IFT 615 – Intelligence Artificielle

Planification dans les jeux compétitifs

Professeur: Froduald Kabanza

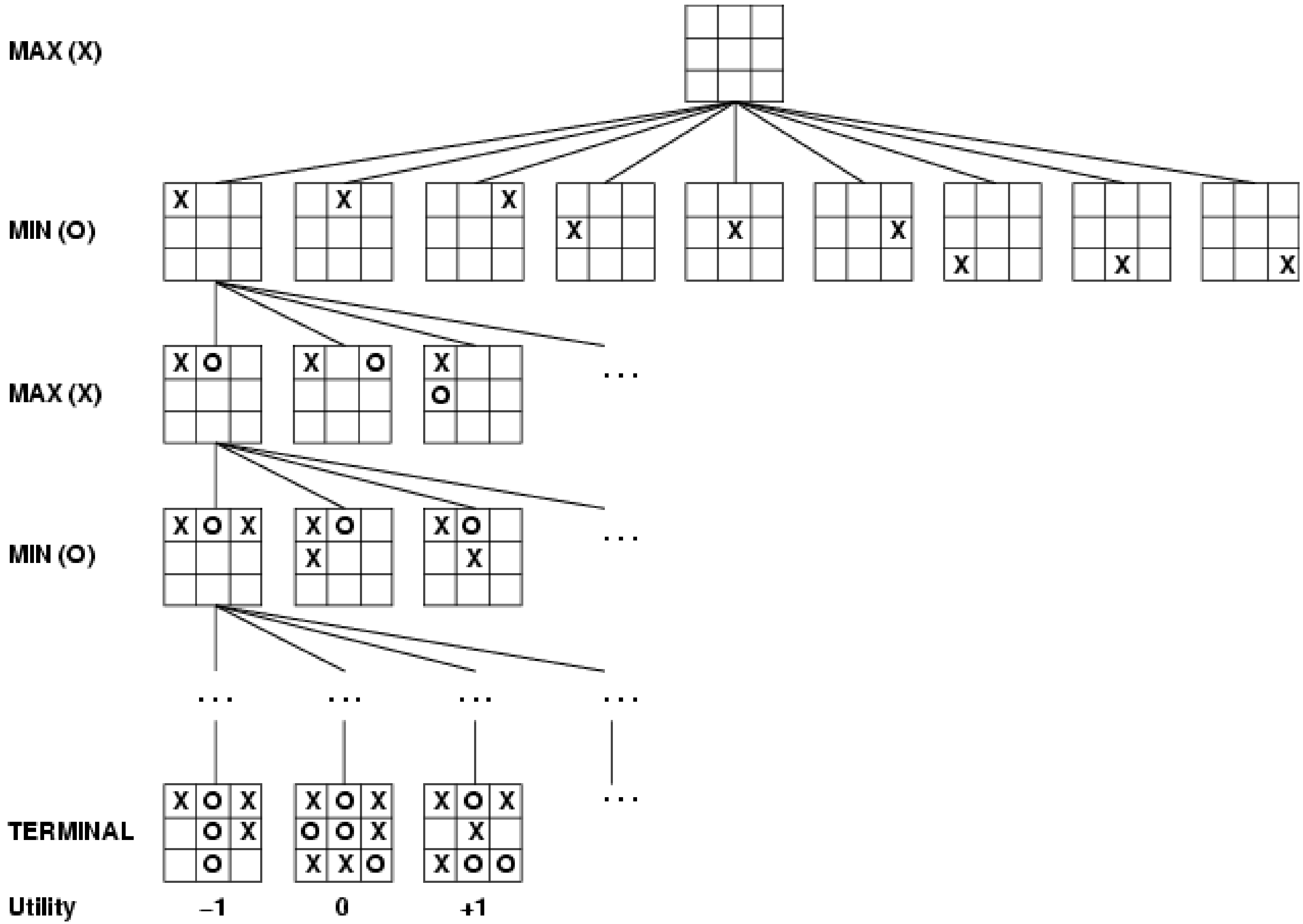
Assistants: D'Jeff Nkashama

Université de Sherbrooke

Objectifs

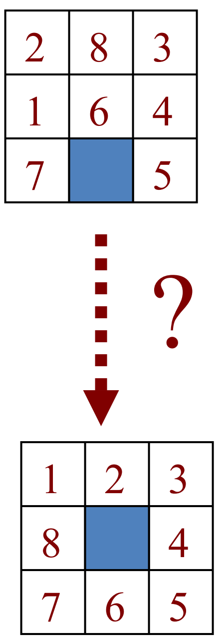
- Comprendre l'approche générale pour développer une IA pour un jeu à tour de rôle
- Comprendre et pouvoir appliquer l'algorithme *minimax*
- Comprendre et pouvoir appliquer l'algorithme d'élagage *alpha-bêta*
- Savoir traiter le cas de décisions imparfaites en temps réel (temps de réflexion limité)
- Comprendre et pouvoir appliquer l'algorithme *expectimax*
- Comprendre l'algorithme *Monte-Carlo-Tree-Search*

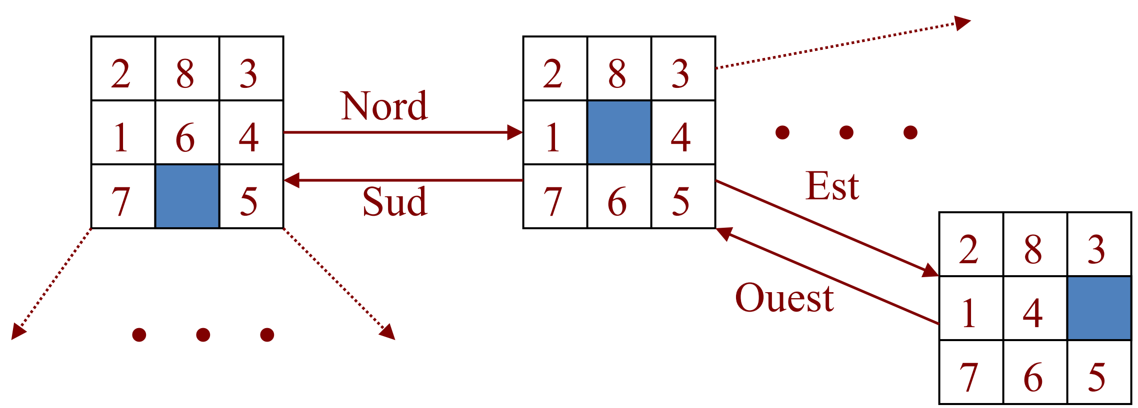
Arbre du jeu *tic-tac-toe (jeu du morpion)*



Rappel sur A*

- Notion d'état (configuration)
- État initial
- Fonction de transition (successeurs)
- Fonction de but (configuration finale)





Vers les jeux avec adversité …

- Q : Est-il possible d’utiliser A* pour des jeux entre deux adversaires ?
  - Q : Comment définir un état pour le jeu d’échecs ?
  - Q : Quelle est la fonction de but ?
  - Q : Quelle est la fonction de transition ?
- R : Non. Pas directement.
- Q : Quelle hypothèse est violée dans un jeu à deux adversaires?
- R : Dans les jeux, l’environnement est multi-agents. Le joueur adverse peut modifier l’environnement.
- Q : Comment peut-on résoudre ce problème ?
- R : C’est le sujet d’aujourd’hui !

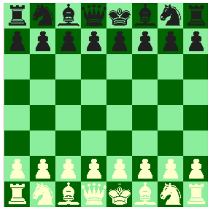
Particularité des jeux avec adversaires

- Plusieurs acteurs qui modifient l'environnement (les configurations/états du jeu).
- Les coups des adversaires sont "imprévisibles".
- Le temps de réaction à un coup de l'adversaire est limité.
- Les joueurs peuvent avoir une connaissance totale ou partielle de l'état du jeu.

Relation entre les joueurs

- De façon générale, la **théorie des jeux algorithmique** s'intéresse aux situations où les décisions d'un agent peuvent être influences par d'autres agents – *décisions multi-agent*.
- Dans un jeu, des joueurs peuvent être :
  - **Coopératifs**
    - » ils veulent atteindre le même but
  - Des **adversaires** en compétition
    - » un gain pour les uns est une perte pour les autres
    - » cas particulier : les jeux à somme nulle (*zero-sum games*)
      - – jeux d'échecs, de dame, tic-tac-toe, Go, etc.
  - **Mixte**
    - » il y a tout un spectre entre les jeux purement coopératifs et les jeux avec adversaires (ex. : alliances)

Hypothèses pour ce cours



- Dans cette leçon, nous aborderons les :
  - jeux à **deux adversaires**
  - jeux à **tour de rôle**
  - jeux à **somme nulle**
  - jeux avec états **complètement observés**

The Guardian

- Dans un premier temps, jeux **déterministes** (sans hasard ou incertitude)

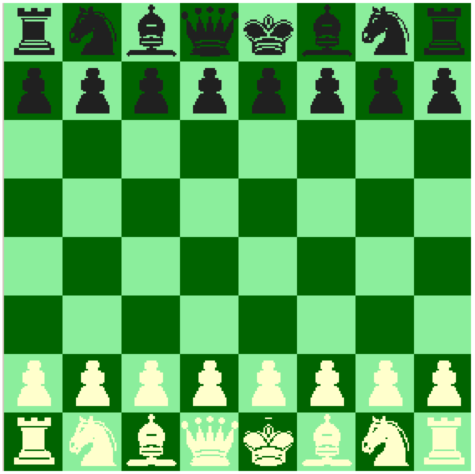
- Dans un deuxième temps, mais de façon simple, nous allons explorer une généralisations à plusieurs joueurs et avec des actions aléatoires (par exemple, jeux dans lesquels on jette un dé pour choisir une action).

Jeux entre deux adversaires

- Noms des joueurs : Max vs. Min
  - Max est le premier à jouer (notre joueur)
  - Min est son adversaire

- On va interpréter le résultat d'une partie comme la **distribution d'une récompense**
  - On peut voir cette récompense comme le résultat d'un pari
  - Min reçoit l'opposé de ce que Max reçoit

Min



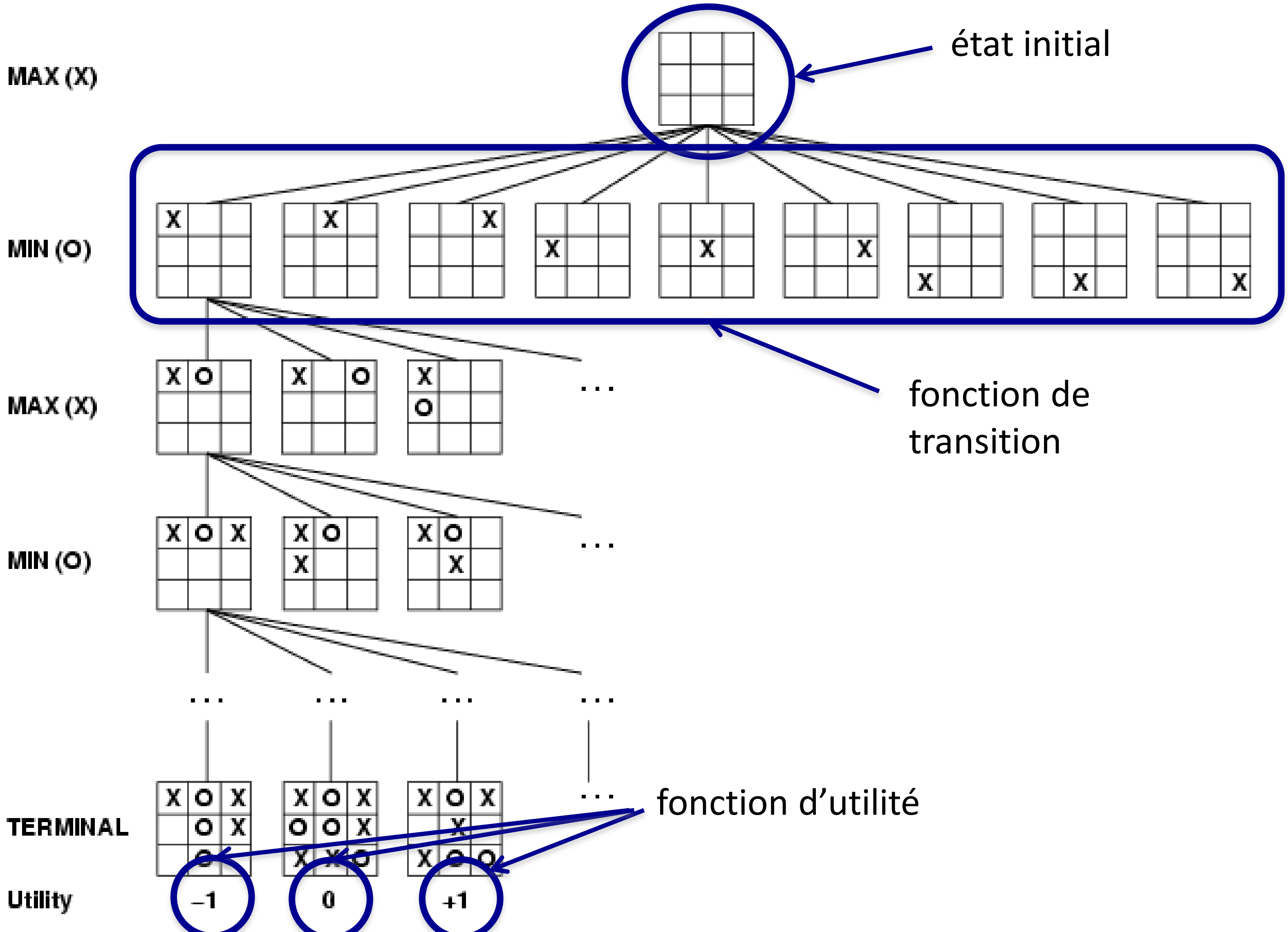
Max

Arbre de recherche

- Comme pour les problèmes que A* peut résoudre, on commence par déterminer la structure de notre espace de recherche

