

**PHS4700**

**Physique pour les applications multimédia**

Automne 2017

PAGE COUVERTURE **OBLIGATOIRE** POUR TOUS LES DEVOIRS

Numéro de devoir : 03

Numéro de l’équipe : 07

Numéro du groupe : 01

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Nom: Bourgault | Prénom : Gabriel | matricule: 1794069 |
| Signature : |  |  |
| Nom: Chan | Prénom : Kevin Ka Hin | matricule: 1802812 |
| Signature : |  |  |
| Nom: Nguyen | Prénom : Kenny | matricule: 1794914 |
| Signature : |  |  |
| Nom: Silva-Pinto | Prénom : Nuno | matricule: 1799144 |
| Signature : |  |  |

Table des matières

[Introduction 2](#_Toc497076244)

[Théorie et équations 3](#_Toc497076245)

[Équations du mouvement à résoudre 3](#_Toc497076246)

[Équations du movement à résoudre 4](#_Toc497076247)

[Équations pour identifier une collision ou déterminer l’arrêt de la simulation 4](#_Toc497076248)

[Équations pour déterminer les vitesses linéaires et angulaires des deux autos tout juste après la collision 4](#_Toc497076249)

[Méthode de résolution des équations du mouvement et justification 4](#_Toc497076250)

[Intervalles de temps t choisis pour la résolution et justification 5](#_Toc497076251)

[Présentation et analyse des résultats 7](#_Toc497076252)

[Représentation visuelle des simulations 8](#_Toc497076253)

[Les six cas à évaluer 12](#_Toc497076254)

[Vérifications effectuées pour assurer la précision de nos simulations 13](#_Toc497076255)

[Conclusion 14](#_Toc497076256)

# Introduction

Ce troisième devoir a pour but d’étudier la collision entre deux autos glissant sur une surface. Ces derniers sont modélisés comme étant un bloc rectangulaire chacun. Ce problème est simulé en 2D.

Nous nous intéressons alors à une situation précise :

Les autos « a » et « b » se situent à un point de départ différent. Les deux autos ont une vitesse initiale alors qu’il roule sur la glace. L’auto « a » décide de freiner brusquement. Cela fait en sorte que l’auto « a » commence à glisser sur la glace tout en tournant autour de son centre de masse avec une vitesse angulaire constante. De son côté, l’auto « b » voit que l’auto « a » perd le contrôle et décide de freiner à un temps tb. L’auto « b » commence aussi à tourner autour de son centre de masse avec une vitesse angulaire constante ainsi qu’à glisser sur la glace. Les vitesses angulaires après freinage des deux autos sont constantes tant et aussi longtemps qu’il n’y a pas collision entre les deux.

Cette situation est simulée à l’aide de six ensembles de conditions initiales différents. Ainsi, l’objectif du devoir est de pouvoir simuler les trajectoires des deux autos dans le plan xy en fonction du temps, sous forme de graphique. De plus, il faudra aussi détecter s’il y a des collisions entre les deux autos. Si oui, notre simulation devra pouvoir déterminer les vitesses à partir du centre de masse des autos après la collision. Cela inclut aussi la vitesse angulaire. Finalement, une simulation est considérée terminée lorsqu’une collision survient ou lorsque la vitesse des autos est inférieure à 1 cm/s.

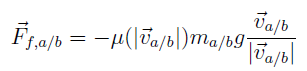
Ainsi, le rapport suivant contient la théorie ainsi que les équations auxquelles nous nous sommes tournés pour nous aider à programmer la fonction Devoir3.m. Cette section sera par la suite appuyée par la présentation ainsi que l’analyse des résultats que nous avons obtenus. Finalement, une brève discussion des problèmes rencontrés servira de conclusion à ce devoir.

# Théorie et équations

## Équations du mouvement à résoudre

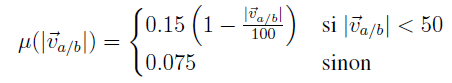
Trois forces sont appliquées à la balle dans nos simulations: la force gravitationnelle, la force de frottement visqueux et l’effet Magnus.

