



# Calcolatori Elettronici e Lab

## a.a. 2015-2016

### esercizi rl

**Prof. Rita Cucchiara**

**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA Enzo Ferrari**

*Università di Modena e Reggio Emilia, Italia*



**UNIMORE**

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI  
MODENA E REGGIO EMILIA

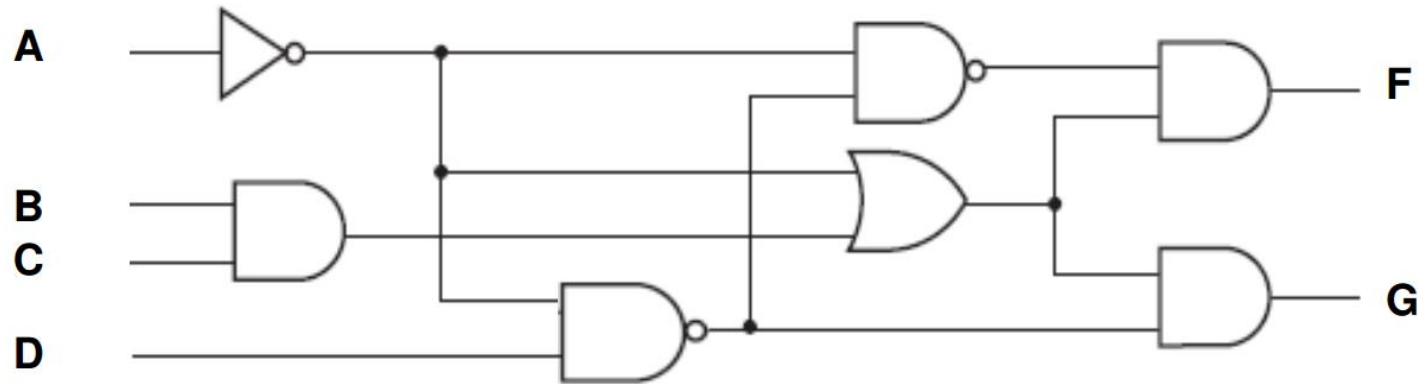


<http://www.imagelab.ing.unimore.it>

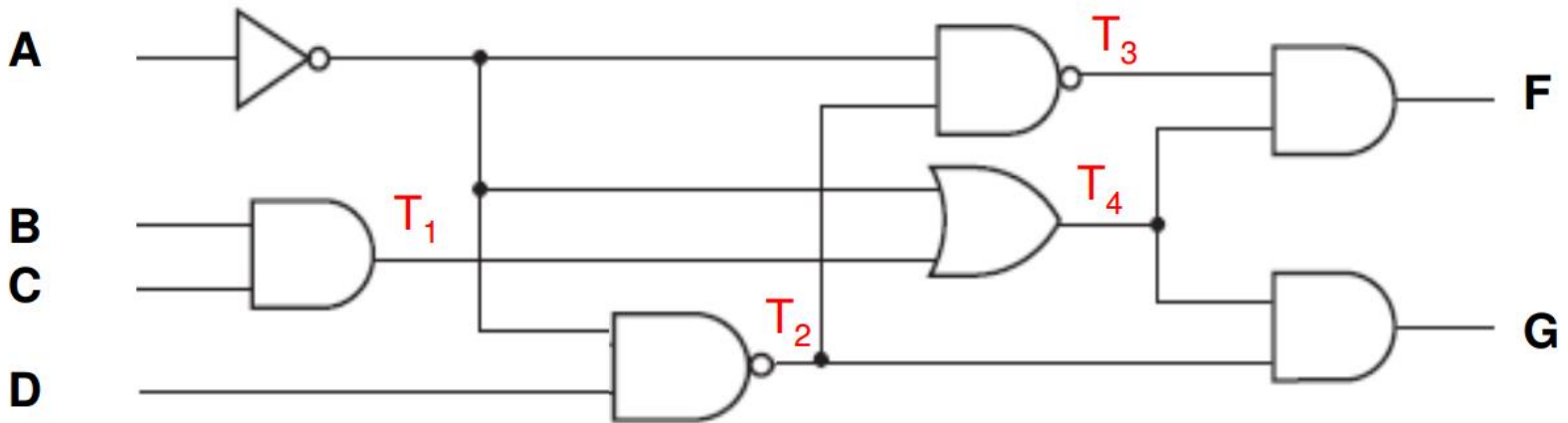


Queste slide contengono esercizi come quelli svolti a lezione

Nei test finali saranno inserite parti di queste domande



1. Analizzare la rete e semplificarla usando i teoremi dell'algebra di Boole
2. farne la sintesi combinatoria SP e PS
3. semplificarlo con algoritmo di quine mcluskey



