Modelagem e Análise de Sistemas Dinâmicos

Aula 01: Introdução aos sistemas dinâmicos

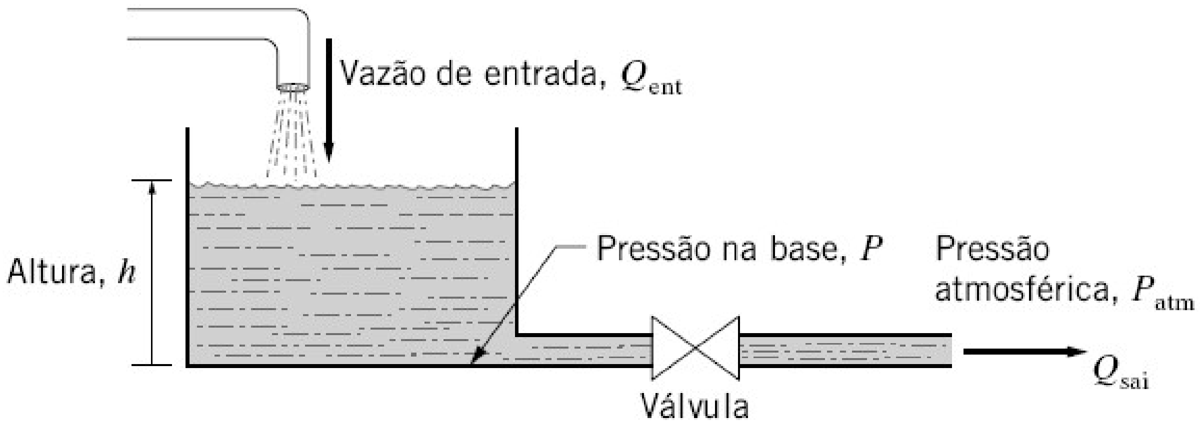
Professor Me. Renato Kazuo Miyamoto

Conteúdos formativos

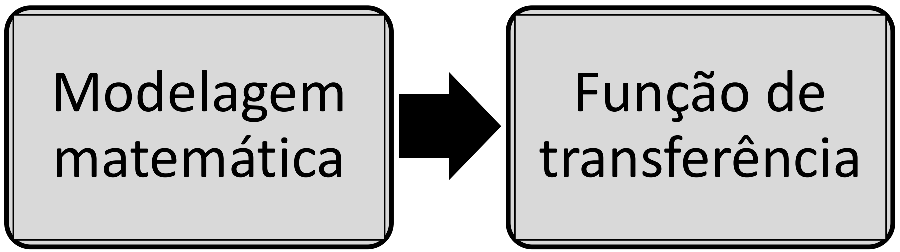
- Introdução aos sistemas de controle; modelagem matemática de sistemas dinâmicos por: equações diferenciais e de diferença, funções de transferência e equações de estado; modelagem de circuitos elétricos e de sistemas mecânicos, eletromecânicos, de fluidos e térmicos; analogia entre modelos; linearização de sistemas; obtenção de modelos experimentais de 1ª e 2ª ordens; processamento e conversão de sinais; digitalização de modelos contínuos; simulação de sistemas dinâmicos; análise da resposta temporal; especificações de desempenho no domínio do tempo e no domínio da frequência; erros de regime permanente.

Contextualização

- Como são projetados sistemas complexos e com alto custo de implementação?
- Como descrever matematicamente um determinado sistema mecânico, elétrico ou térmico?

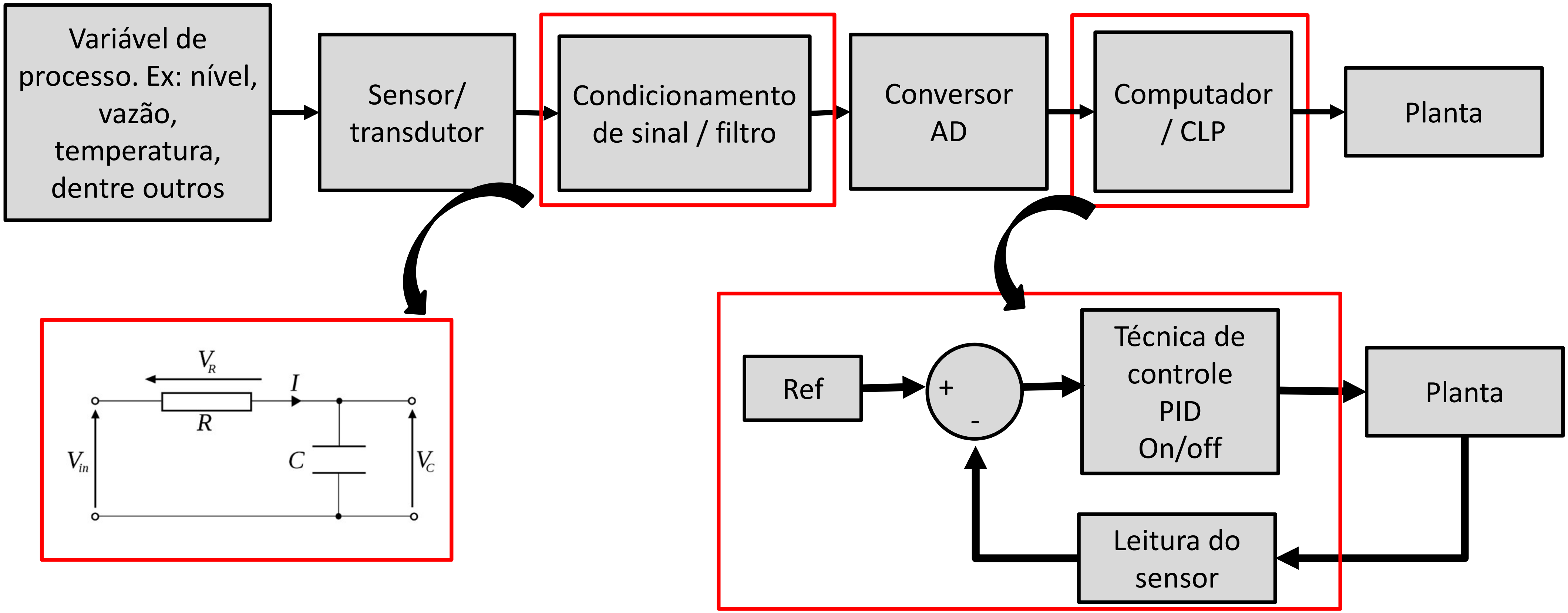


Fonte: KLUEVER (2018).



