

## การทดลองที่ 3

### การวัดความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

#### วัตถุประสงค์

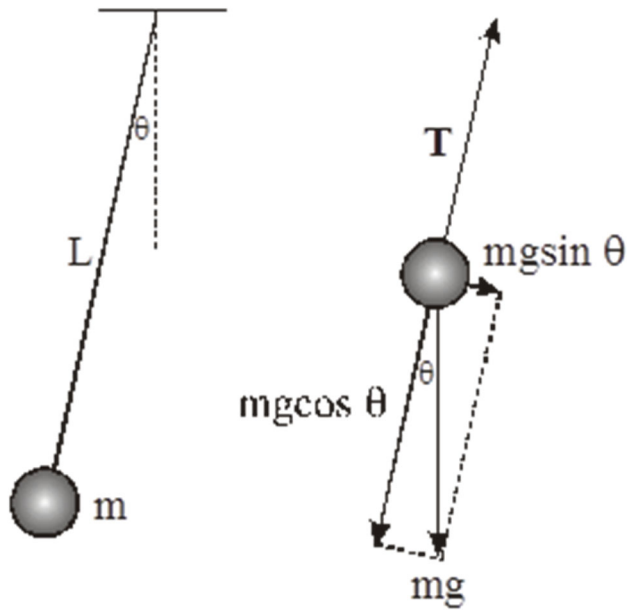
1. เพื่อศึกษาการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกาอย่างง่ายและลูกตุ้มนาฬิกาฟิสิกส์
2. เพื่อวัดค่าความเร่งโน้มถ่วงของโลก จากคาบการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกาอย่างง่าย
3. เพื่อวัดค่าความเร่งโน้มถ่วงของโลก จากคาบการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกาฟิสิกส์

#### ความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้อง

การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเป็นการเคลื่อนที่ที่กลับไปกลับมาผ่านตำแหน่งสมดุล โดยการกระจัดของวัตถุเป็นฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์ ซึ่งเป็นฟังก์ชันฮาร์มอนิก จึงเรียกว่าการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิก การเคลื่อนที่ที่ง่ายที่สุดของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิก เรียกว่า การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิก อย่างง่าย

ลูกตุ้มนาฬิกา เป็นตัวอย่างหนึ่งของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิก มีหลายประเภท ในการทดลองนี้ เราสนใจศึกษาลูกตุ้มนาฬิกาอย่างง่าย (Simple pendulum) และลูกตุ้มนาฬิกาฟิสิกส์ (Physical pendulum) เพื่อนำมาหาค่าความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วง

ลูกตุ้มนาฬิกาอย่างง่าย ประกอบด้วยวัตถุก้อนเล็ก ๆ ห้อยแขวนไว้ด้วยเชือกที่มีมวลน้อยเมื่อเทียบกับก้อนวัตถุ ตำแหน่งของลูกตุ้มขณะที่เส้นเชือกวางตัวอยู่ในแนวตั้งเรียกว่าตำแหน่งสมดุล ถ้าดึงลูกตุ้มให้เคลื่อนที่ออกไปจากตำแหน่งดังกล่าว จนเส้นเชือกทำมุม  $\theta$  กับแนวตั้งแล้วปล่อย ลูกตุ้มจะเคลื่อนที่กลับไปกลับมาผ่านตำแหน่งสมดุล โดยมีเส้นทางการเคลื่อนที่เป็นส่วนโค้งของวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับความยาวของเส้นเชือก แรงที่กระทำต่อลูกตุ้มในขณะต่าง ๆ แสดงดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แสดงแรงทั้งหมดที่กระทำต่อลูกตุ้ม

จากรูปที่ 3.1 จะเห็นได้ว่าแรงที่ดึงให้ลูกตุ้มกลับสู่ตำแหน่งสมดุลคือ องค์ประกอบหนึ่งของน้ำหนักลูกตุ้มหรือ  $mg \sin \theta$  นั่นเอง โดย  $m$  เป็นมวลของลูกตุ้ม และ  $g$  เป็นขนาดความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก ดังนั้นความเร่งขณะต่าง ๆ ในการกลับเข้าสู่ตำแหน่งสมดุลของลูกตุ้มจึงมีขนาดเท่ากับ  $g \sin \theta$  ตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน ( $F = ma$ )

ในกรณีที่มุม  $\theta$  มีขนาดเล็กมาก (ไม่เกิน 10 องศา) ค่า  $\sin \theta$  สามารถแทนได้ด้วย  $\theta$  ที่วัดในหน่วย เรเดียน (rad) ทำให้ขนาดความเร่งในการกลับเข้าสู่ตำแหน่งสมดุลของลูกตุ้มเขียนแทนได้ด้วยสมการ

$$a = g\theta = \frac{gx}{L} \quad (3.1)$$

โดย  $x$  เป็นตำแหน่งของลูกตุ้มเทียบกับตำแหน่งสมดุล และ  $L$  เป็นความยาวของเชือก

สมการ (3.1) แสดงว่าขนาดความเร่งในการกลับเข้าสู่ตำแหน่งสมดุลของลูกตุ้มเป็นสัดส่วนโดยตรงกับตำแหน่งของลูกตุ้ม นั่นคือลูกตุ้มมีการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิก ซึ่งมี