La force gravitationnelle sur la balle est donnée par l’équation 1. Elle correspond à l’interaction gravitationnel entre la balle qui est attiré par la Terre. Celle-ci indique que la force ne s’applique sur l’axe des z. Cette équation est utilisée dans les trois situations.



Équation 1

La force de frottement visqueux est donnée par l’équation 2. La balle étant un solide se déplaçant dans un fluide, soit l’air, elle subit des collisions élastiques et inélastiques avec les molécules de l’air. Cela résulte par une force de frottement. Elle ne s’applique que sur la partie immergée de la balle, ce qui donne alors lieu à un mouvement de rotation. Certaines valeurs ont été fournies dans l’énoncé du devoir : la masse volumique de l’air (air = 1.2 kg/m3), l’aire efficace de la balle de la balle ( A = ( R2b) ) ainsi que Cv = 0.5. b correspond à la vitesse de la balle. Cette équation est utilisée dans la situation 2 et la situation 3.



Équation 2

Pour isoler l’accélération de l’auto, on applique la relation fondamentale de la dynamique. Puisque la balle a une masse m et qu’un vecteur de force F agit sur celle-ci, l’auto aura un vecteur d’accélération a dans la même direction.

Équation 3

## Équations du movement à résoudre

## Équations pour identifier une collision ou déterminer l’arrêt de la simulation

Afin de déterminer l’arrêt de la simulation, nous avons opté pour une formule simple de détection de collision :

*Il y a collision lorsqu’au moins une des composantes de la balle est en intersection avec un des plans.*

Dans la situation, nous avons défini 3 plans : le filet, la table et le sol. Ainsi, lorsque nous détections qu’une des extrémités de la balle était contenue dans les bornes du plan étudié, on savait que nous avions obtenu une collision, et donc une condition d’arrêt de la simulation.

Le pseudocode est le suivant :

Si bornesXmin > cmX + rayon || bornesXmax < cmX – rayon

Alors collision

Si bornesYmin > cmY + rayon || bornesYmax < cmY – rayon

Alors collision

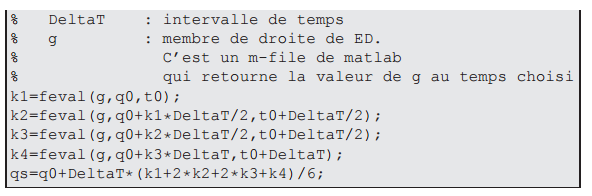
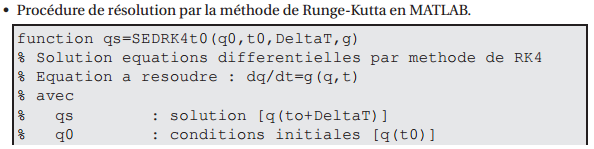
Si bornesZmin > cmZ + rayon || bornesZmax < cmZ – rayon

Alors collision

Sinon, pas de collision

## Équations pour déterminer les vitesses linéaires et angulaires des deux autos tout juste après la collision

## Méthode de résolution des équations du mouvement et justification

Pour résoudre nos équations différentielles de mouvement, nous avons fait appel à la méthode de Runge-Kutta classique d’ordre 4. Pour faire simple, l’algorithme se base sur une méthode itérative qui prédit puis corrige les estimations d’une solution. Cela tend à la rendre de plus en plus précise. Une procédure de résolution avec l’algorithme existe sur MATLAB.