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Contextualização



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Elementos dos circuitos

- Resistor:

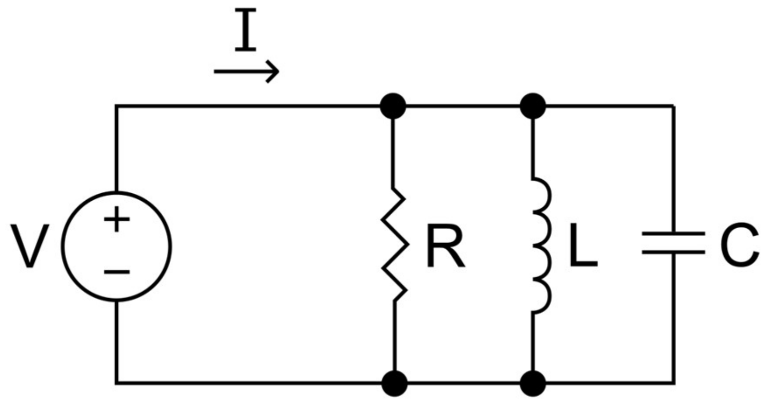
$V = R \cdot i$	$i = {}^{V}/_{R}$

- Capacitor:

$i_c = C \cdot \frac{dV_c}{dt}$	$i_c = C \cdot V_c \cdot s$

- Indutor:

$V_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}$	$V_L = L \cdot i_L \cdot s$

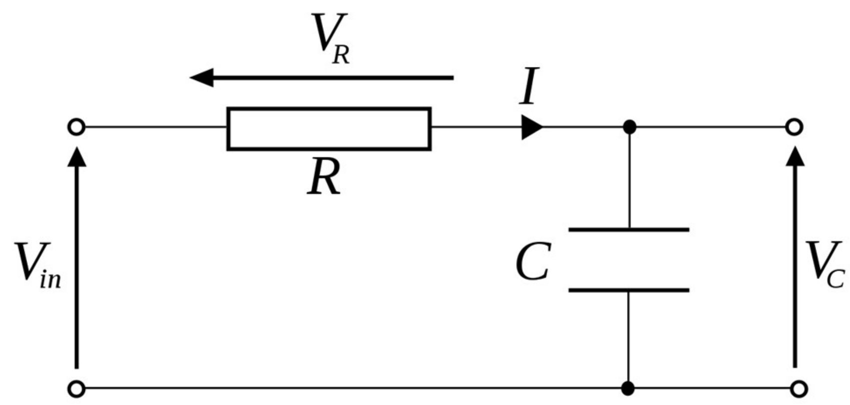


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Modelagem de circuitos de 1ª ordem

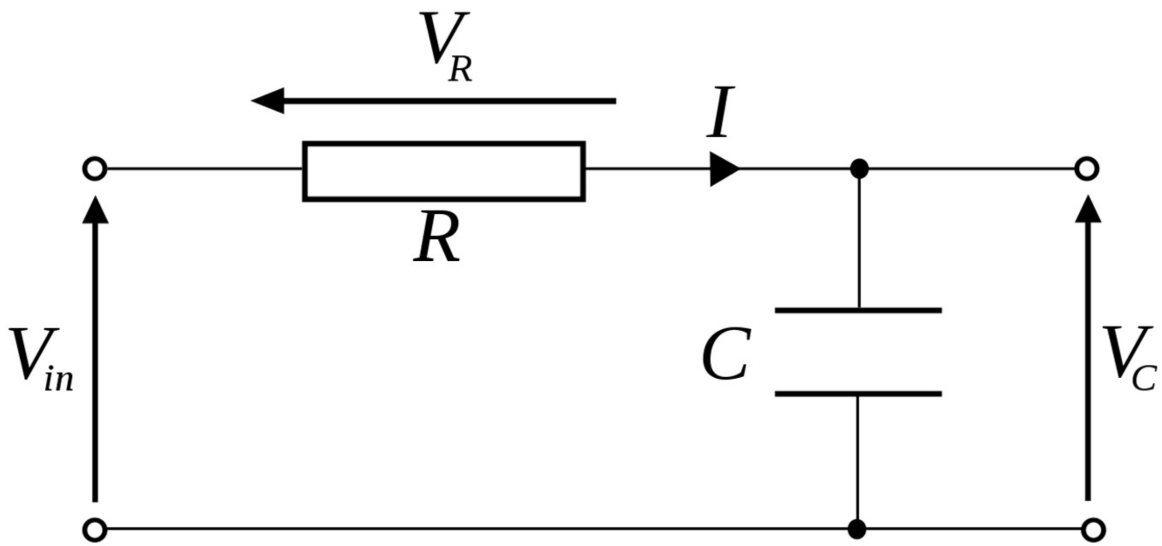
- Composto por resistor e um elemento armazenador de energia (capacitor ou indutor);
- Considerações para a modelagem de um circuito RC:

1. Obter a FT (saída pela entrada);
2. Lei das Malhas;
3. Elementos ideais;
4. Sentido horário;



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Modelagem de circuitos RC



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

- Em que:

$$V_C = V_{out}$$

$$V_R = i \cdot R$$

$$i = i_C$$

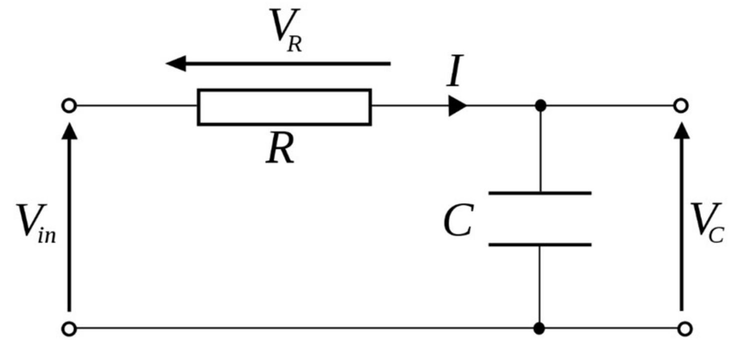
$$V_{in} - V_R - V_C = 0$$

$i_c = C \cdot \frac{dV_c}{dt}$	$i_c = C \cdot V_c \cdot s$

Modelagem de circuitos RC

- Substituindo:

$$V_{in} - V_R - V_C = 0$$
$$V_{in} - i_C \cdot R - V_C = 0$$
$$V_{in} - C \cdot V_C \cdot s \cdot R - V_C = 0$$
$$V_{in} - C \cdot V_{out} \cdot s \cdot R - V_{out} = 0$$



