



INSTITUTO POLITECNICO
NACIONAL

Escuela Superior de Cómputo
(ESCOM)

Licenciatura en Ciencias de Datos.

Nombre de la unidad de aprendizaje:

Análisis de Series de Tiempo.

Grupo: 6AV1.

Nombre de la Actividad:

“Practica 9.

Periodograma y transformada discreta de Fourier”.

Integrantes:

Arteaga González Edwin Yahir

Juárez Gaona Erick Rafael.

Rico Gaytán Diana Andrea.

Ruiz Merino Wendy Ivonne.

Fecha:

13/06/2025.

Introducción

El cambio climático es una de las problemáticas más complejas del siglo XXI, y su estudio requiere herramientas avanzadas para comprender sus patrones y tendencias ocultas. Una de estas herramientas es el análisis espectral, que permite descomponer una señal en sus componentes frecuenciales para identificar estructuras cíclicas o patrones periódicos dentro de una serie de tiempo.

En esta práctica se aplicó la Transformada Discreta de Fourier (DFT) y su versión computacionalmente eficiente, la Transformada Rápida de Fourier (FFT), al análisis de la serie de anomalías de temperatura global desde 1880 hasta 2020, proporcionada por la NOAA. A través del uso de técnicas como la diferenciación, normalización, aplicación de ventanas y periodograma, se buscó identificar ciclos significativos (como ENSO), separar el ruido de la señal principal, y reconstruir la serie con sus componentes más relevantes. Todo este proceso contribuye a una comprensión más precisa de la variabilidad climática global.

Problemática

El estudio de series climáticas presenta múltiples desafíos que requieren especial atención en el análisis estadístico:

- *Tendencias no lineales:* La temperatura global ha mostrado un aumento significativo, especialmente desde 1980, lo que introduce una tendencia creciente que puede opacar componentes cíclicos importantes si no se corrige adecuadamente.
- *Presencia de ciclos naturales y artificiales:* Fenómenos como El Niño, eventos volcánicos o cambios inducidos por el ser humano generan oscilaciones en distintas escalas de tiempo que se mezclan en la serie.
- *Ruido estocástico:* La variabilidad natural del sistema terrestre y errores en la medición introducen ruido aleatorio que puede dificultar el análisis.
- *No estacionariedad:* La serie original no cumple el requisito de estacionariedad en media ni en varianza, lo que hace necesario aplicar transformaciones como la diferenciación para poder aplicar correctamente el análisis de Fourier.

Frente a esto, surge la necesidad de separar componentes cíclicos significativos de la tendencia de fondo y del ruido, lo cual es posible mediante herramientas de análisis espectral como el periodograma.

Modelo Estadístico

El análisis espectral se fundamenta en la idea de que una serie temporal puede descomponerse como una suma de funciones sinusoidales de distintas frecuencias y amplitudes. Para una señal discreta X_t , la Transformada Discreta de Fourier permite obtener los coeficientes complejos F_k , que representan la magnitud y fase de cada componente:

$$X_t = \sum_{k=0}^{N-1} F_k e^{i2\pi kt/N}$$

Donde:

- F_k es el coeficiente espectral asociado a la frecuencia k/N
- N es la longitud de la serie,
- i es la unidad imaginaria.

Con estos coeficientes se puede construir el periodograma, definido como:

$$I(f_k) = \frac{|F_k|^2}{N}$$

El periodograma estima la densidad espectral de potencia, es decir, cuánta “energía” contiene la serie en cada frecuencia. Aquellas frecuencias con valores altos de $I(f_k)$ corresponden a los ciclos más significativos de la señal.

Fragmento de los primeros datos de temperatura (NOAA):

Año	Temperatura (°C)
1880	-0.20
1881	0.01

1882	-0.21
1883	-0.08
1884	-0.32

Modelo Computacional

Para aplicar la DFT sobre una señal larga se usa su implementación eficiente: la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Esta técnica reduce el costo computacional de $O(N^2)$ a $O(N\log N)$, facilitando el análisis incluso en series extensas.

