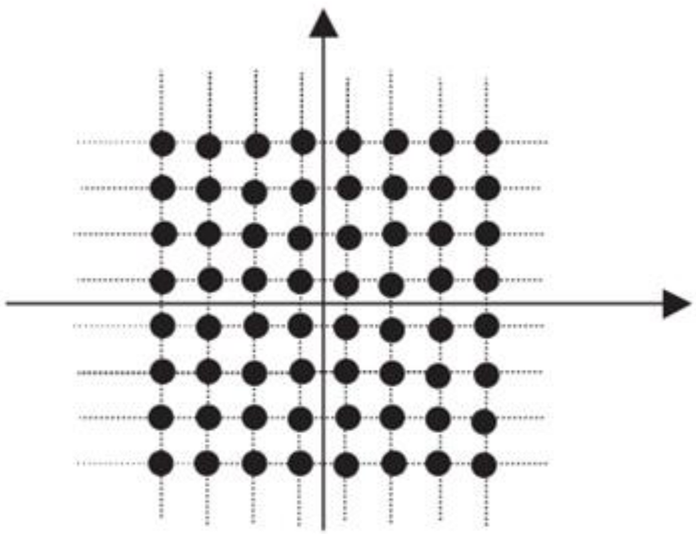
MAQ-M (2/5)

Par exemple, la MAQ-16 est construite à partir de symboles a_k *et* b_k qui prennent leurs valeurs dans l'alphabet {±d, ±3d} où d est une constante donnée.
La MAQ-16 a été souvent utilisée, notamment pour la transmission sur ligne téléphonique du RTC (à 9600 bit/s) et pour les faisceaux hertziens à grande capacité (140 Mbits/s).

Plus généralement lorsque les symboles a_k *et* b_k prennent leurs valeurs dans l'alphabet {±d, ±3d, ±5d,…,±(M-1)d} avec $M = 2^n$,.on obtient une modulation à 2^{2n} états et une constellation avec un contour carré dont font partie la MAQ-4, la MAQ-16, la MAQ-64 et la MAQ-256.



MAQ-16

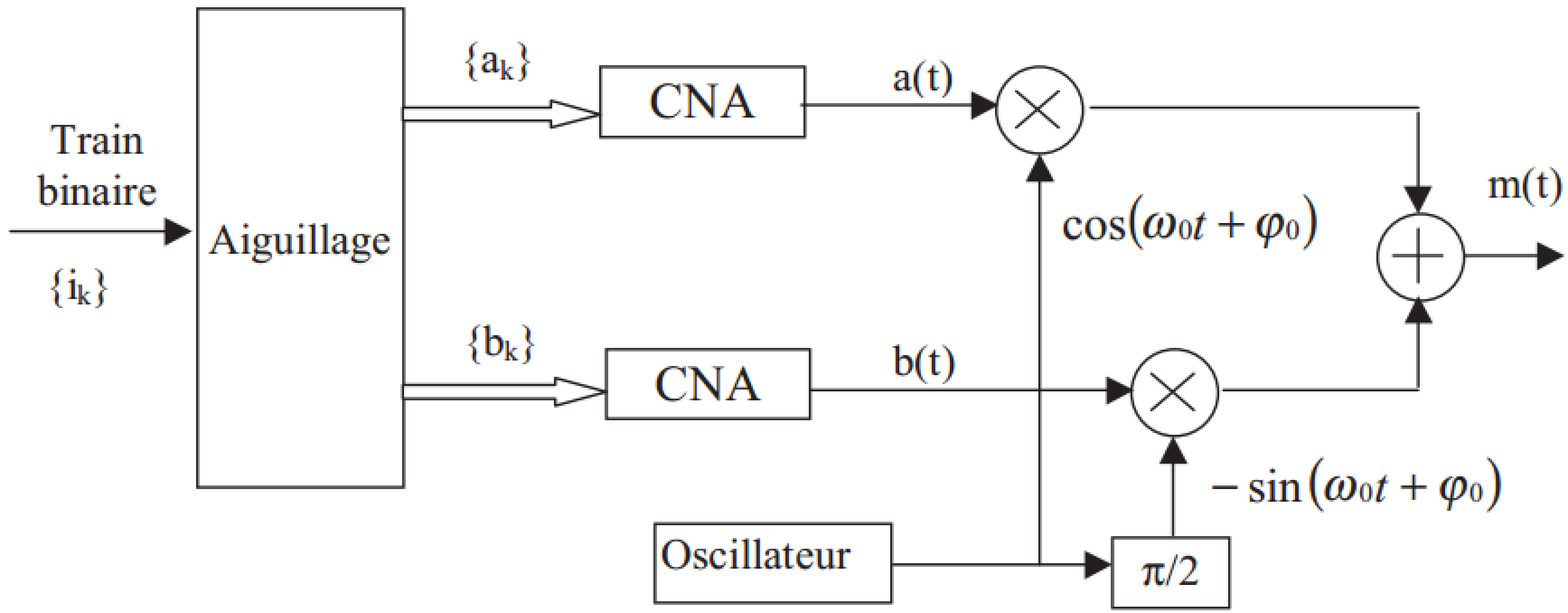


MAQ-64

Modulation et démodulation

Lorsque le signal *m(t)* est obtenu par une combinaison de deux porteuses en quadrature modulées en amplitude par des symboles a_k *et* b_k indépendants, cela simplifie le modulateur et le démodulateur.

