POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

LE GÉNIE EN PREMIÈRE CLASSE

PHS4700

Physique pour les applications multimédia

Automne 2017

PAGE COUVERTURE **OBLIGATOIRE** POUR TOUS LES DEVOIRS

Numéro de devoir : 03

Numéro de l'équipe : 07

Numéro du groupe : 01

Nom: Bourgault Signature :	Prénom : Gabriel	matricule: 1794069
Nom: Chan Signature :	Prénom : Kevin Ka Hin	matricule: 1802812
Nom: Nguyen Signature : Kenny	Prénom : Kenny	matricule: 1794914
Nom: Silva-Pinto Signature :	Prénom : Nuno	matricule: 1799144

Table des matières

Introduction

Ce troisième devoir a pour but d'étudier la collision entre deux autos glissant sur une surface. Ces derniers sont modélisés comme étant un bloc rectangulaire chacun. Ce problème est simulé en 2D.

Nous nous intéressons alors à une situation précise :

> Les autos « a » et « b » se situent à un point de départ différent. Les deux autos ont une vitesse initiale alors qu'il roule sur la glace. L'auto « a » décide de freiner brusquement. Cela fait en sorte que l'auto « a » commence à glisser sur la glace tout en tournant autour de son centre de masse avec une vitesse angulaire constante, et ce, dès le début de la simulation. De son côté, l'auto « b » voit que l'auto « a » perd le contrôle et décide de freiner à un temps t_b. L'auto « b » commence aussi à tourner autour de son centre de masse avec une vitesse angulaire constante ainsi qu'à glisser sur la glace. Les vitesses angulaires après freinage des deux autos sont constantes tant et aussi longtemps qu'il n'y a pas collision entre les deux.

Cette situation est simulée à l'aide de six ensembles de conditions initiales différents. Ainsi, l'objectif du devoir est de pouvoir simuler les trajectoires des deux autos dans le plan xy en fonction du temps, sous forme de graphique. De plus, il faudra aussi détecter s'il y a des collisions entre les deux autos. Si oui, notre simulation devra pouvoir déterminer les vitesses à partir du centre de masse des autos après la collision. Cela inclut aussi la vitesse angulaire. Finalement, une simulation est considérée terminée lorsqu'une collision survient ou lorsque la vitesse des autos est inférieure à 1 cm/s.

Ainsi, le rapport suivant contient la théorie ainsi que les équations auxquelles nous nous sommes tournés pour nous aider à programmer la fonction Devoir3.m. Cette section sera par la suite appuyée par la présentation ainsi que l'analyse des résultats que nous avons obtenus. Finalement, une brève discussion des problèmes rencontrés servira de conclusion à ce devoir.

Théorie et équations

Équations du mouvement à résoudre

Une seule force s'applique sur les voitures : la force de frottement entre l'auto et la glace. Durant la simulation, elle est constamment appliquée au véhicule A et au véhicule seulement à partir du temps t_b. Elle dépend de la masse des autos et du coefficient de frottement cinétique. Ce coefficient de frottement cinétique dépend lui-même de la vitesse des autos.

$$\vec{F}_{f,a/b} = -\mu(|\vec{v}_{a/b}|) m_{a/b} g \frac{\vec{v}_{a/b}}{|\vec{v}_{a/b}|}$$

Équation 1

$$\mu(|\vec{v}_{a/b}|) = \begin{cases} 0.15\left(1 - \frac{|\vec{v}_{a/b}|}{100}\right) & \text{si } |\vec{v}_{a/b}| < 50 \\ 0.075 & \text{sinon} \end{cases}$$

Équation 2

Pour isoler l'accélération de l'auto, on utilise la relation fondamentale de la dynamique. Puisque l'auto a une masse m et qu'un vecteur de force F agit sur celle-ci, l'auto aura un vecteur d'accélération a dans la même direction.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Équation 3

Méthode de résolution des équations du mouvement et justification

Pour résoudre nos équations différentielles de mouvement, nous avons fait appel à la méthode de Runge-Kutta classique d'ordre 4. Pour faire simple, l'algorithme se base sur une méthode itérative qui prédit puis corrige les estimations d'une solution. Cela tend à la rendre de plus en plus précise. Une procédure de résolution avec l'algorithme existe sur MATLAB.

- **Procédure de résolution par la méthode de Runge-Kutta en MATLAB.**

```
function qs=SEDRK4t0(q0,t0,DeltaT,g)
% Solution equations differentielles par methode de RK4
% Equation a resoudre : dq/dt=g(q,t)
% avec
%   qs          : solution [q(to+DeltaT)]
%   q0          : conditions initiales [q(t0)]
%   DeltaT      : intervalle de temps
%   g           : membre de droite de ED.
%                 C'est un m-file de matlab
%                 qui retourne la valeur de g au temps choisi
k1=feval(g,q0,t0);
k2=feval(g,q0+k1*DeltaT/2,t0+DeltaT/2);
k3=feval(g,q0+k2*DeltaT/2,t0+DeltaT/2);
k4=feval(g,q0+k3*DeltaT,t0+DeltaT);
qs=q0+DeltaT*(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
```

