

## Riesgo de Mercado

Valuación de instrumentos financieros

#### ITam

## Matemáticas financieras (repaso)

- Interés: Compensación que deudor paga a prestamista. Valor del dinero en el tiempo
- Valor presente: Valor de una deuda antes de su vencimiento (deuda\* factor de descuento)

$$C = \frac{S}{(1+i)}$$

Valor futuro: Valor de una deuda después de su fecha inicial.

$$C = S * (1 + i)$$

- Interés simple: S = C \* (1 + i t)
- Interés compuesto:  $S = (1 + i)^n \quad \forall n \ge 0$
- Tasade interés compuesta m veces al año:  $S = C * (1 + ^{i_m})^{n * m}$



#### Mercado de Dinero

 El Gobierno Federal, los gobiernos estatales o locales y las empresas paraestatales o privadas pueden necesitar financiamiento, ya sea para realizar un proyecto de inversión o para mantener sus propias actividades.

 Estas entidades pueden conseguir los recursos a través de un préstamo; solicitando un crédito a un banco o a través de la emisión de un instrumento de deuda. El mercado de deuda es la infraestructura donde se emiten y negocian los instrumentos de deuda



#### Mercado de Dinero

 Los instrumentos de deuda son títulos, es decir, documentos necesarios para hacer válidos los derechos de una transacción financiera.

 Representan el compromiso por parte del emisor (en este caso la entidad) de pagar los recursos prestados, más un interés pactado o establecido previamente, al poseedor del título (o inversionista), en una fecha de vencimiento dada.

## **am** Bonos

- Existen tres tipos de bono por su tasa:
  - Bonos cupón cero: Títulos a un plazo determinado, que devengan intereses una sola vez, al vencimiento, a una tasa de rendimiento determinada al inicio, y que amortizan el nominal también al vencimiento. Seoperan a descuento.
  - Bonos con cupones a tasa variable: Títulos que generan intereses no sólo al vencimiento, sino en intervalos fijos durante la vida del instrumento, a una tasa variable que depende de uno o más factores específicos. El monto nominal puede amortizar en una exhibición al vencimiento o en varias durante la vida del instrumento.
  - Bonos con cupones a tasa fija: Títulos generan intereses no sólo al vencimiento, sino en intervalos fijos durante la vida del instrumento, a una tasa fija predeterminada desde la emisión del instrumento. El monto nominal puede amortizar en una sola exhibición al vencimiento o en varias durante la vida delinstrumento.

## Bono cupón cero

• Operan a descuento, por lo que su valuación consiste en traer a valor presente su valor nominal utilizando la tasa correspondiente y considerando el plazo avencimiento.

$$P = \frac{VN}{1 + i * \frac{T - t}{360}}$$

• También puede calcularse con la tasa de descuento:

$$P = VN * (1 - d * \frac{T - t}{360})$$

Donde:

P=precio

VN=valor nominal

i=tasa de rendimiento anual

d= tasa de descuento

T=día de vencimiento

t= día de valuación



## Ejemplo: Bono cupón cero

Valor nominal= \$10

Plazo a vto.= 28 días

Tasade rendimiento = 3.8%

P=

Valor nominal= \$10

Plazo a vto = 180 días

Días transcurridos = 53 días

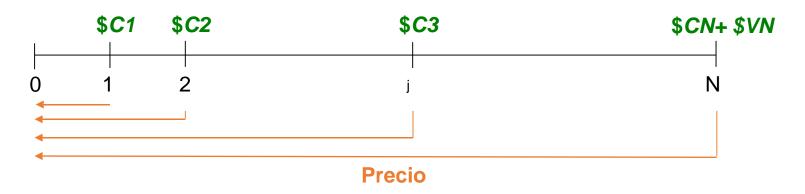
Tasade rendimiento = 3.97%

P=



## Bono cupones tasa variable

 Suvaluación consiste en obtener el valor presente de los flujos de los cupones y del valor nominal.



$$P = c_j *VN * \frac{p}{360}$$

Donde:

