

**PHS4700**

**Physique pour les applications multimédia**

Automne 2017

PAGE COUVERTURE **OBLIGATOIRE** POUR TOUS LES DEVOIRS

Numéro de devoir : 02

Numéro de l’équipe : 07

Numéro du groupe : 01

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Nom: Bourgault | Prénom : Gabriel | matricule: 1794069 |
| Signature : |  |  |
| Nom: Chan | Prénom : Kevin Ka Hin | matricule: 1802812 |
| Signature : |  |  |
| Nom: Nguyen | Prénom : Kenny | matricule: 1794914 |
| Signature : |  |  |
| Nom: Silva-Pinto | Prénom : Nuno | matricule: 1799144 |
| Signature : |  |  |

Table des matières

[Introduction 2](#_Toc496477306)

[Théorie et équations 3](#_Toc496477307)

[Équations théoriques 3](#_Toc496477308)

[Équations du mouvement à résoudre 3](#_Toc496477309)

[Équations pour déterminer l’arrêt de la simulation (collision) 4](#_Toc496477310)

[Méthode de résolution des équations du mouvement et justification 4](#_Toc496477311)

[Intervalles de temps t choisis pour la résolution et justification 4](#_Toc496477312)

[Présentation et analyse des résultats 5](#_Toc496477313)

[Option 1 : Force gravitationnelle seulement 7](#_Toc496477314)

[Option 2 : Force gravitationnelle et force visqueuse 8](#_Toc496477315)

[Option 3 : Force gravitationnelle, force visqueuse et force de Magnus 9](#_Toc496477316)

[Vérifications effectuées pour assurer la précision de nos simulations 10](#_Toc496477317)

[Conclusion 11](#_Toc496477318)

# Introduction

Ce deuxième devoir a pour but d’étudier la trajectoire d’une balle au tennis sur table. Pour ce faire, nous avons programmé une application permettant la simulation de cette trajectoire. De plus, les principales caractéristiques de jeu seront simulées. Cela inclut un système de coordonnées de références où l’origine se trouve au sol aligné avec le coin droit de la table, une surface de jeu, un filet ainsi qu’une balle sphérique.

Nous nous intéressons alors à trois situations précises :

1. Seule la force gravitationnelle agit sur la balle.

2. La force gravitationnelle ainsi qu’une force de frottement visqueux agissent sur la balle.

3. La force gravitationnelle, la force de frottement visqueux ainsi qu’une force de Magnus agissent sur la balle.

Chacune de ces situations est testée à l’aide de quatre coups différents. Ainsi, au total, nous avons 12 simulations. Finalement, une simulation se termine lorsque la balle touche le filet, lorsque la balle touche la surface de la table ou lorsque la balle touche le sol.

Pour pouvoir simuler les trois situations précédentes, nous avons programmé une fonction Matlab nous permettant de tout d’abord déterminer si le coup a réussi ou non. Dans le cas échéant, on différencie un coup échoué en trois catégories : la balle frappe la table du côté du joueur, la balle frappe le filet ou la balle est frappée à l’extérieur de la table (après avoir touché le sol). Celle-ci détermine aussi les variables suivantes lorsque la simulation se termine : le temps (en secondes), les positions finales en x, en y et en z (en m) du centre de masse de la balle, le vecteur vitesse final du centre de masse de la balle (en m/s).

Ainsi, le rapport suivant contient la théorie ainsi que les équations auxquelles nous nous sommes tournés pour nous aider à programmer la fonction Devoir2.m. Cette section sera par la suite appuyée par la présentation ainsi que l’analyse des résultats que nous avons obtenus. Finalement, une brève discussion des problèmes rencontrés servira de conclusion à ce devoir.

# Théorie et équations

## Équations du mouvement à résoudre

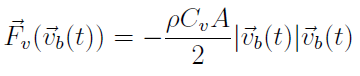
Trois forces sont appliquées à la balle dans nos simulations: la force gravitationnelle, la force de frottement visqueux et l’effet Magnus.