ช่วงเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ครบรอบหรือที่เรียกว่า คาบคงที่ ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดความเร่งกับคาบเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$a = \omega^2 x = \frac{4\pi^2 x}{T^2} \quad (3.2)$$

เมื่อ  $T$  เป็นคาบการแกว่งของลูกตุ้ม

จากการเทียบสมการ (3.1) และ (3.2) เข้าด้วยกันจะได้ว่า

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{L}$$

หรือ

$$T^2 = \frac{4\pi^2 L}{g} \quad (3.3)$$

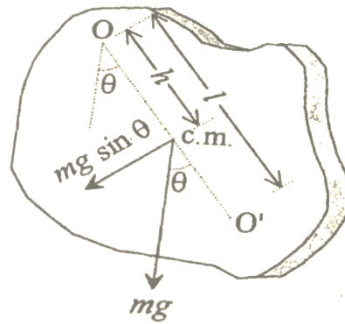
ดังนั้นถ้าเปลี่ยนความยาวของเชือกที่ใช้แขวนลูกตุ้ม จะทำให้คาบของการแกว่งเปลี่ยนแปลงไปด้วย เมื่อเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์โดยให้กำลังสองของคาบการแกว่งเป็นแกนตั้ง และความยาวของเชือกเป็นแกนนอน จะได้กราฟเส้นตรงที่มีความชัน (slope) เท่ากับ  $\frac{4\pi^2}{g}$  จึงอาจคำนวณขนาดความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกได้ด้วยสมการ

$$g = \frac{4\pi^2}{\text{slope}} \quad (3.4)$$

ดังนั้น การวัดความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงสามารถทำได้โดยอาศัยความจริงที่ได้จากการศึกษาการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกาอย่างง่าย

ลูกตุ้มนาฬิกาพิสิกล คือวัตถุแข็งเกร็งที่ถูกทำให้แกว่งในระนาบตั้งรอบแกนที่ผ่านจุดใดจุดหนึ่งบนวัตถุนั้น ลูกตุ้มนาฬิกาพิสิกลอาจมีเป็นรูปทรงเรขาคณิตหรือรูปทรงใด ๆ ก็ได้ รูปที่ 3.2 วัตถุมวล  $m$  แกว่งรอบแกนที่อยู่ในแนวระดับและผ่านจุด  $O$  ขณะอยู่นิ่ง จุดศูนย์กลางมวล

ของวัตถุ (จุด  $C.M.$ ) จะอยู่ในแนวตั้งใต้จุด  $O$  ให้ระยะระหว่างจุด  $O$  ถึงจุด  $C.M.$  เท่ากับ  $h$  และโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรอบแกนที่ผ่านจุด  $O$  เป็น  $I$



รูปที่ 3.2 แสดงลูกตุ้มนาฬิกาฟิสิกส์

ถ้าออกแรงดึงวัตถุให้มีการกระจัดเชิงมุม  $\theta$  จากแนวตั้ง เมื่อปล่อยวัตถุมีน้ำหนัก  $mg$  จะทำให้เกิดทอร์กเรียกว่า ทอร์กคืนตัว (restoring torque) ซึ่งทำให้วัตถุแกว่งกลับสู่ตำแหน่งสมดุล ทอร์กนี้หาได้จากสมการ

$$\Gamma = -mgh \sin \theta \quad (3.5)$$

เครื่องหมาย - แสดงว่า  $\Gamma$  เป็นทอร์กคืนตัว

ในกรณีที่มุม  $\theta$  เป็นมุมเล็กๆ พบว่า  $\sin \theta \approx \theta$  มีหน่วยเป็นเรเดียน ดังนั้น

$$\Gamma = -mgh \theta \quad (3.6)$$

จากกฎการเคลื่อนที่เชิงมุม

$$\Gamma = I\alpha \quad (3.7)$$

ได้คาบของลูกตุ้มนาฬิกาฟิสิกส์เท่ากับ

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}} \quad (3.8)$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I_{cm} + mh^2}{mgh} \quad (3.9)$$

$$g = 4\pi^2 \left( \frac{I_{cm} + mh^2}{mT^2 h} \right) \quad 3.10$$

โมเมนต์ความเฉื่อยของไม้เมตรรอบแกนที่ผ่านจุด  $O$  เป็น

$$I_{cm} = \frac{1}{12} mL^2 \quad (3.11)$$

และคำนวณขนาดความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกได้ด้วยสมการ

$$g = 4\pi^2 \left( \frac{\frac{1}{12} mL^2 + mh^2}{mT^2 h} \right) \quad (3.12)$$

ดังนั้นการวัดความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงสามารถทำได้โดยอาศัยความจริงที่ได้จากการศึกษา  
การแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกาพิกัลด้วย

### อุปกรณ์การทดลอง

1. เสาค้างพร้อมขอสำหรับแขวนลูกตุ้ม	1	ชุด
2. ลูกตุ้มโลหะ	1	ลูก
3. เชือกขนาดเล็ก	1	เส้น
4. ไม้เมตร	1	อัน
5. นาฬิกาจับเวลาความละเอียด 0.01 s	1	เรือน
6. ฐานตั้งและแกนหมุน	1	ชุด
7. ไม้เมตรที่เจาะรู	1	อัน
8. ลูกตุ้มพร้อมเชือกแขวน	1	ชุด
9. เครื่องชั่งมวลพร้อมตุ้มน้ำหนัก	1	ชุด