Notre fonction « SEDRK4 » appelle ainsi Runge-Kutta d'ordre 4. Elle prend en paramètre une fonction (« rouler » ou « frottement »). Celle-ci donne les vecteurs d'accélération et de vitesse en fonction du temps. « rouler » n'applique aucune force sur l'auto. « frottement » prend en considération le frottement en implémentant l'équation 1. Pour trouver l'accélération de l'auto, on divise la force appliquée sur celle-ci par sa masse. Le paramètre q0 de Runge-Kutta est un tableau contenant la vitesse et les positions initiales x, y et z de l'auto. Le paramètre g quant à lui est un tableau qui contient sa vitesse et son accélération. Pour le **Δt**, on lui donne la valeur de notre pas. On définit enfin le temps t0 soit le moment initial de la simulation. La solution qs, sera un tableau avec la vitesse et les positions finales x, y et z de l'auto à la fin de l'intervalle de temps.

Le principe de notre simulation est d'appliquer l'algorithme de façon récursive après chaque intervalle de temps **Δ**t. Le qs retourné à l'itération *n* devient alors le q0 de l'itération *n + 1*. Ce modèle continue jusqu'à la fin de la simulation, c'est-à-dire lorsque les deux véhicules entrent en collision ou bien qu'ils s'immobilisent.

Équations pour identifier une collision ou déterminer l'arrêt de la simulation

Afin de déterminer l'arrêt de la simulation, nous avons utilisé les algorithmes de détection des collisions vus en cours, tout en jumelant cela à une détection plus rapide :

1. Vérifier si les 2 autos, si représentées par des disques dont le rayon serait la distance entre le centre de masse et l'un des coins, entrent en collision.
   a. Sinon, on quitte, car il n'y a pas de collision.
2. Les sphères englobantes sont en collision, il y a des chances que nos voitures soient en collision. On applique alors la méthode des plans de division. Ce que nous avons fait est de vérifier si au moins un des coins de chaque auto était inclus dans l'autre auto. L'utilisation de cette méthode nous permet en même temps de déterminer le point exact de la collision.
   a. Si aucun coin n'est inclus dans l'autre véhicule, alors il n'y a pas de collision, car il existe un plan de division.

Équations pour déterminer les vitesses linéaires et angulaires des deux autos tout juste après la collision

La vitesse linéaire des véhicules après la collision est donnée par la **loi des collisions sans frottement.** Les voitures effectuant des mouvements de rotations lors de leur glissement, la vitesse finale considère l'effet du moment de force en plus de l'effet force. Un effet angulaire est donc appliqué.

La vitesse finale de la voiture A ($\vec{v}_{(a,p)}(t_f)$) et de la voiture B ($\vec{v}_{(b,p)}(t_f)$) est donné par ces équations :

$$\vec{v}_{a,p}(t_f) = \vec{v}_{a,p}(t_i) + j\left(\frac{\hat{n}}{m_a} + \left(\mathbf{I}_a^{-1}(\vec{r}_{a,p}\times\hat{n})\right)\times\vec{r}_{a,p}\right),$$
$$\vec{v}_{b,p}(t_f) = \vec{v}_{b,p}(t_i) - j\left(\frac{\hat{n}}{m_b} + \left(\mathbf{I}_b^{-1}(\vec{r}_{b,p}\times\hat{n})\right)\times\vec{r}_{b,p}\right),$$

Équations 4 et 5

Ces équations prennent en compte les vitesses initiales, la normale, les masses et les vecteurs de position des points où la force est appliquée. On retrouve aussi le moment d'inertie et *j* qui seront détaillés plus bas.

Les équations des vitesses finales des autos A et B sont :

$$\vec{\omega}_a(t_f) = \vec{\omega}_a(t_i) + j\mathbf{I}_a^{-1}(\vec{r}_{a,p} \times \hat{n}) ,$$
$$\vec{\omega}_b(t_f) = \vec{\omega}_b(t_i) - j\mathbf{I}_b^{-1}(\vec{r}_{b,p} \times \hat{n}) .$$

Équations 6 et 7

Pour résoudre celles-ci, on a besoin des vitesses angulaires initiales en plus des vecteurs de position des points où la force est appliquée, de la normale, des moments d'inertie et de la variable *j.*

Quant à l'équation 8, la variable j correspond à la composante normale à l'impulsion. Le sens de ce dernier est ce qui affecte la vitesse des véhicules. Le coefficient de restitution ε vaut 0.8 dans notre simulation :

$$j = -\alpha(1+\epsilon)v_-^r ,$$

Équation 8

Pour calculer *j,* il faut calculer le facteur α donné ici. Il implique la masse des deux véhicules et des facteurs Ga et Gb :

$$\alpha = \frac{1}{\frac{1}{m_a} + \frac{1}{m_b} + G_a + G_b}$$

Équation 9

Les facteurs Ga et Gb (équations 10 et 11) s'obtiennent en mettant en relation les moments d'inertie, la normale et les vecteurs de position des points où la force est appliquée :

$$G_a = \hat{n} \cdot \left[\left(\mathbf{I}_a^{-1}(\vec{r}_{a,p} \times \hat{n}) \right) \times \vec{r}_{a,p} \right]$$
$$G_b = \hat{n} \cdot \left[\left(\mathbf{I}_b^{-1}(\vec{r}_{b,p} \times \hat{n}) \right) \times \vec{r}_{b,p} \right]$$

