

## Table des matières

<b>I</b>	<b>Analyse descriptive des séries temporelles</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Introduction au séries temporelles</b>	<b>2</b>
1.1	Définitions, objectifs et notations . . . . .	2
1.1.1	Objectifs et notations . . . . .	2
1.1.2	Représentation d'une chronique . . . . .	3
1.1.3	Les composantes d'une chronique . . . . .	6
1.1.4	Les principaux modèles de composition d'une chronique . . . . .	9
1.2	Choix du modèle . . . . .	11
1.2.1	Les méthodes graphiques . . . . .	12
1.2.2	La méthode analytique : Méthode de Buys-Ballot . . . . .	12
1.2.3	Les étapes de la modélisation d'une chronique . . . . .	14
1.2.4	Analyse de la série à partir de ses composantes et prévision . . . . .	17
<b>2</b>	<b>Test de détection de la tendance et de la saisonnalité</b>	<b>18</b>
2.1	Test de détection de la saisonnalité . . . . .	18
2.1.1	Analyse de la variance et test de Fisher . . . . .	18
2.1.2	Test de Kruskal - Wallis . . . . .	22
2.2	Test de détection de la tendance . . . . .	23
2.2.1	Test d'analyse de la variance . . . . .	23
2.2.2	Test de Mann - Kendall . . . . .	24
2.2.3	Test de Mann - Kendall modifié . . . . .	25
2.2.4	Test de Mann - Kendall saisonnier . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Analyse de la tendance et de la saisonnalité</b>	<b>27</b>
3.1	Analyse de la tendance . . . . .	27

3.1.1	Ajustement linéaire . . . . .	27
3.1.2	Rappels sur la régression linéaire . . . . .	30
3.1.3	Ajustement tendanciel linéaire . . . . .	34
3.1.4	Ajustement non linéaire de la tendance . . . . .	38
3.1.5	Autres méthodes d'estimation . . . . .	46
3.2	Estimation de la saisonnalité et prévision . . . . .	54
3.2.1	Principe de conservation des aires et coefficients saisonniers . . . . .	54
3.2.2	Désaisonnalisation de la série . . . . .	57
3.2.3	Prévision des valeurs futures . . . . .	57
3.2.4	Séries ajustées et variations résiduelles . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Désaisonnalisation par régression linéaire</b>	<b>62</b>
4.1	Le modèle linéaire . . . . .	62
4.1.1	Composante tendancielle et saisonnière du modèle . . . . .	63
4.1.2	Modèle mensuel de Buys-Ballot . . . . .	63
4.2	Estimateur des moindres carrés ordinaires . . . . .	64
4.2.1	Solutions générales . . . . .	64
4.2.2	Cas particulier : le modèle trimestriel de Buys - Ballot . . . . .	65
4.2.3	Généralisation des formules de Buys - Ballot . . . . .	66
4.3	Application à la série Air passengers . . . . .	66
4.3.1	Calcul direct des estimateurs . . . . .	68
4.3.2	Application sous Python . . . . .	69
4.3.3	Propriétés des estimateurs et prévision . . . . .	72
<b>5</b>	<b>Désaisonnalisation par moyennes mobiles</b>	<b>74</b>
5.1	Les moyennes mobiles . . . . .	74
5.1.1	Notion de filtre . . . . .	74
5.1.2	Définitions des moyennes mobiles . . . . .	84
5.1.3	Autres types de moyennes mobiles . . . . .	94
5.1.4	Propriété d'un lissage par moyenne mobile . . . . .	98
5.2	Décomposition d'une série chronologique par moyennes mobiles . . . . .	104
5.2.1	Etapas de décomposition par moyennes mobiles . . . . .	105
5.2.2	Fonction Seasonal decompose de Statsmodels . . . . .	113
<b>6</b>	<b>Prévision par lissage exponentiel</b>	<b>116</b>
6.1	Les lissages exponentiels . . . . .	116
6.1.1	Lissage exponentiel simple . . . . .	116
6.1.2	Lissage exponentiel double . . . . .	131

6.2	Méthode de Holts - Winters . . . . .	139
6.2.1	Méthode non saisonnière : le modèle avec tendance de Holt . . . . .	139
6.2.2	Méthode saisonnière additive . . . . .	142
6.2.3	Méthode saisonnière multiplicative . . . . .	144
6.2.4	Intervalle de prédiction . . . . .	148
<b>7</b>	<b>Modèles avancés de décomposition</b>	<b>149</b>
7.1	La méthode X11 et les modèles hybrides . . . . .	149
7.1.1	La méthode X11 . . . . .	149
7.1.2	Les modèles hybrides . . . . .	150
7.2	Modèle STL . . . . .	151
7.2.1	Régression loess . . . . .	152
7.2.2	Décomposition par loess . . . . .	157
7.2.3	Modèle MSTL . . . . .	164
<b>II</b>	<b>Économétrie des processus stationnaires et non stationnaires</b>	<b>175</b>
<b>8</b>	<b>Introduction à la théorie des processus stationnaires</b>	<b>176</b>
8.1	Quelques généralités sur les processus stochastiques . . . . .	176
8.1.1	Processus stochastique et stationnarité . . . . .	176
8.1.2	Ergodicité et théorème de Wold . . . . .	181
8.2	Caractéristique d'une série temporelle . . . . .	183
8.2.1	Moyenne et variance . . . . .	183
8.2.2	Fonction d'autocovariance et d'autocorrélation . . . . .	184
8.2.3	Autres concepts généraux . . . . .	195
8.2.4	Outils d'analyse spectrale . . . . .	201
<b>9</b>	<b>Processus linéaires de type ARMA</b>	<b>210</b>
9.1	Quelques processus linéaires . . . . .	210
9.1.1	Processus moyenne mobile (Processus MA, <i>Moving Average</i> ) . . . . .	211
9.1.2	Processus Autorégressifs (Processus AR) . . . . .	218
9.1.3	Processus ARMA constants . . . . .	226
9.2	Identification et estimation des paramètres . . . . .	232
9.2.1	Identification des paramètres p et q . . . . .	232
9.2.2	Estimation des paramètres d'un AR(p) . . . . .	234
9.2.3	Estimation des paramètres d'un ARMA(p,q) . . . . .	236
<b>10</b>	<b>Validation et prévision des processus ARMA</b>	<b>243</b>