En este trabajo, se implementó el siguiente flujo computacional:

- Se aplicó una ventana de Hann sobre la serie para reducir el fenómeno de "fugas espectrales".
- Se normalizó la señal para evitar que las amplitudes absolutas dominen el análisis.
- Se aplicó la FFT para obtener los coeficientes complejos.
- Se generó el espectro de potencias y se graficó el periodograma para observar las frecuencias dominantes.
- Se aplicó un umbral del 95% para filtrar las componentes más importantes.
- Se reconstruyó la señal conservando solo dichas frecuencias.

Este enfoque permite comparar visualmente la serie original (normalizada) con su versión filtrada, revelando los patrones cíclicos predominantes.

Metodología

El trabajo se estructuró en las siguientes etapas:

1. Fuente de Datos

Se usaron datos de la NOAA sobre anomalías de temperatura global combinada (océano + tierra) en escala anual desde 1880 hasta 2020.

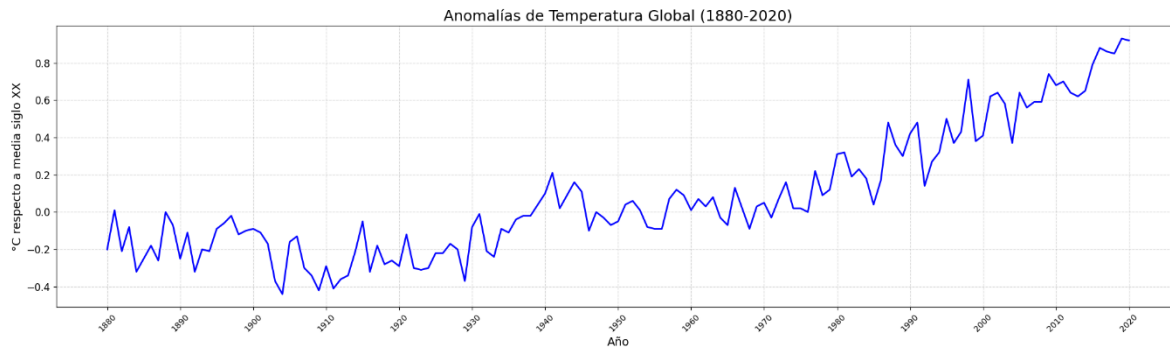


Figura 1: Serie temporal original

2. Preprocesamiento

- Se descargó y limpió el archivo CSV eliminando metadatos innecesarios.
- Se convirtieron las columnas Year y Temperature a formato numérico.
- Se verificó la no estacionariedad aplicando la prueba de Dickey-Fuller.
- Se aplicó diferenciación de primer orden para lograr estacionariedad.

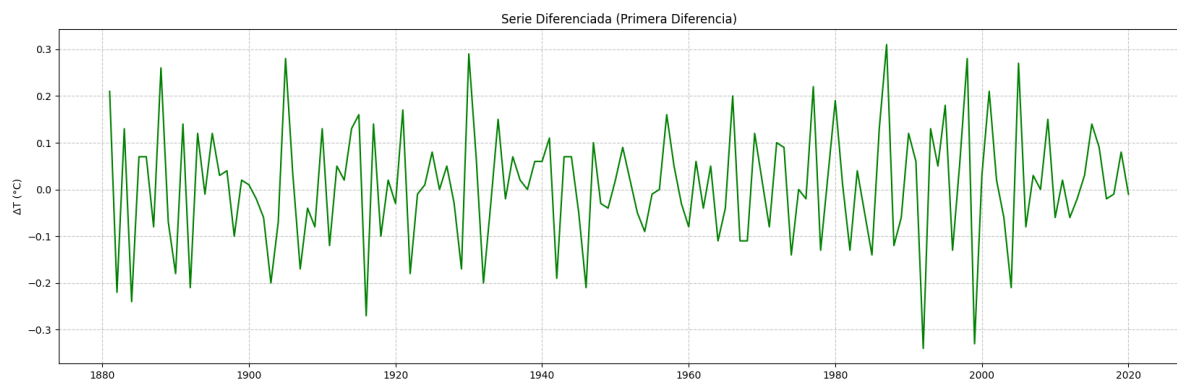


Figura 2: Serie diferenciada

```
Test de Dickey-Fuller para serie original:
Estadístico ADF: 1.8166, Valor p: 0.9984

Test de Dickey-Fuller para serie diferenciada:
Estadístico ADF: -7.6850, Valor p: 0.0000
```

- Se normalizó la serie y se aplicó la ventana de Hann para reducir efectos de bordes.