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

$$V_R = i \cdot R \qquad i_c = C \cdot V_c \cdot s$$

$$i = i_C \qquad V_C = V_{out}$$

- Colocando a tensão de saída em evidência:

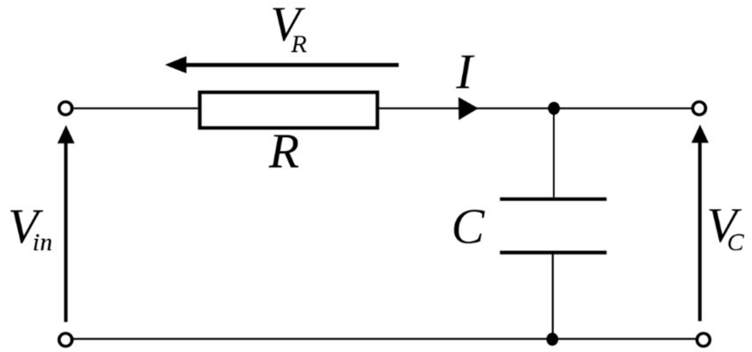
$$V_{in} - V_{out}(C \cdot s \cdot R + 1) = 0$$

Modelagem de circuitos RC

- Isolando V_{out}:

$$V_{in} = V_{out} \cdot (C \cdot s \cdot R + 1)$$

$$\frac{1 \cdot V_{in}}{(C \cdot s \cdot R + 1)} = V_{out}$$



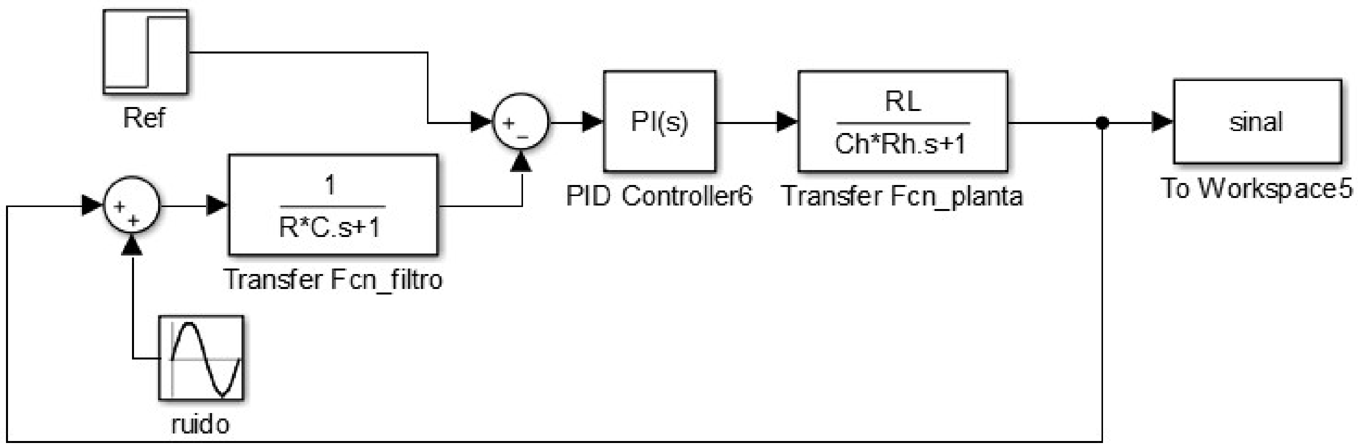
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

- Obtendo a FT ($\text{FT} = {}^{V_{out}}/_{V_{in}}$)

$$FT(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{(RCs + 1)}$$

Pensando juntos: importância do modelo matemático

- Economia na solução para um problema;
- Possibilidade de testes antes da confecção final;
- Apresenta mais segurança em situações críticas;
- Identifica as falhas no controle e na operação.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Dica do Professor: softwares de simulação

	Multiplataforma	Simulador	Sintaxe igual ao MatLab	Ambiente visual	Comentários
Octave	Sim	Não	Sim	Bom	Alternativa ao MatLab
Scilab	Sim	Sim	Não	Bom	Tradutor de código do MatLab

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Conceitos

Introdução à modelagem matemática

Projeto de engenharia de controle

- Um projeto pode ser dividido em etapa:

1. Estabelecer os objetivos de controle

2 .Identificar as variáveis a controlar

3. Obter o modelo do sistema (planta)

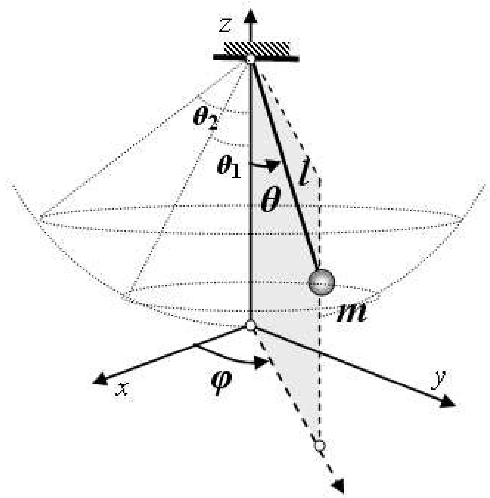
4. Determinar o controlador e ganhos

5. Validar o projeto

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Obtendo o modelo do sistema

- Através de equações matemáticas que descrevem o funcionamento e a dinâmica do sistema.
- Conhecer a lei física que rege o comportamento dos elementos do sistema.