P = Precio

VN = Valornominal

*≒*tasa de rendimiento

N = número de cupones

c Cupón en el periodo j

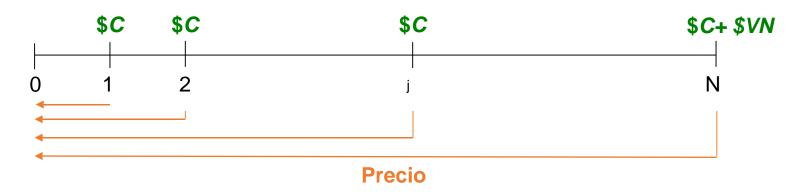
*i<sub>cj</sub>*=tasa cupón en el periodo j

p =plazo del cupón



## Bono cupones tasa fija

 Suvaluación consiste en obtener el valor presente de los flujos de los cupones y del valor nominal.



$$P = c = i_c *VN * \frac{p}{360}$$

Donde:

P = Precio

VN = Valornominal

*i*=tasa de rendimiento

N = número de cupones

*c*= Cupón

*i*=tasa cupón

p =plazo del cupón



## Ejemplo: Bono tasa fija

Valor nominal= \$100

Plazo= 1800 días

Tasa cupón=9%

Plazo de cupón= 180 días

Tasade rendimiento=9%

Cupón: 
$$c = 0.09 * 100 * \frac{180}{360}$$

Periodo	Flujo	Factor descuento	Flujo descontado
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
		Precio	

Precio a par



## Ejemplo: Bono tasa fija

Valor nominal= \$100

Plazo= 1800 días

Tasa cupón=9%

Plazo de cupón= 180 días

Tasade rendimiento=8%

Cupón: 
$$c = 0.09 * 100 * \frac{180}{360}$$

Periodo	Flujo	Factor descuento	Flujo descontado
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
		Precio	

Precio sobre par



## Ejemplo: Bono tasa fija

Valor nominal= \$100

Plazo= 1800 días

Tasa cupón=9%

Plazo de cupón= 180 días

Tasade rendimiento= 10%

Cupón:  $c = 0.09 * 100 \frac{180}{360}$ 

Periodo	Flujo	Factor descuento	Flujo descontado
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
		Precio	

Precio bajo par



## Bono tasa fija

#### 

- Precio sucio: Refleja la porción de los intereses generados entre la fecha del pago del último cupón y la fecha detransacción.
- Intereses Acumulados o Devengados: Son los intereses acumulados entre el día de pago del último cupón y la fecha en la que se realiza la transacción del bono.
- Precio Limpio: Esel precio al que se cotiza el bono, y se refiere el momento de pago del último cupón.



## Bono tasa fija

#### **Intereses Acumulados**



- Intereses Acumulados o Devengados: Flujo/plazo cupón \* Días devengados
- Precio sucio (precio de venta): Precio limpio (ex-cupón) + Intereses devengados

#### Ejercicio:

Bono vence en 1042 días VN=100, plazo cupón= 182, tc= 5%, r=6%, días devengados=50

## Administración de Riesgos

Duración, DV01 y Convexidad.

Duración y DV01: Son medidas que indican la sensibilidad del precio de un bono ante cambios en la tasa de interés.

Convexidad: Medida de sensibilidad de la duración ante cambios en la tasa de interés.

### Duración

¿Cómo se puede medir la sensibilidad de un bono ante cambios en la tasa de interés?

Si f es una función de x, el cambio en x es aproximadamente (por la expansión de Taylor):  $f(x) - f(x_0) \approx f'(x_0)(x-x_0)$ 

$$\frac{\partial P}{\partial i} =$$

La derivada parcial del bono con respecto a la tasa es negativa, es decir, un incremento en la tasa de interés provoca una disminución en el precio del bono y viceversa.

