Statistik 1

Daniel J. F. Gerber

2024-10-04

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Dieses Buch ist im Rahmen meiner Lehrtätigkeit an der FHNW entstanden und frei verfügbar.

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Worum geht es?

1.2 Inhaltlicher Aufbau

Dieses Buch umfasst die untenstehenden Inhalte. Die Inhalte wurden hier nach Zwecken sortiert angeordnet:

Stichprobe beschreiben (**deskriptive Statistik**):

- Arithmetisches Mittel
- Median
- Quantile
- Anteil
- Odds Ratio
- Relatives Risiko

Population beschreiben (**Wahrscheinlichkeitslehre**):

- Zufallsvariable
- Erwartungswert
- Standardabweichung
- Varianz
- Wahrscheinlichkeitsdichte
- Wahrscheinlichkeitsverteilung
- Verteilungen

Populationsparameter aus Stichproben schätzen (**Konfidenzintervalle** + Stichprobengrösse):

- Mittelwert
- Standardabweichung
- Anteil
- Berichten
- Darstellen

Aussagen auf die Population aufgrund von Stichproben machen (Test-Theorie):

- Effektstärke
- Berichten
- T-Test (1 Stichprobe)
- T-Test (2 Stichproben), Welch-Test
- Welch Test
- U-Test
- Korrelation absichern gegen 0
- Vierfelder/Mehrfeldertest

Zusammenhänge beschreiben (Zusammenhangsmasse):

- Pearsons r
- Spearmans rho
- Vierfelderkorrelation / Phi
- Punktbiseriale Korrelation
- Kontingenzkoeffizient
- Cramérs V

Die Inhalte nach Zweck zu gruppieren ist eine Option, die andere ist die Verfahren der Skalierung der Variablen folgend aufzubauen. Bei dieser Gruppierung ist der Zweck nicht direkt ersichtlich, dafür ist einfacher zu begreiffen welches Verfahren für welche Ausgangslage geeignet ist. Diese Gruppierung wurde für die präsentation der Inhalte in diesem Buch gewählt.

1.3 Wie soll ich dieses Buch lesen?

Dieses Buch enthält zu jedem Thema eine kurze Beschreibung der Theorie, Beispiele und Übungen.

1.4 Software

Für die Erstellung dieses Buches wurden insbesondere die folgenden Softwareprodukte verwendet:

- Jamovi (Selker et al., 2024)

```
## -- Attaching core tidyverse packages ------------------------ tidyverse 2.0.0 --
## v dplyr     1.1.4     v readr     2.1.5
## v forcats   1.0.0     v stringr   1.5.1
## v ggplot2   3.5.1     v tibble    3.2.1
## v lubridate 1.9.3     v tidyr     1.3.1
## v purrr     1.0.2
## -- Conflicts ------------------------------------------ tidyverse_conflicts() --
## x dplyr::filter() masks stats::filter()
## x dplyr::lag()    masks stats::lag()
## i Use the conflicted package (<http://conflicted.r-lib.org/>) to force all conflicts to become
```

Teil I

Eine intervallskaliertes Merkmal

Kapitel 2

Intervallskalierte Merkmale

2.1 Was ist ein intervallskaliertes Merkmal?

Ein Merkmal ist dann intervallskaliert, wenn die einzelnen Beobachtungen in eine natürliche Reihenfolge gebracht werden können und zwischen dem tiefsten und höchsten möglichen Wert, alle erdenklichen Zwischenwerte möglich sind.

Ein Beispiel für ein intervallskaliertes Merkmal ist die Körpertemperatur. Beobachtungen der Körpertemperatur einer lebenden Person sind Werte zwischen ungefähr 10°C und 42°C. Es ist möglich zu sagen, dass eine Person mit 40°C Körpertemperatur eine höhere Temperatur hat als eine mit 38°C Körpertemperatur. Ausserdem sind alle erdenklichen Zwischenwerte möglich, so auch dass bei einer Person eine Körpertemperatur von 37.821239°C gemessen wird.

Ein weiteres Beispiel für ein intervallskaliertes Merkmal ist der Intelligenzquotient *IQ*. Der IQ bewegt sich normalerweise zwischen 50 und 150, eine Person mit einem IQ von 105 hat einen höheren IQ als eine Person mit einem IQ von 103. Ausserdem sind IQ-Werte von 103.12 oder 118.9182 durchaus möglich.

Klicke hier, falls dir verhältnisskalierte Merkmale bekannt sind

Die folgende Diskussion ist auch auf verhältnisskalierte Merkmale anwendbar. Letztere sind intervallskalierte Merkmale, welche einen absoluten Nullpunkt aufweisen.

