



Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Computo



Carrera

Licenciatura en Ciencia de Datos

Alumno

Jiménez Flores Luis Arturo

Profesor

Daniel Jiménez Alcantar

Materia

Análisis de Series de Tiempo

Grupo

6AV1

Practica 10

Filtro de series de tiempo

Fecha de entrega: 21/06/2025



Instrucciones

1.- Elija un Dataset de su elección, deberá acondicionarse de tal manera que pueda realizar el análisis de una serie de tiempo. Desarrolle un reporte técnico que permita observar el trabajo en los siguientes puntos:

1. Introducción
2. Problemática
3. Modelo estadístico
4. Modelo computacional
5. Metodología.
6. Propuesta de solución para el uso de filtros de serie de tiempo paramétricos.
 - a. Desarrollo de filtro por descomposición de serie de tiempo.
 - b. Desarrollo de filtro por método de suavizamiento.
 - c. Desarrollo de filtro pasa altas y pasa bajas.
 - d. Desarrollo de filtro Hodrick-Prescott.
 - e. Desarrollo de filtro Densidad Espectral Potencial.
7. Conclusiones por integrante.

Introducción

El presente trabajo constituye un informe técnico detallado sobre la aplicación y comparación de diversas técnicas de filtrado de series de tiempo aplicadas a indicadores económicos para México. Las series temporales macroeconómicas, como el Producto Interno Bruto, raramente son homogéneas; por el contrario, son una amalgama de componentes no observables como la tendencia de largo plazo, los ciclos económicos, la estacionalidad y el ruido aleatorio. El objetivo central de este análisis es, por lo tanto, desentrañar estos patrones subyacentes. Para ello, se exploran y aplican de manera práctica varios métodos de filtrado, incluyendo: la descomposición clásica de series de tiempo, el suavizamiento exponencial, el filtro Hodrick-Prescott (HP), el filtrado en el dominio de la frecuencia (filtros pasa-bajas y pasa-altas), y el análisis de la Densidad Espectral de Potencia mediante el Periodograma como herramienta diagnóstica para guiar este último

Los datos que sustentan este análisis, obtenidos de fuentes como INEGI, Banxico y el Banco Central de Estados Unidos, comprenden series de frecuencia trimestral que abarcan desde 1993 hasta 2024. Las variables centrales incluyen el Producto Interno Bruto de México (pib_mx), así como sus exportaciones (export) e importaciones (import). Es de destacar que estas variables se encuentran ya en términos reales (millones de pesos constantes de un año base), por lo que el índice de precios o deflactor ha sido explícitamente ignorado para evitar una doble corrección. De forma complementaria, se integra el PIB de los Estados Unidos (pib_usa), medido en miles de millones de dólares constantes, para contextualizar el entorno económico regional.



Si bien el objetivo principal es el filtrado y la descomposición, la metodología Box-Jenkins se utiliza como un marco de análisis complementario y riguroso. Una vez que los filtros nos permiten aislar componentes, como el ciclo de corto plazo (que es estacionario), la metodología Box-Jenkins en sus cuatro fases (Identificación, Estimación, Validación y Uso) nos ofrece las herramientas para modelar la estructura interna de dichos componentes y, eventualmente, realizar pronósticos.

Por lo tanto, este informe se centrará en desglosar, paso a paso, el tratamiento de los datos, la aplicación de cada filtro, comparando sus resultados y visualizando cómo cada técnica revela una faceta distinta de la dinámica intrínseca de la economía mexicana. Este proceso sienta las bases para un modelado econométrico posterior más informado y robusto, permitiendo responder a preguntas tan relevantes como: "Considerando solo el comportamiento histórico del crecimiento de México, ¿cuál es el pronóstico para el próximo trimestre?".