### Duración

El cambio en el precio de un bono cuando la tasa cambia en 100 puntos base (1 pb= .01%), se denomina como  $\Delta_{\$}$  y se define como:

$$\Delta_{\$} = \frac{\partial P}{\partial i} * \frac{(1+i)}{100}$$

Por lo tanto, para un bono con vencimiento enT, que paga  $K_t$  en el periodo t:

$$\Delta_{\$} = \frac{1 \cdot PV(K_{1}) + 2 \cdot PV(K_{2}) + ... + T \cdot PV(K_{T})}{100}$$

Donde 
$$PV(K_t) = \frac{K_t}{(1+i)^t}$$

### **DV01**

 $\Delta_{\$}$  es el cambio en el precio ante el cambio de 1% en la tasa de interés. Por otro lado, el cambio en el precio ante el cambio de un punto base es conocido como DV01, por lo tanto, se define como:

$$DV01 = -\Delta_{\$} / 100$$

También conocido como PVBP ("price value of a basis point") o PV01

## Duración de Macaulay

La duración de Macaulay se define como:

$$D_{y} = \frac{\partial P}{\partial i} * \frac{(1+i)}{P} = \frac{1 \cdot PV(K_{1}) + 2 \cdot PV(K_{2}) + \dots + T \cdot PV(K_{T})}{P}$$

 $D_y$  se define como el tiempo promedio ponderado del valor presente de los flujos.

En particular, para un bono cupón cero,  $D_{\nu}$  = T

La duración modificada se define como:  $D_{ymod} = \frac{D_y}{(1+i)} = \frac{\partial P}{\partial i} * \frac{1}{P}$ 

## Duración de Macaulay

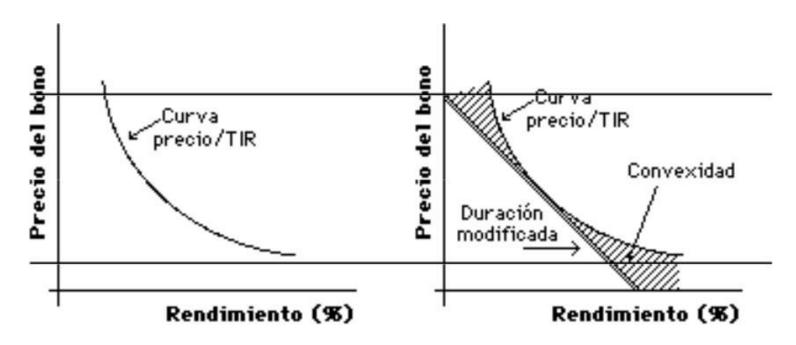
Por lo tanto,  $D_y$  proporciona una aproximación del porcentaje en el que cambia el precio del bono cuando cambia el la tasa de interés. Entonces, el cambio en el precio entre el precio es:

(cambio en precio/precio)=
$$D_{ymod}*\Delta i=\frac{\partial P}{\partial i}*\frac{1}{P}*\Delta i$$

 $\Delta i$  representa el cambio en la tasa de interés.

# Duración

Sin embargo, la duración modificada es una estimación de tipo lineal de una relación precio-rendimiento no lineal, que puede ser utilizada para predecir la variación en el precio de los bonos cuando se mueven los tipos de interés.



### Convexidad

La convexidad, definida como gamma, representa el cambio en la duración ante un cambio en la tasa de interés, es decir, es la segunda derivada del precio con respecto a la tasa de interés.

Se define como:

$$\Gamma_{\$} = \frac{1^2 \cdot PV(K_1) + 2^2 \cdot PV(K_2) + \dots + T^2 \cdot PV(K_T)}{10,000}$$

Donde 
$$PV(K_t) = \frac{K_t}{(1+i)^t}$$

## Aproximación del precio de un bono

Justificación matemática: Expansión de Taylor

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + (1/2)f''(x_0)(x - x_0)^2$$

Por lo tanto, una aproximación más cercana del cambio en el precio de un bono es:

$$\Delta P \approx - \Delta_{\$} (\Delta i^*100) + (1/2) \Gamma_{\$} (\Delta i^*100)^2$$

 $\Delta P$  representa el cambio en el precio.