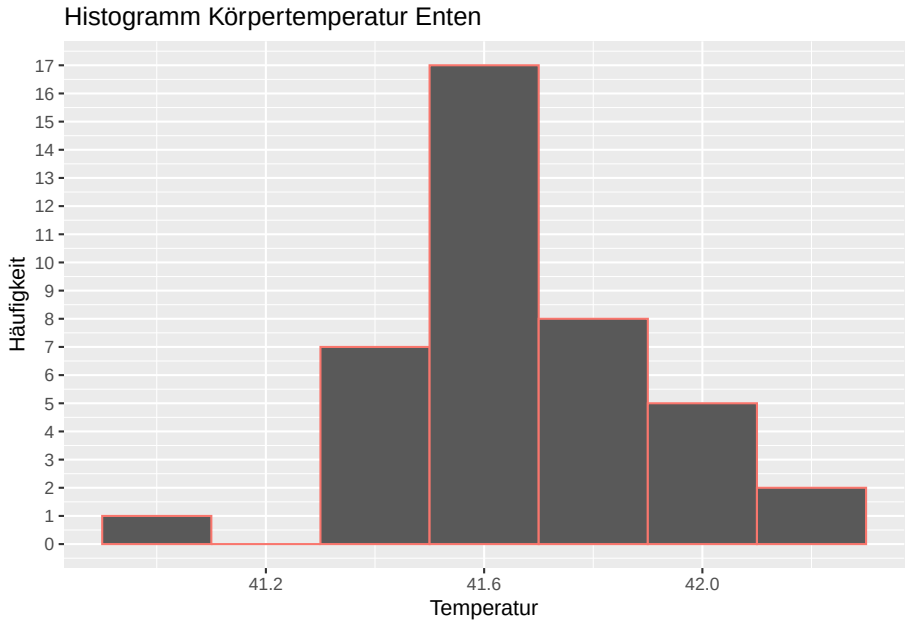
2.2 Wie kann eine intervallskaliertes Merkmal beschrieben werden?

Eine Veterinärin möchte herausfinden, welche Körpertemperatur Enten aufweisen. Dazu untersucht sie 40 Enten und misst die Körpertemperaturen 42.01, 41.72, 41.51, 41.52, 41.5, 41.6, 41.46, 41.81, 42.14, 41.82, 42.06, 41.53, 41.66, 41.65, 41.46, 41.48, 41.92, 41.58, 41.32, 41.58, 41.81, 41.7, 41.62, 41.52, 41.89, 41.53, 41.67, 41.43, 42.18, 41.52, 41.82, 41.96, 41.8, 41.54, 41.88, 41.69, 41.92, 41.35, 41.07, 41.67.

Für einen Menschen ist es ziemlich schwierig direkt aus der Sichtung dieser Zahlen zu begreifen, welche Körpertemperatur Enten haben. Ein Mensch kann sich jedoch helfen, indem er die Zahlen zusammenfasst.

2.2.1 Verteilung

Um die Zahlen zusammenzufassen, kann die Veterinärin zum Beispiel Temperaturabschnitte von 0.2°C betrachten und zählen wie viele Beobachtungen sie in den jeweiligen Abschnitten gemacht hat. Diese Zähldaten können tabellarisch oder grafisch mit einem Balkendiagramm dargestellt werden. Letzteres wird ein **Histogramm** genannt.



Aufgrund dieser Darstellung kann die Veterinärin nun sehen, wie häufig welche Körpertemperature sind. Dies wird die **Verteilung** des Merkmals genannt.

Sie bemerkt zum Beispiel, dass Beobachtungen der Körpertemperatur rund um 41.6°C am häufigsten sind und tiefere und höhere Temperaturen seltener vorkommen. Auf einen Blick sieht sie auch, dass die Temperatur aller Enten zwischen 41°C und 42.2°C war.

Die Verteilung eines Merkmals zu kennen ist hilfreich, jedoch in vielen Situationen (z. B. in der Kommunikation) noch zu komplex. Einfacher ist es die Komplexität einer Verteilung auf zwei Faktoren herunterzubrechen: Die Zentralität und die Variabilität einse Merkmals.

2.2.2 Zentralität

Mit der Zentralität ist ein Wert gemeint, welcher die zentrale Tendenz des Merkmals abbildet. Um die Zentralität zu messen gibt es drei Möglichkeiten:

- Der **Modus** ist der am häufigsten vorkommende Wert. Im Beispiel ist das der Wert 41.52, welcher 3 mal und damit am häufigsten vorkommt.
- Wenn die Werte des Merkmals aufsteigend sortiert werden und der Wert betrachtet wird, welcher die Beobachtungen in eine tiefere und eine höhere Hälfte teilt, dann wird dieser Wert als **Median** bezeichnet. Bei einer geraden Anzahl Beobachtungen, wird in der Regel der Durchschnittswert der beiden mittigsten Beobachtungen verwendet. Im Beispiel haben wir 40 Beobachtugen. Der Median entspricht also dem Durchschnittswert zwischen dem 20. und dem 21. der aufsteigend sortierten Werte 41.07, 41.32, 41.35, 41.43, 41.46, 41.46, 41.48, 41.5, 41.51, 41.52, 41.52, 41.52, 41.53, 41.53, 41.54, 41.58, 41.58, 41.6, 41.62, 41.65, 41.66, 41.67, 41.67, 41.69, 41.7, 41.72, 41.8, 41.81, 41.81, 41.82, 41.82, 41.88, 41.89, 41.92, 41.92, 41.96, 42.01, 42.06, 42.14, 42.18, also 41.655.
- Das **arithmetische Mittel** bezeichnet, was gemeinhin mit Durchschnitt gemeint ist. Wenn wir die erste von insgesamt n Beobachtung mit x_1 und die letzte Beobachtung mit x_n bezeichnen, so ist das aritmethische Mittel

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

  Im Beispiel ist das arithmetische Mittel der Körpertemperaturen 41.6725.

