

EPITECH
OUTILS MATHÉMATIQUES

Année 2011-2012

Mini-projet 110integ

1 Objectif

On vous demande d'évaluer par ordinateur plusieurs intégrales de fonctions. Les méthodes d'intégration numérique sont les quatre suivantes :

1. Méthode des rectangles
2. Méthode des trapèzes
3. Méthode de Simpson
4. Méthode de Gauss d'ordre 3 (facultatif, bonus de 5 points)

L'intervalle d'intégration est l'intervalle $[0,1]$. Pour chaque méthode, l'intervalle d'intégration est subdivisé en n sous intervalles. Le nombre n sera un argument du logiciel. Les 10 fonctions à intégrer sont notées f_i avec $i=1,\dots,10$. Toutes les intégrales sont égales à 1 :

$$\int_0^1 f_i(x) dx = 1, \quad i = 1, 2, \dots, 10$$

Les dix fonctions sont les suivantes :

$$\begin{aligned} f_1(x) &= 1 \\ f_2(x) &= 2x \\ f_3(x) &= 3x^2 \\ f_4(x) &= 4x^3 \\ f_5(x) &= 5x^4 \\ f_6(x) &= 6x^5 \\ f_7(x) &= \frac{1}{2(\sqrt{2}-1)\sqrt{x+1}} \end{aligned}$$

$$f_8(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$$

$$f_9(x) = \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$$

$$f_{10}(x) = \frac{e^x}{e-1}$$

On vous demande de présenter les résultats sous forme de tableau, comme dans l'exemple ci-dessous. En première ligne et première colonne, ce sont les légendes. Dans le tableau, on affiche les erreurs d'intégration, c'est à dire l'intégrale calculée moins le nombre 1 en valeur absolue :

$$e_{ij} = \left| \int_0^1 f_i(x) dx - 1 \right| \quad i = 1, \dots, 10 \quad j = 1, 2, 3, 4$$

où j est le numéro de la méthode d'intégration employée. Les nombres doivent être affichés avec 2 chiffres significatifs et un exposant à 2 chiffres (voir exemple).

2 Le logiciel

Répertoire de rendu : `~/rendu/math/110integ/`
 Nom de l'exécutable : `110integ`

Exemple de lancement :

`>110integ 10`

En entrée : nombre n

Typiquement, l'argument n du programme variera entre 10 et 100.

3 Questions

- 1° Que signifie intuitivement qu'une fonction est continue ?
- 2° Quelle est l'interprétation géométrique de l'intégrale d'une fonction continue sur un intervalle [a,b] ?
- 3° A quoi sert l'intégration numérique ?
- 4° Quel est le principe des méthodes d'intégration numérique ?
- 5° Quelle sont les meilleures des méthodes d'intégration que vous utilisez dans ce sujet ?

4 Exemple

Pour $n = 10$, on affiche les résultats suivants :

$n = 10$	Rectangles	Trapèzes	Simpson	Gauss
f_1	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,1E-19
f_2	1,0E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
f_3	1,5E-01	5,0E-03	0,0E+00	1,1E-19
f_4	1,9E-01	1,0E-02	1,1E-19	1,1E-19
f_5	2,3E-01	1,7E-02	4,2E-06	1,1E-19
f_6	2,8E-01	2,5E-02	1,3E-05	2,2E-19
f_7	1,8E-02	3,2E-04	7,1E-08	1,7E-11
f_8	7,8E-02	2,9E-03	1,6E-06	7,0E-10
f_9	8,1E-02	2,1E-03	2,1E-07	7,5E-12
f_{10}	4,9E-02	8,3E-04	3,5E-08	5,0E-13

Naturellement, vous n'obtiendrez pas exactement les mêmes valeurs. Cela dépend du langage utilisé et de votre codage. L'objectif est d'obtenir avec une précision maximum des erreurs proches de 0.