Notre fonction « SEDRK4 » appelle ainsi Runge-Kutta d’ordre 4. Elle prend en paramètre une fonction (g1, g2 ou g3). Celle-ci donne les vecteurs d’accélération et de vitesse en fonction du temps. « g1 » correspond l’équation ne considérant uniquement que la gravité pour le calcul de la vitesse et de l’accélération. « g2 » ajoute au calcul précédent le frottement visqueux. Enfin, « g3 » ajoute aussi le calcul de l’effet de Magnus aux forces prises en compte précédemment. Pour trouver l’accélération de la balle, on divise la force appliquée sur celle-ci par sa masse. Le paramètre q0 de Runge-Kutta est un tableau contenant la vitesse et les positions initiales x, y et z de la balle. Pour le DeltaT, on prend le temps écoulé auquel on rajoute une variation de temps après une itération (le pas). La solution qs, sera un tableau avec la vitesse et les positions finales x, y et z de la balle.

## Intervalles de temps t choisis pour la résolution et justification

Après quelques essais et quelques ajustements suite à ces derniers, nous avons finalement opté pour un t = 0.00001s. Cette valeur nous permettait d’avoir un moins haut risque de manquer un enregistrement de collisions tout en gardant une précision adéquate pour la position finale.

# Présentation et analyse des résultats

**Tableau 1 : Conditions initiales pour les six cas à simuler**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tir** | **rai (m)** | **vai** | **rbi** | **vbi** | **tb** |
| 1 | [0 0] | [20 0 2] | [100 100] | [0 -20 -1] | 0.0 |
| 2 | [0 0] | [30 0 2] | [100 100] | [0 -30 -1] | 0.0 |
| 3 | [0 0] | [20 0 2] | [100 50] | [0 -10 0] | 1.6 |
| 4 | [0 0] | [10 10 1] | [25 10] | [10 0 0] | 0.0 |
| 5 | [0 0] | [20 0 2] | [100 50] | [0 -10 0] | 0.0 |
| 6 | [0 0] | [20 0 2] | [100 10] | [10 0 5] | 1.0 |

**Tableau 2 : Résultats des simulations des voitures a et b**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tir** | **Coll** | **tf (s)** | **raf** | **vaf** | **rbf** | **vbf** |
| 1 | 2 | 0,00260 | (1,3572 0,5000 0,8073) | (4,00 0,00 -2,53) |  |  |
| 2 | 3 | 0,00316 | (5,0086 0,90009 0,0110) | (10,0 1,00 -4,71) |  |  |
| 3 | 2 | 0,00232 | (1,3886 0,5000 0,8361) | (-5,00 0,00 -2,45) |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

## Représentation visuelle des simulations

Cette section offre un visuel de nos simulations. La trajectoire de l’option 1 est en bleu, l’option 2 en rouge et l’option 3 en jaune (voir version numérique).