En effet, pour le modulateur le train binaire entrant $\{ i_k \}$ est facilement divisé en deux trains $\{a_k\}$ et $\{ b_k.\}$



Modulateur MAQ-M

ENICARTHAGE
المدرسة الوطنية للمهندسين بقرطاج
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage

"MAQ" : une généralisation de la MDA et de la MDP

En ne considérant le signal m(t) que pendant une période T, on a :

$$m(t) = a_k.\cos(\omega_0 t + \varphi_0) - b_k.\sin(\omega_0 t + \varphi_0) = Re[(a_k + jb_k).e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}]$$

avec : $c_k = a_k + jb_k = A_k.e^{j\varphi_k}$ en posant : $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ et $\varphi_k = arctg(\frac{b_k}{a_k})$

Le signal m(t) s'écrit alors : $m(t) = A_k.\cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_k)$

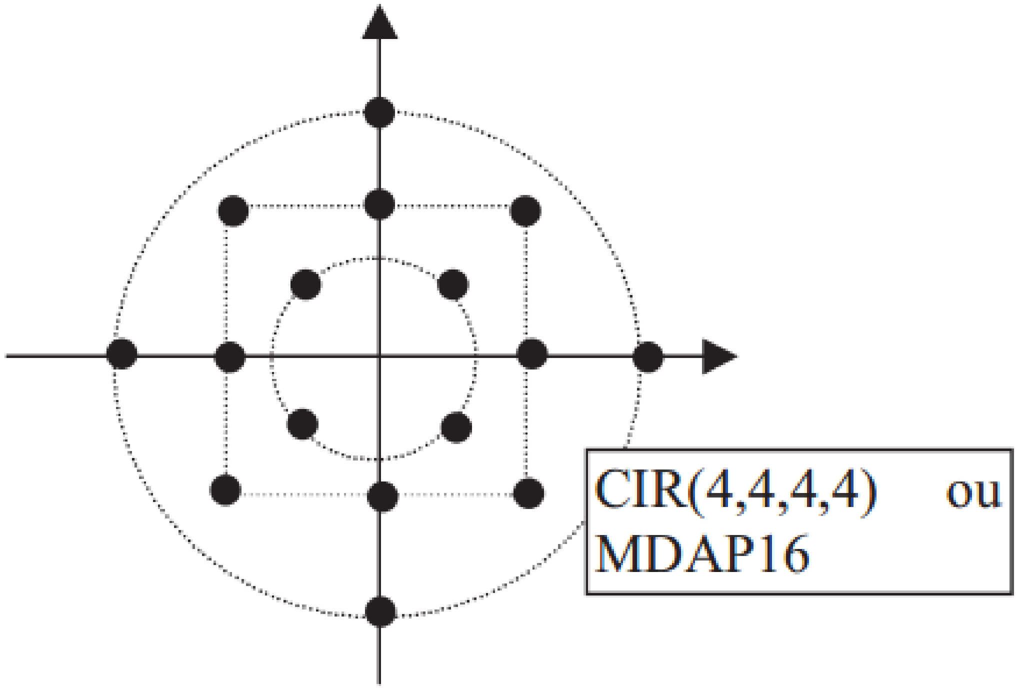
Cette écriture montre que la modulation MAQ peut être considérée comme une modulation simultanée de la phase et de l'amplitude :

- Ainsi la modulation de phase MDP peut être considérée comme une modulation MAQ où A_k est constant.
- De même, la modulation d'amplitude MDA peut être considérée comme une modulation MAQ où les b_k sont nuls

Cette écriture justifie aussi l'appellation de "Modulation par Déplacement d'Amplitude et de Phase" (MDAP) parfois donnée à la MAQ.

- La modulation CIR(4,4,4,4) à 4 amplitudes et 4 phases en est un exemple et a donné lieu à des applications (UIT Avis V29).

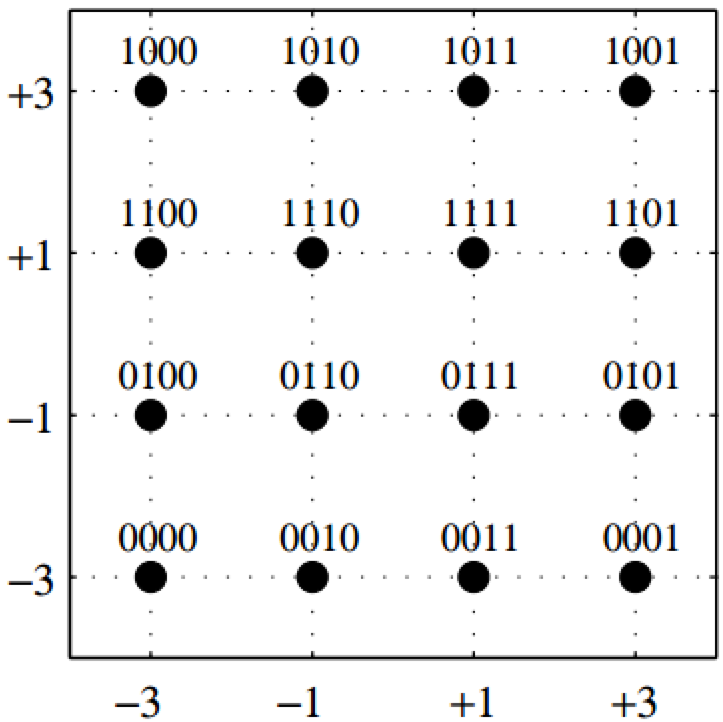
MAQ-M (5/5)



Constellation de la MDAP-16.

Exercice

constellation MAQ–16



signal numérique MAQ–16