Équations 10 et 11

Nous utilisons enfin pour trouver *j* la vitesse relative du système avant la collision :

$$v_r^- = \hat{n} \cdot (\vec{v}_{a,p}(t_i) - \vec{v}_{b,p}(t_i))$$

Équation 12

Finalement, le dernier élément entrant dans nos calculs est le moment d'inertie des véhicules. Les autos étant des solides réguliers, leur moment est simple à calculer. On applique alors cette matrice en prenant comme variables les dimensions des véhicules en plus de leur masse :

$$I_c = \begin{pmatrix} \frac{m}{12}(b^2+c^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{12}(a^2+c^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m}{12}(a^2+b^2) \end{pmatrix}$$

Équation 13

À l'aide de toutes ces formules, on arrive à obtenir la vitesse et la vitesse angulaire finale des véhicules tout juste après leur collision.

Intervalles de temps Δt choisis pour la résolution et justification

Après avoir fait des tentatives avec un pas fixe, nous avons finalement décidé d'implémenter un pas variable selon la distance parcourue et la proximité d'une collision. En effet, le pas est initialement de **Δ**t = 0.01s. Cependant, lorsque nous détectons que les deux autos sont proches, nous réduisons le pas jusqu'à ce que les véhicules se déplacent de moins de 0.5 cm par coup. Afin de déterminer si les véhicules sont proches, nous avons arbitrairement utilisé la condition suivante :

$$distance_{cmA,cmB} < (rayon_A + rayon_B) * 110\%$$

En effet, on compare la distance entre les deux centres de masse avec la distance combinée des deux rayons, cette dernière est majorée de 10% pour nous permettre d'être complètement sûrs.

Présentation et analyse des résultats

Tableau 1 : Conditions initiales pour les six cas à simuler

Tir	rai (m)	vai	rbi	vbi	tb
1	[0 0]	[20 0 2]	[100 100]	[0 -20 -1]	0.0
2	[0 0]	[30 0 2]	[100 100]	[0 -30 -1]	0.0
3	[0 0]	[20 0 2]	[100 50]	[0 -10 0]	1.6
4	[0 0]	[10 10 1]	[25 10]	[10 0 0]	0.0
5	[0 0]	[20 0 2]	[100 50]	[0 -10 0]	0.0
6	[0 0]	[20 0 2]	[100 10]	[10 0 5]	1.0

Tableau 2 : Résultats des simulations des voitures a et b

Tir	Coll	tf (s)	raf	vaf	rbf	vbf
1	0	5.98	[97.96 0.00 5.68]	[9.99 -8.34 4.81]	[100.00 2.04 5.01]	[11.69 -8.62 -4.79]
2	0	3.43	[96.74 0.00 0.58]	[15.80 -4.11 1.03]	[100.00 3.26 1.28]	[27.40 -27.52 -8.47]
3	0	6.04	[98.76 0.00 5.81]	[10.19 -4.73 2.06]	[100.00 2.91 4.71]	[6.30 2.26 -1.23]
4	1	10.37	[53.18 53.18 4.87]	[0.00 0.00 1.00]	[61.46 10.00 0.00]	[0.00 0.00 0.00]
5	1	15.17	[157.44 0.00 5.22]	[0.01 0.00 2.00]	[100.00 13.54 4.71]	[0.00 -0.00 0.00]
6	1	15.26	[158.35 15.84 5.49]	[0.01 0.00 2.00]	[146.47 10.00 2.18]	[-0.00 0.00 5.00]

Représentation visuelle des simulations

Cette section offre un visuel de nos simulations. La trajectoire de l'auto A est en bleue et celle de l'auto B est en rouge.