Problemática

La problemática central de este análisis trasciende la simple preparación de los datos; reside en la naturaleza misma de las series de tiempo económicas, que actúan como una señal compuesta. Una vez estandarizada y transformada, una serie como el Producto Interno Bruto (PIB) medido en dólares no representa un fenómeno monolítico, sino la superposición de múltiples fuerzas económicas que operan en diferentes horizontes temporales. Dentro de la línea de datos que se observa en la figura 1, se encuentran entrelazados, y de forma no observable directamente, componentes fundamentales como la tendencia de crecimiento secular a largo plazo, los ciclos económicos de mediano plazo (fases de expansión y recesión), posibles patrones estacionales y fluctuaciones irregulares o "ruido" de corto plazo.

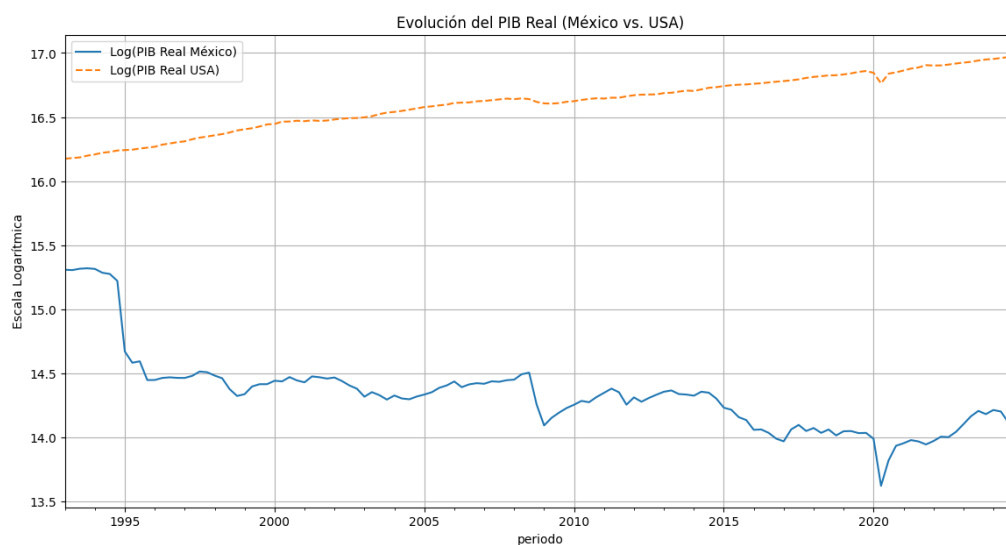


Figura 1. Comparativa entre el PIB Mexicano y el PIB Estadounidense.



Separar estos componentes es crucial para un diagnóstico económico profundo. Sin las herramientas adecuadas, es imposible discernir si una caída reciente en el PIB es una desviación temporal (ruido), el inicio de una fase recesiva del ciclo, o un cambio en la senda de crecimiento a largo plazo. La problemática, por lo tanto, es cómo descomponer la serie observada en estas partes constitutivas para analizarlas de forma aislada.

Para abordar este desafío de descomposición, el presente estudio se enfoca en la aplicación y comparación de un arsenal de técnicas de filtrado. Se exploran métodos que van desde la descomposición clásica de series de tiempo, hasta el suavizamiento exponencial, que se adapta rápidamente a los datos recientes. Adicionalmente, se implementa el filtro Hodrick-Prescott (HP), un estándar en macroeconomía para aislar el componente cíclico. Finalmente, se aborda el filtrado en el dominio de la frecuencia (filtros pasa-altas y pasa-bajas), el cual utiliza la Transformada de Fourier y se apoya en el análisis de la Densidad Espectral de Potencia (mediante el Periodograma) como herramienta diagnóstica para una descomposición informada.

En consecuencia, el reto no solo consiste en la aplicación mecánica de estos filtros, sino en la interpretación de sus distintos resultados. Cada filtro, basado en supuestos diferentes, revelará una faceta distinta de la dinámica económica. Al aislar componentes como el ciclo (que por definición es estacionario), se prepara el terreno para un análisis más profundo de su estructura interna a través de metodologías como Box-Jenkins, sentando así una base sólida y bien fundamentada para la modelización y el pronóstico.