10.1	Validation des processus . . . . .	243
10.1.1	Tests sur les paramètres . . . . .	243
10.1.2	Le coefficient de détermination . . . . .	246
10.2	Tests sur les résidus du bruit blanc normal . . . . .	248
10.2.1	Test de nullité de la moyenne des résidus . . . . .	248
10.2.2	Test d'absence d'autocorrélation . . . . .	249
10.2.3	Test d'homoscédasticité . . . . .	257
10.3	Tests de normalité des résidus . . . . .	263
10.3.1	Tests paramétriques . . . . .	263
10.3.2	Tests non paramétriques . . . . .	268
10.4	Critères de choix des modèles . . . . .	282
10.4.1	Critères standards . . . . .	282
10.4.2	Critères d'information . . . . .	284
10.5	Prévision . . . . .	290
10.5.1	Prévision d'un $AR(p)$ . . . . .	290
10.5.2	Prévision d'un $MA(q)$ . . . . .	292
10.5.3	Prévision d'un $ARMA(p,q)$ . . . . .	294
10.5.4	L'approche de Box et Jenkins . . . . .	298
<b>11</b>	<b>Processus autorégressifs avec variables exogènes</b>	<b>300</b>
11.1	Présentation du modèle ARX . . . . .	300
11.1.1	Formulation générale . . . . .	300
11.1.2	Autocorrélation croisée . . . . .	301
11.2	Test d'autocorrélation et méthodes d'estimation . . . . .	302
11.2.1	Test d'autocorrélation des erreurs . . . . .	303
11.2.2	Estimation en cas d'absence d'autocorrélation des erreurs . . . . .	303
11.2.3	Estimation en cas d'autocorrélation des erreurs . . . . .	303
11.2.4	Prévision d'un ARX(p) . . . . .	304
<b>12</b>	<b>Introduction aux modèles à retards échelonnés</b>	<b>309</b>
12.1	Présentation du modèle . . . . .	309
12.1.1	Formulation générale . . . . .	309
12.1.2	Retard moyen . . . . .	310
12.2	Identification de $p$ et estimation des paramètres . . . . .	310
12.2.1	Identification de $p$ . . . . .	310
12.2.2	Estimation des paramètres . . . . .	313
12.3	Distribution infinie des retards . . . . .	317
12.3.1	Modèle de Koyck (progression géométrique) . . . . .	318

12.3.2	Modèle de Solow (Distribution de Pascal)	319
<b>13</b>	<b>Introduction à la non stationnarité et à la saisonnalité</b>	<b>323</b>
13.1	Définition des concepts	323
13.1.1	Opérateur différence	323
13.1.2	Processus intégrés	324
13.2	Processus ARIMA	325
13.2.1	Processus ARIMA non saisonnier	326
13.2.2	Le processus ARIMA saisonnier	329
13.2.3	Identification de $d$	331
13.3	Tests de racine unitaire	331
13.3.1	Test de Dickey-Fuller simple	331
13.3.2	Test de Dickey - Fuller Augmenté	336
13.3.3	Test de Phillips - Perron	339
13.3.4	Test KPSS	340
13.3.5	Test Zivot-Andrews	340
13.4	Prévision et application	350
13.4.1	Prévision d'un SARIMA	350
13.4.2	Application : Air passengers	350
<b>III</b>	<b>Économétrie des processus non linéaires</b>	<b>362</b>
<b>14</b>	<b>Processus stochastiques non linéaires</b>	<b>363</b>
14.1	Les insuffisances des modèles linéaires	363
14.1.1	Justifications économiques de la non linéarité	363
14.1.2	La linéarité : une hypothèse économétrique très restrictive	364
14.2	Les processus non linéaires en variance	365
14.2.1	Présentation générale	366
14.2.2	Les modèles ARCH	367
14.3	Processus ARCH	368
14.3.1	Propriétés d'un processus ARCH	368
14.3.2	Test de présence d'erreurs ARCH	373
14.3.3	Estimation d'un processus ARCH	375
14.3.4	Validation du modèle et prévision	378
14.4	Modèles ARCH généralisées : GARCH	385
14.4.1	Propriétés d'un processus GARCH	386
14.4.2	Test d'un modèle de type GARCH	388

14.4.3	Prévision de la volatilité . . . . .	389
<b>15</b>	<b>Les extensions du modèle GARCH</b>	<b>395</b>
15.1	Extensions des modèles GARCH . . . . .	396
15.1.1	Processus EGARCH . . . . .	396
15.1.2	Processus TGARCH . . . . .	401
15.1.3	Processus QGARCH . . . . .	401
15.1.4	Processus GARCH-M . . . . .	402
15.1.5	Processus IGARCH . . . . .	403
15.1.6	Processus GJR-GARCH . . . . .	404
15.2	Modélisation avec Scipy . . . . .	405
15.2.1	Modélisation ARCH . . . . .	406
15.2.2	Modélisation GARCH . . . . .	408
15.2.3	Modélisation GJR-GARCH . . . . .	411
	<b>Tables statistiques</b>	<b>415</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>417</b>