- Un problème de jeu peut être vu comme un problème de recherche dans un arbre :
  - Un **noeud (état) initial :** configuration initiale du jeu
  - Une **fonction de transition** :
    - » retournant un **ensemble de paires (action, noeud successeur)**
      - – action possible (légale)
      - – noeud (état) résultant de l'exécution de cette action
  - Un **test de terminaison**
    - » indique si le jeu est terminé
  - Une **fonction d'utilité** pour les états finaux (c'est la récompense reçue)

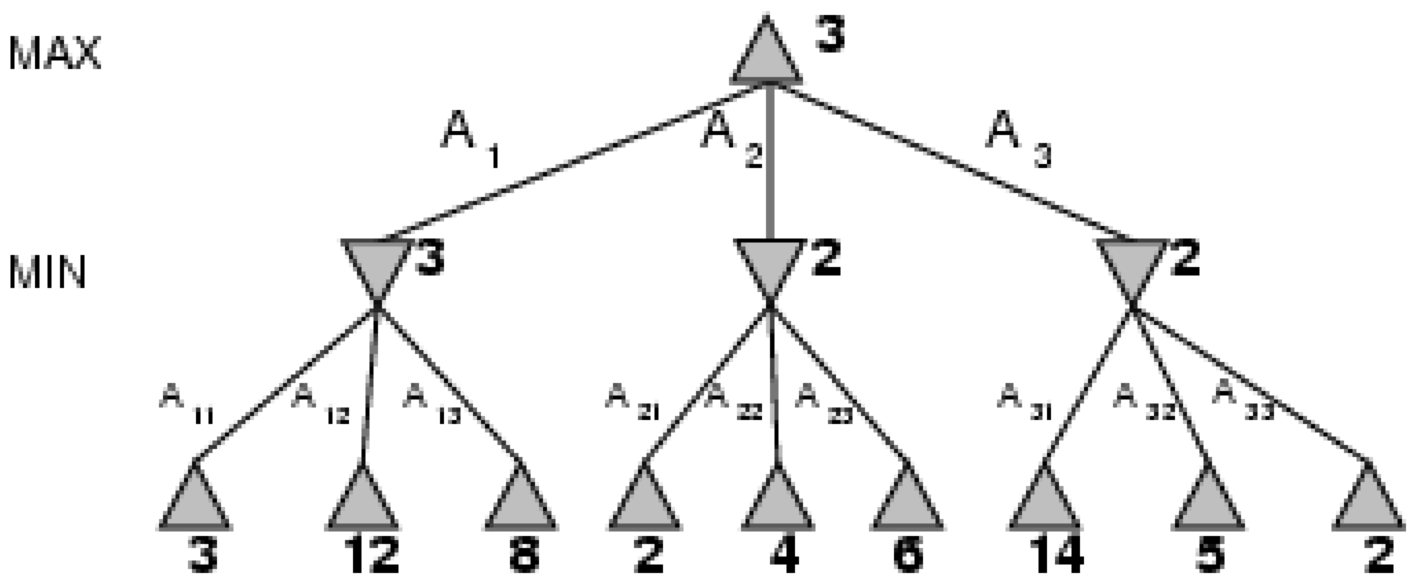
Arbre de recherche tic-tac-toe



Algorithme *minimax*

- **Idée:** À chaque tour, choisir l'action menant à la plus grande *valeur minimax.*
  - Cela donne la meilleure action optimale (plus grand gain) contre un joueur optimal.

- E



Algorithme *minimax*

- **Hypothèse:** MAX et MIN jouent optimalement.
- **Idée:** À chaque tour, choisir l'action menant à la plus grande *valeur minimax.*
  - Cela donne la meilleure action optimale (plus grand gain) contre un joueur optimal (rationnel).

MINIMAX-VALUE(*s*) =

UTILITY(*s, MAX*)	if IS-TERMINAL(s)
$\max_{a \in Actions(s)}$ MINIMAX-VALUE(RESULT(*s,a*))	if TO-MOVE(s)=MAX
$\min_{a \in Actions(s)}$ MINIMAX-VALUE(RESULT(*s,a*))	if TO-MOVE(s)=MIN

RESULT(s,a) est l'état résultant de l'exécution de *a* dans l'état s (modèle de transition)

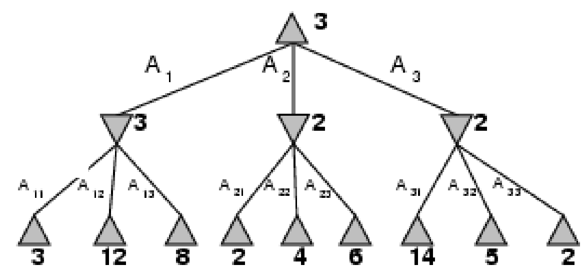
- Ces équations donnent la programmation récursive des valeurs jusqu'à la racine de l'arbre.

Algorithme *minimax*

```
function MINIMAX-SEARCH(game, state) returns an action
    player ← game.TO-MOVE(state)
    value, move ← MAX-VALUE(game, state)
    return move

function MAX-VALUE(game, state) returns a (utility, move) pair
    if game.IS-TERMINAL(state) then return game.UTILITY(state, player), null
    v ← −∞
    for each a in game.ACTIONS(state) do
        v2, a2 ← MIN-VALUE(game, game.RESULT(state, a))
        if v2 > v then
            v, move ← v2, a
    return v, move

function MIN-VALUE(game, state) returns a (utility, move) pair
    if game.IS-TERMINAL(state) then return game.UTILITY(state, player), null
    v ← +∞
    for each a in game.ACTIONS(state) do
        v2, a2 ← MAX-VALUE(game, game.RESULT(state, a))
        if v2 < v then
            v, move ← v2, a
    return v, move
```



le
et
Fro

Propriétés de *minimax*

- Complet?
  - Oui (si l'arbre est fini)

- Optimal?
  - Oui (contre un adversaire qui joue optimalement)

- Complexité en temps?
  - $O(b^m)$:
    - » b: le nombre maximum d'actions/coups légales à chaque étape
    - » m: nombre maximum de coup dans un jeu (profondeur maximale de l'arbre).
- Complexité en espace?
  - $O(bm)$, parce que l'algorithme effectue une recherche en profondeur.

- Pour le jeu d'échec: $b \approx 35$ et $m \approx 100$ pour un jeu « raisonnable »
  - Il n'est pas réaliste d'espérer trouver une solution exacte en temps réel.

Comment accélérer la recherche

- Deux approches
  - la première maintient l'exactitude de la solution
  - la deuxième introduit une approximation

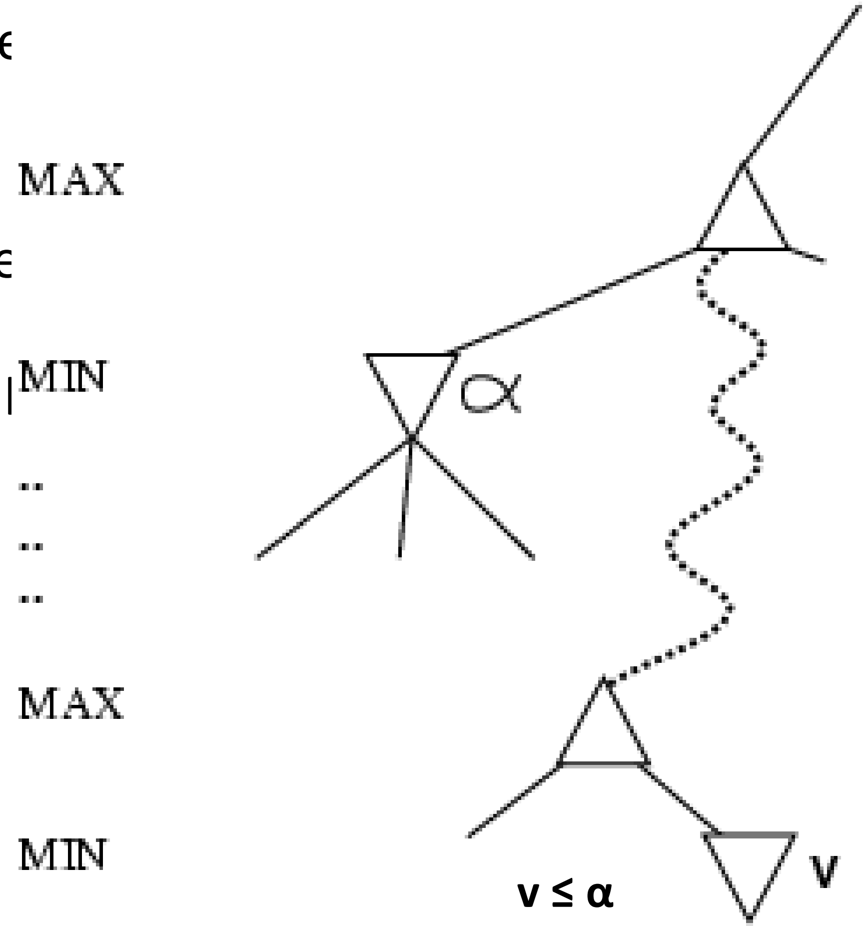
1. **Élagage alpha-bêta** (*alpha-beta pruning*)
   - **idée :** identifier des chemins dans l'arbre qui sont explorés inutilement
2. **Couper la recherche et remplacer l'utilité par une fonction d'évaluation heuristique**
   - **idée :** faire une recherche la plus profonde possible en fonction du temps à notre disposition et tenter de prédire le résultat de la partie si on n'arrive pas à la fin

Alpha-beta pruning

- L’algorithme alpha-beta tire son nom des paramètres suivant décrivant les bornes des valeurs d’utilité enregistrée durant le parcourt.
  - α est la valeur du meilleur choix pour Max (c.-à-d., plus grande valeur) trouvée jusqu’ici:
  - β est la valeur du meilleur choix pour Min (c.-à-d., plus petite valeur) trouvée jusqu’ici.

Alpha-beta Pruning
Condition pour couper dans un nœud Min

- Sachant que α est la valeur du me
grande valeur) trouvée jusqu'ici:
  - Si on est **dans un nœud Min** e
inférieure α (donc « pire que
faut arrêter la recherche (*cou*



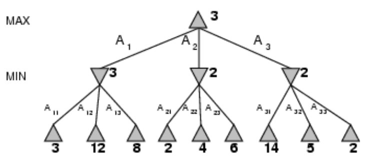
Alpha-beta Pruning
Condition pour couper dans un nœud Max

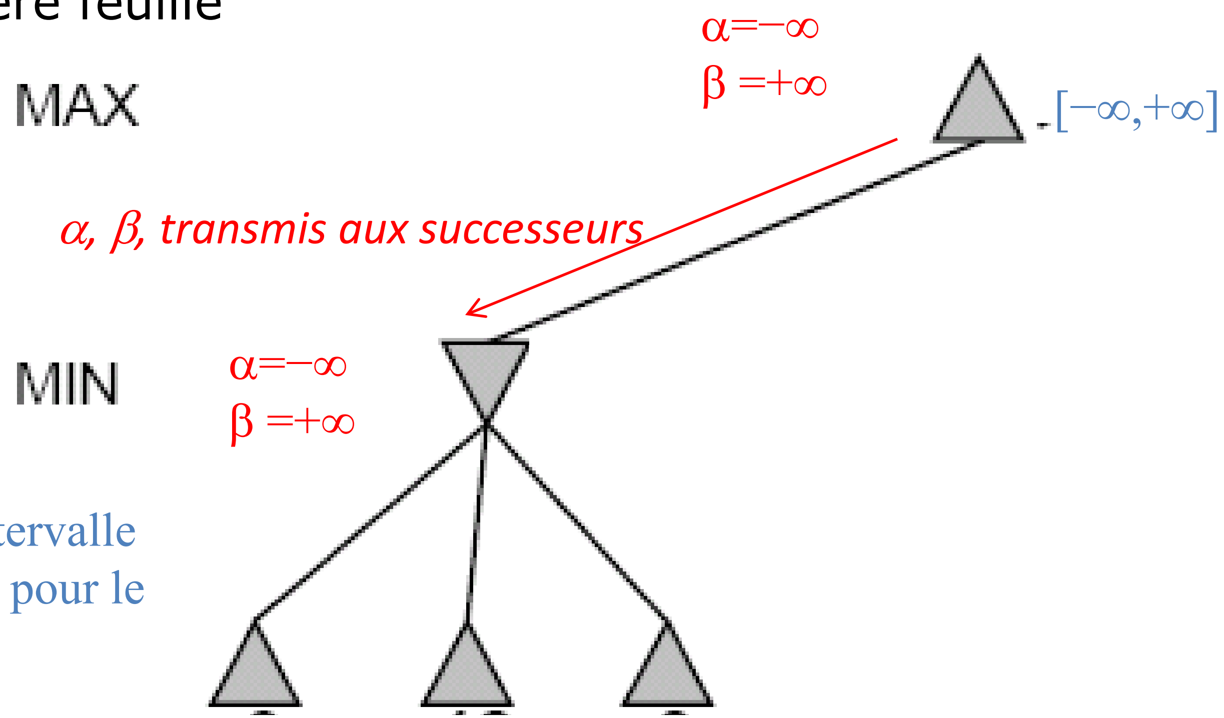
- Sachant que β est la valeur du meilleur choix pour Min (c.-à-d., plus petite valeur) trouvée jusqu'ici:
  - Si on est **dans un nœud Max** est que sa valeur **devient supérieur à β** (donc « pire que β» du point de vue de Min), il faut arrêter la recherche (*c*ouper la branche).