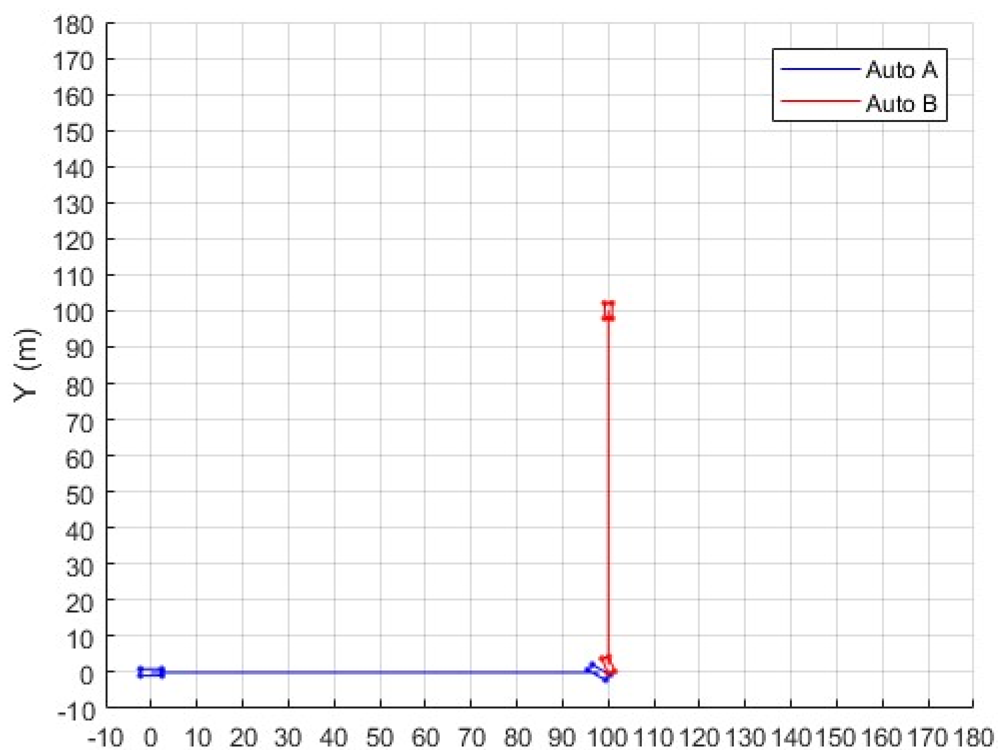

Figure 1 : Représentation graphique de la trajectoire de l'auto a (bleu) et de la trajectoire de l'auto b (rouge) lors du tir 1.

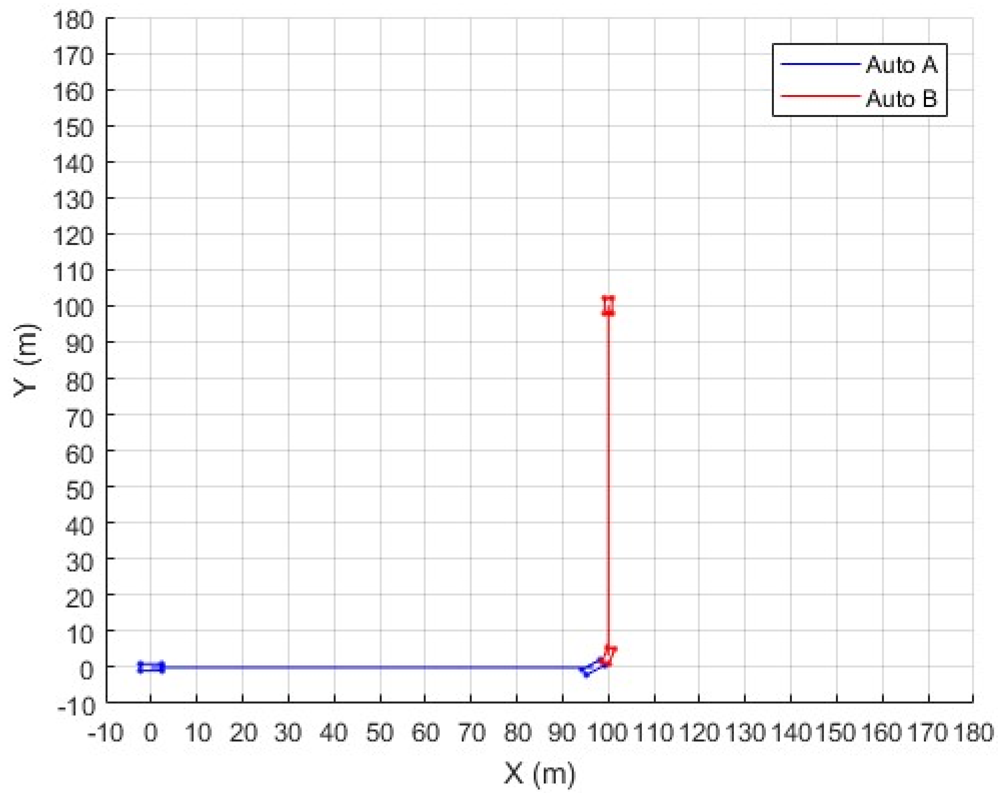

Figure 2 : Représentation graphique de la trajectoire de l'auto a (bleu) et de la trajectoire de l'auto b (rouge) lors du tir 2.