La force gravitationnelle sur la balle est donnée par l’équation 1. Elle correspond à l’interaction gravitationnel entre la balle qui est attiré par la Terre. Celle-ci indique que la force ne s’applique sur l’axe des z. Cette équation est utilisée dans les trois situations.

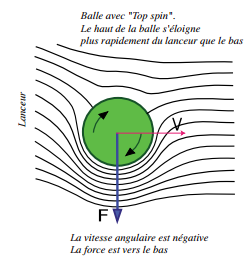


Équation 1

La force de frottement visqueux est donnée par l’équation 2. La balle étant un solide se déplaçant dans un fluide, soit l’air, elle subit des collisions élastiques et inélastiques avec les molécules de l’air. Cela résulte par une force de frottement. Elle ne s’applique que sur la partie immergée de la balle, ce qui donne alors lieu à un mouvement de rotation. Certaines valeurs ont été fournies dans l’énoncé du devoir : la masse volumique de l’air (air = 1.2 kg/m3), l’aire efficace de la balle de la balle ( A = ( R2b) ) ainsi que Cv = 0.5. b correspond à la vitesse de la balle. Cette équation est utilisée dans la situation 2 et la situation 3.



Équation 2

L’effet de Magnus est donnée par l’équation 3. Elle est engendrée quand un solide en rotation (la balle) se déplaçant dans un fluide (l’air). Avec le frottement visqueux, son effet va changer la vitesse du courant d’air entourant la balle. Cette perturbation sera proportionnelle à la vitesse de la balle par rapport à l’air. Comme la balle est en rotation, l’effet Magnus sera dissymétrique. Cet effet est causé par le ralentissement (accélération) du fluide en contact avec la balle dû au mouvement de rotation et qui en plus est en opposition ou en combinaisons avec le mouvement du fluide. La valeur de CM est égale à 0.29 : elle nous a été fournie par l’énoncé du devoir. correspond à la masse volumique de l’air : c’est la même qu’à l’équation 2. Le rayon Rb, la vitesse angulaire b ainsi que b correspondent à ceux de la balle. Cette équation est utilisée dans la situation 3 uniquement.



Équation 3

Pour isoler l’accélération de la balle, on applique la relation fondamentale de la dynamique. Puisque la balle a une masse m et qu’un vecteur de force F agit sur celle-ci, la balle aura un vecteur d’accélération a dans la même direction.

Équation 4

## Équations pour déterminer l’arrêt de la simulation (collision)

Afin de déterminer l’arrêt de la simulation, nous avons opté pour une formule simple de détection de collision :

*Il y a collision lorsqu’au moins une des composantes de la balle est en intersection avec un des plans.*

Dans la situation, nous avons défini 3 plans : le filet, la table et le sol. Ainsi, lorsque nous détections qu’une des extrémités de la balle était contenue dans les bornes du plan étudié, on savait que nous avions obtenu une collision, et donc une condition d’arrêt de la simulation.

Le pseudocode est le suivant :

Si bornesXmin > cmX + rayon || bornesXmax < cmX – rayon

Alors collision

Si bornesYmin > cmY + rayon || bornesYmax < cmY – rayon

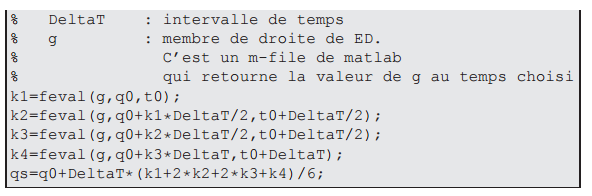
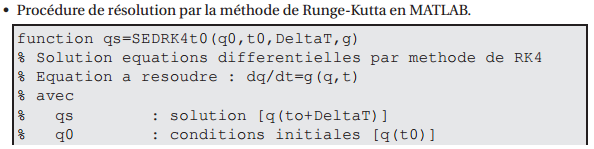
Alors collision