## Ejemplo

Calcula el cambio del precio de un bono ante el cambio de 1% de la tasa de interés utilizando delta y gamma. El bono vence en tres años, paga cupón cada semestre, la tasa cupón es de 14%, la tasa de rendimiento es de 10.5% su valor nominal es de 100.

Periodo	Flujo	Factor de descuento	PV(Kt)	Delta	Gamma
0.5					
1					
1.5					
2					
2.5					
3					
		Suma			

## Ejemplo

Periodo	Flujo	Factor de descuento	PV(Kt)	Delta	Gamma
0.5	7	0.9513	6.659	3.3295	1.6647
1	7	0.9049	6.3343	6.3343	6.3343
1.5	7	0.8609	6.0263	9.0394	13.5591
2	7	0.8189	5.7323	11.4646	22.9292
2.5	7	0.7791	5.4537	13.6342	34.0856
3	107	0.7411	79.2977	237.8931	713.6793
		Suma	109.5034	281.6951	792.2522

Delta: 2.8169

Gama: 0.0792

Cambio en precio: -2.78

## Ejemplo

Valor presente del bono ante un aumento del 1% en la tasa de interés:

Periodo	Flujo	Factor de	PV(Kt)
Terrodo	Tajo	descuento	i V (ice)
0.5	7	0.947	6.629
1	7	0.8968	6.278
1.5	7	0.8493	5.945
2	7	0.8043	5.630
2.5	7	0.7617	5.332
3	107	0.7213	77.179
		Suma	106.993



## Duración de un portafolio

Para obtener la duración de un portafolio se calcula la duración ponderada de cada bono respecto a su peso en el portafolio.

#### Ejemplo:

Bono	Valor de Mercado	Ponderación	Duración
Α	10,000	0.10	4
В	40,000	0.40	7
С	30,000	0.30	6
D	20,000	0.20	2

$$D_P = 0.1 \times 4 + 0.4 \times 7 + 0.3 \times 6 + 0.2 \times 2 = 5.4$$



### Instrumentos derivados

Instrumento Derivado se refiere a un título cuyos flujos futuros dependen funcionalmente del valor de otro título o variable de mercado (subyacente).

#### El subyacente (*underlying variable*) puede ser el precio de un activo:

• acción, índice accionario, bono, commodity (oro, plata, petróleo), etc.

#### o una variable de mercado:

- tasa de interés, tipo de cambio, índice de inflación, etc.
- ...o algo más "raro":
  - eventos climáticos, eventos de crédito, etc.
- Sepueden utilizar con variosfines:
  - cobertura de riesgo,
  - especulación (apostar a cierto comportamiento futuro del mercado),
  - para explotar alguna oportunidad de arbitraje existente.



#### Mercado de derivados

Mercado Bursátil, o Bolsa de Derivados (Exchange-Traded Markets)

Secomercian contratos estandarizados.

Sus características y mecanismos permiten que ambas contrapartes del contrato cumplan con las obligaciones contraídas.

Mercado Extrabursátil, o OTC (Over-the-Counter)

Se comercia entre particulares fuera de los mercados bursátiles, generalmente a través de un "dealer" por telefónicos o medios electrónicos.



### Derivados básicos

- Forwards:
   obligación de comprar/vender en el futuro a un precioprefijado.
- Futuros: como el Forward, pero estandarizado y con Mark-to-Market.
- Swaps: intercambio de dos flujos de dinero en elfuturo.
- *Opciones*: derecho de comprar/vender en el futuro a un precio prefijado.

### Tam Forwards

Son contratos a la medida, comercializados OTC.

- Posición Larga en un Forward:
- El comprador de un contrato forward adquiere la obligación de comprar el subyacente a un precio y en un plazo determinado.
- Posición Corta en un Forward:
- El *vendedor* de un contrato futuro adquiere la obligación de **vender** el subyacente a un precio y en un plazo determinado.

El precio forward es el precio prepactado hoy al que se realizará la compra/venta en el futuro:

se determina de modo que el contrato forward valga \$0 hoy.

#### ITam

### **Forwards**

**Ejemplo**: Una empresa mexicana importa mercancía por valor de \$100,000 USD con un crédito a 3 meses, a una tasa anual del 1.2%.