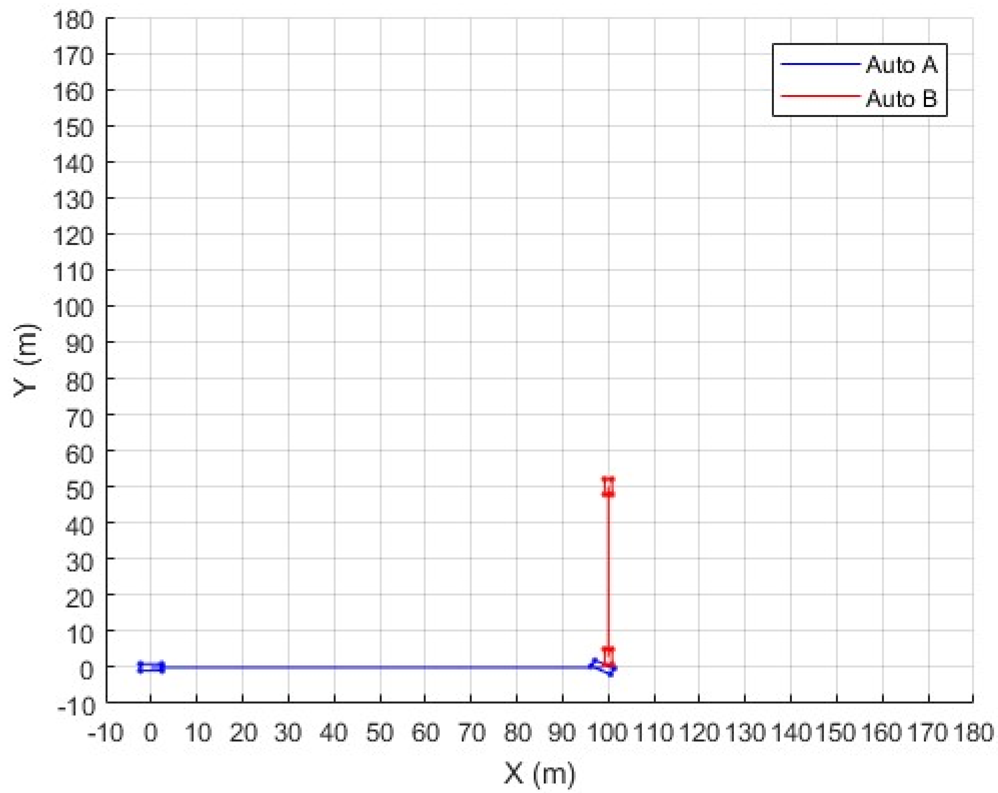

Figure 3 : Représentation graphique de la trajectoire de l'auto a (bleu) et de la trajectoire de l'auto b (rouge) lors du tir 3.

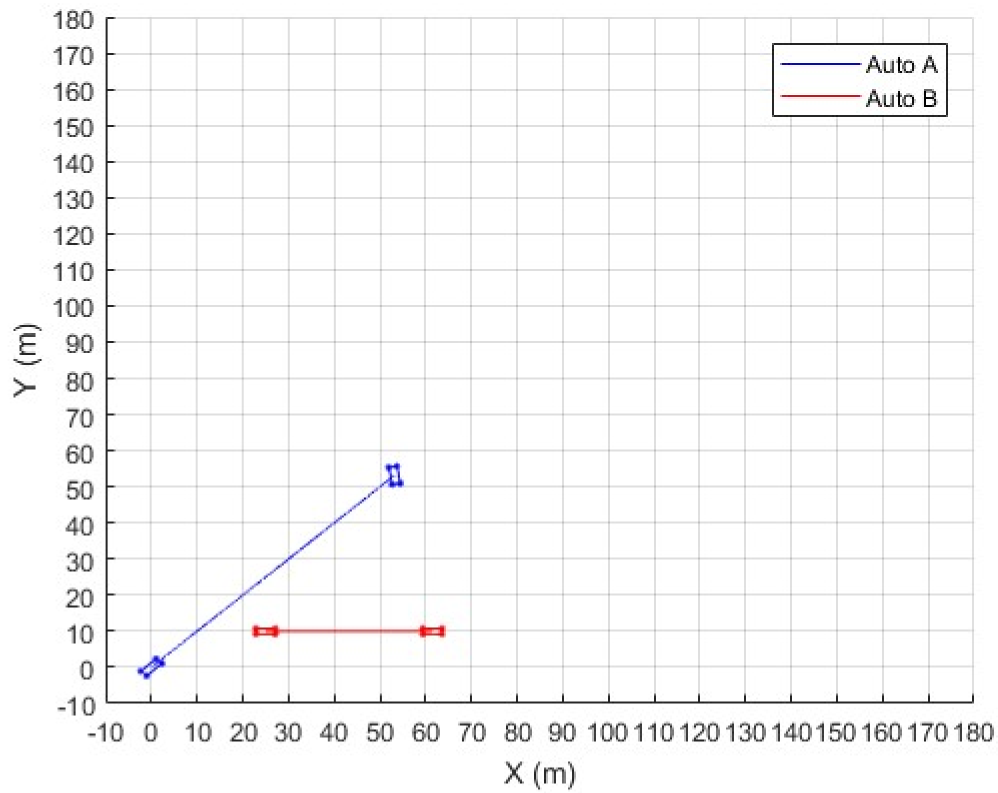

Figure 4 : Représentation graphique de la trajectoire de l'auto a (bleu) et de la trajectoire de l'auto b (rouge) lors du tir 4.