## 1. Analisi

La rete e' 6G3L12I

La rete per F e' 5G3L10I

La rete per G e' 4G3F8I

$$F = T_3 * T_4$$

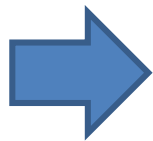
$$G = T_4 * T_2$$

$$T_3 = (A' * T_2)'$$

$$T_4 = A' + T_1$$

$$T_2 = (A' * D)' = A + D'$$

$$T_1 = B * C$$



$$F = [A' * (A'D)]' * (A' + BC)$$

$$G = (A' + BC) * (A'D)'$$

$$F = [A + A'D] * (A' + BC)$$

$$G = (A' + BC) * (A + D)'$$

## 2. SEMPLIFICAZIONE

$$F = (A + D) * (A' + BC)$$

$$G = A'A + ABC + A'D' + BCD'$$

$$F = A'D + ABC + BCD$$

$$G = ABC + A'D' + BCD'$$

$$F = A'D + ABC + BCD$$

$$G = ABC + A'D' + BCD'$$

La rete così semplificata (da disegnare)

**La rete per F è 4G2L11I**

**La rete per G è 4G2F11I**

**Semplificata ha un numero di  
ingressi maggiore ma meno livelli**

| A | B | C | D | F | G |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



## 2. SINTESI SP

$$F = A'B'C'D + A'B'CD + A'BC'D + A'BCD + \\ + ABCD' + ABCD$$

La rete per F e' 7G2L30I

$$F = M(1,3,5,7,14,15)$$

$$G = M(0,2,4,6,14,15)$$

La rete per G e' 7G2L0I

## SINTESI PS

$$F = (A+B+C+D) * (A+B+C'+D) * \\ * (A+B'+C+D) * \\ * (A+B'+C'+D) * (A'+B+C+D) * \\ * (A'+B+C+D') * (A'+B+C'+D) * \\ * (A'+B+C'+D') * (A'+B'+C+D) * \\ * (A'+B'+C+D')$$

| A | B | C | D | F | G |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

### 3.ALGORITMO QMC

$$F=M(1,3,5,7,14,15)$$

- 1) Divisione in set di hamming
- 2) Proprietà di composizione

S0,k

| A | B | C | D |  |    |
|---|---|---|---|--|----|
| 0 | 0 | 0 | 1 |  | 1  |
|   |   |   |   |  |    |
| 0 | 0 | 1 | 1 |  | 3  |
| 0 | 1 | 0 | 1 |  | 5  |
|   |   |   |   |  |    |
| 0 | 1 | 1 | 1 |  | 7  |
| 1 | 1 | 1 | 0 |  | 14 |
|   |   |   |   |  |    |
| 1 | 1 | 1 | 1 |  | 15 |

S1,k

| A | B | C | D |  |       |
|---|---|---|---|--|-------|
| 0 | 0 | - | 1 |  | 1,3   |
|   |   |   |   |  |       |
| 0 | - | 1 | 1 |  | 3,7   |
| 0 | 1 | - | 1 |  | 5,7   |
| - | 0 | 1 | 1 |  | 3,14  |
|   |   |   |   |  |       |
| - | 1 | 1 | 1 |  | 7,15  |
| 1 | 1 | 1 | - |  | 14,15 |
|   |   |   |   |  |       |

S1,k

| A | B | C | D |  |       |
|---|---|---|---|--|-------|
| 0 | 0 | - | 1 |  | 1,3   |
|   |   |   |   |  |       |
| 0 | - | 1 | 1 |  | 3,7   |
| 0 | 1 | - | 1 |  | 5,7   |
| - | 0 | 1 | 1 |  | 3,14  |
|   |   |   |   |  |       |
| - | 1 | 1 | 1 |  | 7,15  |
| 1 | 1 | 1 | - |  | 14,15 |
|   |   |   |   |  |       |