Exemple d'*Alpha-beta pruning*

Faire une recherche en profondeur jusqu'à la première feuille

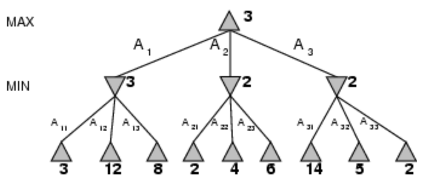
Valeur initial de α, β

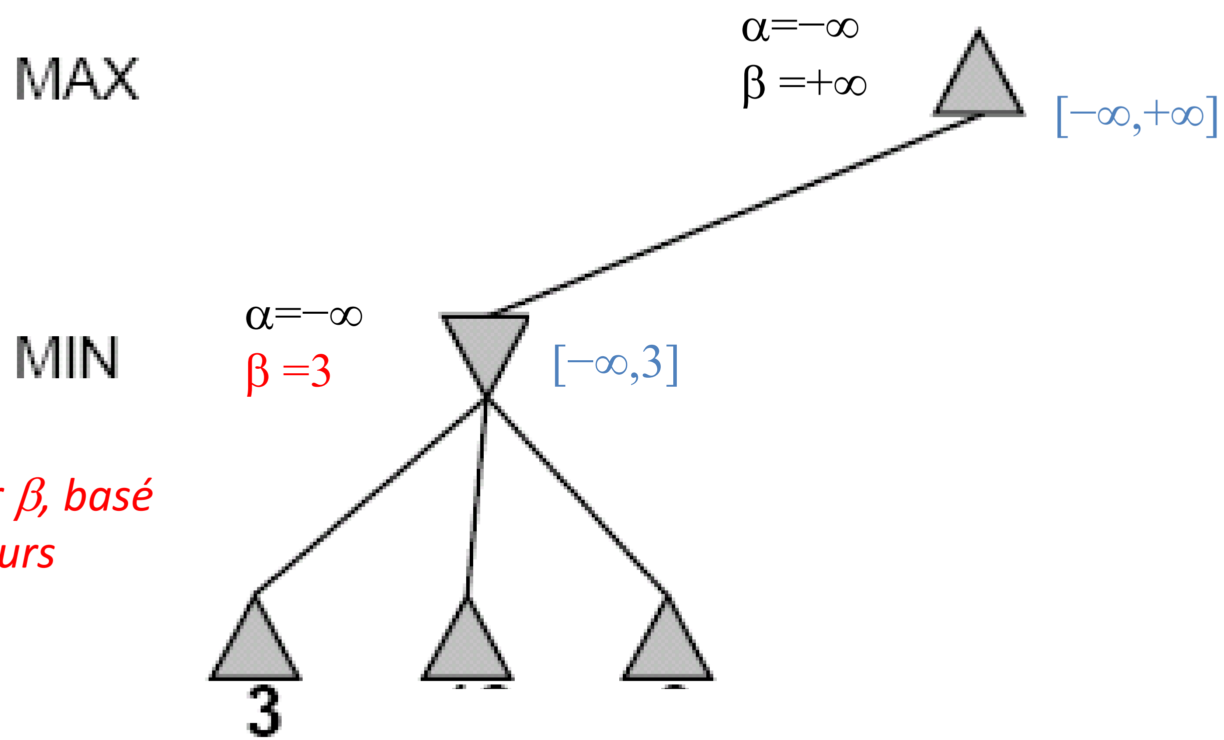




Entre croches [,]: Intervalle des valeurs possibles pour le nœud visité.

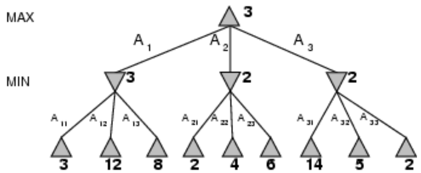
Exemple d'*Alpha-beta pruning*

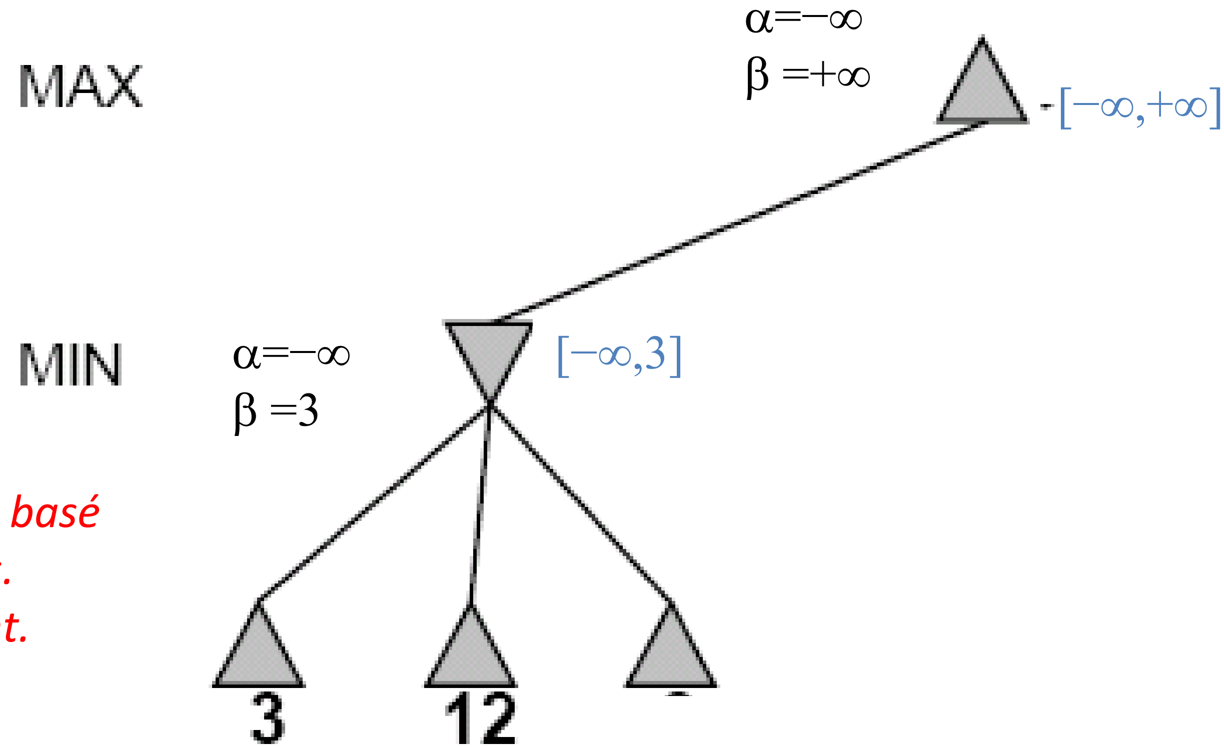




MIN met à jour β, basé sur les successeurs

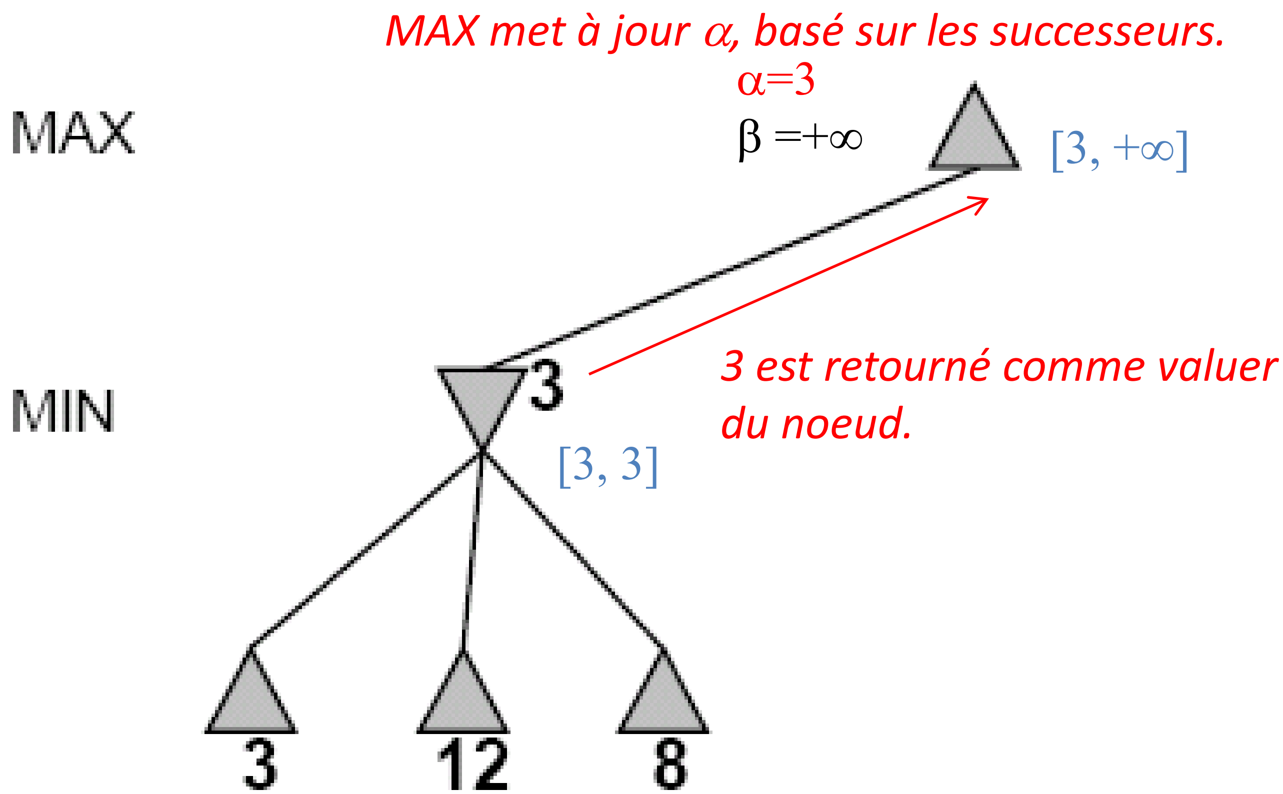
Exemple d'*Alpha-beta pruning*

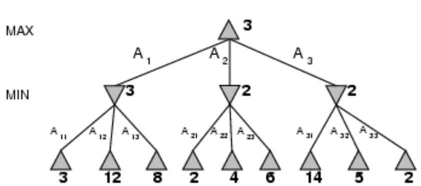




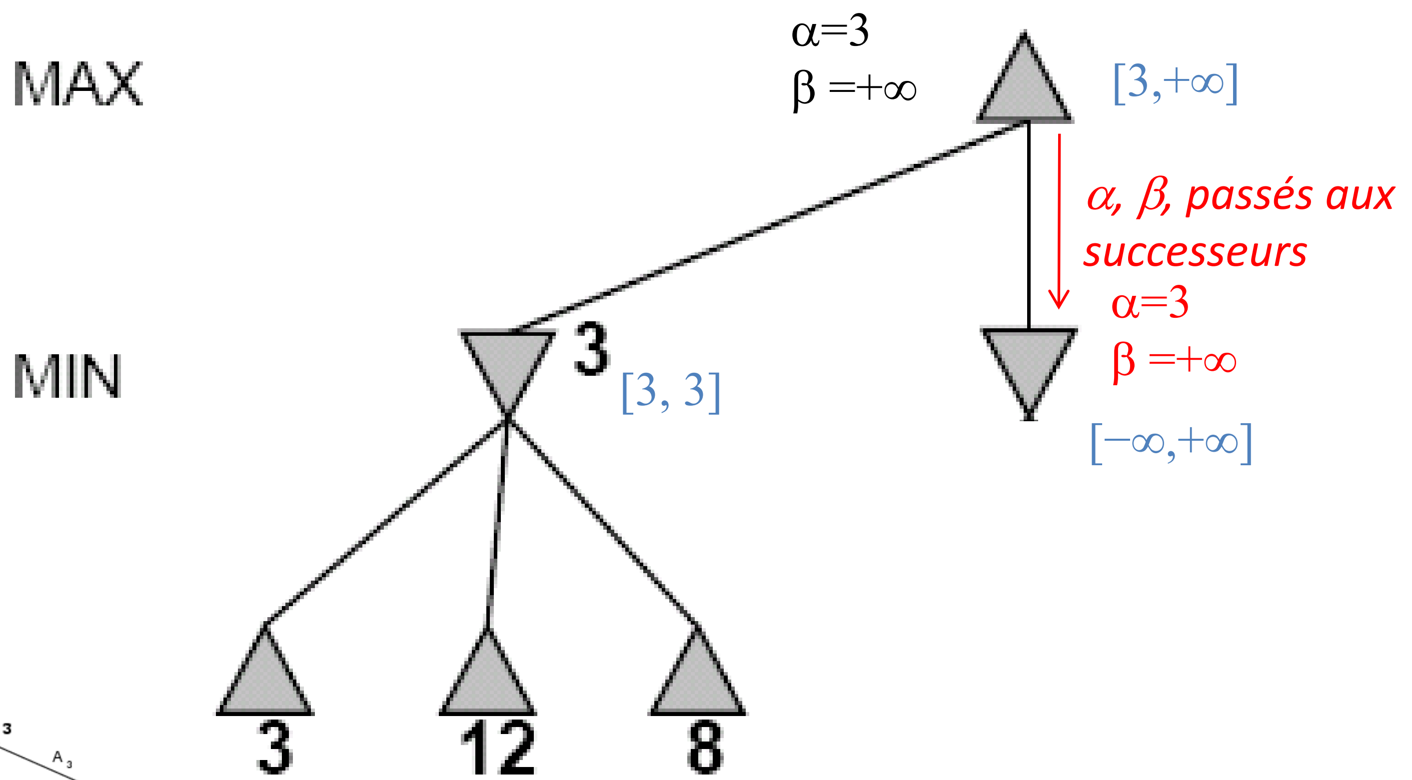
MIN met à jour β, basé sur les successeurs. Aucun changement.