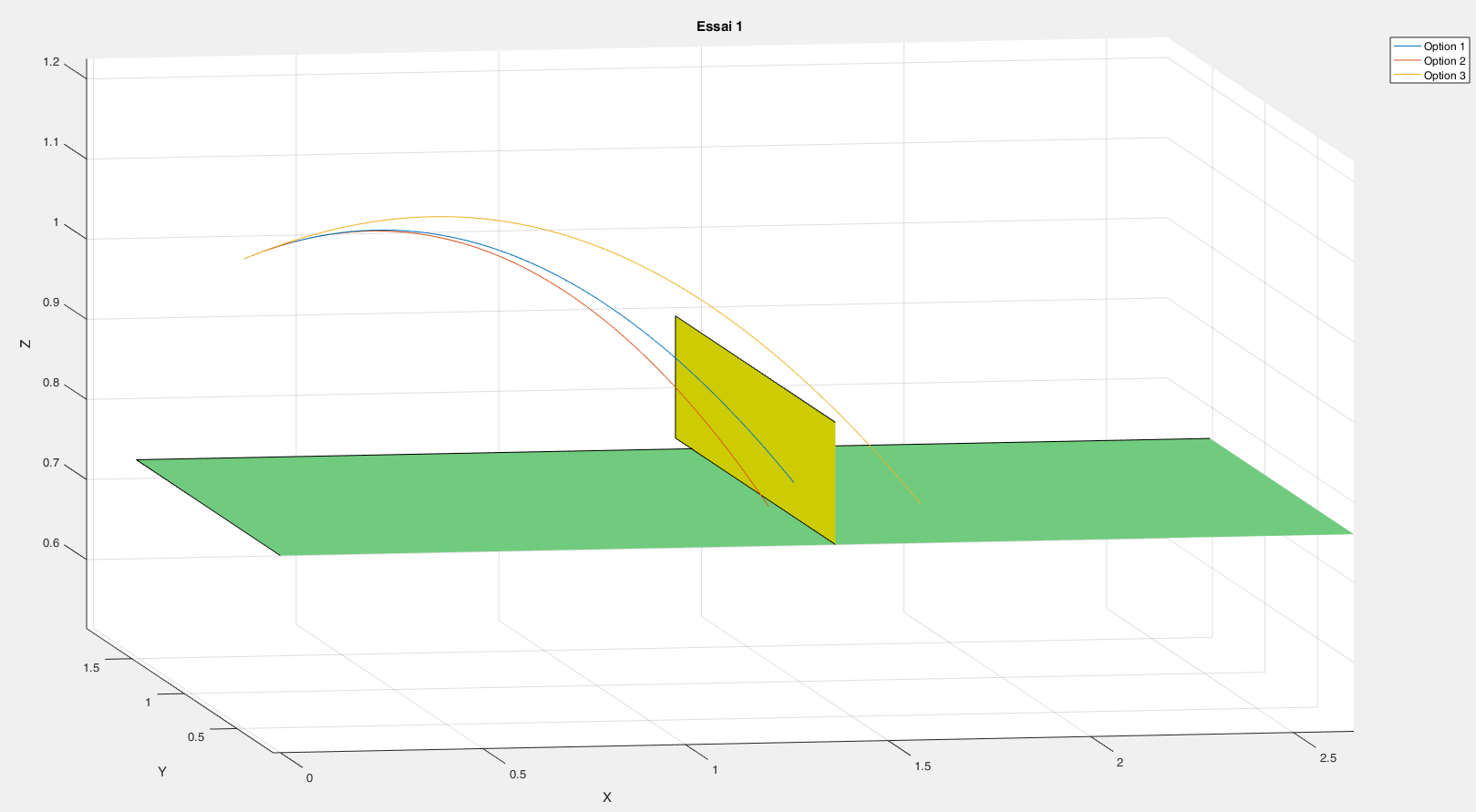


Figure 1 : Représentation graphique des coups de chacune des options lors de l’essai 1.