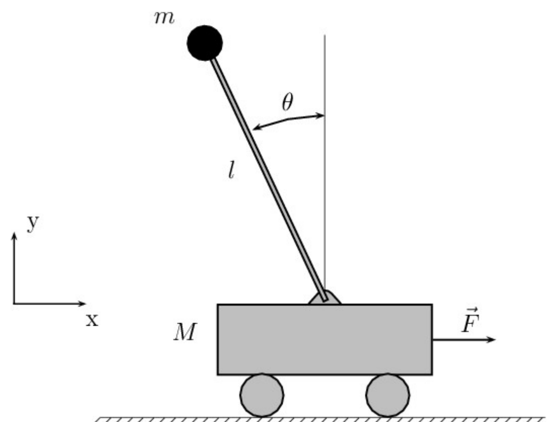
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a2/Mognew_pendulo_esferico.jpg

↑ Simplificação
↓ Precisão

✕

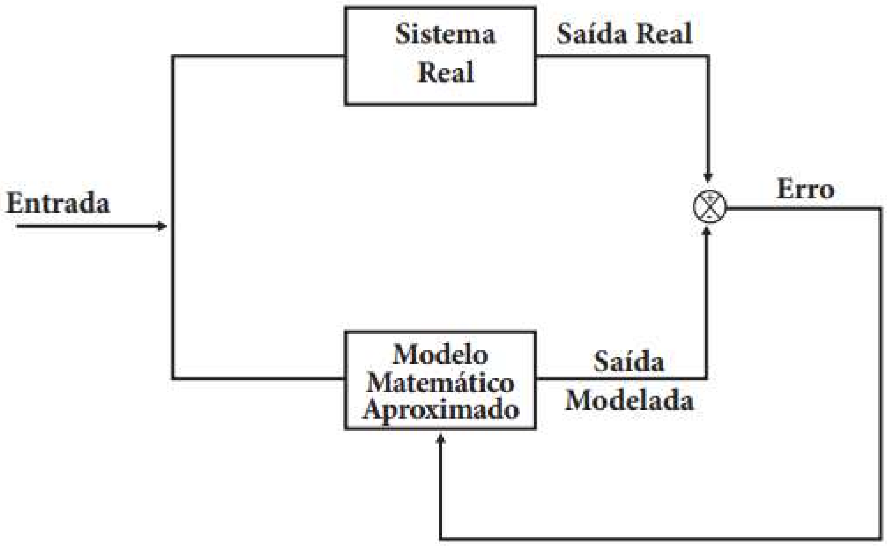
↓ Simplificação
↑ Precisão

1. <u>Definição do problema:</u>
    - Quais as variáveis do sistema? Quais são as entradas e saídas?
2. <u>Aplicação das leis fundamentais:</u>
    - Quais são as leis que regem o comportamento do sistema?
3. <u>Simplificações:</u>
    - Quais considerações e arredondamentos posso realizar? Equilíbrio entre simplicidade e precisão.



https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b6/Cart-pendulum.png

4. Equacionamento:
    - Descrever as equações físicas do seu sistema. O número de variáveis deve ser igual ao número de equações.
5. Validação da modelagem:
    - Realizar testes e verificar as resposta a certo comportamento.



TAVARES (2017)

Conceitos

Introdução aos sistemas dinâmicos

Função de Transferência

Transformada de Laplace

$$L\{f(t)\} = F\ (s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-\,st}\, dt$$

- Forma de representar e analisar a relação entre saída (Y) e entrada (X);
- São equações obtidas por Transformada de Laplace, no domínio da frequência;

$$F(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{numerador}{denominador}$$

- <u>Numerador apresenta os zeros da função;</u>
- <u>Denominador apresenta os polos da função.</u>

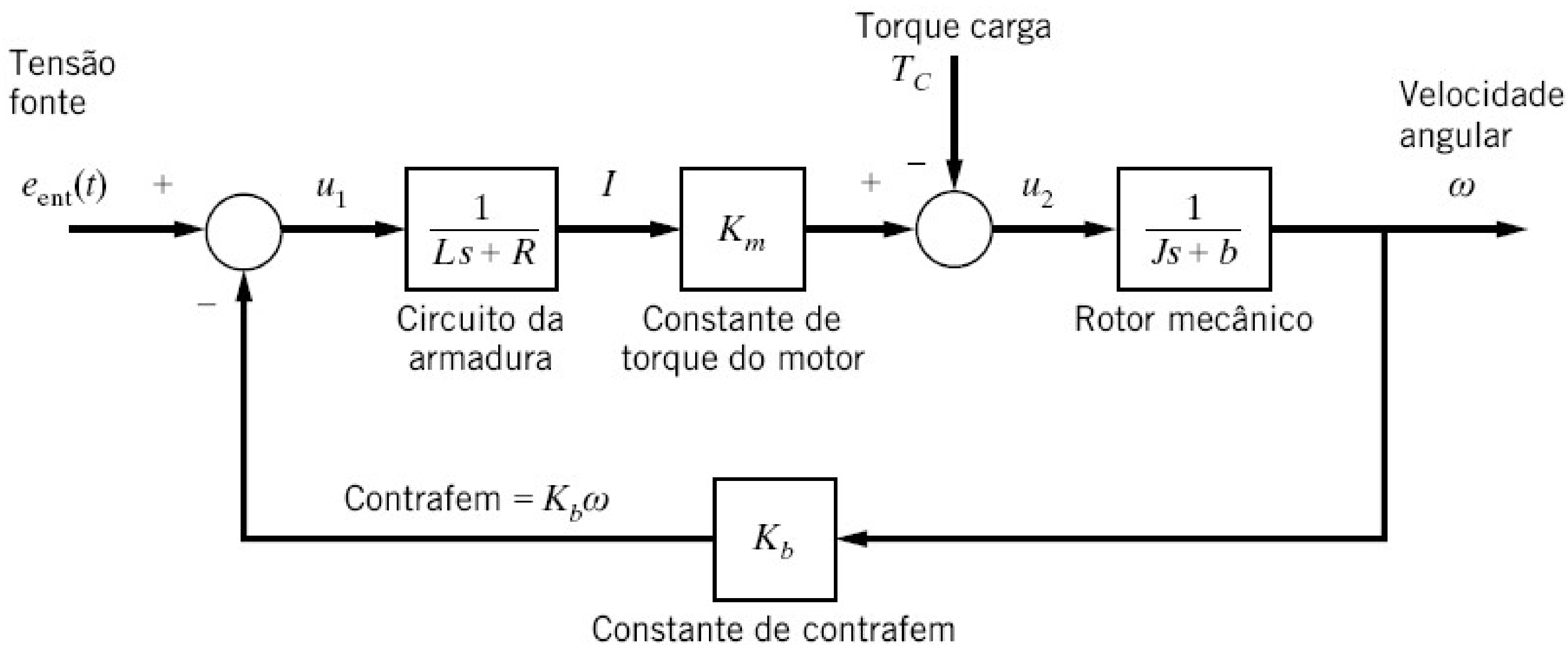
Diagrama de blocos

- Representação gráfica de sistemas por blocos interconectados;

TAVARES (2017)