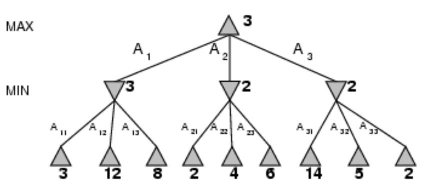
Exemple d'*d'Alpha-beta pruning*



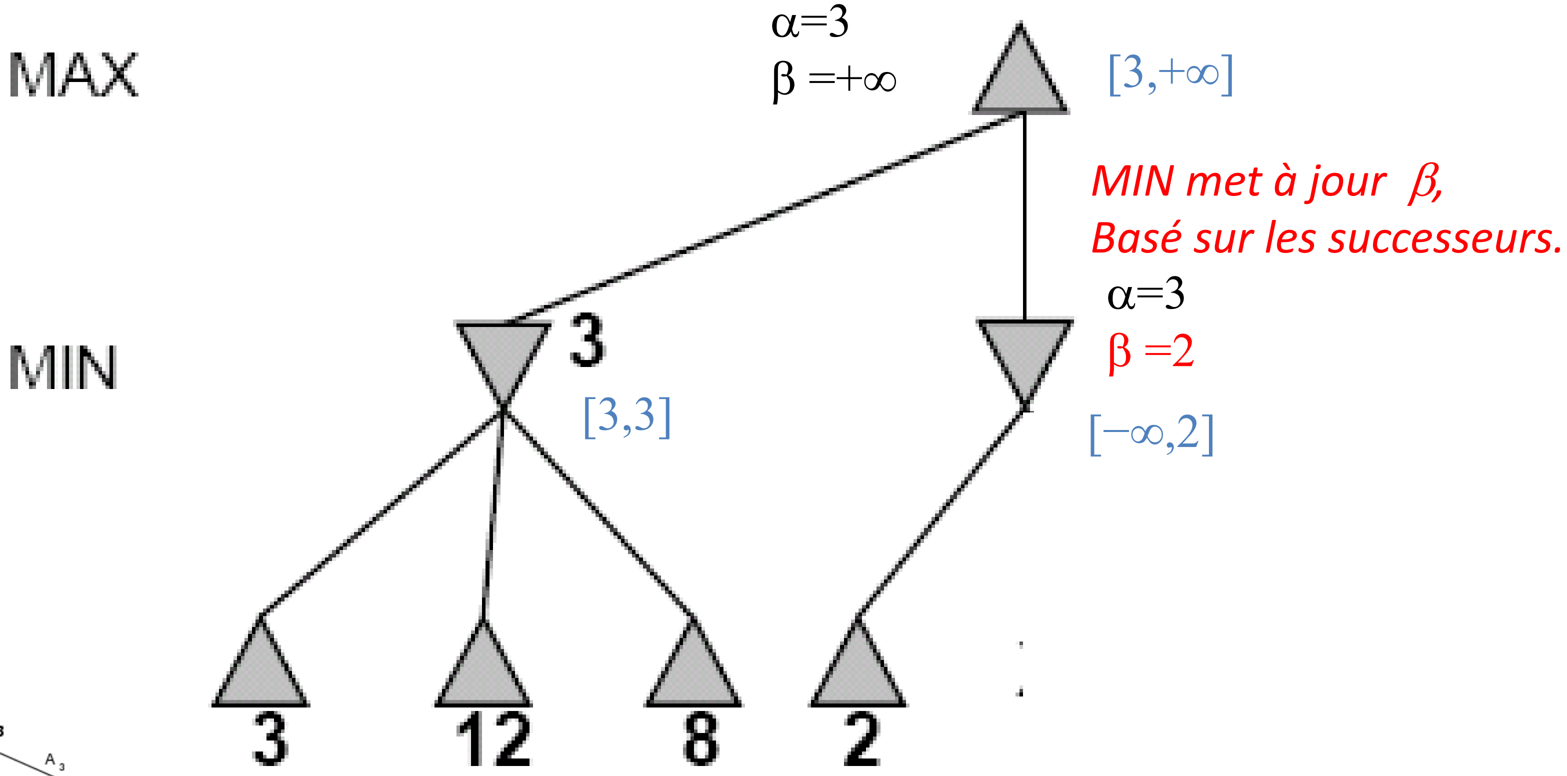


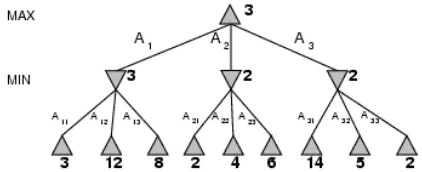
Exemple d’*d’Alpha-beta pruning*



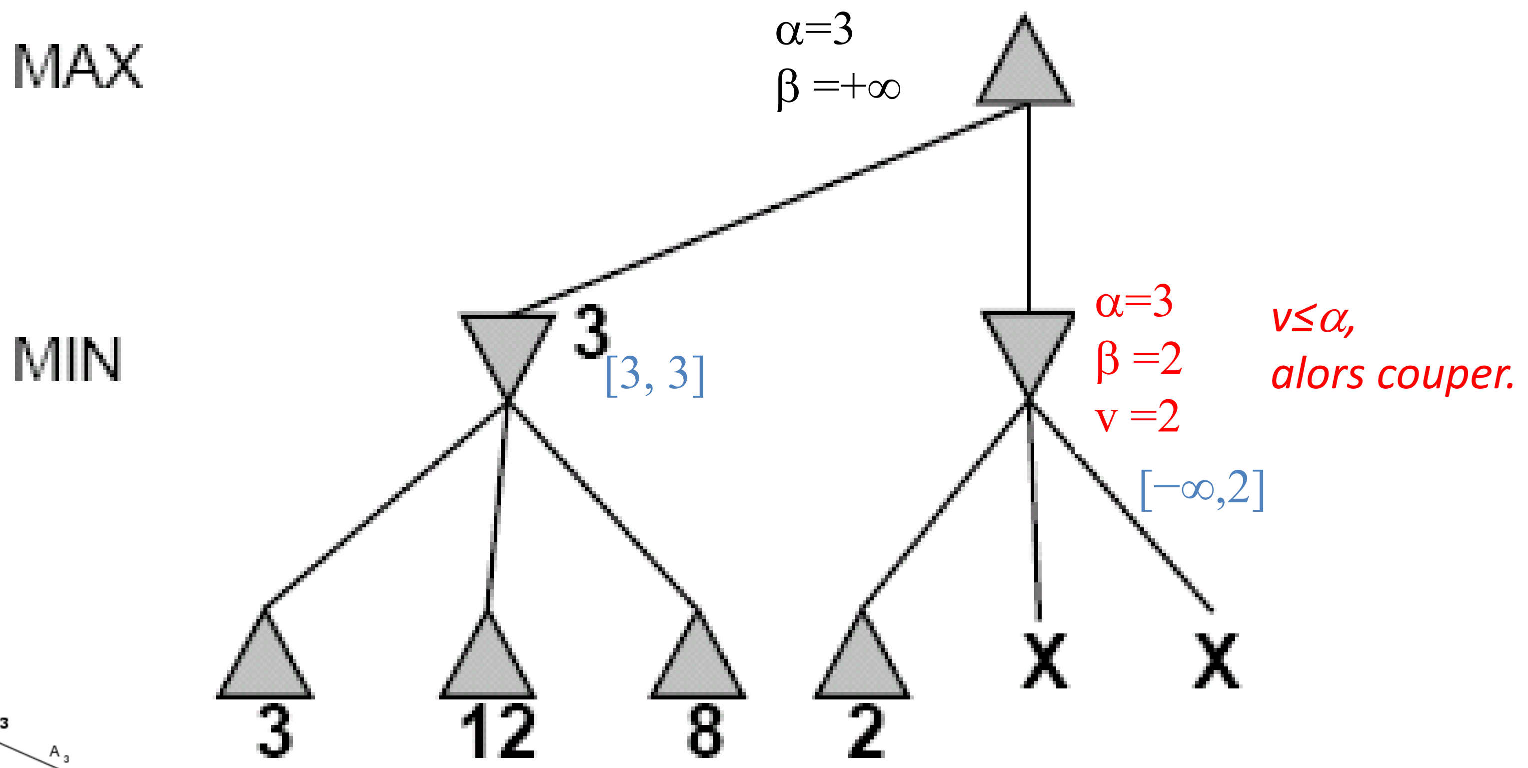


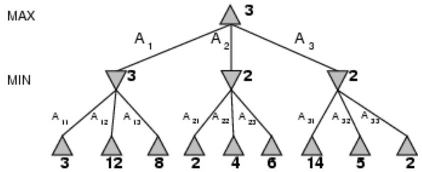
Exemple d'*d'Alpha-beta pruning*



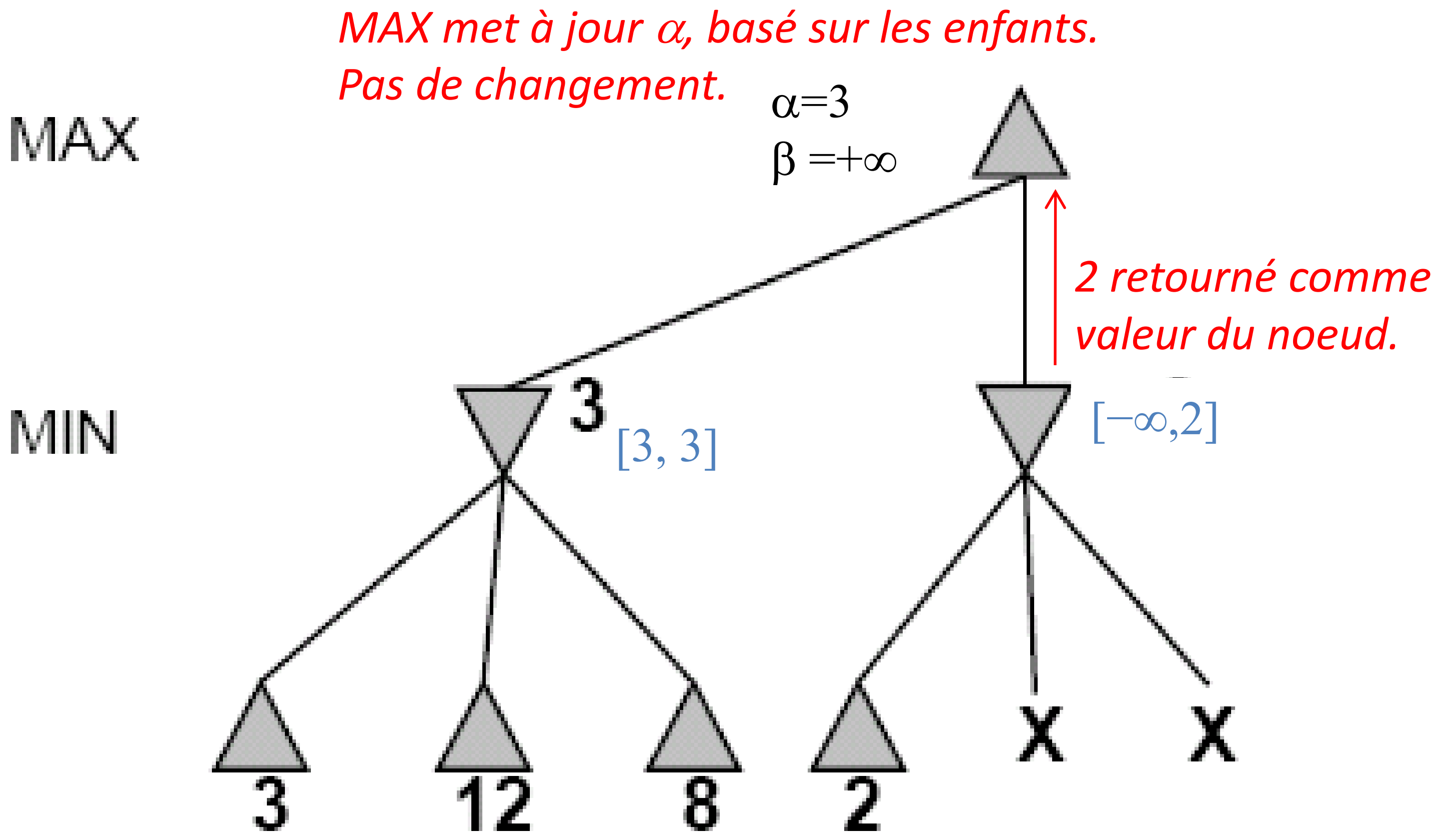


Exemple d'*d'Alpha-beta pruning*