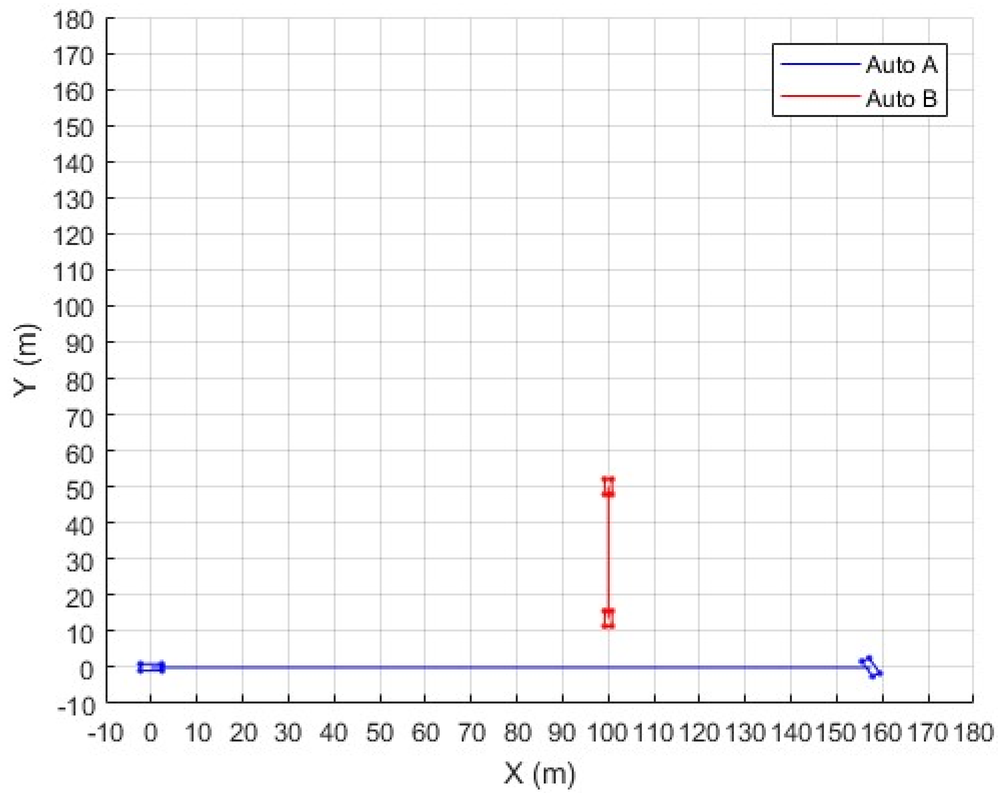

Figure 5 : Représentation graphique de la trajectoire de l'auto a (bleu) et de la trajectoire de l'auto b (rouge) lors du tir 5.

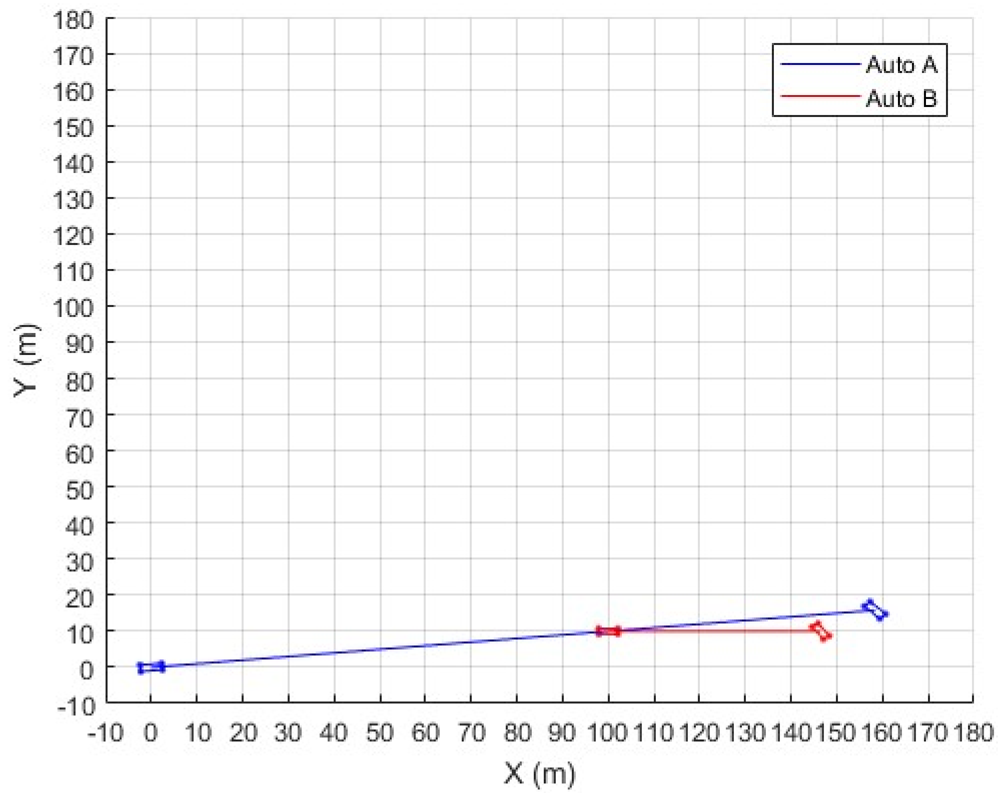

Figure 6 : Représentation graphique de la trajectoire de l'auto a (bleu) et de la trajectoire de l'auto b (rouge) lors du tir 6.

Tir 1 (Collision)

Dans ce cas-ci, l'auto A commence à la position [0 0] et l'auto B à la position [100 100]. On note que l'auto B freine dès le début de la simulation. Les vitesses des deux autos sont identiques. De plus, la distance parcourue est la même. En effet, l'auto A parcourt une distance de 100 en x et l'auto B parcourt une distance de 100 en y. Puisqu'ils ont la même vitesse, ils finissent donc par rentrer en collision. C'est ce que l'on observe ici : le résultat obtenu semble logique.