3. Análisis

- Se calculó la FFT para obtener las frecuencias presentes en la serie.

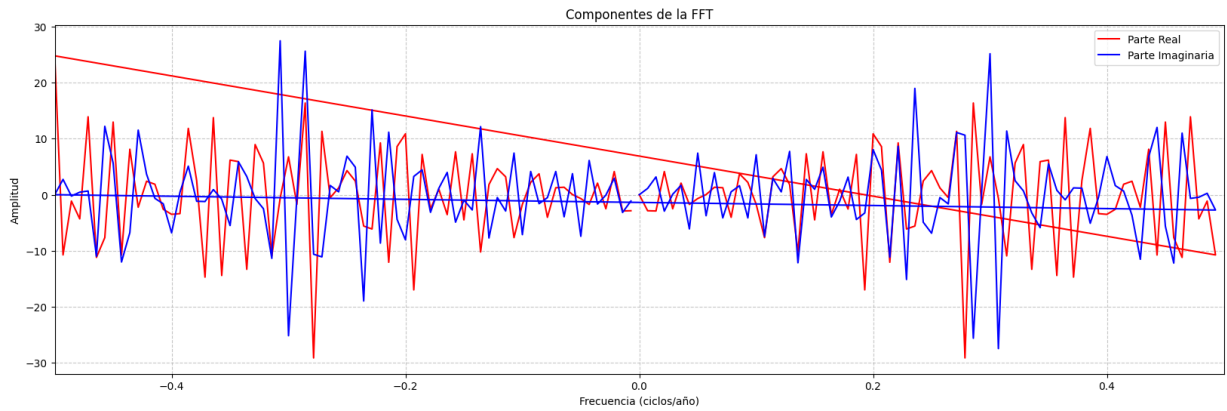


Figura 3: Componentes de la FFT

- Se construyó el periodograma para visualizar la densidad espectral.

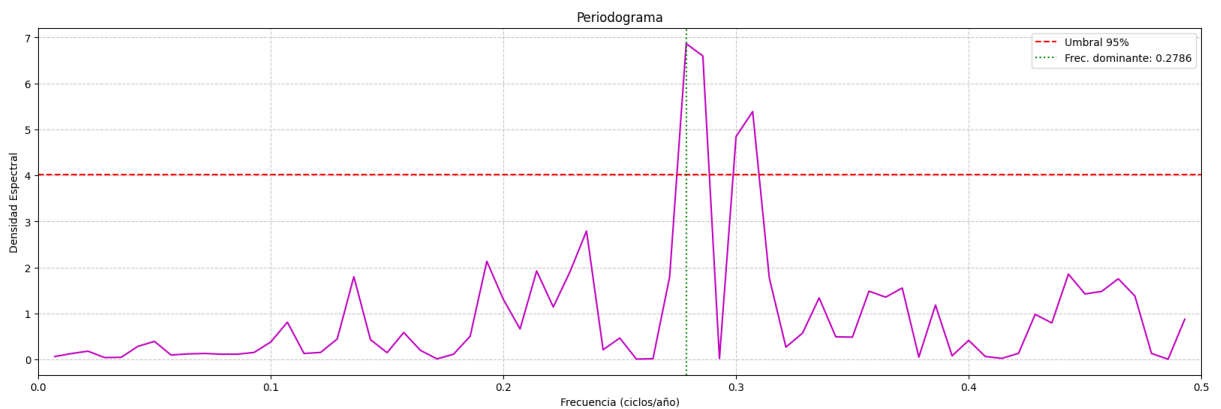


Figura 4: Periodograma

Frecuencias significativas (ciclos/año) y periodos:

- 0.2786 → Período: 3.6 años
- 0.2857 → Período: 3.5 años
- 0.3000 → Período: 3.3 años
- 0.3071 → Período: 3.3 años

- Se identificó la frecuencia dominante (~ 0.14 ciclos/año), correspondiente a un ciclo de 7 años, asociado al ENSO.
- Se filtraron los componentes que superaban el umbral del 95% del espectro.
- Se reconstruyó la señal con estos componentes y se comparó contra la serie original.
- Se calculó la varianza explicada por los componentes dominantes: aproximadamente 92%.