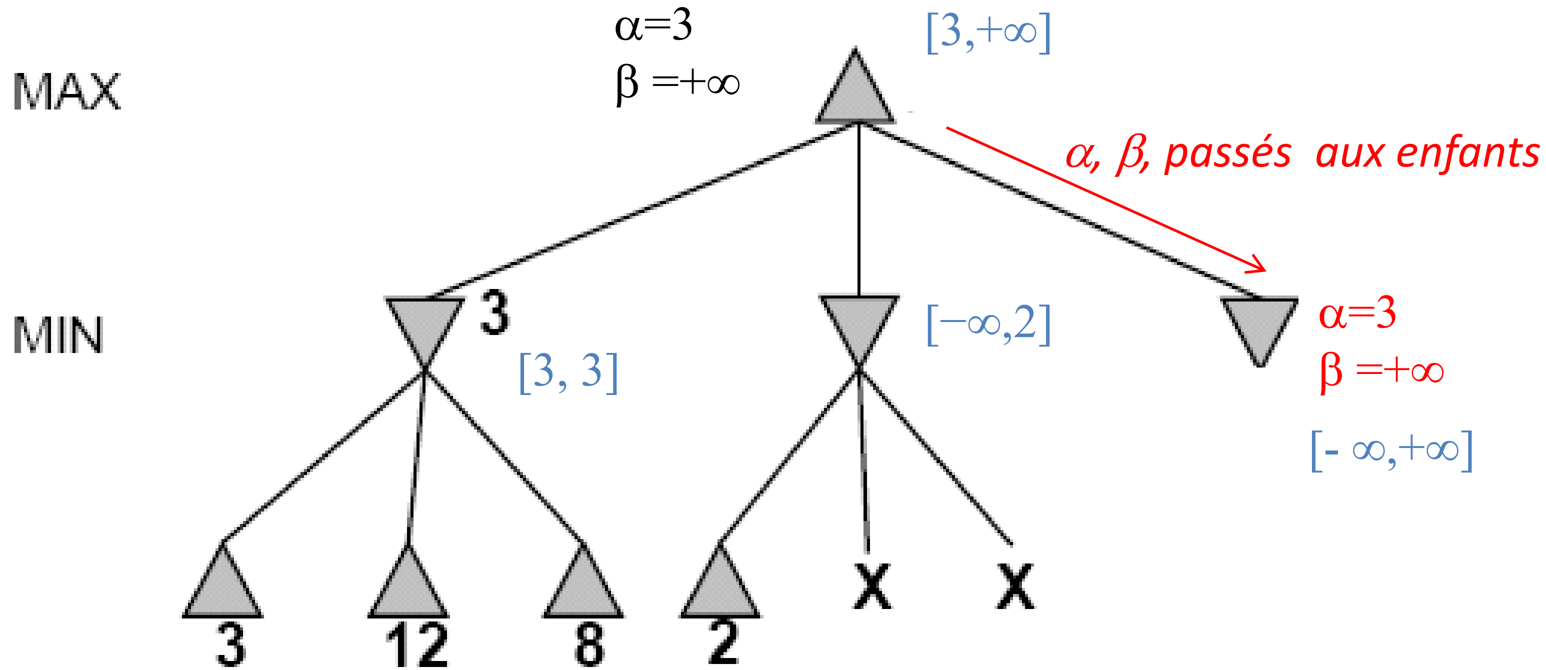


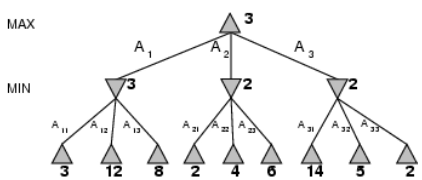


Exemple d'*d'Alpha-beta pruning*

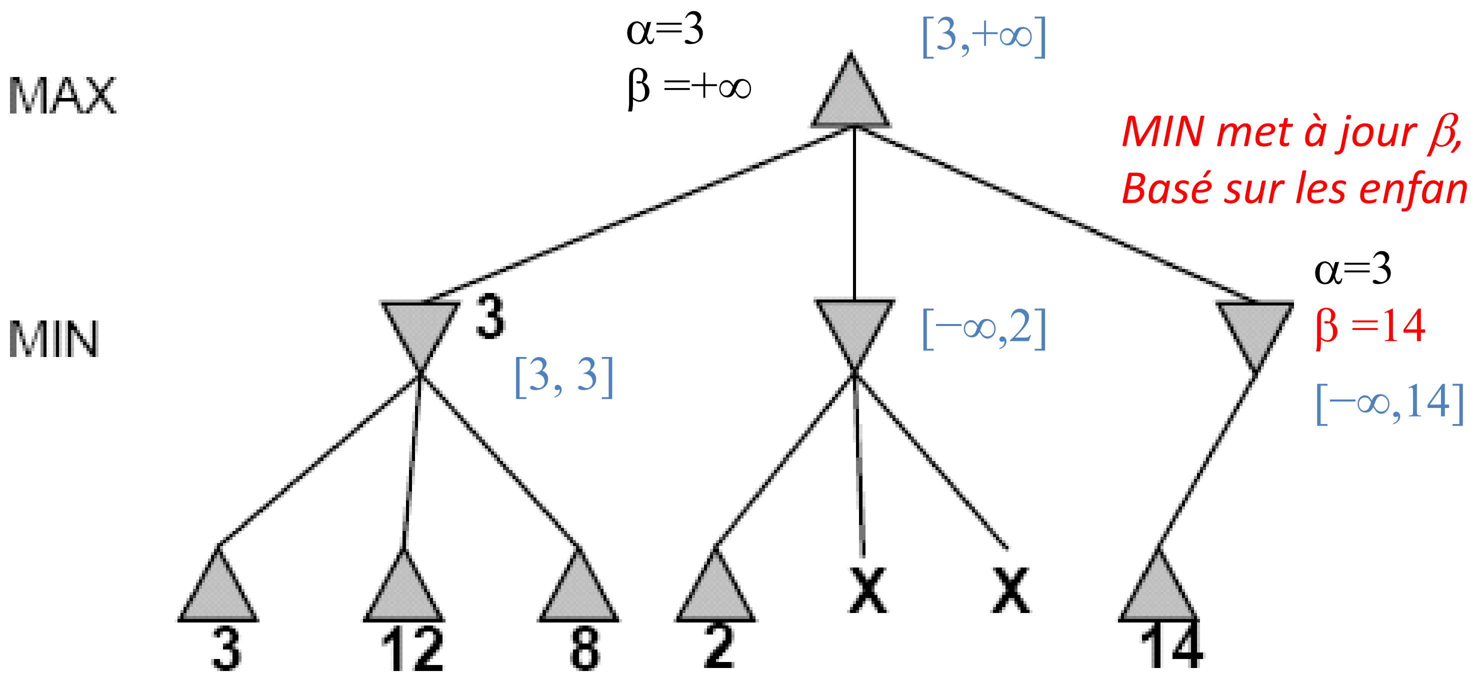


Exemple d'*d'Alpha-beta pruning*

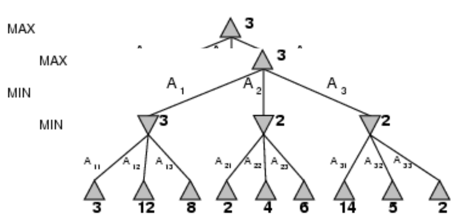




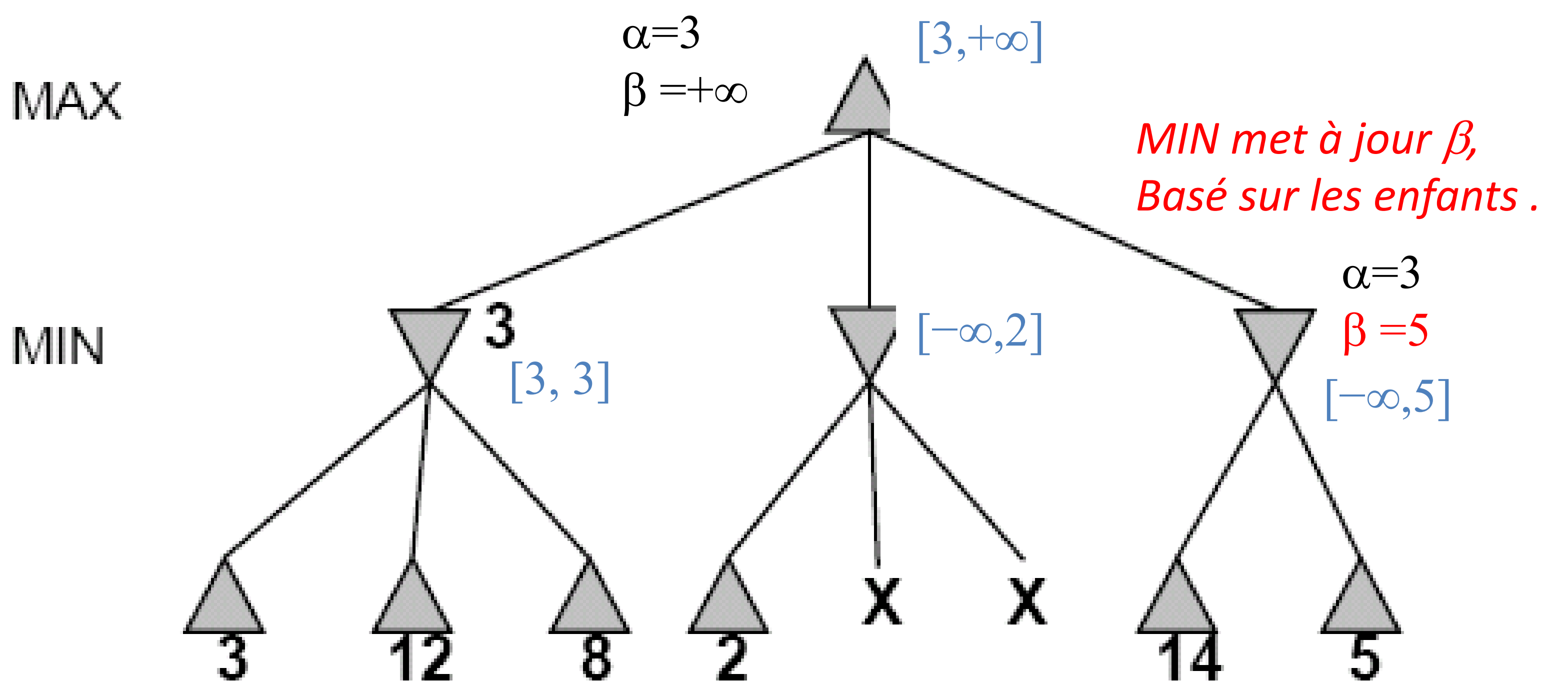
Exemple d'*d'Alpha-beta pruning*



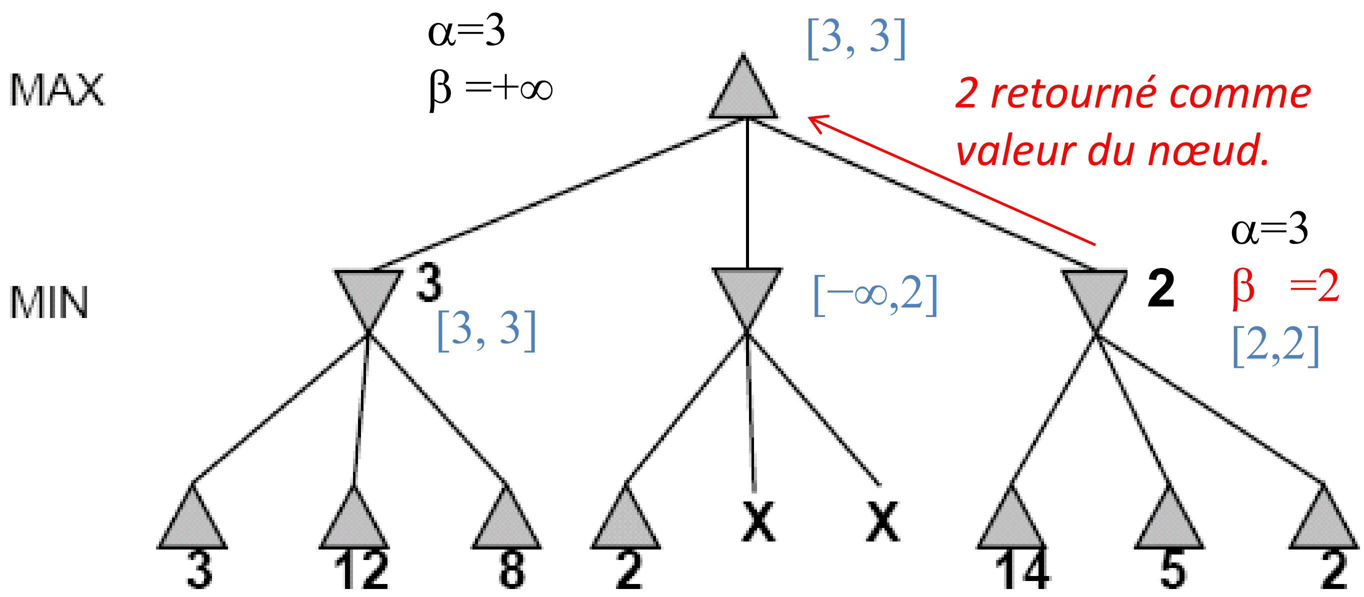
MIN met à jour β,
Basé sur les enfants .