Cependant, le point de collision semble induire une vitesse angulaire horaire à la voiture A (donc, négative). Cela s'ajoute alors à la vitesse angulaire positive (dans le sens antihoraire) existante de la voiture A. On s'attendrait alors à une vitesse angulaire finale antihoraire, mais moins grande que la vitesse angulaire initiale ou à une vitesse angulaire finale horaire. Ici, notre vitesse angulaire finale pour la voiture A est de 4.81 rad/s alors que la vitesse angulaire initiale est de 2 rad/s. Cela peut s'expliquer par le fait que nous avons pris un signe erroné pour notre force normale. Pour l'auto B, la collision crée une vitesse angulaire antihoraire. On s'attend à obtenir une vitesse angulaire finale antihoraire ou une vitesse angulaire horaire, mais moins grande. La vitesse angulaire finale obtenue pour B est horaire, mais plus grande. Cela vient supporter l'hypothèse que nous avons mal positionné notre normale.

Pour l'auto A, une composante y négative pour la vitesse apparait : cela est logique, car l'auto B entre en collision avec celle-ci avec une vitesse en y négative. Quant à l'auto B, une composante x apparait pour l'auto B dans la direction de la vitesse en x initiale de l'auto A. Pour la vitesse en x de l'auto A et la vitesse en y de l'auto B, la direction est conservée par rapport aux vitesses initiales respectives. C'est ce que l'on observe au niveau des résultats de cette simulation.

Quant aux positions finales des deux autos, on voit que la position en x de l'auto A a augmenté et la position en y de l'auto B a diminué : cela correspond bien aux directions dans lesquelles se dirigeaient respectivement les deux véhicules.

Tir 2 (Collision)

Dans ce cas-ci, l'auto A commence à la position [0 0] et l'auto B à la position [100 100]. On note que l'auto B freine dès le début de la simulation. Les vitesses des deux autos sont identiques. Comme au tir 1 et pour les mêmes raisons, la collision ici semble logique.

Pour l'auto A, la collision crée une vitesse angulaire horaire. Ainsi, on s'attend à avoir une vitesse angulaire finale antihoraire, mais moins grande (norme) ou bien une vitesse angulaire finale horaire. Ici, nous avons obtenu une vitesse angulaire antihoraire, mais plus grande. Cela ne concorde pas avec nos prévisions.

La collision crée une vitesse angulaire antihoraire pour B. La vitesse angulaire initiale de B est dans le sens horaire. Ainsi, on s'attend à obtenir une vitesse angulaire finale antihoraire ou une vitesse angulaire finale horaire, mais moins grande. Ici, nous avons obtenu une vitesse angulaire horaire plus grande que la vitesse angulaire initiale. Ainsi, comme au tir 1, nous réalisons que notre normale était probablement mal orientée.

Quant aux positions, on s'attend à ce que la position en x de l'auto A augmente et que la position en y de l'auto B diminue. C'est ce qu'on observe ici.

Quant à la vitesse en x de l'auto A et à la vitesse en y de l'auto B, elles conservent la même direction. À cela s'ajoute la direction ainsi que la composante de l'autre auto : l'auto A obtient une composante en y pour sa vitesse ayant la même direction que la vitesse en y de l'auto B alors que l'auto B obtient une composante en x pour sa vitesse ayant la même direction que la vitesse en x de l'auto A. C'est ce que l'on observe dans nos résultats.

Tir 3 (Collision)

Dans ce cas-ci, l'auto A commence à la position [0 0] et l'auto B à la position [100 50]. On note que l'auto B freine à partir de t_b = 1.6 s. Comparativement au tir 1, la position en y de départ ainsi que la vitesse en y de départ de l'auto B ont diminué de moitié. Nous prévoyons quand même obtenir une collision malgré le freinage.

Pour l'auto A, la collision ici crée une vitesse angulaire horaire. La vitesse angulaire initiale de A est dans le sens antihoraire. Ici, on s'attend à obtenir une vitesse angulaire finale horaire ou une vitesse angulaire finale antihoraire, mais moins grande. Nous avons obtenu une vitesse angulaire finale horaire, mais plus grande. Comme pour les tirs 1 et 2, nous croyons que c'est dû à une erreur de signe.

En ce qui a trait aux positions, on observe que celle en x de A a augmenté alors que celle en y est restée la même. Pour la voiture B, celle-ci a diminué en y et est demeurée constante en x. Cela correspond tout à fait à ce qu'on s'attendait : cela concorde avec la direction des vitesses linéaires.

Quant aux vitesses de A et B, la composante x de celle de A conserve la même direction par rapport à sa vitesse initiale en x et la composante y de celle de B conserve elle-aussi la même direction par rapport à sa vitesse initiale en y. Chacune des deux autos « reçoivent » la composante de l'autre : l'auto A obtient une composante y de vitesse ayant la même direction que celle de B et l'auto B obtient une composante en x de vitesse ayant la même direction que celle de A. C'est ce que l'on observe dans les résultats de nos simulations.