Modelo estadístico

Para abordar la complejidad de las series de tiempo económicas, este estudio emplea un enfoque comparativo, aplicando un conjunto diverso de filtros para descomponer la serie principal de análisis, `log_pib_mx_usd` y la serie secundaria `crecimiento_pib` en sus componentes no observables: tendencia, ciclo y residuo. Cada filtro opera bajo distintos supuestos teóricos y matemáticos, ofreciendo una perspectiva única sobre la dinámica de los datos. El objetivo es visualizar y aislar estas fuerzas subyacentes que, en su estado bruto, se encuentran entrelazadas.

1. Filtro por Descomposición Clásica

Este método aditivo, un punto de partida estándar, postula que una serie de tiempo (Y_t) puede ser representada como la suma de su tendencia (T_t), su componente estacional (S_t) y un residuo irregular (R_t). La formulación matemática es:

$$Y_t = T_t + S_t + R_t$$

En la implementación, se utilizó la función `seasonal_decompose` de `statsmodels` sobre la serie `log_pib_mx_usd`. Dado que los datos son trimestrales, se especificó un periodo estacional de `period=4` para capturar los patrones anuales. El resultado es una separación explícita de los tres



componentes, donde la tendencia se calcula mediante una media móvil y el componente estacional muestra un patrón que se repite cada cuatro trimestres.

2. Filtro por Suavizamiento Exponencial (EWMA)

Como una alternativa flexible a la media móvil simple, se aplicó un filtro de suavizamiento exponencial. Este método calcula una tendencia asignando pesos que decrecen exponencialmente a las observaciones pasadas. Las observaciones más recientes reciben mayor peso, lo que permite que la línea de tendencia se adapte más rápidamente a cambios recientes en los datos. En el código, esto se implementó usando la función ".ewm()" con un "span=4", lo que produce un grado de suavizamiento comparable a una media móvil anual.

3. Filtro Hodrick-Prescott (HP)

Siendo un estándar en el análisis macroeconómico, el filtro HP fue aplicado para separar la serie en un componente de crecimiento a largo plazo (g_t) y un componente cíclico (c_t). Matemáticamente, el filtro logra esto al minimizar la siguiente función objetivo para la serie Y_t :

$$\min_{g_t} \left(\sum_{t=1}^T (y_t - g_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} ((g_{t+1} - g_t) - (g_t - g_{t-1}))^2 \right)$$

El primer término penaliza la desviación del ciclo respecto a la tendencia, mientras que el segundo término penaliza las variaciones en la tasa de crecimiento de la tendencia. El parámetro de suavizado λ controla el balance entre ambos. Para los datos trimestrales de este proyecto, se utilizó el valor estándar de $\lambda=1600$. La implementación se realizó con la función `hpfilter` de `statsmodels`, extrayendo exitosamente tanto la tendencia como el ciclo de negocio.

4. Filtrado en el Dominio de la Frecuencia (Pasa-Bajas y Pasa-Altas)

Este enfoque utiliza la Transformada Discreta de Fourier (TDF) para descomponer la serie de una manera "quirúrgica". El proceso, implementado en el código, consiste en:

1. **Transformar:** Convertir la serie `log_pib_mx_usd` del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia usando la función `fft`.
2. **Filtrar:** Se establece una **frecuencia de corte** (`frecuencia_corte = 0.33`), que corresponde a ciclos con un periodo de 3 años ($1/0.33 \approx 3$).
 - **Filtro Pasa-Baja:** Se anulan todas las frecuencias superiores a la de corte. Esto aísla la tendencia de largo plazo (ciclos que tardan más de 3 años en completarse).
 - **Filtro Pasa-Alta:** Se anulan todas las frecuencias inferiores a la de corte, aislando así el componente cíclico de corto plazo y el ruido.
3. **Invertir:** Se aplica la Transformada de Fourier Inversa (`ifft`) para regresar los componentes ya separados al dominio del tiempo.