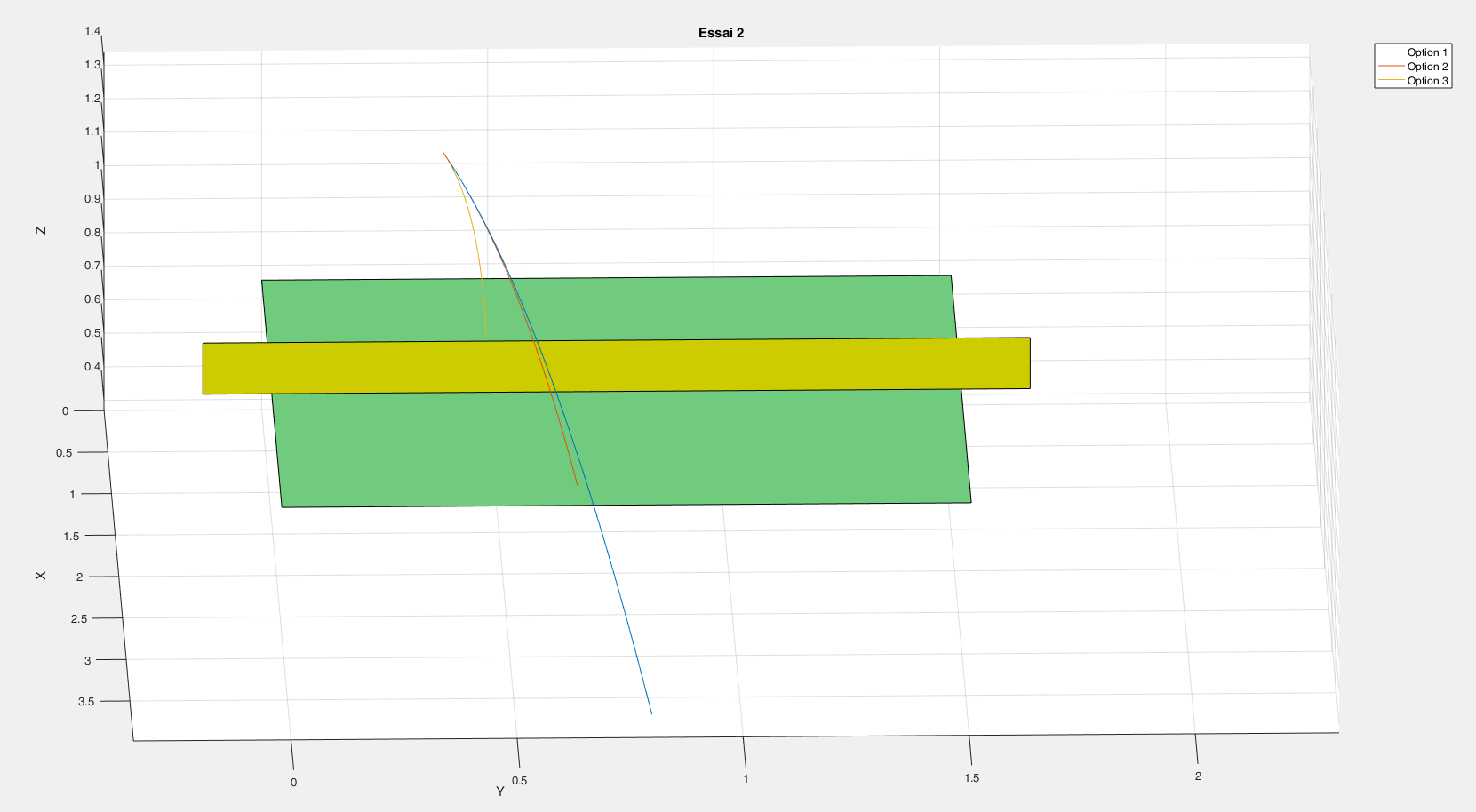


Figure 2 : Représentation graphique des coups de chacune des options lors de l’essai 2.