Si bornesZmin > cmZ + rayon || bornesZmax < cmZ – rayon

Alors collision

Sinon, pas de collision

## Méthode de résolution des équations du mouvement et justification

Pour résoudre nos équations différentielles de mouvements nous avons fait appel à la méthode de Runge-Kutta classique d’ordre 4. Pour faire simple, l’algorithme se base sur une méthode itérative qui prédit puis corrige les estimations d’une solution. Cela tend à la rendre de plus en plus précise. Une procédure de résolution avec l’algorithme existe sur MATHLAB.

Notre fonction « SEDRK4 » appelle ainsi Runge-Kutta d’ordre 4. Elle prend en paramètre une fonction (g1, g2 ou g3). Celle-ci donne les vecteurs d’accélération et de vitesse en fonction du temps. « g1 » correspond l’équation ne considérant uniquement que la gravité pour le calcul de la vitesse et de l’accélération. « g2 » ajoute au calcul des forces le frottement visqueux. Enfin « g3 » prend en plus en compte le calcul de l’effet de Magnus. Pour trouver l’accélération de la balle, on divise la force appliqué sur celle-ci par sa masse. Le paramètre q0 de Runge-Kutta est un tableau contenant la vitesse et les positions initiales x, y et z de la balle. Pour le DeltaT, on prend le temps écoulé auquel on rajoute une variation de temps après une itération (le pas). La solution qs, sera un tableau avec la vitesse et les positions finales x, y et z de la balle

## Intervalles de temps t choisis pour la résolution et justification

Après quelques essais et quelques ajustements suite à ces derniers, nous avons finalement opté pour un t = 0.00001s. Cette valeur nous permettait d’avoir un moins haut risque de manquer un enregistrement de collisions tout en gardant une précision adéquate pour la position finale.

# Présentation et analyse des résultats

**Tableau 1 : Conditions initiales pour les quatre coups à simuler**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Essai** | **rbi (m)**  **Position initiale du cm** | **vbi (m/s)**  **Vitesse initiale du cm** | **wbi (rad/s)**  **Vitesse angulaire** |
| 1 | (0,00 0,50 1,10) | (4,00 0,00 0,80) | (0,00 − 70,00 0,00) |
| 2 | (0,00 0,40 1,14) | (10,00 1,00 0,20) | (0,00 100,00 − 50,00) |
| 3 | (2,74 0,50 1,14) | (−5,00 0,00 0,20) | (0,00 100,00 0,00) |
| 4 | (0,00 0,30 1,00) | (10,00 − 2,00 0,20) | (0,00 10,00 − 100,00) |

