Коллоквиум №1 (20.11.2019)

GROUPS №19137,№19144

2019

1. Множество: способы задания, операции над множествами
   Не существует явного определения множества.
   Пусть А некоторое мн-во, тогда существует 2 способа задания мн-ва

   (a) А = {1,2,3,4,5} - явное задание эл-тов мн-ва

   (b) Пусть $\Phi(x)$- некоторое условие, тогда
   А = $\{x \mid \Phi(x)\}$ - Задание множествами с помощью некоторого условия $\Phi(x)$

   Пусть А, В- некоторые множества

   Обозначение (Подмножетсво)**.** А - подмножетсво В, если $A \subseteq B = \{x \mid x \in A \Rightarrow x \in B\}$

   Обозначение (Собственное подмножетсво)**.** А - собственное подмножетсво В, если $A \subset B$, если $A \subseteq B$ и $A \neq B$

   Обозначение (Пустое множество)**.** $\emptyset$ - множество, не содержащее эл-тов ("Пустое множество")

   Обозначение (Множество всех подмножетсв множества А)**.** $P(A) = \{\ C \mid C \subseteq A\ \}$

   Обозначение (Универсум)**.** Универсум (условное множество все множеств) U

   Операции над множествами:

   - Объединение множеств:
     $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
   - Пересечение множеств:
     $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
   - Разность множеств:
     $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
   - Дополнение множества:
     $\neg A = \{\ x \mid x \in\ U \wedge x \notin A\}$
   - Симметрическая разность множеств:
     $A\ \Delta\ B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A\ \cup\ B) \setminus (B\ \cup\ A)$

Пусть S - семейство множеств:

- Объединение семейства множеств
  $\bigcup S = \{\ x \mid \exists A_i \in\ S\ : x\ \in\ A_i\ \}$
- Пересечение семейства множеств
  $\bigcap S = \{\ x \mid \forall A_i \in\ S\ : x\ \in\ A_i\ \}$

2. Упорядоченный набор (кортеж), предложение о равенстве n-ок, декартово произведение, декартова степень.

   Определение (Упорядоченный набор (кортеж))**.** Упорядоченный набор (кортеж) длинны n определяется по индукции
   $<>= \emptyset$
   $< a >= a$
   $< a, b >= \{\{a\}, \{a, b\}\}$
   $...$
   $< a_1, a_2, ..., a_{n-1}, a_n >=<< a_1, a_2, ..., a_{n-1}) >, a_n >$

   Определение (пара)**.** Набор $< a, b >$ длинны 2 называют *парой*

   Теорема (Предложение о равенстве n-ок)**.** *Если* $< a_1, ..., a_n >=< b_1, ..., b_n >$*,* *то* $a_1 = b_1, ..., a_n = b_n$

   Доказательство. ... □

   Определение (Декартово произведение)**.** Пусть даны множества $A_1, ..., A_n$, тогда их декартовым произведением называют
   $A_1 \times A_2 \times ... \times A_n = \{< a_1, ..., a_n > \mid \forall i \in \{1, ..., n\}\ a_i \in A_i\}$

   Определение (Декартова степень)**.** В случае, если $A_1 = A_2 = ... = A_n$, тогда $A_1 \times A_2 \times ... \times A_n$ называют декартовой степенью и обозначают, как $A^n = A_1 \times A_2 \times ... \times A_n$