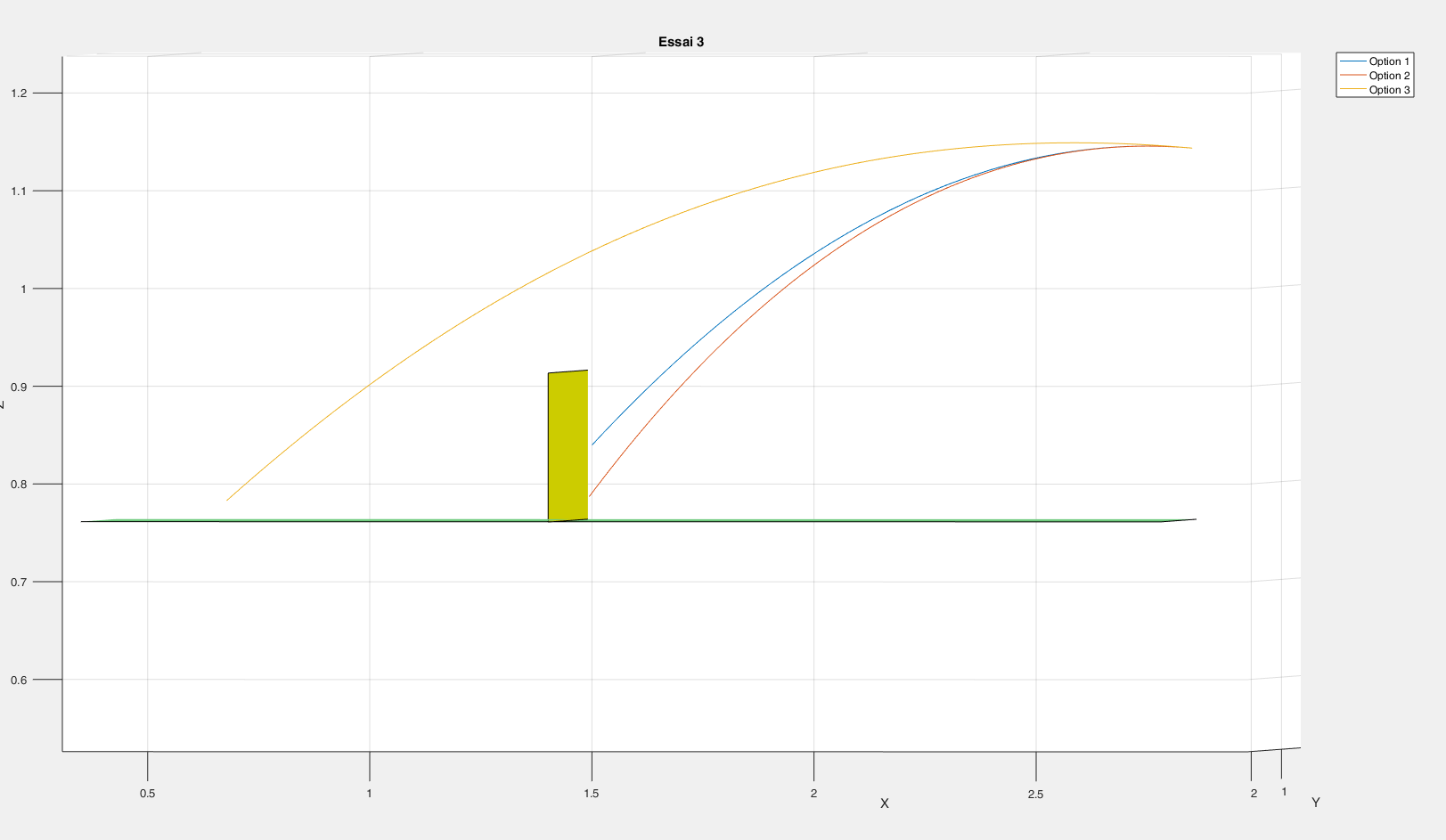


Figure 3 : Représentation graphique des coups de chacune des options lors de l’essai 3.