• La compañía deberá pagar dentro de tres meses:

$$100,000USD \left(1 + \frac{0.012}{4}\right) = 100,300USD$$

- Para protegerse de una probable depreciación del MXN ante el USD, la empresa desea comprar forwards del dólar a tres meses.
- Un banco le ofrece a la empresa un tipo de cambio forward a tres meses de 12.70 MXN/1 USD.
- Comprando dicho contrato (posición larga), la empresa está obligada a entregarle dentro de tres meses al banco una cantidad de:

$$100,300USD*12.70=1,273,810MXP$$

y a cambio recibirá del banco (*posición corta*) los \$100,300 USD, con los que inmediatamente liquidará su crédito.

### ITam Forwards

**Ejemplo(cont)**: Supongamos que dentro de tres meses el tipo de cambio vigente es de 12.80 MXN/1 USD.

• Si la empresa no hubiera comprado el contrato forward, hubiera necesitado desembolsar, para liquidar su crédito, una cantidad de:

$$100,300USD *12.80 = 1,283,840 MXP$$

• El contrato forward representó un ahorro de:

$$1,283,840 MXP - 1,273,810 MXP = 10,030 MXP$$

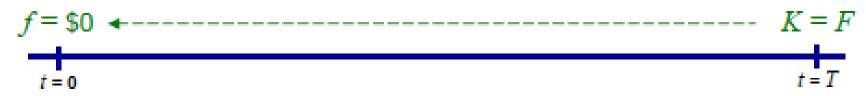
- Pero si dentro de tres meses el tipo de cambio vigente es 12.30 MXN/1 USD:  $100,300 \, USD *12.30 1,273,810 \, MXP = -40,120 \, MXP$
- La empresa tiene **pérdidas** debido a que el contrato forward la **obliga** a comprar dólares a un tipo de cambio peor al delmercado.



### **Precio Forwards**

#### Valor de Contrato Forward

#### Precio de entrega



precio spot:  $S_0$ 

precio spot:  $S_{T}$ 

#### El precio forward es:

$$F = S_0 e^{rT}$$

#### Donde:

F= Precio Forward

 $S_0$ =Precio spot del subyacente hoy (t=0).

 $S_T$ =Precio spot del subyacente en T( desconocido en t=0).

T=Plazo del contrato

r=Tasade interés libre de riesgo a plazo T (observada en t=0)



### Precio Forwards sobre moneda

Consideramos una moneda funcional (MF) y una moneda extranjera (ME).

El subyacente es cierto número de unidades de ME.

El precio forward es:

$$F = S_0 e^{(r-r_e)T}$$

#### Donde:

F= Precio Forward en MF de una unidad de ME

 $S_0$ =Precio spot en MF de una unidad de ME

 $S_T$ =Precio spot del subyacente en T( desconocido en t=0).

T=Plazo del contrato

r=Tasade interés libre de riesgo a plazo T para préstamos enMF

 $r_e$ = Tasade interés libre de riesgo a plazo T para préstamos en ME

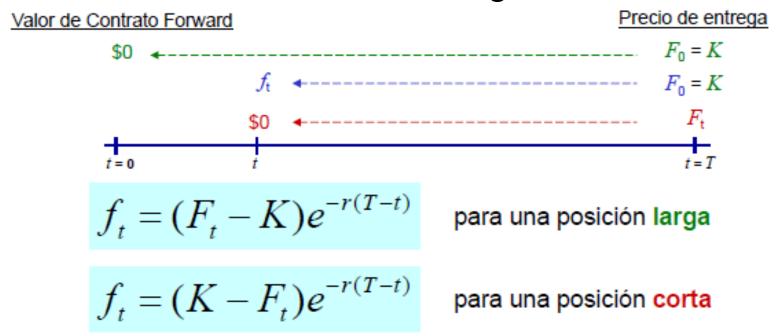


### Valor de un contrato Forwards

Al entrar en un contrato Forward en t=0 se elige el precio de entrega K igual al precio forward  $F_0$  para que el precio del contrato sea  $f_0=$ \$0.