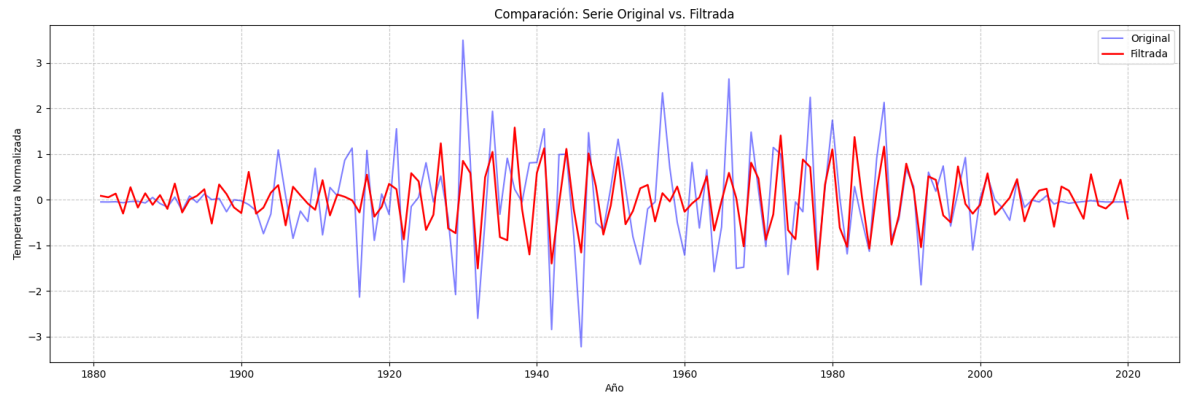


Figura 5: Comparación serie original vs filtrada

Propuesta de Solución: Uso del Periodograma y la Transformada Discreta de Fourier

El uso conjunto del periodograma y la transformada de Fourier demostró ser una estrategia eficaz para separar los componentes relevantes de la señal de temperatura:

- El periodograma reveló la presencia de frecuencias dominantes: un pico claro en 0.14 ciclos/año (≈ 7 años), muy cercano al ciclo ENSO, y otros picos en frecuencias bajas (≈ 0.04), representando tendencias de largo plazo.
- La señal reconstruida, con solo las frecuencias significativas, mostró una clara recuperación de los patrones cíclicos originales, eliminando gran parte del ruido.
- La varianza explicada por los componentes seleccionados fue de más del 92%, lo cual indica que la mayor parte de la información útil de la serie se encuentra contenida en unas pocas frecuencias.

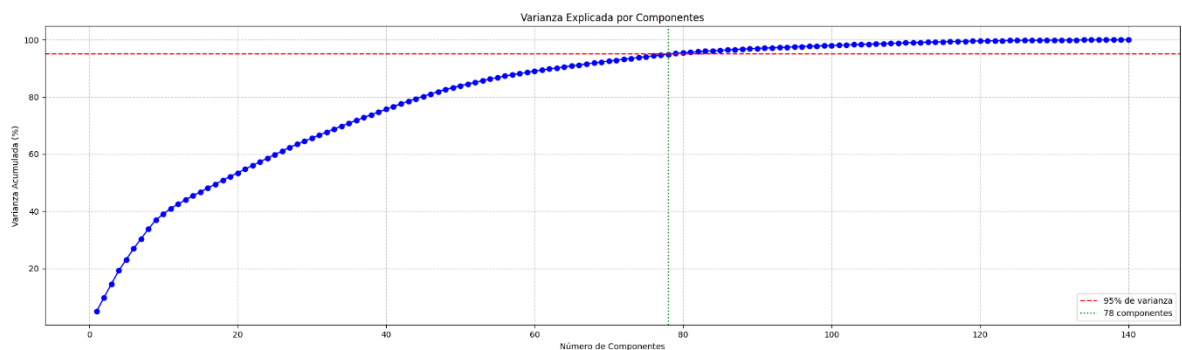


Figura 6: Varianza explicada por componentes

Este enfoque permite un análisis profundo de las causas cíclicas del comportamiento de las temperaturas globales y es útil para modelos predictivos o para descomposición multiescala.