Tir 4 (Pas de collision)

Dans ce cas-ci, l'auto A commence à la position [0 0] et l'auto B à la position [25 10]. On note que l'auto B freine dès le début de la simulation. Ici, l'auto B en ligne droite vers l'axe des y à une vitesse de 10 m/s. De son côté, l'auto A avance en diagonale en s'éloignant autant de l'axe des x que celui des y à une vitesse de 14,14 m/s. Puisque l'auto B ne se déplace qu'en x vers les valeurs positives, les chances qu'il y ait une collision sont nulles. Le résultat de la simulation est alors logique.

Tir 5 (Pas de collision)

Dans ce cas-ci, l'auto A commence à la position [0 0] et l'auto B à la position [100 50]. On se retrouve dans une situation similaire qu'au tir 4 : l'auto B freine dès le début de la simulation. De plus, l'auto A a une vitesse supérieure à l'auto B (20 m/s vs 10 m/s). Ainsi, l'auto B finit par s'immobiliser avant d'atteindre la trajectoire de l'auto A. Encore une fois, on observe en prolongeant visuellement la trajectoire de B qu'il fallait que B ait une plus grande vitesse que A pour qu'il y ait une collision.

Tir 6 (Pas de collision)

Dans ce cas-ci, l'auto A commence à la position [0 0] et l'auto B à la position [100 10]. Ici, l'auto A a une vitesse de 20.09 m/s alors que l'auto B a une vitesse de 10 m/s. Ici, l'auto B freine à partir de t_b = 1.0 s. Les deux autos se dirigent vers les valeurs positives et, puisque l'auto B commence à avancer à partir d'une position en x supérieure à celle de l'auto A, les chances qu'ils se rencontrent sont très faibles. C'est ce que l'on peut observer graphiquement. Ainsi, pour qu'il y ait collision, il faut que l'auto A soit encore plus rapide : en effet, on voit que leurs trajectoires se rencontrent environ au point de départ de l'auto B.

Vérifications effectuées pour assurer la précision de nos simulations

Comme mentionné précédemment, nous avons choisi de réduire le pas dynamiquement lorsque les positions respectives des deux autos étaient proches l'une de l'autre (les chances d'avoir une collision y sont plus élevées). Cela nous permettait d'être certains de bien détecter une collision.

Pour nos simulations où il n'y avait pas de collision, les vitesses angulaires devaient demeurer constantes puisque la force de frottement entre la glace et le véhicule ne les influençait pas. De plus, les vitesses finales en x et en y devaient toujours être inférieures aux vitesses initiales en x et en y. En effet, seule la force de frottement agissait sur les deux véhicules de nos simulations : cela veut dire que nos véhicules finiront par s'immobiliser s'il n'y a pas de collision.

Pour les simulations avec collision, nous n'avons pas eu le temps de faire un cas à la main pour vérifier. Ainsi, il ne nous est pas possible de garantir la précision des simulations lorsqu'il y a une collision. De plus, au cours de l'analyse des tirs 1, 2 et 3, nous avons réalisé qu'une erreur d'orientation reliée à la normale de la collision s'est sûrement glissée dans notre code. En effet, nous n'avons pas obtenu les orientations prévues pour les vitesses angulaires.

Conclusion

Ce cours est assez difficile à suivre pour de pauvres étudiants en génie logiciel. Alors que Runge-Kutta nous menaçait de ne pas nous fournir de bonnes réponses et que nos notes de cours s'amusaient à nous mêler davantage, nous avons persévéré à trouver la vérité à la fin de ce devoir.

Un exemple cocasse de problème que nous avons eu, c'est que la formule des notes de cours concernant les vitesses angulaires nécessitait un vecteur à trois dimensions alors que la valeur initiale du problème n'était qu'un nombre scalaire. Nous avons réalisé après avoir obtenu des résultats sans queue ni tête qu'il suffisait de multiplier notre valeur scalaire par un vecteur unitaire.

Réfléchir sur la vitesse angulaire finale nous a donné un véritable mal de tête : il nous était difficile d'imaginer instinctivement l'impact de la collision sur la vitesse angulaire de deux objets en rotation autour de leur centre de masse. À tour de rôle, nous nous sommes penchés sur la question, et finalement, nous avons réalisé que nous tournions autour du pot. Nous avons finalement réalisé qu'il fallait seulement s'intéresser au point de collision et, à partir de là, déterminer la vitesse angulaire créée par la collision. Celle-ci se rajoute ensuite à la vitesse angulaire existante pour nous donner la vitesse angulaire finale.

Finalement, pour la détection des collisions, il fallait déterminer quels points choisir et cela n'était point facile. Nous avons alors choisi d'ordonner les coins de notre véhicule en avance. À l'aide de chaque paire de points possibles, il était possible d'avoir une ligne associée. Ensuite, en utilisant un point arbitraire, nous pouvions finalement obtenir un plan correspondant à chacun des triplets couple-point arbitraire : chaque plan représente alors un côté de l'auto. Après ce tour de passe-passe, nous pouvions appliquer la méthode de détection des collisions présentée dans nos notes de cours.