

## Devoir 4

Date de remise : 4 décembre 2017

## Réflexion et réfraction

Le but de cette simulation est de dessiner l'image qui est perçue par un observateur immergé dans un fluide qui regarde un bloc cylindrique transparent contenant un bloc rectangulaire de métal opaque coloré.

### Définition du problème

exemples de points :

- ① (3, 3, 12)
- ② (4, 3, 12)
- ③ (4, 3, 17)
- ④ (3, 5, 17)
- ⑤ (3, 5, 12)

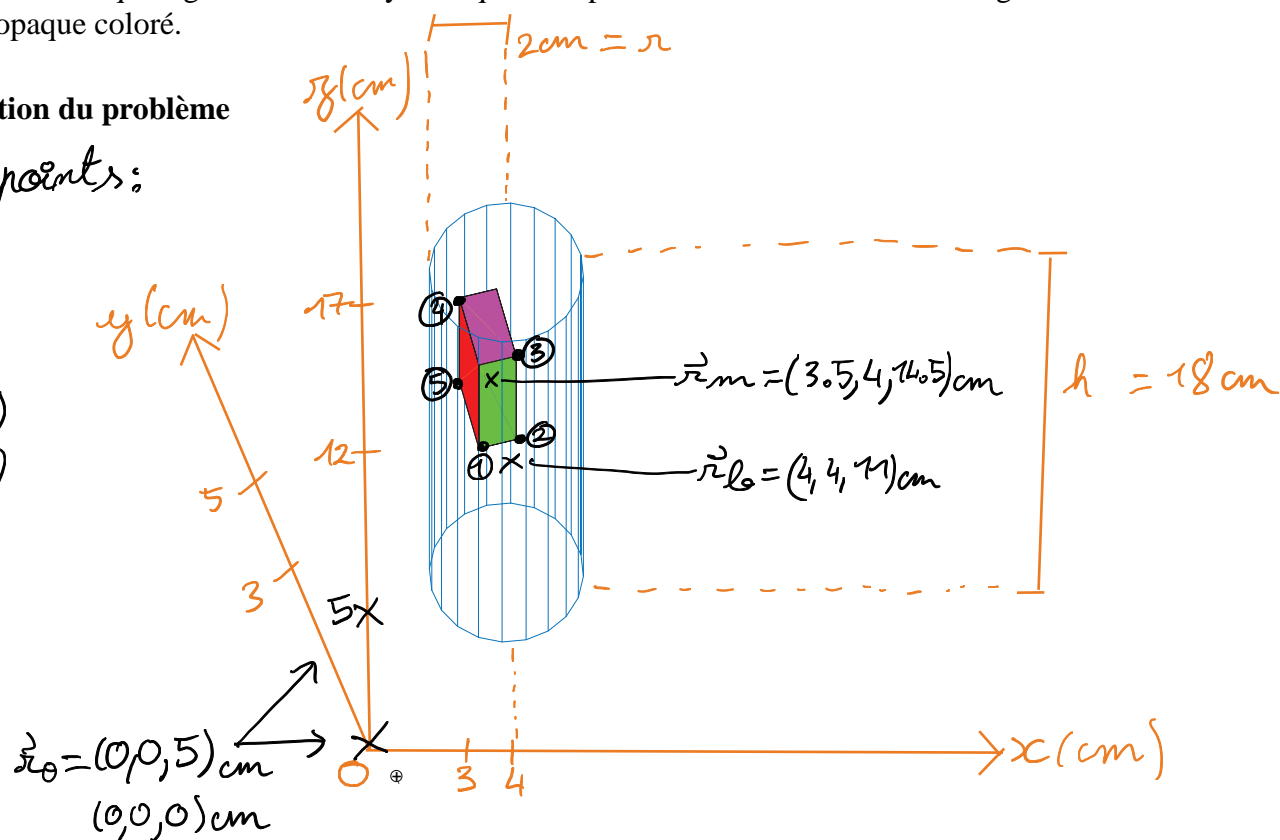


Figure 1: Bloc rectangulaire de métal coloré dans un bloc cylindrique transparent. Le point indique la position de l'observateur.

