

EPITECH
OUTILS MATHÉMATIQUES

Année 2011-2012
Mini-projet 106suite

1 Objectif

Vous allez illustrer par des graphiques le comportement de la suite (u_n) définie par :

$$\begin{aligned} u_0 &= 0 \\ u_{n+1} &= f(u_n) \quad \text{où } f(x) = x^2 + c \end{aligned}$$

Cette suite admet des comportements à l'infini très différents suivant les valeurs du paramètre c . La suite peut converger, avoir plusieurs valeurs d'adhérence, ne pas converger tout en restant bornée, ou tendre vers l'infini.

On sait que la suite reste bornée tant que c est dans l'intervalle $[-2, \frac{1}{4}]$. Les termes u_n sont compris dans l'intervalle $[-2, 2]$ dès que le paramètre c est dans cet intervalle. On considérera dans ce projet des valeurs de c comprises dans cet intervalle.

On s'intéressera aux valeurs de la suite (u_n) pour des grandes valeurs de n . On propose par exemple d'étudier les valeurs de u_n pour n compris entre 10 000 et 10 100. En résumé, le domaine d'étude sera :

$$\begin{aligned} c &\text{ dans } [-2, \frac{1}{4}] \\ 10\,000 &\leq n \leq 10\,100 \\ u_n &\text{ dans } [-2, 2] \end{aligned}$$

Vous représenterez les graphiques de la suite (u_n) en fonction de n . Le programme reçoit en argument une valeur du paramètre c dans l'intervalle du domaine d'étude, et représente les valeurs de u_n en fonction de n , pour les valeurs de n dans le domaine d'étude. Vous représenterez les points u_n (marqués par un petit rond, par exemple) reliés par des segments de droite. En abscisse, les valeurs de n variant de 10 000 à 10 100. En ordonnée, les valeurs de u_n dans la fourchette de valeurs $[-2, 2]$.

Vous pourrez personnaliser le graphique en faisant apparaître des axes de coordonnées, des légendes, un cadre... Les représentations soignées seront appréciées. Les logiciels de tracé de courbe automatique sont autorisés.

Observez ces graphiques pour les valeurs de c dans l'intervalle $[-2, \frac{1}{4}]$. On conseille de faire varier c par pas de 0.1 à partir de -2 pour voir les différents graphiques. Le graphique permet une interprétation du comportement de la suite qui vous sera demandé en soutenance :

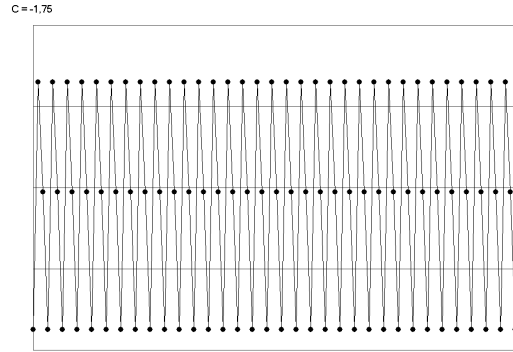


FIG. 1 – $c = -1.75$ / Trois valeurs d'adhérences

1. la suite reste bornée mais son comportement n'est pas caractéristique
2. la suite admet des valeurs d'adhérence
3. la suite admet une limite

2 Le logiciel

Répertoire de rendu : `~/rendu/math/106suite/`

Nom de l'exécutable : `106suite`

Exemple de lancer :

`> 106suite -1.75`

En entrée : la valeur du paramètre c .

En sortie : le graphique des termes de la suite (u_n) compris dans le domaine d'étude, en fonction de n , et correspondant à la valeur de c (voir figure 1).

3 Questions

- 1° Qu'est-ce qu'une suite numérique ?
- 2° Comment définit-on une suite par récurrence ?
- 3° Qu'est-ce qu'une suite bornée ?
- 4° Quand dit-on qu'une suite est convergente ?
- 5° Une suite peut-elle admettre plusieurs limites ?