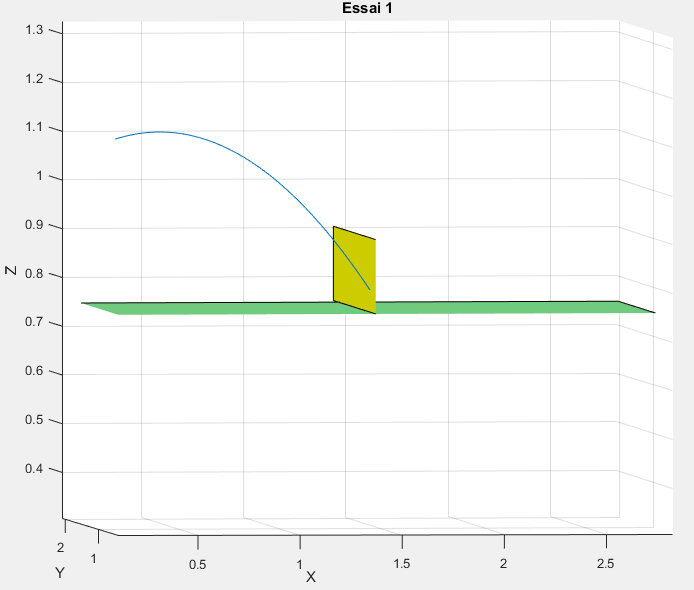
**Tableau 2 : Résultats des simulations**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Option** | **Essai** | **Coup** | **tf (s)**  **Temps de la simulation** | **rbf (m)**  **Position finale du cm** | **vbf (m/s)**  **Vitesse finale du cm** |
| **1 : Force gravitationnelle seulement** | 1 | 2 | 0,00260 | (1,3572 0,5000 0,8073) | (4,00 0,00 -2,53) |
| 2 | 3 | 0,00316 | (5,0086 0,90009 0,0110) | (10,0 1,00 -4,71) |
| 3 | 2 | 0,00232 | (1,3886 0,5000 0,8361) | (-5,00 0,00 -2,45) |
| 4 | 3 | 0,00306 | (4,6971 -0,6394 0,0129) | (10,0 -2,00 -4,40) |
| **2 : Force gravitationnelle et force visqueuse** | 1 | 1 | 0,00266 | (1,2956 0,5000 0,7777) | (3,32 0,00 -2,51) |
| 2 | 0 | 0,00248 | (2,5725 0,6573 0,7751) | (6,99 0,70 -2,43) |
| 3 | 2 | 0,00244 | (1,3824 0,5000 0,7834) | (-4,12 0,00 -2,50) |
| 4 | 2 | 0,00172 | (1,3523 0,0295 0,9251) | (8,28 -1,66 -1,17) |
| **3 : Force gravitationnelle, force visqueuse et force de Magnus** | 1 | 0 | 0.00304 | (1,6701 0,5000 0,7779) | (3,43 0,00 -2,11) |
| 2 | 2 | 0,00175 | (1,3889 0,4743 0,9281) | (8,04 0,03 -2,80) |
| 3 | 0 | 0,00313 | (0,5663 0,5000 0,7792) | (-4,11 0,00 -1,67) |
| 4 | 2 | 0,00175 | (1,3605 -0,1078 0,9060) | (7,75 -3,20 -1,37) |

### Représentation visuelle des simulations

### Option 1 : Force gravitationnelle seulement

Les résultats obtenus dans l’option 1 devait prendre en compte le coup d’une balle en ne tenant compte que de la force gravitationnelle. Elle suit donc une trajectoire qui subit une accélération vers l’axe des z négatif. De ce fait, la seule composante auquel l’on doit s’attendre à une diminution de vitesse est celle en z. Celle en x et en y demeure constante. C’est ce qui s’est en effet déroulé durant notre simulation. Il n’y a eu que la vitesse en z qui s’est retrouvé avec une vitesse finale négative dut à l’accélération. Visuellement, on comprend l’effet de gravité qui affecte la trajectoire de la balle en lui donnant la forme d’une parabole. Les essaies 1 et 3 montre que la balle s’est arrêtée au filet. Pour l’essai 2, la balle est sortie trop loin de la table. Enfin, l’essai 2 a traversé le filet et s’est arrêté sur la table.



## Option 2 : Force gravitationnelle et force visqueuse

L’option2 prenait dans ses résultats, en plus de la gravité, la force de frottement visqueux causé par l’air. Le frottement devrait influencer surtout la vitesse de la composante en x, car la balle se déplace surtout vers cette direction. On voit en effet que c’est en x qu’elle va le plus vite. Puisque l’équation de viscosité prend comme variable le vecteur de vitesse et sa norme, la composante qui subira le plus de frottement devrait être celle en x. Les autres devraient également diminuer, mais avec un effet moindre. La balle de pingpong se rendrait ainsi moins loin sur le plan que pour l’option 1. Sa trajectoire serait la même. Néanmoins, la diminution de vitesse en x apportera un changement au déplacement en z, car l’effet de la gravité aura dans l’option 2 davantage d’impact. C’est en effet ce qui est arrivé : tous les essais se sont rendus moins loin par rapport à l’option 1 et la composante qui est la plus affectée est bien celle en x. L’essai 1 ne traverse pas le filet. L’essai 2 traverse le filet et atterrit sur la table. Enfin, les essais 3 et 4 ont atterrit au filet.