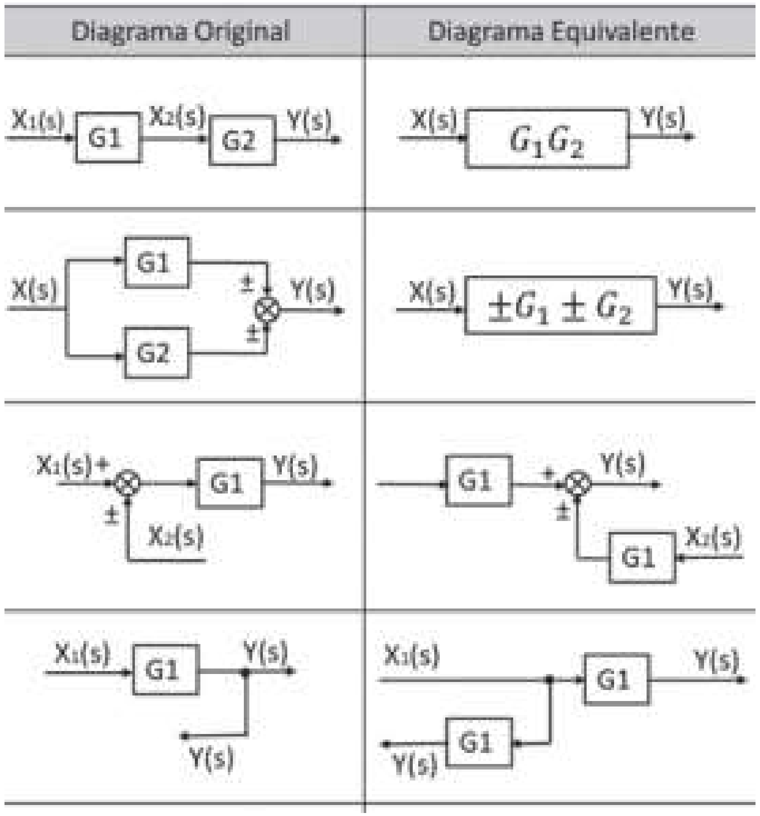
- Auxilia na simplificação da análise dos sistemas.
- Pode ser simplificado para um único bloco.

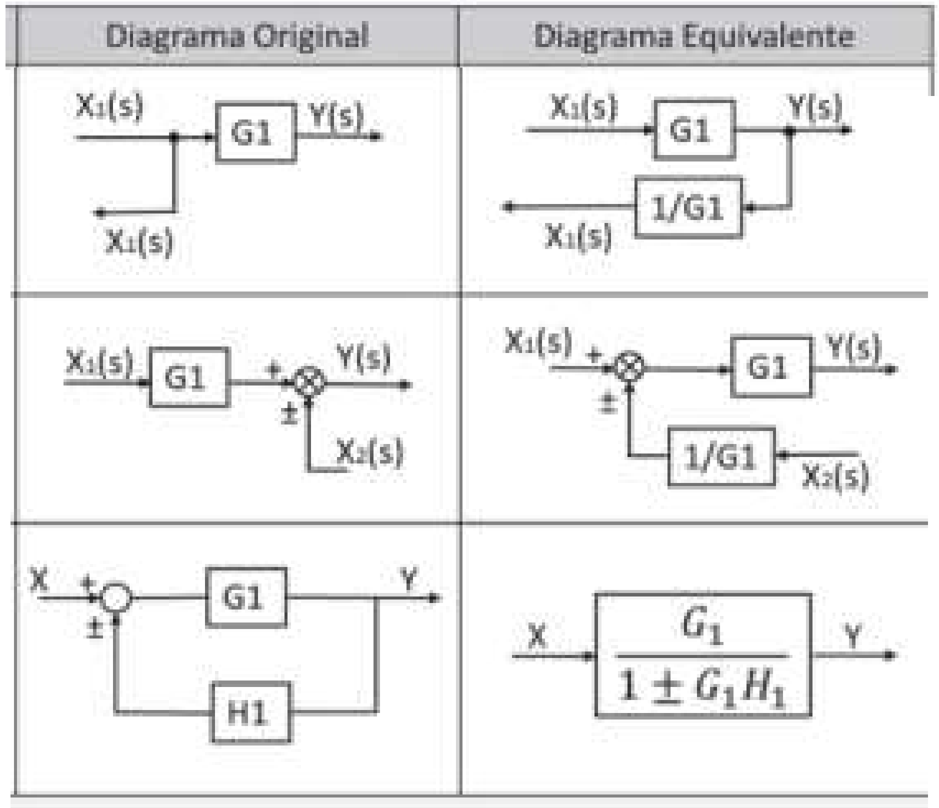
Diagrama de blocos



KLUEVER (2018)

Simplificação do diagrama de blocos

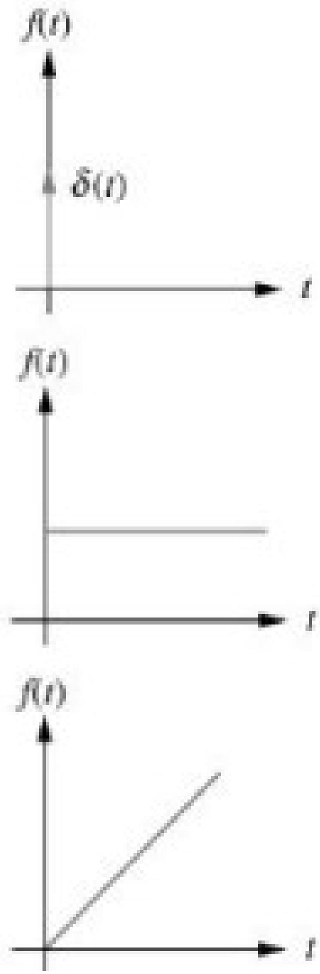




TAVARES (2017)

Sinais de entrada

- <u>Função impulso</u>: é aplicar uma energia inicial no sistema (descarregamento de um sistema);
- <u>Função degrau</u>: é aplicar na entrada o valor esperado na saída (carregamento de um sistema);
- <u>Função rampa</u>: é um comando linearmente crescente



TAVARES (2017)