5. Análisis de Densidad Espectral (Periodograma)

Aunque no es un filtro en sí mismo, el Periodograma se utilizó como una herramienta de diagnóstico para entender el contenido de frecuencia de las series. Su objetivo es estimar la Densidad Espectral de Potencia, revelando los ciclos dominantes. Para este análisis, se usó la función `periodogram` con una frecuencia de muestreo $f_s=4$ (debido a los datos trimestrales). Los resultados fueron reveladores:

- Para la serie de **nivel** `log_pib_mx_usd`, se encontró una frecuencia dominante de 0.03 ciclos/año, lo que corresponde a un periodo de 32 años. Esto confirma que la tendencia de muy largo plazo es el componente más potente de la serie.
- Para la serie de **crecimiento** `crecimiento_pib_mx_usd`, la frecuencia dominante fue de 1.3858 ciclos/año (un ciclo cada 2.89 trimestres), evidenciando la existencia de una fuerte dinámica cíclica sub-anual una vez que la tendencia ha sido eliminada.

Modelo computacional

La implementación de este análisis se llevó a cabo íntegramente en el lenguaje de programación Python (versión 3.12), apoyándose en un ecosistema de librerías especializadas en el manejo de datos, cálculo numérico y modelización estadística. A continuación, se detalla el flujo computacional seguido en el estudio. Revise la figura 2 para una representación visual de este modelo computacional.

1. Carga y Preparación del Entorno

El proceso inicia con la importación de las librerías esenciales: **pandas** para la manipulación de datos estructurados, **numpy** para operaciones numéricas, **matplotlib** y **seaborn** para la visualización gráfica. Para las tareas específicas de análisis, se importaron módulos de **statsmodels** y **scipy**. Los datos fueron cargados desde un archivo de Microsoft Excel (`politica_comercial.xlsx`) a un `DataFrame` de **pandas**. Posteriormente, se realizó un paso crítico que consistió en establecer la columna `periodo` (previamente convertida a tipo `datetime64[ns]`) como el índice del `DataFrame` usando el método `“.set_index('periodo', inplace=True)”`. Esta operación es indispensable para que **pandas** reconozca la estructura de serie temporal de los datos y habilite funcionalidades avanzadas. Finalmente, se ejecutó una verificación con `“.isnull().sum()”` para confirmar la ausencia de valores nulos, asegurando la integridad del conjunto de datos.

2. Transformación y Homogeneización de Datos

Previo al filtrado, se implementó una secuencia de transformaciones para estandarizar las series. Dado que se determinó que las variables de México ya eran reales, el paso del deflactor fue omitido. La homogeneización a una moneda común (millones de USD) se logró dividiendo las series en pesos entre la serie del tipo de cambio (`tcn`) y ajustando la escala del PIB de EE. UU. multiplicando por 1,000. Finalmente, se aplicó la función `numpy.log` a estas series para



estabilizar la varianza y obtener la variable `log_pib_mx_usd`, que sirvió como entrada principal para las técnicas de filtrado.

3. Implementación de Filtros de Series de Tiempo

El núcleo computacional del proyecto fue la aplicación de distintos algoritmos de filtrado sobre la serie `log_pib_mx_usd` para descomponerla en sus componentes.