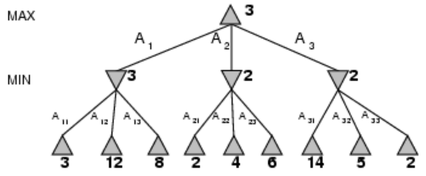


Exemple d'*d'Alpha-beta pruning*

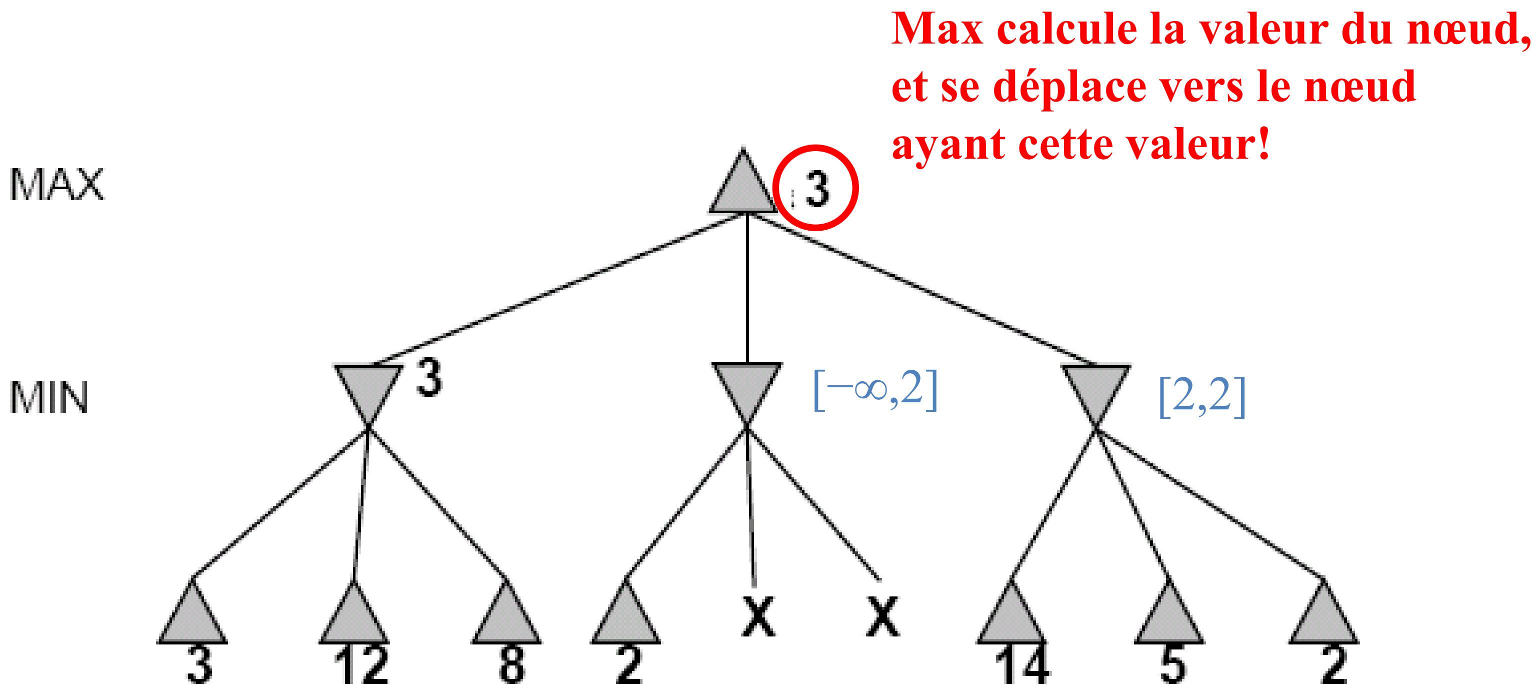


Exemple d'*d'Alpha-beta pruning*





Exemple d'*d'Alpha-beta pruning*



Algorithme *alpha-beta pruning*

```
function ALPHA-BETA-SEARCH(game, state) returns an action
  player ← game.TO-MOVE(state)
  value, move ← MAX-VALUE(game, state, −∞, +∞)
  return move

function MAX-VALUE(game, state, α, β) returns a (utility, move) pair
  if game.IS-TERMINAL(state) then return game.UTILITY(state, player), null
  v ← −∞
  for each a in game.ACTIONS(state) do
    v2, a2 ← MIN-VALUE(game, game.RESULT(state, a), α, β)
    if v2 > v then
      v, move ← v2, a
      α ← MAX(α, v)
    if v ≥ β then return v, move
  return v, move

function MIN-VALUE(game, state, α, β) returns a (utility, move) pair
  if game.IS-TERMINAL(state) then return game.UTILITY(state, player), null
  v ← +∞
  for each a in game.ACTIONS(state) do
    v2, a2 ← MAX-VALUE(game, game.RESULT(state, a), α, β)
    if v2 < v then
      v, move ← v2, a
      β ← MIN(β, v)
    if v ≤ α then return v, move
  return v, move
```

Negamax – Version élégante de α-β pruning

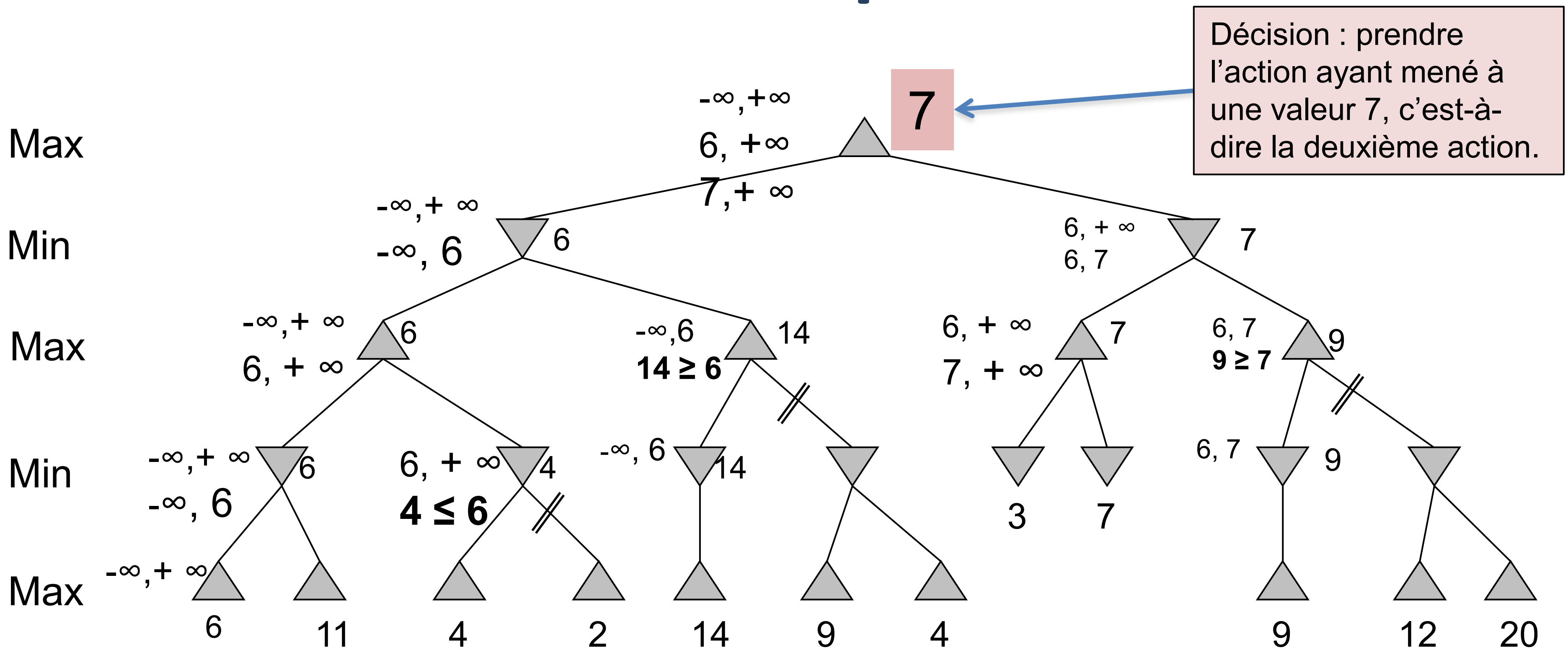
http://en.wikipedia.org/wiki/Negamax

```
1.   fonction negamax(state, depth, α, β, player)
2.      if TerminalState(state) or depth = 0 then
3.            return player * Utility(state)
4.      else
5.           foreach child in Sucessors(state)
6.                 bestVal ← - negamax(state, depth-1, -β, - α, -player)
                   // les instructions 7 à 10 implémentent α-β pruning
7                  if  bestVal >= β
8                        return bestVal
9                   if bestVal  >= α
10                       α ← bestVal
11            return bestVal
```

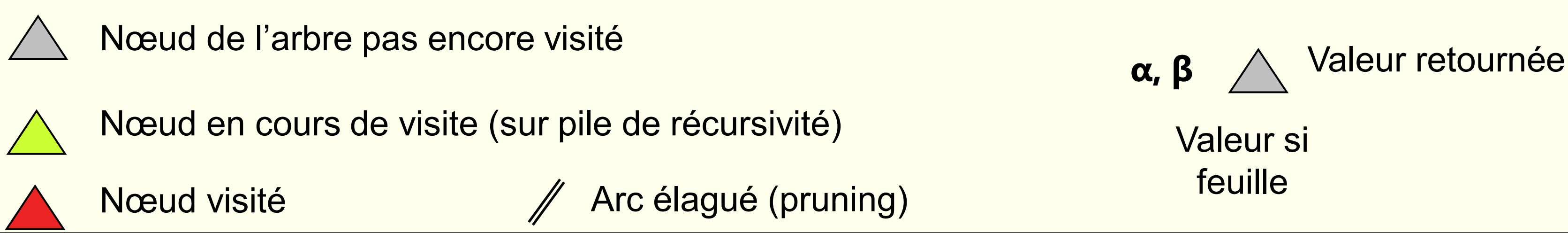
Appel initial : negamax(initialState, depth, -∞, + ∞, 1)

Signification de la variable player : 1 (max), -1 (min).

Autre exemple



Légende de l'animation



Propriétés de *alpha-beta pruning*

- L'élagage n'affecte pas le résultat final de *minimax*.

- Dans le pire des cas, alpha-beta *prunning* ne fait aucun élagage; il examine b^m nœuds terminaux comme l'algorithme *minimax*:

    - » *b*: le nombre maximum d'actions/coups légales à chaque étape
    - » *m*: nombre maximum de coup dans un jeu (profondeur maximale de l'arbre).

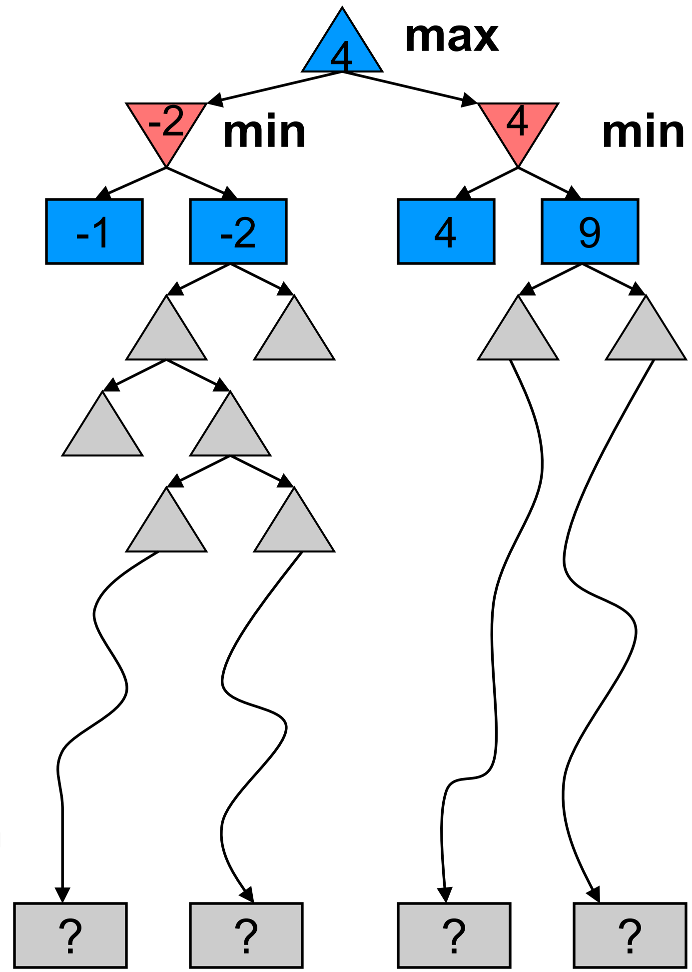
- Un bon ordonnancement des actions à chaque nœud améliore l'efficacité.

    - Dans le meilleur des cas (ordonnancement parfait), la complexité en temps est de $O(b^{m/2})$

        - » On peut faire une recherche deux fois moins profondément comparé à *minimax*!

Fonction d'évaluation

- En général, des décisions imparfaites doivent être prises en temps réel :
  - Pas le temps d'explorer tout l'arbre de jeu
- Approche standard :
  - couper la recherche :
    - par exemple, limiter la profondeur de l'arbre
    - voir le livre pour d'autres idées
  - fonction d'évaluation heuristique
    - estimation de l'utilité qui aurait été obtenue en faisant une recherche complète
    - on peut voir ça comme une estimation de la « chance » qu'une configuration mènera à une victoire
  - La solution optimale n'est plus garantie



Exemple de fonction d'évaluation

- Pour le jeu d'échec, une fonction d'évaluation typique est une somme (linéaire) pondérée de "métriques" estimant la qualité de la configuration:

$$Eval(s) = w_1 f_1(s) + w_2 f_2(s) + \ldots + w_n f_n(s)$$

- Par exemple:
  - w_i = poids du pion,
    $f_i(s)$ = (nombre d'occurrence d'un type de pion d'un joueur) – (nombre d'occurrence du même type de pion de l'opposant),
  - etc

Exemple de fonction d'évaluation

- Pour le *tic-tac-toe*, supposons que Max joue avec les X.