Después de un tiempo t el precio de entrega seguirá siendo K, pero el precio forward en t con madurez en T habrá cambiado a  $F_t$ .

El valor  $f_t$ del contrato Forward en t será en general distinto de cero:





# Payoff del Contrato Forwards

Sidenotamos como:

F = precio de entrega (precio forward prepactado).

S = precio del subyacente en el momento de entrega.



Posición **larga** en un contrato forward en *t*=0:

- En t = 0 se compra el contrato por f0 = \$0. Sepactan  $Ty K = F_0$
- En t = T se compra el subyacente (con valor  $S_T$ ) a precio K

## ITam

# Ejemplo. Forwards

Serealiza un contrato forward para comprar un bono cupón cero con vencimiento a un año dentro de 4 meses con las siguientes características:

Precio del bono = \$9.30

Tasaanual (continua) =6%

• El precio del forward está dado por:

$$F = 9.30e^{.06(^{4}T_{12})} = 9.4879$$

## ITam

# Ejemplo. Forwards

Serealiza un contrato forward para el tipo de cambio USD/AUD con vencimiento en 2 años con las siguientes características:

USD/AUD = 0.6200

Tasabianual (continua) USD=7%

Tasabianual (continua) AUD = 5%

El precio del forward está dado por:

$$F = 0.62e^{(.07-.05)(2)} = 0.6453$$



• Al igual que los contratos Forward, los *Futuros* se refieren a contratos suscritos por dos contrapartes para intercambiar un activo en cierto tiempo futuro y a un precio preacordado.

• Al contrario de los Forward, los contratos de Futuros se intercambian en las Bolsas de Derivados, y el tamaño del contrato, el tiempo de vencimiento y el precio de entrega están estandarizados por la Bolsa.

• La Bolsas de Derivados establecen mecanismos que garantizan que ambas partes del contrato cumplan sus obligaciones (*Mark-to-Market*).

# Swaps

Un *Swap* es un acuerdo entre dos contrapartes para intercambiar flujos de efectivo en el futuro.

- Sesuelen intercambiar OTC, sin regulación
  - acuerdos a la medida, no contratos estándar
- Tienen plazos mayores a los Forwards y los Futuros
- Tienen varias fechas de pago.

Ejemplo: un Swap de Tasas se trata de una sucesión pagos:

- El comprador (posición larga) se compromete a pagar tasas fijas, y a realizar pagos periódicos predeterminados al vendedor del swap.
- El vendedor del swap (posición corta) se compromete a pagar tasas variables, también en forma periódica y en las mismas fechas.

**Propósito**: Permitir la conversión de instrumentos de tasa variable a instrumentos a tasa fija o viceversa.



# Ejemplo. Swaps

Para obtener el valor de un swap donde se recibe la tasa fija y se paga la tasa variable se requiere:

Valor nominal= \$100 Plazo de cupón= 180 días

Plazo= 1800 días Tasa de rendimiento= 10%

Tasa cupón=9%

Periodo	Tasa variable	Flujo tasa variable	Flujo	Factor descuento	Flujo variable descontado	Flujo fijo descontado	Neto
1	3.75%	3.75	4.5	0.952381	3.571429	4.285714	0.714286
2	3.90%	3.9	4.5	0.907029	3.537415	4.081633	0.544218
3	4.00%	4	4.5	0.863838	3.455350	3.887269	0.431919
4	4.20%	4.2	4.5	0.822702	3.455350	3.702161	0.246811
5	4.40%	4.4	4.5	0.783526	3.447515	3.525868	0.078353
6	4.60%	4.6	4.5	0.746215	3.432591	3.357969	-0.074622
7	4.75%	4.75	4.5	0.710681	3.375736	3.198066	-0.177670
8	4.80%	4.8	4.5	0.676839	3.248829	3.045777	-0.203052
9	5.00%	5	4.5	0.644609	3.223045	2.900740	-0.322304
10	5.10%	105.1	104.5	0.613913	64.522283	64.153935	-0.368348
					95.269543	96.139133	0.869589

# Opciones

*Opción* es un contrato que le da al tenedor (posición larga) el derecho, pero no la obligación, de realizar una compra (*Opción call*) o una venta (*Opción put*) en un momento futuro.

