

Вопросы к первому коллоквиуму (20 ноября 2019 года)

1. Множество: способы задания, операции над множествами.
2. Упорядоченный набор (кортеж), предложение о равенстве n -ок, декартово произведение, декартова степень.
3. Бинарные отношения, обратное отношение, произведение отношений, лемма о бинарных отношениях.
4. Область определения отношения, множество значений отношения, образ и прообраз множества относительно отношений, функция, замечание о равенстве функций, тождественная функция.
5. Композиция функций, лемма о композиции функций.
6. Сюръекция, инъекция, биекция, обратная функция, лемма о свойствах биекций.
7. Отношения эквивалентности, классы эквивалентности, лемма о классах эквивалентности.
8. Частичный порядок, ч.у.м., минимальные, максимальные, наименьшие, наибольшие элементы, связи между ними. Замечание о строгом порядке.
9. Фундированные частичные порядки, критерий фундированности порядка.
10. Предложение об индукции в фундированном ч.у.м., изоморфизм ч.у.м., замечание об изоморфизме ч.у.м.
11. Линейные порядки, л.у.м., начальные сегменты и отрезки, лемма о свойствах начальных сегментов.
12. Изоморфизм ч.у.м., изоморфизм л.у.м., признак изоморфизма л.у.м., лемма о монотонной инъекции в.у.м.
13. Полный порядок, в.у.м., лемма о начальных сегментах в.у.м.
14. Предложение об изоморфизме начальных сегментов, теорема о сравнимости в.у.м. (без доказательства).
15. Аксиома выбора, лемма Цорна (без доказательства), теорема Цермело (без доказательства), эквивалентность утверждений.
16. Парадокс Рассела, аксиоматика ZFC .
17. Равномощные множества, замечание о равномощности.
18. Лемма о порядке на мощностях.
19. Теорема Кантора-Бернштейна.
20. Теорема о сравнимости мощностей, теорема Кантора.

21. Конечные, бесконечные, счетные, континуальные множества, описание не более чем счетных множеств.
22. Лемма о сохранении мощностей, теорема о мощности объединения (без доказательства).
23. Теорема о мощности квадрата бесконечного множества (доказательства для счетного и континуального), теорема о мощности произведения (без доказательства).
24. Континуум-гипотеза, теорема Геделя-Коэна (без доказательства), обобщенная континуум-гипотеза.
25. Ординалы, лемма об элементах ординала.
26. Лемма о порядке на ординалах, теорема о свойствах ординалов.
27. Предложение о супремуме множества ординалов (без доказательства), теорема о связи в.у.м. и ординалов (без доказательства), предложение о принципе трансфинитной индукции (без доказательства).
28. Сумма и произведение ординалов, кардинал, мощность множества.
29. Алфавит ИВ, формула ИВ, подформула, представление формул ИВ.
30. Принцип математической индукции и возвратной индукции.
31. Алфавит ИС, секвенция, аксиома, правило вывода, дерево вывода, доказуемость, пример вывода.
32. Семантика ИВ: означивание, значение формулы при означивании, выполнимые, опровержимые, тождественно истинные, тождественно ложные формулы, примеры.
33. Тожественно истинные секвенции, теорема о корректности ИС.
34. Допустимые правила вывода, примеры.
35. Лемма об основных эквивалентностях, теорема о замене для ИВ.
36. Д.н.ф., к.н.ф., теорема о приведении к д.н.ф. и к.н.ф.
37. Предложение о тождественно истинных к.н.ф.
38. Теорема о полноте ИС.
39. Совершенные нормальные формы, теорема о совершенных нормальных формах.
40. Гильбертовское исчисление высказываний: аксиоматика, выводимость, примеры выводов.
41. Теорема о дедукции.
42. Связь гильбертовского и секвенциального исчисления.