Eval(*s*) =

(nombre de ligne, colonnes et diagonales disponibles pour Max) - (nombre de ligne, colonnes et diagonales disponibles pour Min)

	X	O

Eval(*s*) = 6 - 4 = 2

O	X	X
	O	

Eval(*s*) = 4 - 3 = 1

Résumé

- La recherche sur les jeux révèlent des aspects fondamentaux applicables à d'autres domaines
- La perfection est inatteignable dans les jeux : il faut approximer
- Alpha-bêta a la même valeur pour la racine de l'arbre de jeu que minimax
- Dans le pire des cas, il se comporte comme minimax (explore tous les nœuds)
- Dans le meilleur cas, il peut résoudre un problème de profondeur 2 fois plus grande dans le même temps que minimax

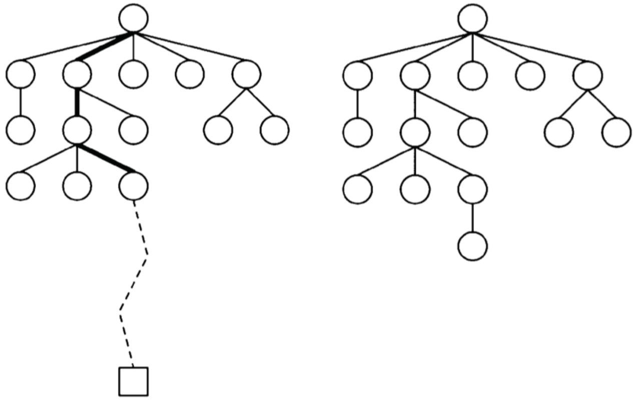
Plusieurs applications aux jeux mais aussi des limites

- Plusieurs algorithmes pour les jeux à tour de rôle sont basés sur alpha-beta pruning.
  - Stockfish est un algorithme pour les jeux à tour de rôle, basé sur alpha-beta pruning et des heuristiques.
  - Stockfish était un des meilleurs algorithmes pour les jeux d'échec avant la publication d'AlphaZero en 2017.
- Alpha-beta pruning a des limites, notamment pour le jeu de go:
  - Le jeu de Go a un facteur de branchement de 361 (vs 35 pour le jeu d'échec)
  - La fonction d'évaluation est beaucoup plus difficile à concevoir heuristiquement pour le jeu de Go

Principe de base de MCTS

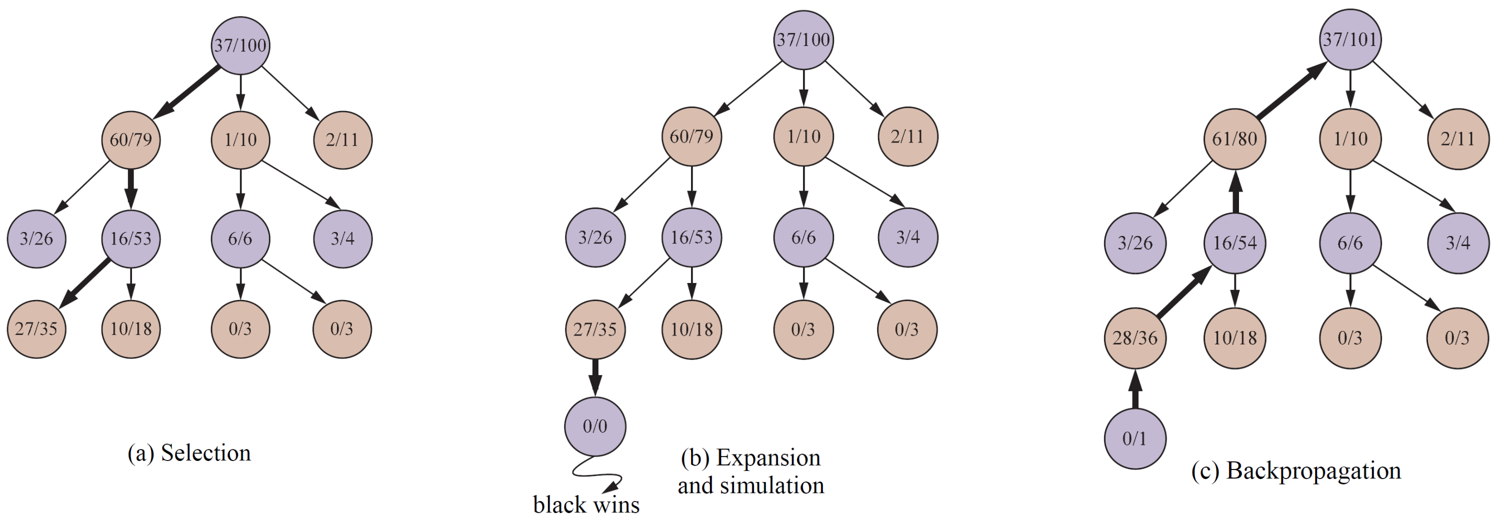
- Le principe de Monte-Carlo Tree-Search (MCTS) est:
  - Parcourir (construire) l'arbre de jeu par **échantillonnage aléatoire.**
  - **Simuler** une partie complète pour évaluer la fonction d'utilité.

- À chaque itération:
  - Une politique de **sélection** du prochain état à expanser est utilisée pour choisir le nœud le plus « urgent » (« approprié »). La politique de sélection essaie de faire un équilibre entre l'**exploration** des régions de l'arbre non encore échantillonnées et l'**exploitation** des régions paraissant les plus prometteurs à date.
  - Une **simulation** complète du jeu (**playout** ou **rollout**) est alors effectuée à partir du nœud sélectionné. Cela implique l'ajout d'un successeur selon l'action exécutée à partir du nœud sélectionné pour démarrer la simulation.



Exemple de MCTS

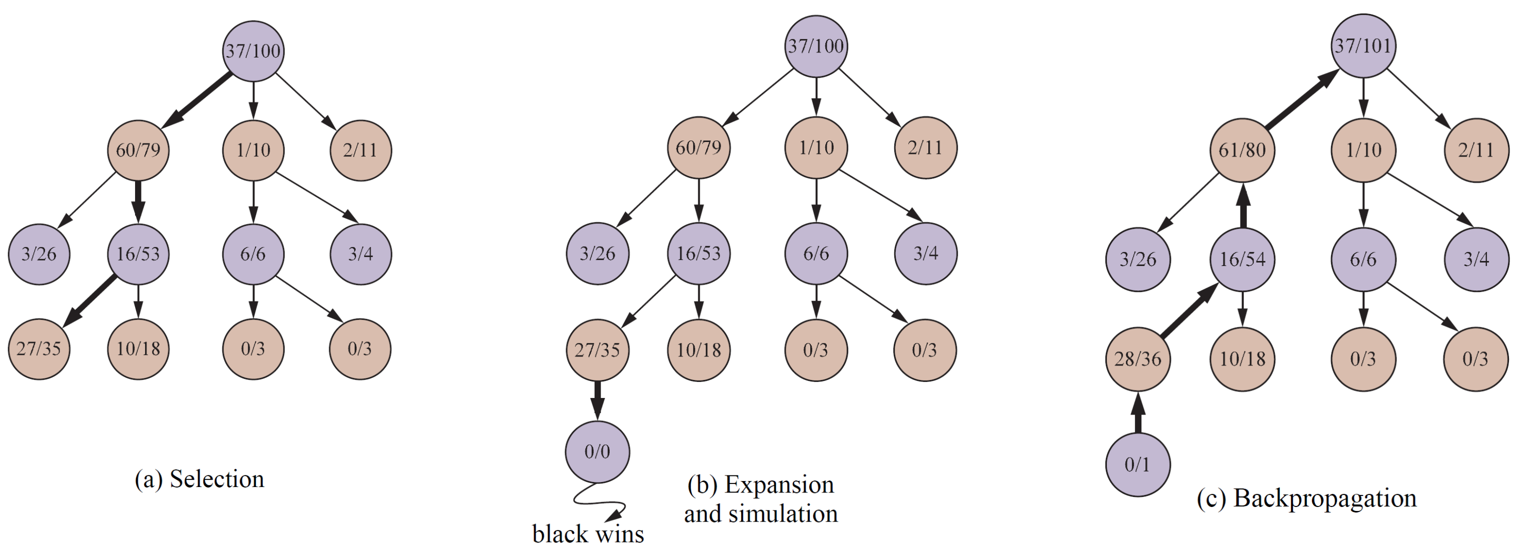
- Chaque est étiquetté par son **utilit**é: *nombre de simulations gagnées par les noirs (MAX) / nombre total de simulations*
- **Sélection**: Commençant par la racine de l'arbre, en suivant une politique qui balance exploration vs exploitation, descendre à un nœud non encore complétement expansé (il existe un action (move) non encore choisie)
- **Expansion**: Agrandire l'arbre au nœud sélectionnée, en choisissant une action non encore choisie en construisant un successeur correspondant.
- **Simulation**: Simuler une partie complète à partir de l'enfant.
- **Rétropropagation**: Mettre à jour l'utilité des nœuds
- **À la fin, choisit l'action avec le plus grand nombre de simulations**



(a) Selection (b) Expansion and simulation (c) Backpropagation

Algorithme de MCTS

function MONTE-CARLO-TREE-SEARCH(*state*) **returns** *an action*
    tree ← NODE(*state*)
    while IS-TIME-REMAINING() **do**
        leaf ← SELECT(*tree*)
        child ← EXPAND(*leaf*)
        result ← SIMULATE(*child*)
        BACK-PROPAGATE(*result*, *child*)
    return the move in ACTIONS(*state*) whose node has highest number of playouts



(a) Selection
(b) Expansion and simulation
(c) Backpropagation

Algorithme UCT

- UCT (*Upper Confidence Bound on Trees*) est une version de MCTS qui utilise l'algorithme UCB1 (*Upper Confidence Bou*nd 1) pour implémenter la politique de sélection des nœuds permettant de résoudre le dilemme exploration vs exploitation

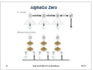
- *UCB1(s)*= $\frac{U(s)}{N(s)} + c \ * \sqrt{\frac{log\ N(Parent(s))}{N(s)}}$

  - *U(s)*: Utilité de l'état *s*
  - *N(s)*: nombre de simulations ayant passé par l'état s
  - *Parent(s)*: le parent de s
  - C : un hyper paramètre qui balance entre l'exploitation vs l'exploration. Théoriquement $\sqrt{2}$ mais en pratique choisi empiriquement.

- On pourrait utiliser UCB1 sur le Q-value en maintenant, Q(s,a) et N(s,a) au lieu de U(s) et N(s)

AlphaGo Zero & Alpha Zero

AphaGo: Silver d. et al. Mastering the game of Go with DNNwand tree search. *Nature*, 2017
AlphaGo Zero: Silver d. et al. Mastering the game of Go without human knowledge. *Nature*, 2017
AlphaZero: Silver D. et al. Mastering Chess and Shogi by Self-Play with a General RL Algorithm. arXiv 1712.01815

- AlphaGo Zero combine l'*apprentissage automatique* avec *tree-search* (pas MCT!)
- Un **réseau de neurone f_θ** prend en entrée l'état *s* du jeu. Il a deux sorties (*p, v*):
  
  - **politique**: *p(a|s)* est la probabilité de choisir l'action *a* (inclus ne rien faire) dans l'état *s*.
  
  - **valeur**: *v(s)* est la probabilité (pour les noirs) de gagner à partir de l'état s.
- Le réseau est entrainé en jouant contre lui même pour générer des exemples (s_t, π_t, z_t): π_t est la politique suivie à partir de s_t et $z_t \in \{-1,1\}$ est le résultat de la partie jouée à partir de s_t (+1 si on gagne, -1 sinon).

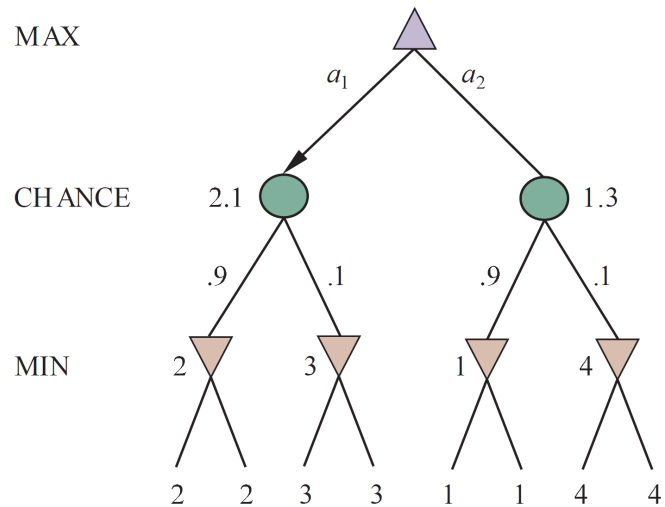
  $(p,v) = f_\theta(s)$ avec la $loss(p, v, \pi, z) = (z - v)^2 - \pi \log p + c\, \|\Theta\|^2$

- La politique π_t est générée par UCT avec une politique de sélection

  $$UCB(s,a) = Q(s,a) + c * \frac{p(s,a)}{1+N(s,a)}$$

  Noté *U(s,a)* dans le papier
- La politique de simulation est *p(a|s)* définie par le reseau de neurones f_θ

Généralisation aux actions aléatoires

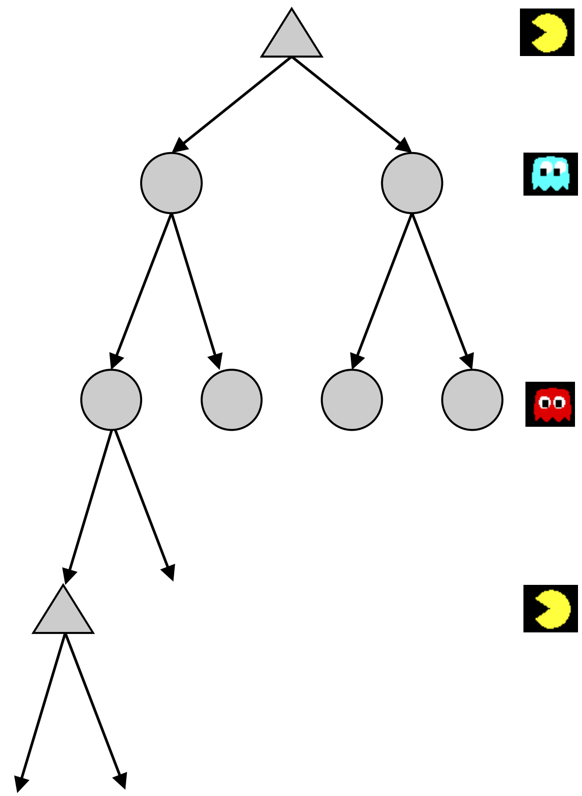


- Exemples :
  - Jeux où on lance un dé pour déterminer la prochaine action
  - Actions des fantômes dans Pacman

- **Solution :** On ajoute des nœuds chance, en plus des nœuds Max et Min
  - L'**utilité d'un nœud chance** est l'**utilité espérée**, c.-à-d., la moyenne pondérée de l'utilité de ses enfants

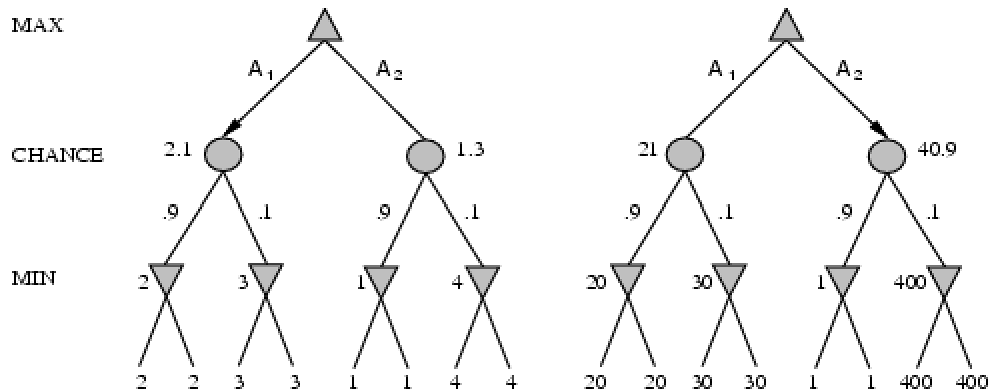
Algorithme Expectimax

- Un model probabiliste des comportement de l'opposant:
  - Le modèle peut être une simple distribution de probabilités
  - Le modèle peut être plus sophistiqué, demandant des inférences/calculs élaborés
  - Le modèle peut représenter des actions stochastiques/incontrôlables (à cause de de l'opposant, l'environnement)
  - Le modèle pourrait signifier que des actions de l'adversaire sont probables
- Pour cette leçon, supposer que (de façon magique) nous avons une distribution de probabilités à associer aux actions de l'adversaire/environnement



Avoir une croyance probabiliste sur les actions d'un agent ne signifie pas que l'agent lance effectivement un dé!