Por este derecho, el tenedor de la opción paga un precio o prima (option premium).

#### Terminología:

- *Ejercicio*: acto de invocar el derecho de compra (call) o venta (put).
- Precio de ejercicio (strike price): precio prefijado al que el comprador de la opción tiene derecho a comprar (call) o vender (put) el subyacente.
- Fecha de expiración: en la que vence el contrato
  - Opción Europea: solo se puede ejercer en la fecha de expiración
  - Opción Americana: se puede ejercer en cualquier momento antes de, e incluyendo, la fecha de expiración.
- Prima: valor de mercado del contrato.

Las opciones europeas únicamente pueden ser ejercidas en la fecha de expiración. Las opciones americanas puede ejercerse en cualquier momento previo a la fecha de expiración.

# Opciones

**Ejemplo**: La empresa del ejemplo anterior se cubrió ante la devaluación del MXN ante el USD comprado un contrato Forward:

- Si el MXN se sitúa por encima de 12.70, la empresa gana.
- Si el MXN se sitúa por debajo de 12.70, la empresa pierde.

Las pérdidas se deben a la **obligación** de comprar dólares a 12.70. Para evitar esto, la empresa podría comprar al banco una opción call europea, con una expiración de tres meses, y un precio de ejercicio de:

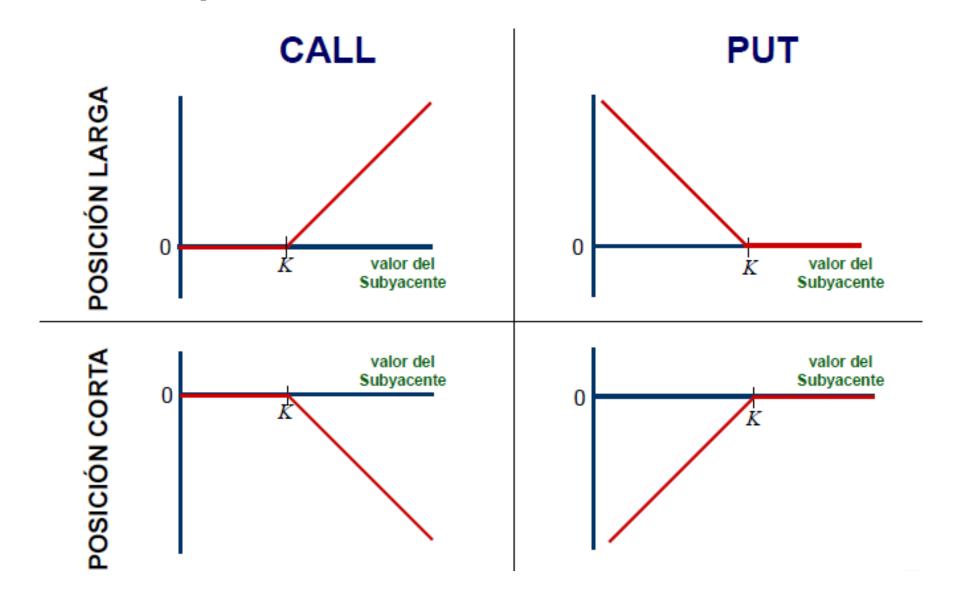
$$K = 100,300 USD *12.70 = 1,273,810 MXN$$

- Si en tres meses el tipo de cambio es 12.80, la empresa aún ahorra \$10,030 MXN.
- ero si en tres meses el tipo de cambio es menor a 12.70, la empresa **no ejerce la opción**, y compra los \$100,300 USDa precio de mercado.

Sin embargo, deberá pagar hoy al banco una prima c>0.