- **a. Filtro por Descomposición Clásica:** Se utilizó la función `seasonal_decompose` del módulo `statsmodels.tsa.seasonal`. Se configuró con `model='additive'`, apropiado para una serie con varianza ya estabilizada por el logaritmo, y `period=4` para capturar correctamente la estacionalidad trimestral de los datos. El resultado es un objeto del cual se extraen y grafican las series de tendencia, estacionalidad y residuo.
- **b. Filtro por Suavizamiento Exponencial:** Para obtener una tendencia más adaptable, se empleó el método `"ewm()"` de `pandas` sobre la serie. Se especificó un `span=4`, que ajusta el factor de suavizado para que sea comparable a una media móvil anual. Este método no requiere una librería externa y está integrado en la manipulación de Series de `pandas`.
- **c. Filtro Hodrick-Prescott (HP):** Se implementó el filtro estándar en macroeconomía para separar la tendencia del ciclo. Se utilizó la función `hpfilter` del módulo `statsmodels.tsa (sm.tsa.hpfilter)`, la cual requiere dos argumentos principales: la serie a filtrar y el parámetro de suavizado `lambda`, que se estableció en `lamb=1600`, el valor convencionalmente aceptado para datos trimestrales. Esta función devuelve directamente dos series: la tendencia y el componente cíclico.
- **d. Filtro Pasa-Bajas y Pasa-Altas (Fourier):** Este filtrado en el dominio de la frecuencia fue el más intensivo computacionalmente. El proceso se codificó de la siguiente manera:
 1. Se calculó la Transformada Discreta de Fourier de la serie con la función `fft` de `scipy.fft`.
 2. Se generó el vector de frecuencias correspondiente usando `fftfreq`, especificando el número de muestras (`N`) y el intervalo de tiempo (`d=1/4` para datos trimestrales).
 3. Se definió una frecuencia_corte de 0.33 ciclos/año, para aislar ciclos de más de 3 años de duración.
 4. Se crearon máscaras booleanas en `numpy` para identificar las frecuencias a anular (`np.abs(frecuencias) > frecuencia_corte` para el filtro pasa-baja).
 5. Se aplicaron estas máscaras para poner a cero los coeficientes de Fourier no deseados en una copia de la transformada.
 6. Finalmente, se usó la Transformada de Fourier Inversa (`ifft`) para reconstruir las series de tiempo filtradas (tendencia y ciclo) en el dominio del tiempo.
- **e. Análisis de Densidad Espectral Potencial (Periodograma):** Actuando como una herramienta de diagnóstico, se utilizó la función `periodogram` de `scipy.signal`. Se le



proporcionó como argumentos la serie de tiempo y la frecuencia de muestreo ($fs=4$ para datos trimestrales). La salida (vectores de frecuencias y potencias) se visualizó con matplotlib, y se usó `numpy.argmax` para identificar programáticamente la frecuencia con la máxima potencia espectral, justificando así la elección de la frecuencia de corte en el filtrado de Fourier.



Figura 2. Diagrama de Flujo Modelo Computacional.

Metodología.

La estrategia metodológica de este proyecto se centra en la descomposición de series de tiempo económicas a través de un conjunto diverso de técnicas de filtrado. Antes de la aplicación de estos filtros, se ejecutó un riguroso proceso de preparación y transformación de datos para garantizar la coherencia y validez del análisis.



1. Preparación y Transformación de Datos

El primer paso consistió en la homogeneización de las variables para establecer una base de comparación coherente. Todas las series económicas relevantes se estandarizaron a una unidad común: millones de dólares estadounidenses. Computacionalmente, esto se logró de la siguiente manera:

- Las variables de la economía mexicana (PIB, exportaciones e importaciones), originalmente en pesos constantes, se convirtieron a dólares dividiéndolas por la serie del tipo de cambio nominal (tcn).
- El PIB de EE. UU., medido en miles de millones (billones) de dólares, se ajustó a millones multiplicándolo por 1,000.

Posteriormente, y como paso fundamental para el análisis, se aplicó una transformación logarítmica a las series ya homogeneizadas usando la función `numpy.log`. Este procedimiento estabiliza la varianza, lineariza las tendencias de crecimiento exponencial y permite que los cambios en la serie se interpreten como tasas de crecimiento. El resultado de este proceso es la serie de nivel `log_pib_mx_usd`, que sirve como entrada principal para la mayoría de los filtros. Adicionalmente, se calculó su primera diferencia con el método `".diff()"` para obtener la serie estacionaria de crecimiento (`crecimiento_pib_mx_usd`), utilizada en análisis específicos.

2. Metodologías de Filtrado y Descomposición Aplicadas

Con los datos ya transformados, el núcleo del análisis se centró en la aplicación de los siguientes algoritmos de filtrado para descomponer la serie `log_pib_mx_usd` (y/o `crecimiento_pib_mx_usd`).