Algorithme Expectimimimax



EXPECTIMINIMAX(s) =

UTILITY(s)	if IS-TERMINAL(s)
$\max_{a \in Actions(s)}$ EXPECTIMINIMAX(RESULT(s,a))	if TO-MOVE(s)=MAX
$\min_{a \in Actions(s)}$ EXPECTIMINIMAX(*RESULT(s,a)*)	if TO-MOVE(s) = MIN
$\sum_r P(r)$ * EXPECTIMINIMAX(*RESULT(s,r)*)	if TO-MOVE(s) = CHANCE

Ces équations donne la programmation récursive des valeurs jusqu'à la racine de l'arbre.

Quelques succès et défis

- Jeu de dames: En 1994, Chinook a mis fin aux 40 ans de règne du champion du monde Marion Tinsley.

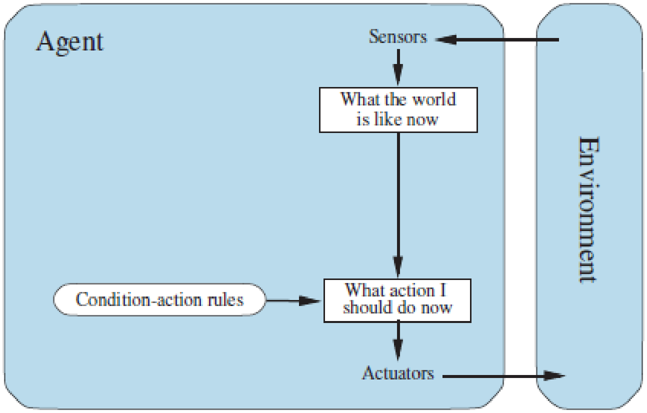
- Jeu d'échecs: En 1997, Deep Blue a battu le champion du monde Garry Kasparov dans un match de six jeux.

- Othello: les champions humains refusent la compétition contre des ordinateurs, parce que ces derniers sont trop bons!

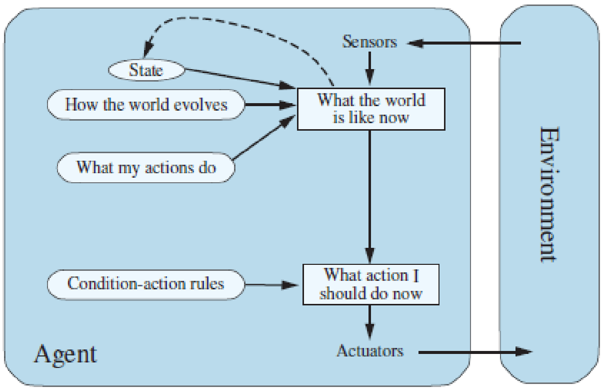
- Go: AlphaGo bat le champion mondial pour la première fois en 2015!

Planification pour quel type d'agents?

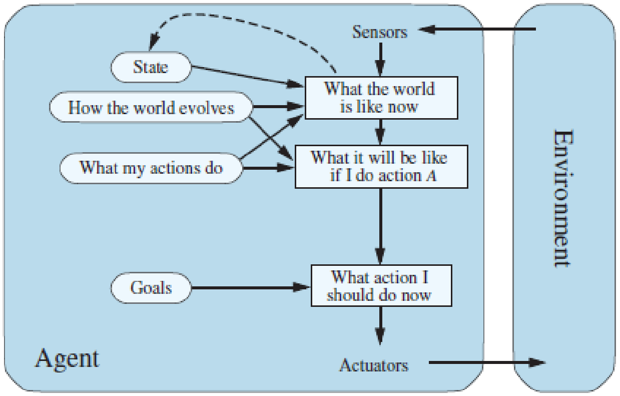
Simple reflex



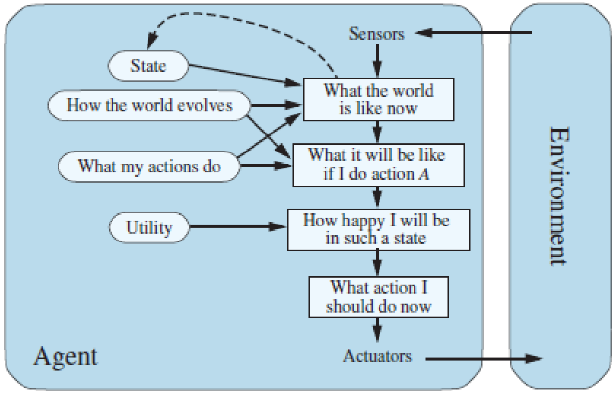
Model-based reflex



Goal-based



Utiliy-based



Vous devriez être capable de...

- Décrire formellement le problème de recherche associée au développement d’une IA pour un jeu à deux adversaires

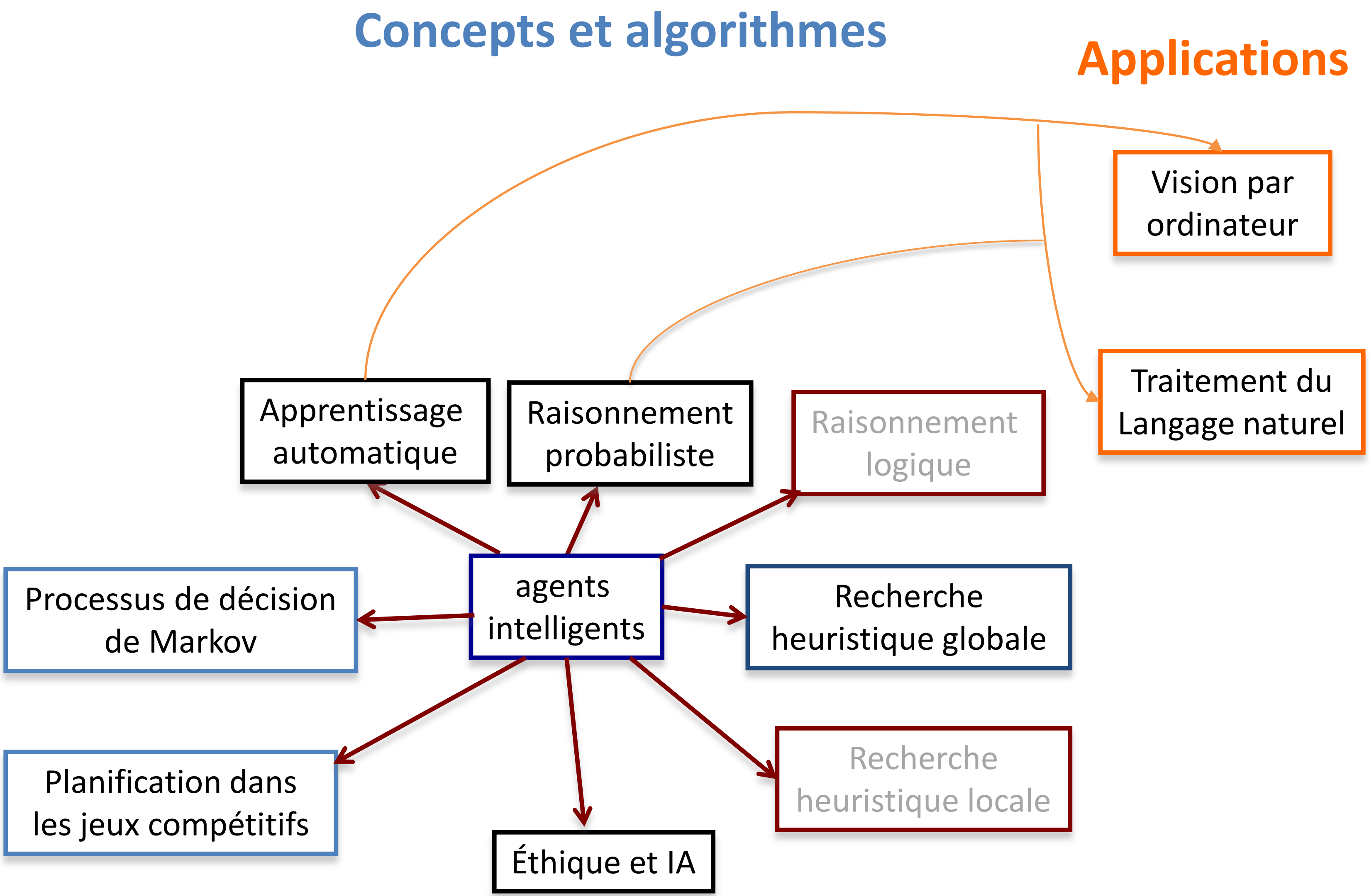
- Décrire les algorithmes:
  - Minimax
  - Élagage alpha-bêta
  - Expectiminimax
  - Monte-Carlo Tree-Search

- Connaître leurs propriétés théoriques

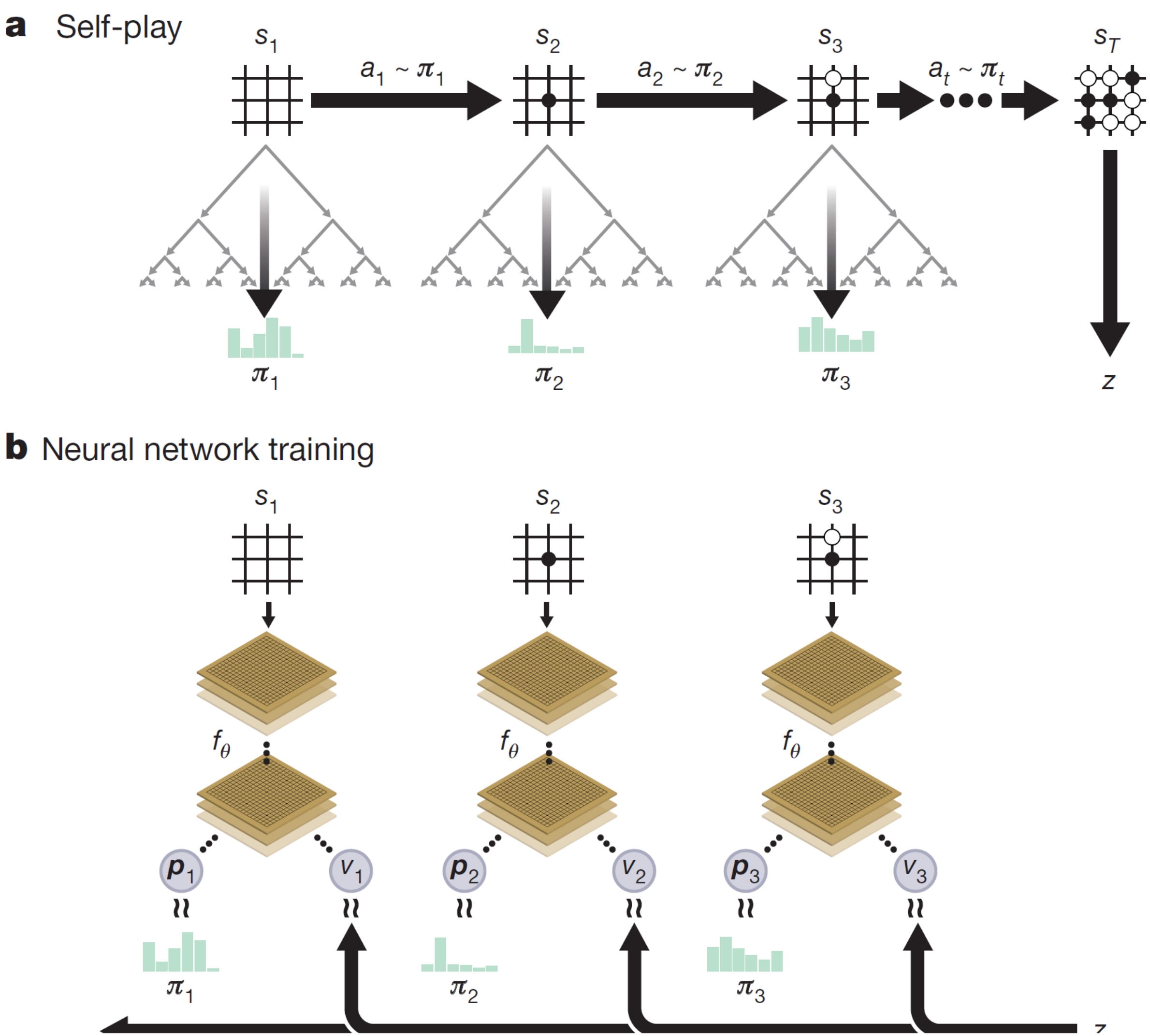
- Simuler l’exécution de ces algorithmes

- Décrire comment traiter le cas en temps réel

Sujets couverts par le cours



AlphaGo Zero



AlphaGo Zero MCTS