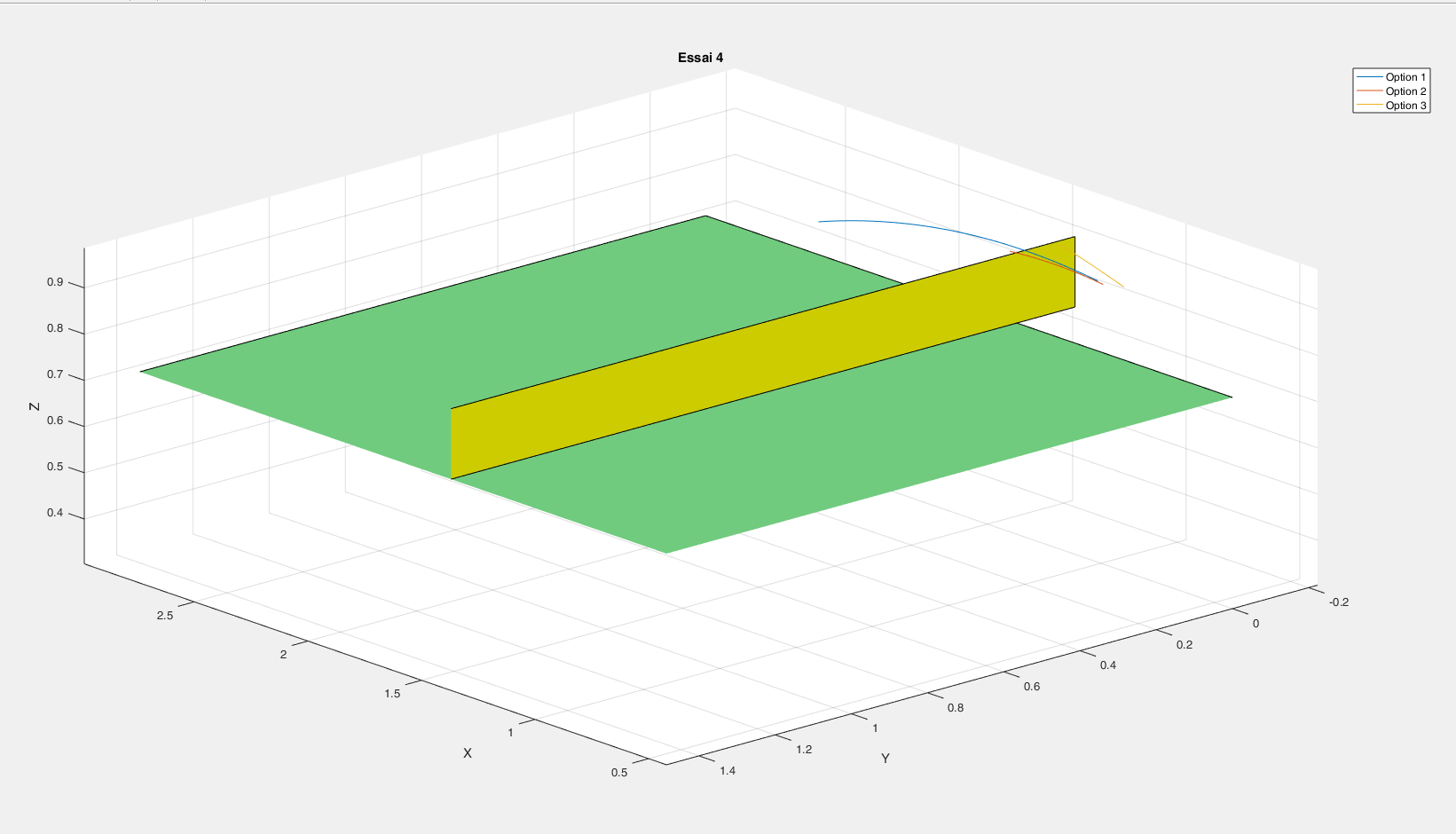


Figure 4 : Représentation graphique des coups de chacune des options lors de l’essai 4.

## Les six cas à évaluer

## Vérifications effectuées pour assurer la précision de nos simulations

Pour l’option 1, la plus simple, nous avons effectué les calculs à la main pour comparer avec le résultat obtenu par la simulation. Puisque les résultats étaient concluants, nous avons gardé les mêmes conditions (i.e. intervalle de temps) pour les autres options. Nous avons aussi vérifié que le point de départ de chacune des courbes correspondait aux conditions initiales de chacun des essais (**Tableau 1**). Nous avons aussi vérifié visuellement les collisions : cela nous a permis de valider la fiabilité de notre algorithme de détection de collision.

De plus, nous avons fait des hypothèses à l’aide des données brutes pour l’ajout de la force de Magnus : nous avons estimé qu’un *backspin* allait permettre à l’option 3 (Magnus) d’avoir une position finale plus loin que les autres. C’est ce qui arrive dans l’essai #3.

Aussi, nous avons validé que la vitesse finale diminue, comme attendu, lorsqu’on ajoute la force visqueuse.

Néanmoins, nous avons remarqué un manque de précision sur les collisions. Ainsi, nous aurions dû réduire le t d’enregistrement des collisions. Cela aurait offert une meilleure estimation de la position.

# Conclusion

Nous n’avons pas rencontré de difficultés