- **a. Filtro por Descomposición Clásica:** Se empleó la función `seasonal_decompose` de la librería `statsmodels`. Dado el uso de logaritmos, se especificó un modelo `additive`, y se configuró el parámetro `period=4` para reflejar correctamente la frecuencia trimestral de los datos y aislar el componente estacional anual.
- **b. Filtro por Método de Suavizamiento (Exponencial):** Para obtener una línea de tendencia flexible que se adapte rápidamente a los cambios recientes, se utilizó el método `.ewm()` integrado en `pandas`. Se configuró con el parámetro `span=4` para generar un suavizado comparable a una media móvil de cuatro trimestres (anual).
- **c. Filtro Hodrick-Prescott (HP):** Para la descomposición macroeconómica estándar en tendencia y ciclo, se utilizó la función `hpfilter` (específicamente, `sm.tsa.hpfilter` de `statsmodels`). Acorde a la práctica estándar para datos trimestrales, el parámetro de suavizado λ se estableció en $\lambda=1600$.
- **d. Filtro Pasa-Altas y Pasa-Bajas (Fourier):** Este filtrado en el dominio de la frecuencia se implementó con el módulo `scipy.fft`. El proceso computacional fue:

1) transformar la serie al dominio de la frecuencia con `fft`.

2) definir una frecuencia_corte (0.33 ciclos/año) para separar ciclos de largo plazo (>3 años) de los de corto plazo.



- 3) crear máscaras booleanas con numpy para anular los coeficientes de Fourier no deseados.
- 4) aplicar la Transformada de Fourier Inversa (ifft) para reconstruir las series de tendencia (pasa-baja) y ciclo (pasa-alta) en el dominio del tiempo.
- **e. Análisis de Densidad Espectral (Periodograma):** Utilizado como una herramienta de diagnóstico para informar el filtrado, se implementó con la función periodogram de scipy.signal. El parámetro clave fue la frecuencia de muestreo, $fs=4$, correspondiente a los 4 datos trimestrales por año. Se usó "numpy.argmax" sobre el vector de potencias resultante para identificar programáticamente la frecuencia cíclica dominante en la serie.

3. Metodología de Modelado Univariado (Box-Jenkins)

De forma complementaria, y una vez aislados los componentes de las series, se utilizó la metodología Box-Jenkins para el modelado. Esto implicó la aplicación de pruebas de estacionariedad por medio de dickey-fuller, el análisis de las funciones de autocorrelación (plot_acf, plot_pacf) para la identificación de órdenes, y la estimación de modelos ARIMA con la posterior comparación mediante criterios de información (AIC, BIC) para seleccionar el modelo más adecuado. Dicha metodología se puede apreciar mejor en la Figura 3.

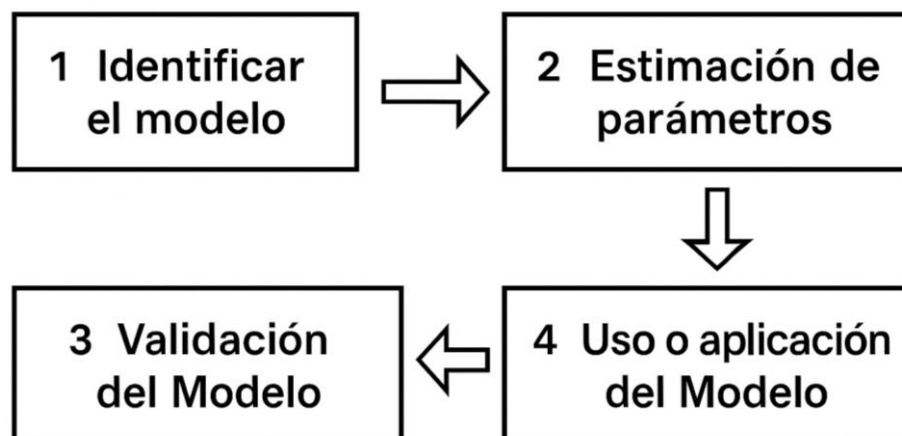


Figura 3. Proceso metodológico de Box-Jenkins.

Propuesta de solución para el uso de filtros de serie de tiempo paramétricos.