<u>Impulso</u> -> resposta transitória e modelagem

<u>Degrau</u> -> resposta transitória e erro em regime permanente

<u>Rampa</u> -> erro em regime permanente

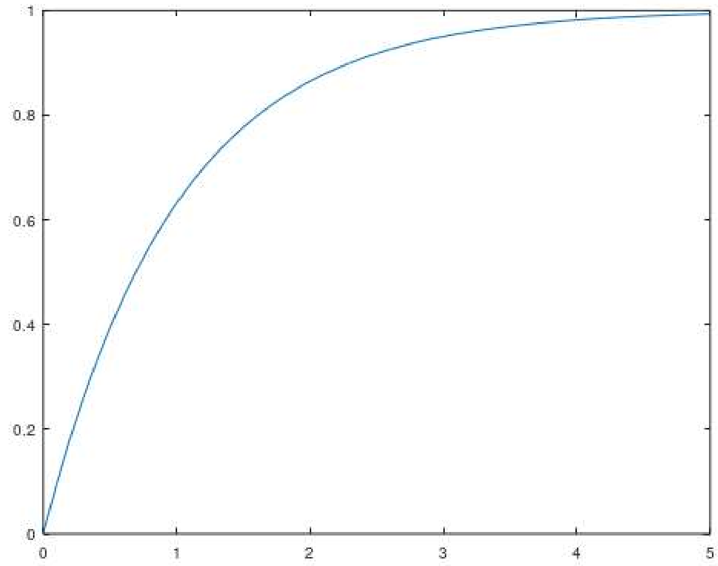
Conceitos

Sistemas dinâmicos de 1ª e 2ª ordem

Sistema de 1ª ordem

- São sistemas que se altera apenas a velocidade da resposta;
- Sua função de transferência tem o seguinte formato:
- $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{T \cdot s+1}$
- Em que T é conhecida como constante de tempo da resposta do sistema.

Resposta à um degrau:



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

- Aplicando um degrau no sistema de 1ª ordem:
- $Y(s) = \frac{1}{T \cdot s+1} \cdot X(s) = \frac{1}{T \cdot s+1} \cdot \frac{1}{s}$
- Para obter o gráfico da resposta no tempo precisamos fazer a inversa de Laplace.
- $Y(s) = \frac{1}{T \cdot s+1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{-T}{Ts+1} + \frac{1}{s} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/T}$

Transformada de Laplace

$$f(t) = 1 - e^{-t/T}$$

$f(t)$	$F(s)$
$e^{-a \cdot t}$	$1/(s+a)$
1	$1/s$

Constante de tempo:

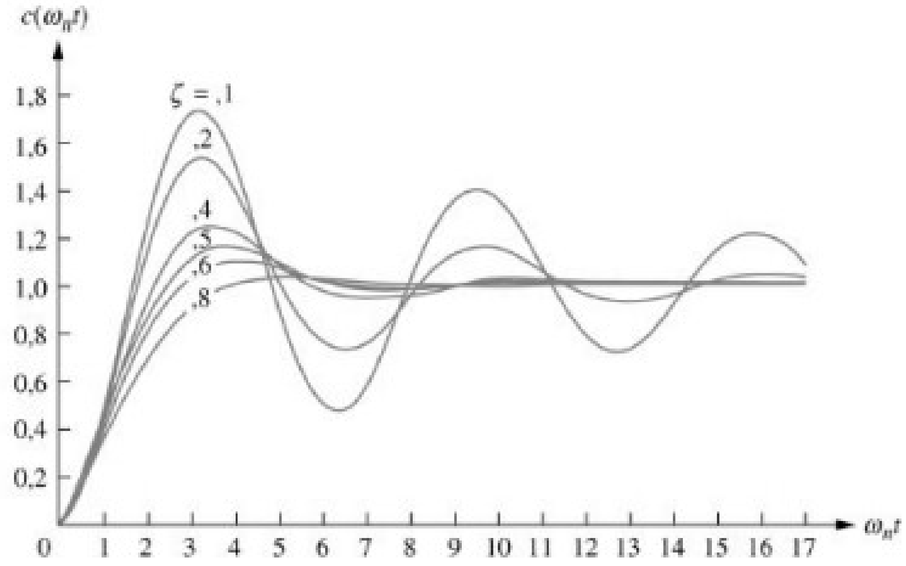
t	$saída$
$1T$	63,2%
$2T$	86,5%
$3T$	95%
$4T$	98,2%
$5T$	99,3%

Sistemas de 2ª ordem

- São sistemas que altera a forma e o tempo da resposta;
- Sua função de transferência tem o seguinte formato:

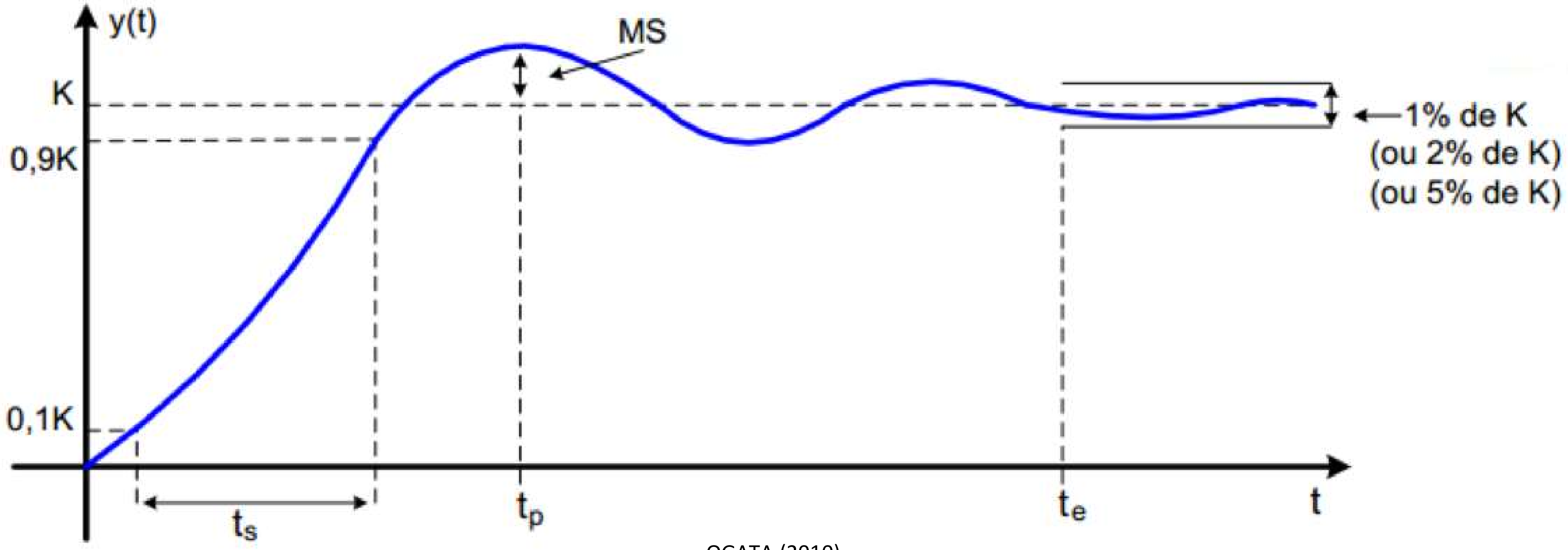
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + {\omega_n}^2}$$

- Em que ω_n é frequência natural e ξ (qsi) é o fator de amortecimento.