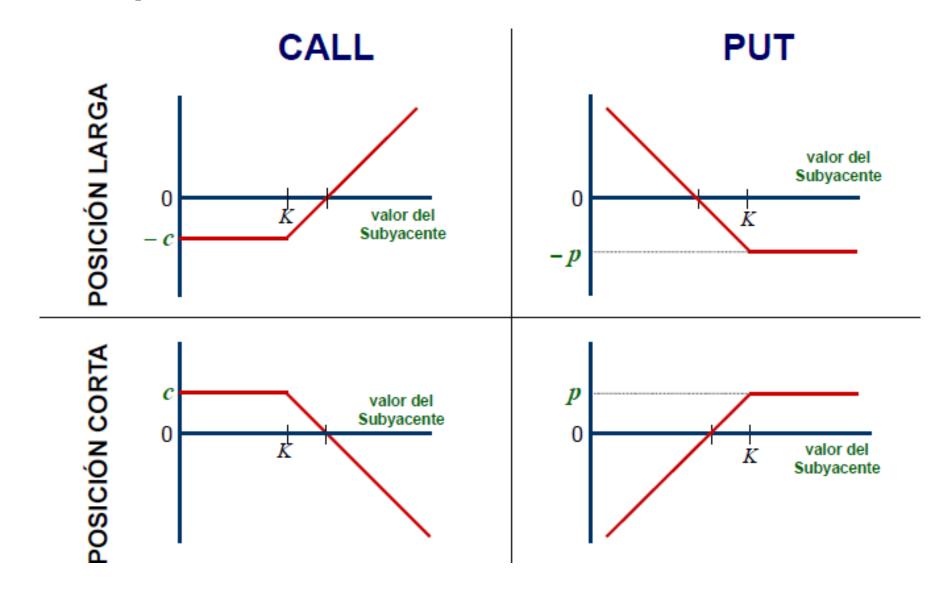


# Payoff de Opciones





# P&L de Opciones





# P&L de Opciones

	Call	Put		
Posición Larga	Compra a K	Vende a K		
(compra contrato)	<ul> <li>solo si S<sub>t</sub> &gt; K (in-the-money)</li> <li>no ejerce la opción si S<sub>t</sub> ≤ K</li> </ul>	• solo si $S_t < K$ (in-the-money) • no ejerce la opción si $S_t \ge K$		
(buyer)	Valor = $\max(S_t - K, 0)$ - $c$ (prima de la opción)	Valor = $\max(K - S_t, 0)$ - $p$ (prima de la opción)		
Posición Corta	Vende a K	Compra a K		
(vende contrato)	• solo si $S_{\rm t} > K$ (pierde, pero no tiene otra alternativa)	• solo si $S_{\rm t} < K$ (pierde, pero no tiene otra alternativa)		
(writer)	Recibe $c > 0$	Recibe $p > 0$		
	$Valor = c - \max(S_t - K, 0)$	$Valor = p - \max(K - S_t, 0)$		

## ITam Ejercicio

- 1. (similar a Hull 1.24) Describa el payoff de la siguiente estrategia:
  - a) El 1ro de Julio de 2018 entraren un contrato Forward para comprar 1,000 acciones de IBM el 1ro de Enero de 2019.
  - b) El 1ro de Septiembre de 2018 entrar en un contrato Forward para vender 1,000 acciones de IBM el 1ro de Enero de 2019.
- 1. (similar a Hull 1.25) El tipo de cambio spot es \$1.5580/£1, el tipo de cambio forward a 90 días es \$1.5556/£1, y a 180 días es \$1.5518/£1. ¿Qué oportunidades de arbitraje existen en los siguientes dos casos?
  - a) Put europea a 90 días con ejercicio \$1.59/£1, cuesta \$0.02.
  - b) Call europea a 180 días con ejercicio \$1.52/£1, cuesta \$0.02.
- 2. (Hull 1.41) Un agente compra una Call y vende una Put, ambas son opciones europeas con el mismo subyacente, expiración y precio de ejercicio.
  - a) Describa la posición del agente.
  - b) ¿Bajo qué circunstancias el precio de la Call y la Put será el mismo?