Le bloc cylindrique transparent aligné avec l'axe des  $z$  a un rayon  $R_b = 2 \text{ cm}$ , une hauteur  $h = 18 \text{ cm}$  et est centré au point  $\vec{r}_b = (4, 4, 11) \text{ cm}$ . Ce bloc, d'indice de réfraction  $n_b$ , contient un second bloc rectangulaire opaque de  $1 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$  qui est centré au point  $\vec{r}_m = (3.5, 4, 14.5) \text{ cm}$ . Chaque surface du bloc de métal (numérotées de 1 à 6) est d'une couleur différente (voir figure 1) :

1. surface dans le plan  $y - z$  situé à  $x = 3 \text{ cm}$  est de couleur rouge ;
2. surface dans le plan  $y - z$  situé à  $x = 4 \text{ cm}$  est de couleur cyan ;

3. surface dans le plan  $z - x$  situé à  $y = 3$  cm est de couleur verte ;
4. surface dans le plan  $z - x$  situé à  $y = 5$  cm est de couleur jaune ;
5. surface dans le plan  $x - y$  situé à  $z = 12$  cm est de couleur bleue ;
6. surface dans le plan  $x - y$  situé à  $z = 17$  cm est de couleur magenta.

L'observateur, situé au point  $\vec{r}_o$ , est dans un milieu d'indice de réfraction  $n_o$ .

Le but de ce travail est de simuler en couleur l'image qui sera vue par l'observateur pour les quatre conditions suivantes :

1. l'observateur est localisé au point  $\vec{r}_o = (0, 0, 5)$  cm dans un milieu d'indice de réfraction  $n_o = 1$  et le bloc transparent à un indice de réfraction  $n_b = 1$  ;
2. l'observateur est localisé au point  $\vec{r}_o = (0, 0, 5)$  cm dans un milieu d'indice de réfraction  $n_o = 1$  et le bloc transparent à un indice de réfraction  $n_b = 1.5$  ;
3. l'observateur est localisé au point  $\vec{r}_o = (0, 0, 0)$  cm dans un milieu d'indice de réfraction  $n_o = 1$  et le bloc transparent à un indice de réfraction  $n_b = 1.5$  ;
4. l'observateur est localisé au point  $\vec{r}_o = (0, 0, 5)$  cm dans un milieu d'indice de réfraction  $n_o = 1.2$  et le bloc transparent à un indice de réfraction  $n_b = 1$  ;

Vous devrez procéder de la façon suivante pour identifier les surfaces qui pourront être vues par l'observateur et leur position virtuelle dans l'espace. La première étape consiste à choisir la direction

$$\vec{\Omega}_{n,m} = (\underbrace{\sin(\theta_n)}_x \underbrace{\cos(\phi_m)}_y, \underbrace{\sin(\theta_n)}_x \underbrace{\sin(\phi_m)}_y, \underbrace{\cos(\theta_n)}_z)^T$$

d'un rayon de lumière partant du point  $\vec{r}_o$ . Ici,  $\theta$  est l'angle polaire et  $\phi$  l'angle azimutal. En supposant que  $\theta_- < \theta < \theta_+$  et que  $\phi_- < \phi < \phi_+$ , on peut choisir  $N$  angles en  $\theta$  et  $M$  en  $\phi$  tels que

$$\theta_n = \theta_- + \frac{(\theta_+ - \theta_-)}{2N}(2n - 1)$$

$$\phi_m = \phi_- + \frac{(\phi_+ - \phi_-)}{2M}(2m - 1)$$

$\theta \Rightarrow \theta_0^?$   
 $\phi \Rightarrow \phi_0^?$   
 $\left. \begin{array}{l} \theta_0^? \\ \phi_0^? \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{version} \\ \text{physique} \\ \neq \text{mathématique} \end{array}$

Vous devrez choisir les angles  $\theta_{\pm}$  et  $\phi_{\pm}$  de façon à minimiser les calculs tout en vous assurant que toutes les surfaces du bloc cylindrique que l'observateur voit soient suffisamment échantillonnées.

La seconde étape consiste à suivre la trajectoire des rayons lumineux de direction  $\vec{\Omega}_{n,m}$  partant de l'observateur. Cinq conditions seront utilisées pour terminer la trajectoire des rayons.