Hinweis.

TODO: so und so.

Jedes dieser Masse für die Zentralität hat Vor- und Nachteile und sie werden dementsprechend in unterschiedlichen Situationen eingesetzt, siehe Übungen.

2.2.3 Variabilität

2.3 Übungen

Übung 1.

*(a) Versuche selbst ein Histogramm der Daten oben (*Enten_n40.sav*) mit Jamovi zu erstellen und begründe, weshalb es nicht gleich aussieht wie das Histogramm oben.*
(b) Berechne zusätzlich das arithmetische Mittel und die Standardabweichung des Merkmals.

Lösung.

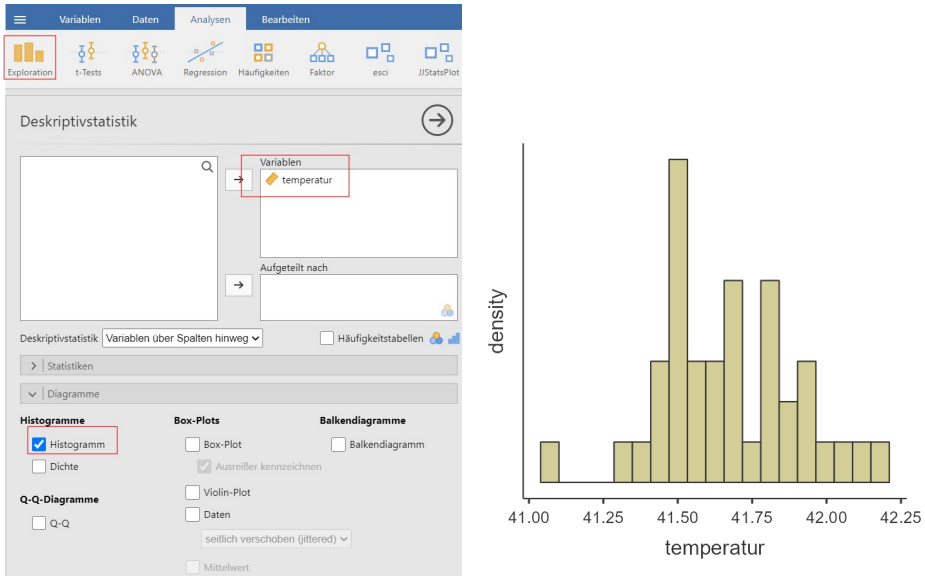


Abbildung 2.1: Links: Jamovi-Anleitung zur Erstellung des Histogramms; rechts: Histogramm der Temperatur.

(a) Das Histogramm sieht nicht gleich aus, da Jamovi die Temperaturabschnitte kürzer gewählt hat nämlich bei 0.125°C statt 0.2°C wie oben im Text. In Jamovi gibt es aktuell keine Möglichkeit die Abschnittsweite anzupassen. Ein Histogramm sieht immer anders aus je nach ausgewählter Abschnittsweite.

(b) TODO

Übung 2.

(a) TODO
(b) TODO

Lösung. Text..

Kapitel 3

Stichprobenziehung

3.1 Was ist das Problem der Stichprobenziehung?

3.2 Wie kann man Aussagen über die Grundgesamtheit machen?

3.3 Übungen

Kapitel 4

Durchschnitt und Standardabweichung schätzen

4.1 Wo liegt der Durchschnitt der Grundgesamtheit?

4.2 Wo liegt der Durchschnitt der Standardabweichung?

4.3 Übungen

Kapitel 5

Durchschnitt testen

5.1 Entspricht der Durchschnitt der Grundgesamtheit einem gewissen Wert?

5.2 Weicht der gefundene Durchschnitt stark vom hypothetischen Wert ab?

5.3 Übungen

Teil II

Gruppenvergleich einer intervallskalierten Variable

Kapitel 6

Gruppenvergleich einer intervallskalierten Variable

6.1 Zwei Gruppen vergleichen

6.2 Was ist das Problem der Stichprobenziehung?

6.3 Wie kann man Aussagen über die Grundgesamtheit machen?

6.4 Übungen

Kapitel 7

Welch-Test

7.1 Zwei Gruppen vergleichen

7.2 Sind die Durchschnitte der beiden Gruppen in der Grundgesamtheit gleich?

7.3 Wie stark unterscheiden sich die Durchschnitte?

7.4 Übungen

Literaturverzeichnis

Selker, R., Love, J., and Dropmann, D. (2024). *jmv: The jamovi Analyses*. R package version 2.5.6.