EPITECH
OUTILS MATHEMATIQUES
Année 2011-2012
Mini-projet 105equation

1 Objectif

Le but de ce projet est de résoudre une équation de degré 4. On connaît une méthode directe de calcul des solutions à l'aide de formules mais on s'intéresse ici à la résolution par des algorithmes itératifs. Nous reprenons dans ce sujet l'exemple traité dans le cours Cours105, pour la résolution de l'équation suivante :

$$x^4 + x^2 + 4x - 2 = 0$$

Elle admet deux racines réelles qui sont :

$$r_1 \simeq -1,5518 \quad \text{et} \quad r_2 \simeq 0,4417$$

Dans le cours, on s'est intéressé au calcul de la deuxième solution r_2. Nous vous demandons ici de calculer la première solution r_1 avec une précision excellente dans la mesure du possible. On utilisera pour cela différentes méthodes décrites dans le cours. Ceci afin de comparer leurs performances. On vous demande d'utiliser les trois méthodes suivantes (options 1 à 3) :

1. méthode de la bissection
2. méthode de Newton
3. méthode de la sécante

Pour la méthode de Newton, on doit utiliser la dérivée de la fonction f(x) qui est donnée par :

$$f'(x) = 4x^3 + 2x + 4$$

2 Le logiciel

Répertoire de rendu : $\tilde{}$/../rendu/math/105equation/
Nom de l'exécutable : 105equation
Exemple de lancement :
$>$**105equation** 1
En entrée : numéro d'option (entre 1 et 3)
En sortie : pour chaque itération de l'algorithme, affichage de la valeur trouvée, et en fin d'algorithme, affichage des résultats notament le nombre d'itérations effectuées par l'algorithme. (voir exemple).

3 Questions

1° Quelles conditions doit vérifier la fonction sur l'intervalle de résolution pour que l'on puisse appliquer la méthode de la bissection ?
2° Qu'est ce qu'un point fixe d'une fonction ?
3° Quel est le principe de l'algorithme du point fixe ?
4° Quel est le nom de l'algorithme que l'on utilise lorsqu'on voudrait utiliser la méthode de Newton mais que l'on ne connaît pas l'expression de la dérivée f'(x) de la fonction f(x) ?
5° Quel est l'algorithme de ce sujet le plus rapide ?

4 Exemple

Voici la sortie de programme que l'auteur a mis au point :
Nombre maximal d'itérations N = 100
Test d'arrêt eps = 1,0E-06

Méthode de la bissection
Point initial x1 = -1,60
Point initial x2 = -1,50
Itération 1 valeur x = -1,550000000000000
Itération 2 valeur x = -1,575000000000000
Itération 3 valeur x = -1,562500000000000
Itération 4 valeur x = -1,556250000000000
Itération 5 valeur x = -1,553125000000000
Itération 6 valeur x = -1,551562500000000
Itération 7 valeur x = -1,552343750000000
Itération 8 valeur x = -1,551953125000000
Itération 9 valeur x = -1,551757812500000
Itération 10 valeur x = -1,551855468750000
Itération 11 valeur x = -1,551806640625000
Itération 12 valeur x = -1,551831054687500
Itération 13 valeur x = -1,551818847656250
Itération 14 valeur x = -1,551812744140630
Itération 15 valeur x = -1,551815795898440
Itération 16 valeur x = -1,551817321777340
Solution r = -1,551817321777340
Solution f(r) = -8,5E-06

Méthode de Newton
Point initial x1 = -1,50
Itération 1 valeur x = -1,555000000000000
Itération 2 valeur x = -1,551829008171350

Itération 3 valeur x = -1,551817925072370
Itération 4 valeur x = -1,551817924937320
Solution r = -1,551817924937320
Solution f(r) = 4,3E-19

Méthode de la sécante
Point initial x1 = -1,60
Point initial x2 = -1,50
Itération 1 valeur x = -1,549068588965810
Itération 2 valeur x = -1,551676792461140
Itération 3 valeur x = -1,551810692728300
Itération 4 valeur x = -1,551817554362230
Itération 5 valeur x = -1,551817905949310
Solution r = -1,551817905949310
Solution f(r) = -2,7E-07

Naturellement, vous n'obtiendrez pas exactement les mêmes valeurs. Cela dépend du langage utilisé et de votre codage. L'objectif est tout de même d'obtenir des résultats proches. Ne vous inquiétez pas pour la précision sur la valeur de la fonction f(r) au point r. Il y a peu de chance que vous trouviez les mêmes valeurs que l'auteur. Ce qui compte c'est que vos valeurs soient quasiment nulles.