1. Le rayon provenant de l'extérieur ne croise pas le bloc cylindrique transparent. Dans ce cas, le rayon est rejeté.
2. Le rayon provenant de l'extérieur est réfléchi par le bloc cylindrique transparent. Dans ce cas, le rayon est rejeté.
3. Le rayon pénètre le bloc cylindrique transparent, le traverse dans différentes directions et en sort sans toucher le bloc de métal. Dans ce cas, le rayon est aussi rejeté.
4. Le rayon pénètre le bloc cylindrique transparent, le traverse dans différentes directions et touche le bloc de métal. Dans ce cas, le point qui correspond à l'image virtuelle est illustré (couleur de la face touchée).
5. Le rayon pénètre le bloc transparent, le traverse dans différentes directions et ne parvient pas à toucher le bloc de métal ou sortir du bloc cylindrique après avoir subi un grand nombre de réflexions internes. Dans ce cas, le rayon est aussi rejeté, car on peut alors supposer que même si le rayon touche le bloc de métal après des centaines de réflexions internes l'observateur percevra difficilement le signal lumineux (il sera trop atténué à cause de la distance qu'il aura parcourue). Ici, vous limiterez vos simulations à un maximum de 100 réflexions internes.

*rejet*

### Instructions pour le devoir

Vous devez programmer un script Matlab pour effectuer ces simulations qui pourra être appelé par une fonction externe qui fournira la position de l'observateur et les indices de réfraction. Le format d'appel imposé est le suivant

```
[xi yi zi face]=Devoir4(nout,nin,poso)
```

où les données d'entrée sont

- `nout`  
L'indice de réfraction  $n_o$  du milieu où se trouve l'observateur,
- `nin`  
L'indice de réfraction  $n_b$  du bloc cylindrique transparent.
- `poso`  
Un vecteur de 3 éléments contenant la position initiale en  $x$ ,  $y$  et  $z$  de l'observateur ( $\vec{r}_0$ ).

Les résultats produits par cette fonction Matlab correspondent à

- `xi`  
Un vecteur contenant la position en  $x$  des points ayant touché la surface du bloc rectangulaire de métal

- $y_i$

Un vecteur contenant la position en  $y$  des points ayant touché la surface du bloc rectangulaire de métal

- $z_i$

Un vecteur contenant la position en  $z$  des points ayant touché la surface du bloc rectangulaire de métal

- $face$

Un vecteur contenant le numéro de la surface que chacun des points a touché (voir les numéros associés aux surfaces de bloc décrites ci-dessus).

La partie du rapport où les simulations sont analysées doit contenir des figures illustrant les images virtuelles que l'observateur pourra voir (voir par exemple la figure 2).

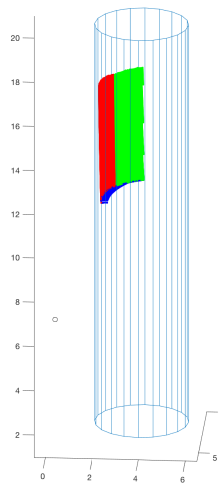


Figure 2: Image virtuelle vue par l'observateur.

### Rapport et évaluation du devoir

Le devoir sera noté sur 15. Cette note sera divisée en deux parties : 9 points seront alloués au rapport et 6 points à la fonction `Devoir4.m` que vous devez rendre avec le rapport.

- Évaluation du rapport (9 points)

1. Mise en page (0,5 point).

Ces points sont accordés pour la qualité globale du rapport.

2. Orthographe et syntaxe (0,5 point)

Le rapport devrait, si possible, être exempt d'erreurs de syntaxe.

3. Introduction (0,5 point)

Le rapport doit inclure une brève description du devoir.

4. Théorie et équations (3,5 points)

Vous devez fournir les équations utilisées par le logiciel incluant :

- Les équations utilisées pour choisir la direction des rayons lumineux ;
- Les équations utilisées pour déterminer si les rayons lumineux touchent le bloc cylindrique transparent ou le bloc rectangulaire ;
- Les équations pour déterminer la direction du rayon lumineux qui atteint une des surfaces du bloc cylindrique transparent.

Vous devez aussi indiquer et justifier le nombre de directions utilisées pour vos simulations.

5. Présentation et analyse des résultats (3,5 points)

Vous devez présenter et discuter les résultats obtenus pour les différentes simulations requises. Ceci doit inclure une discussion concernant les vérifications que vous avez effectuées que vos simulations étaient réalistes.

6. Conclusion (0,5 point)

Vous devez inclure une discussion des problèmes rencontrés lors de la programmation et des simulations.

• Évaluation de la fonction requise pour les simulations (6 points)

1. La fonction `Devoir4.m` est conforme aux instructions du devoir (2 points).

2. Elle peut être exécutée et produit les résultats requis et qui sont ceux que vous avez présentés dans votre rapport (4 points).