NISE (2013)

Variáveis do sistema de 2ª ordem



OGATA (2010)

- Tempo de subida (ts): tempo que a resposta vai de 0,1K até 0,9K;
- Tempo de pico (tp): instante que atinge o valor máximo;
- Tempo de estabelecimento (te): tempo que levado para atingir 2% da resposta final;
- MS (ou MP): valor máximo da curva (%);

Tipos de respostas dos sistemas de 2ª Ordem

- Resposta não amortecida (quando $\xi = 0$) ; Ex.: $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{4}{s^2+0s+4}$
- Resposta subamortecida (quando $0 < \xi < 1$) ;

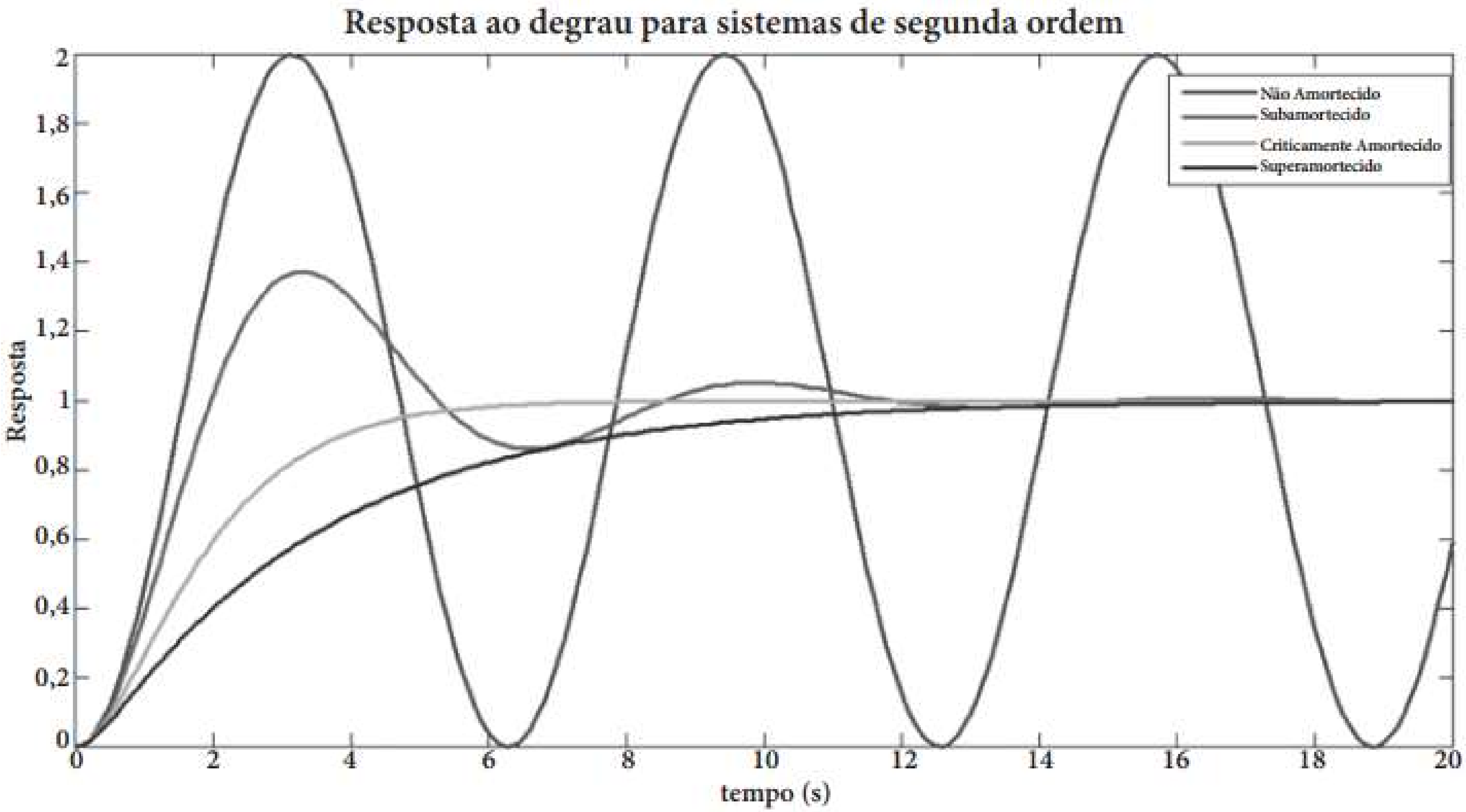
  Ex.: $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{4}{s^2+2s+4}$

- Resposta criticamente amortecida (quando $\xi = 1$);

  Ex.: $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{4}{s^2+4s+4}$

- Resposta superamortecida (quando $\xi > 1$)