## Option 3 : Force gravitationnelle, force visqueuse et force de Magnus

Cette dernière option a introduit l’effet de Magnus dans les résultats. Un effet attendu serait que les trois composantes de vitesse soient représentées tel un arc de cercle.

Enfin, en ce qui concerne les résultats de la dernière et troisième option, on introduit une force de Magnus. On s’attend ici à ce que les trois vitesses se présentent comme un arc de cercle dans nos résultats puisqu’elles ont toutes une vitesse angulaire ω = (0, 0, 50)T rad/s. De plus, il est attendu que les trois balles prennent une direction similaire vers la gauche du lanceur. On peut bel et bien voir ces résultats aux figures 2 et 3. La figure 3 montrent bien la trajectoire courbée des trois balles lancées ce qui est l’effet attendu suite à l’introduction de la force de Magnus. Il était également attendu que les balles lancées sans vitesse en direction des y positifs sortent rapidement de la zone de prises et c’est aussi ce qu’on peut observer. C’est pour cette raison que nous n’avons qu’une seule prise sur les trois lancers.

## Vérifications effectuées pour assurer la précision de nos simulations

Pour l’option 1, la plus simple, nous avons effectué les calculs à la main pour comparer avec le résultat obtenu par la simulation. Puisque les résultats étaient concluants, nous avons gardé les mêmes conditions (i.e. intervalle de temps) pour les autres options. Nous avons aussi vérifié que le point de départ de chacune des courbes correspondait aux conditions initiales de chacun des essais (**Tableau 1**). Nous avons aussi vérifié visuellement les collisions : cela nous a permis de valider la fiabilité de notre algorithme de détection de collision.

De plus, nous avons fait des hypothèses à l’aide des données brutes pour l’ajout de la force de Magnus : nous avons estimé qu’un *backspin* allait permettre à l’option 3 (Magnus) d’avoir une position finale plus loin que les autres. C’est ce qui arrive dans l’essai #3.

Aussi, nous avons validé que la vitesse finale diminue, comme attendu, lorsqu’on ajoute la force visqueuse.

***BULLSHIT ALERT.***

# Conclusion

Après avoir eu un notre baptême du feu, suite au premier devoir, nous étions encore une fois en territoire inconnu : il fallait apprendre de nouvelles fonctions Matlab comme l’affichage de courbes. De plus, il était nécessaire de comprendre comment utiliser la méthode de Runge-Kutta. Cette tâche se révélait plus difficile que prévu puisque nous n’avions pas suivi le cours MTH1115 – Équations différentielles. En effet, ce cours n’est plus obligatoire à l’obtention du baccalauréat en génie logiciel. Finalement, nous avons réalisé qu’un exemple applicatif de la méthode se trouvait dans la boîte à outils du cours, alors cela nous a beaucoup aidés à comprendre la méthode.

Vérifier la validité des calculs était une tâche difficile. En effet, il y avait des calculs trop compliqués pour être faits à la main comme ceux de la méthode de Runge-Kutta. Cependant, nous avons fait des calculs pour l’option 1, la plus facile à évaluer, pour s’assurer que nous comprenions bien la base du problème. Puisque la force gravitationnelle revient dans les trois options à évaluer, nous trouvions cette validation pertinente à faire.

Finalement, se réunir en équipe pour ce devoir était difficile puisque nous devions attraper les balles que les différents autres cours nous lançaient en mi-session. Cela ne nous a tout de même pas empêché de terminer ce devoir.