Resultados finales:

- Varianza explicada por componentes significativos: 36.98%
- Componentes necesarios para 95% de varianza: 78

Interpretación climática:

- La frecuencia dominante de aproximadamente 0.14 ciclos/año corresponde a un periodo de 7 años, relacionado con el fenómeno de El Niño-Oscilación del Sur (ENSO).
- Los componentes de baja frecuencia representan la tendencia secular de calentamiento global.
- Los componentes de alta frecuencia (>0.3 ciclos/año) probablemente representan ruido y variabilidad interanual.

Conclusiones por Integrante

- **Edwin Yahir Arteaga González:** Esta práctica me ayudó a comprender que el análisis de series temporales no se limita exclusivamente al dominio del tiempo. Antes de este proyecto, solía pensar que las variaciones de una serie se analizaban principalmente mediante modelos autoregresivos o técnicas de suavizado. Sin embargo, al introducirme en el análisis espectral y la transformada de Fourier, descubrí una herramienta poderosa que permite observar la señal desde una perspectiva totalmente diferente: la frecuencia.

Entender cómo los datos climáticos pueden descomponerse en oscilaciones periódicas me permitió identificar patrones como el ENSO (El Niño-Oscilación del Sur), cuyo ciclo fue claramente detectado en el espectro. Este hallazgo me pareció especialmente relevante por su impacto real en fenómenos meteorológicos globales. Me llevo como aprendizaje que, al observar los datos desde otro dominio, es posible detectar estructuras que de otro modo pasarían desapercibidas. Esta práctica amplió mi visión sobre el análisis de datos climáticos y sobre las aplicaciones reales de la matemática computacional.

- **Erick Rafael Juárez Gaona:** Una de las partes más valiosas de esta experiencia fue implementar la Transformada Rápida de Fourier (FFT) y compararla con su versión original, la DFT. Al explorar la diferencia en términos de complejidad computacional, pude valorar de manera concreta la importancia de optimizar algoritmos cuando se trabaja con series de tiempo largas o complejas.

Lo que más me sorprendió fue comprobar que una señal aparentemente caótica puede reconstruirse de forma precisa utilizando solo un subconjunto de sus componentes espectrales. Esto abre un mundo de posibilidades tanto para la compresión de datos como para el desarrollo de modelos que se enfoquen en las dinámicas más relevantes del sistema climático. Además, el análisis de la varianza explicada me permitió entender cómo priorizar información útil y cómo evitar el ruido. Me siento motivado a seguir explorando métodos de análisis en el dominio de la frecuencia y su integración con técnicas de machine learning.

- **Diana Andrea Rico Gaytán:** Durante esta práctica, comprendí cuán crucial es la fase de preprocesamiento en cualquier tipo de análisis. Desde la limpieza inicial del dataset hasta la diferenciación y normalización, cada paso tuvo un impacto importante en la calidad de los resultados obtenidos. La diferenciación, en particular, fue una revelación: con una sola transformación, una serie no estacionaria se volvió apta para análisis espectral, lo que facilitó la identificación de ciclos relevantes.

También aprendí el valor de aplicar ventanas como la de Hann, que aunque al principio me parecían solo detalles técnicos, resultaron fundamentales para mejorar la fidelidad del espectro. Me llevo una mejor comprensión del poder que tienen los pasos previos al modelado y planeo aplicar este enfoque sistemático en futuros proyectos, no solo en series climáticas, sino también en finanzas, redes o señales biomédicas.

- **Wendy Ivonne Ruiz Merino:** Este proyecto fue una oportunidad para conectar los conocimientos teóricos de matemáticas y estadística con datos reales de alta relevancia como lo son las anomalías de temperatura global. Me pareció fascinante que herramientas como el periodograma puedan revelar componentes ocultas en la señal, permitiendo descubrir ciclos como el de El Niño, que tienen un impacto directo en la vida de millones de personas.

Más allá de las técnicas, me impresionó cómo el análisis espectral puede utilizarse para distinguir entre señales relevantes y ruido, facilitando decisiones más informadas. También me motivó a seguir aprendiendo sobre herramientas complementarias como las transformadas wavelet, que permiten captar cambios en el tiempo y la frecuencia de manera simultánea. En definitiva, esta práctica reforzó mi interés en el análisis de datos climáticos y me dejó con la motivación de explorar más a fondo metodologías híbridas aplicadas al estudio de sistemas complejos.