  Ex.: $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{4}{s^2+8s+4}$



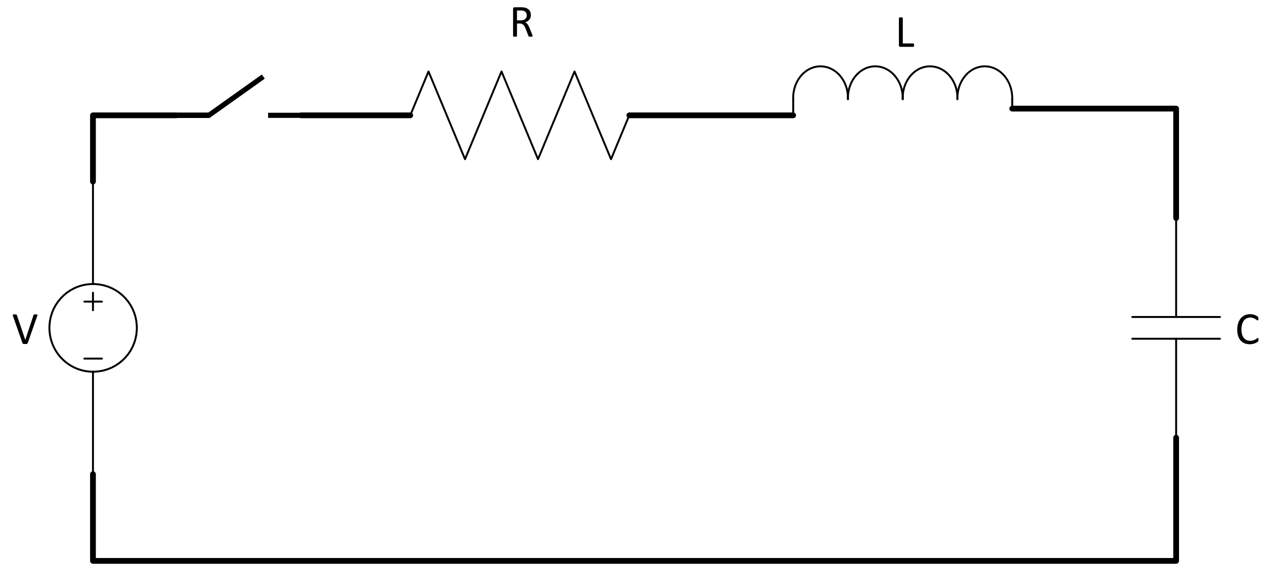
TAVARES (2017)

Conceitos

Modelagem de sistemas elétricos

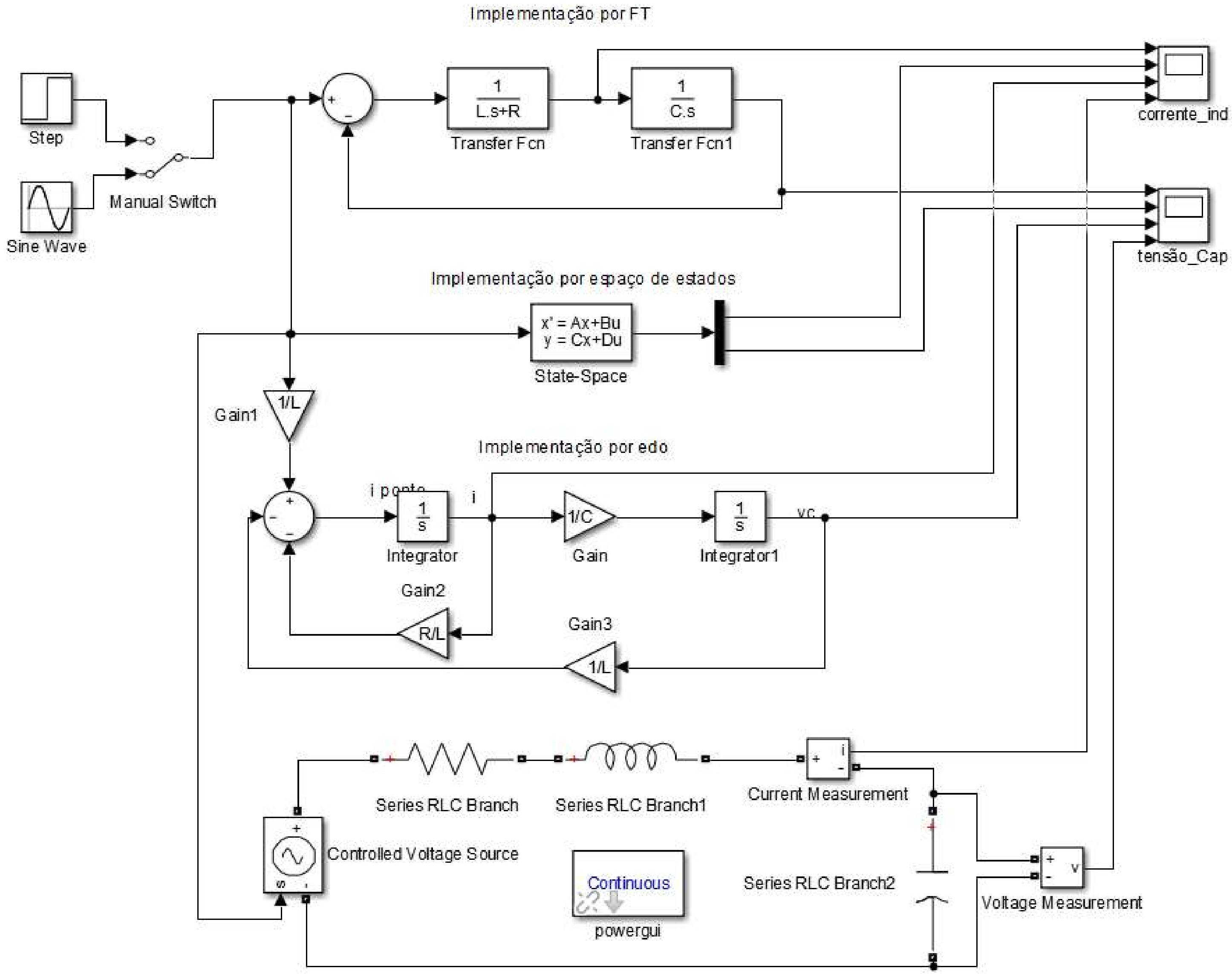
Modelagem de circuito RLC Série

- Modelar por EDO, Espaço de estados e FT



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

```
R=1.5;
L=0.5;
C=10e-3;
```


Implementação por FT
Step
Sine Wave
Manual Switch
1
L.s+R
Transfer Fcn
1
C.s
Transfer Fcn1
corrente_ind
tensão_Cap
Implementação por espaço de estados
x' = Ax+Bu
y = Cx+Du
State-Space
1/L
Gain1
Implementação por edo
i ponto
i
1
s
Integrator
1/C
Gain
1
s
Integrator1
vc
Gain2
R/L
Gain3
1/L
Series RLC Branch
Series RLC Branch1
Current Measurement
Controlled Voltage Source
Continuous
powergui
Series RLC Branch2
Voltage Measurement

Referências

- OGATA, K. – **Engenharia de Controle Moderno**. Prentice-Hall. Rio de Janeiro, 1982.
- COUGHANOWR e KOPPEL - **Process Systems Analysis and Control**. McGraw Hill, 1991.
- COUGHANOWR e KOPPEL - **Análise e Controle de Processos**. Editora Guanabara, 1987.
- KLUEVER, C. A. **Sistemas dinâmicos**: modelagem, simulação e controle. Rio de Janeiro: LTC, 2017.