Para descomponer y comprender la compleja dinámica de las series de tiempo del PIB de México, se propuso y ejecutó una estrategia de análisis multifacética. Esta estrategia se basó en la aplicación de un conjunto diverso de filtros, cada uno diseñado para aislar y visualizar los



componentes no observables de la serie, como la tendencia, el ciclo y la estacionalidad. A continuación, se detalla el desarrollo de cada uno de estos métodos.

a. Desarrollo de Filtro por Descomposición de Serie de Tiempo

Para obtener una primera visión de los componentes de la serie, se aplicó un filtro de descomposición clásica.

Metodología: Se utilizó la función `seasonal_decompose` de la librería `statsmodels` tanto en la serie de nivel (`log_pib_mx_usd`) como en la de crecimiento (`crecimiento_pib_mx_usd`). Dado que las series fueron transformadas logarítmicamente, se especificó un modelo aditivo ($Y_t = T_t + S_t + R_t$). El parámetro `period` se estableció en 4 para reflejar la naturaleza trimestral de los datos y capturar los ciclos anuales.

- **Resultados:** La aplicación de este filtro separó exitosamente cada serie en sus componentes de Tendencia, Estacionalidad (Seasonal) y Residuo. En ambos casos, el componente estacional mostró un patrón periódico claro, repitiéndose cada cuatro trimestres. El componente de tendencia visualizó la trayectoria a largo plazo de cada serie, mientras que el residuo mostró las fluctuaciones irregulares restantes.

b. Desarrollo de Filtro por Método de Suavizamiento

Con el fin de obtener una línea de tendencia flexible y adaptable, se implementó un filtro de suavizamiento exponencial.

- **Metodología:** Este filtro se aplicó directamente sobre la serie de datos utilizando el método `ewm()` de la librería `pandas`, seguido de `mean()`. Se configuró el parámetro `span=4` para generar un suavizado comparable en efecto a una media móvil anual, dando mayor peso a las observaciones más recientes.
- **Resultados:** Se generó una línea de tendencia suavizada que sigue de cerca de la serie original, pero eliminando gran parte del ruido de corto plazo. Esta visualización permitió identificar con mayor claridad los grandes ciclos económicos, como las caídas post-1995 y 2008 y el rebote de 2020.

c. Desarrollo de Filtro Pasa-Altas y Pasa-Bajas

Para una descomposición precisa basada en la frecuencia de los ciclos, se utilizó el filtrado en el dominio de la frecuencia mediante la Transformada de Fourier.

- **Metodología:** El proceso se implementó con el módulo `scipy.fft`. Primero, la serie se convirtió al dominio de la frecuencia usando `fft`. Se estableció una frecuencia_corte de 0.33 ciclos/año, con el objetivo de separar los ciclos de largo plazo (período > 3 años) de los de corto plazo. Mediante máscaras booleanas de `numpy`, se anularon los coeficientes de Fourier por encima del umbral (para el filtro pasa-baja) o por debajo del umbral (para el filtro pasa-alta). Finalmente, se aplicó la Transformada de Fourier Inversa (`ifft`) para reconstruir las series de tendencia y ciclo en el dominio del tiempo.



- **Resultados:** El filtro pasa-baja extrajo con éxito una línea de tendencia suavizada que representa los componentes de largo plazo. Por su parte, el filtro pasa-alta aisló un componente cíclico estacionario que fluctúa alrededor de cero, representando las desviaciones de corto plazo de la economía respecto a su tendencia.

d. Desarrollo de Filtro Hodrick-Prescott

Se aplicó el filtro HP, una herramienta estándar en el análisis macroeconómico, para descomponer la serie en sus componentes de crecimiento y ciclo.

- **Metodología:** Se utilizó la función "hpfilter" de statsmodels (sm.tsa.hpfilter). Como es convencional para datos de frecuencia trimestral, el parámetro de suavizado lambda (λ) se fijó en 1600.
- **Resultados:** El filtro separó eficazmente la serie en una tendencia de crecimiento a largo plazo y un componente cíclico. El gráfico del componente cíclico aislado visualizó claramente los ciclos de negocio, con valores por encima de cero indicando periodos de expansión y valores por debajo indicando recesiones, coincidiendo con eventos históricos conocidos.

e. Desarrollo de Análisis de Densidad Espectral Potencial

En lugar de un filtro, el Periodograma se utilizó como una herramienta de diagnóstico para identificar formalmente los ciclos periódicos inherentes a los datos.

- **Metodología:** Se empleó la función "periodogram" de scipy.signal. El parámetro clave, la frecuencia de muestreo, se estableció en $fs=4$ para corresponder a los cuatro datos trimestrales por año. Este análisis se realizó tanto para la serie de nivel no estacionaria como para la serie de crecimiento estacionaria.
- **Resultados:**
 - Para la serie de **nivel** (log_pib_mx_usd), el periodograma mostró un pico de potencia abrumador en una frecuencia muy baja (0.03 ciclos/año), confirmando que la tendencia de largo plazo (periodo de 32 años) es el componente más dominante de la serie.
 - Para la serie de **crecimiento** (crecimiento_pib_mx_usd), una vez eliminada la tendencia, el periodograma reveló que la frecuencia dominante era de 1.3858 ciclos/año, lo que corresponde a un ciclo sub-anual de 2.89 trimestres. También se observó un pico secundario en la frecuencia $f=1$, sugiriendo un componente estacional anual.



Conclusiones por integrante.

Jiménez Flores Luis Arturo

Se concluye que la aplicación de una diversa gama de filtros ha sido una estrategia exitosa y reveladora para descomponer y entender la compleja dinámica del Producto Interno Bruto (PIB). El reto principal no era la falta de datos, sino la naturaleza compuesta de la serie económica, que entrelaza la tendencia, el ciclo y la estacionalidad en una sola línea de tiempo. El uso de múltiples técnicas de filtrado ha permitido desentrañar estas fuerzas subyacentes.

La aplicación de los distintos filtros proporcionó una visión multifacética de la serie. El filtro de descomposición clásica fue el primero en confirmar formalmente la existencia de un patrón estacional repetitivo cada cuatro trimestres, además de extraer una primera aproximación de la tendencia. Por su parte, el filtro por suavizamiento exponencial ($\text{span}=4$) ofreció una línea de tendencia más flexible y adaptable, que sigue de cerca los movimientos recientes de la economía y resalta visualmente la magnitud de las crisis al reaccionar más rápidamente que una media móvil simple.

El análisis se profundizó con herramientas más especializadas. El filtro Hodrick-Prescott, un estándar en macroeconomía, logró una clara separación entre un componente de tendencia de crecimiento a largo plazo y un componente cíclico que se alinea con los ciclos de negocio históricos de México, identificando los períodos de expansión y recesión. De forma complementaria, el filtrado en el dominio de la frecuencia (pasa-altas y pasa-bajas), utilizando la Transformada de Fourier, permitió una descomposición "quirúrgica" basada en la duración de los ciclos. Al establecer un corte de 3 años, se aisló con éxito la tendencia de muy largo plazo (bajas frecuencias) de las fluctuaciones de corto y mediano plazo (altas frecuencias).

Finalmente, el análisis de la Densidad Espectral Potencial mediante el Periodograma funcionó como una herramienta de diagnóstico crucial que cuantificó estas dinámicas. Al aplicarse a la serie de nivel, confirmó que la tendencia era el componente más dominante (con un periodo de 32 años). Más revelador aún, al aplicarse a la serie de crecimiento ya estacionaria, no solo corroboró la presencia de un ciclo anual (pico secundario en $f=1$), sino que descubrió que el ciclo más fuerte en la volatilidad trimestral es uno sub-anual, que se repite cada 2.89 trimestres. En conjunto, este enfoque multifiltro demuestra que no existe una única "verdadera" tendencia, sino múltiples aproximaciones que, vistas en conjunto, ofrecen un entendimiento robusto de la economía. Este proceso de descomposición es un paso previo indispensable que justifica y enriquece la posterior modelización univariada con la metodología Box-Jenkins, la cual permitió encontrar modelos ARIMA adecuados para los componentes ya aislados.