S2,k

| A | B | C | D |       |           |
|---|---|---|---|-------|-----------|
| 0 | - | - | 1 | p0    | 1,3,5,7   |
|   |   |   |   |       |           |
|   |   |   |   |       |           |
| - | - | 1 | 1 | p1    | 3,7,14,15 |
| - | - | 1 | 1 | (=p1) | 3,14,7,15 |
|   |   |   |   |       |           |
|   |   |   |   |       |           |
|   |   |   |   |       |           |
|   |   |   |   |       |           |

DALLA TABELLA DI COPERTURA SI VEDE CHE P0 E P1 SONO ENTRAMBI IMPLICANTI PRIMI ED ESSENZIALI E COPRONO TUTTA LA TABELLA

QUINDI  **$F = A'D + CD$**  FORMA MINIMA



Algoritmo di QMC per G

$G = m(0, 2, 4, 6, 14, 15)$

| A | B | C | D | F | G |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



# ALGORTIMO QMC

$g=M(0,2,4,6,14,15)$

- 1) Divisione in set di hamming
- 2) Proprietà di composizione

S0,k

| A | B | C | D |  |           |
|---|---|---|---|--|-----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | <b>0</b>  |
|   |   |   |   |  |           |
| 0 | 0 | 1 | 0 |  | <b>2</b>  |
| 0 | 1 | 0 | 0 |  | <b>4</b>  |
|   |   |   |   |  |           |
| 0 | 1 | 1 | 0 |  | <b>6</b>  |
|   |   |   |   |  |           |
| 1 | 1 | 1 | 0 |  | <b>14</b> |
|   |   |   |   |  |           |
| 1 | 1 | 1 | 1 |  | <b>15</b> |

S1,k

| A | B | C | D |  |              |
|---|---|---|---|--|--------------|
| 0 | 0 | - | 0 |  | <b>0,2</b>   |
| 0 | - | 0 | 0 |  | <b>0,4</b>   |
|   |   |   |   |  |              |
| 0 | - | 1 | 0 |  | <b>2,6</b>   |
| 0 | 1 | - | 0 |  | <b>4,6</b>   |
|   |   |   |   |  |              |
| - | 1 | 1 | 0 |  | <b>6,14</b>  |
|   |   |   |   |  |              |
| 1 | 1 | 1 | - |  | <b>14,15</b> |
|   |   |   |   |  |              |

S1,k

| A | B | C | D |  |              |
|---|---|---|---|--|--------------|
| 0 | 0 | - | 0 |  | <b>0,2</b>   |
| 0 | - | 0 | 0 |  | <b>0,4</b>   |
|   |   |   |   |  |              |
| 0 | - | 1 | 0 |  | <b>2,6</b>   |
| 0 | 1 | - | 0 |  | <b>4,6</b>   |
|   |   |   |   |  |              |
| - | 1 | 1 | 0 |  | <b>6,14</b>  |
|   |   |   |   |  |              |
| 1 | 1 | 1 | - |  | <b>14,15</b> |
|   |   |   |   |  |              |

S2,k

| A | B | C | D |            |                |
|---|---|---|---|------------|----------------|
| 0 | - | - | 0 | <b>p0</b>  | <b>0,2,4,6</b> |
| 0 | - | - | 0 | <b>=p0</b> | <b>0,4,2,6</b> |
|   |   |   |   |            |                |
| - | 1 | 1 | 0 | <b>p1</b>  | <b>6,14</b>    |
| 1 | 1 | 1 | - | <b>p2</b>  | <b>14,15</b>   |
|   |   |   |   |            |                |
|   |   |   |   |            |                |
|   |   |   |   |            |                |
|   |   |   |   |            |                |

CI SONO tre IMPLICANTI PRIMI  $p_0, p_1$  e  $p_2$

$$G = A'D' + BCD' + ABC \quad G = M(0, 2, 4, 6, 14, 15)$$

$$G = A'B'C'D' + A'B'CD' + A'BC'D' + A'BCD' + ABCD' + ABCD$$

|      | 0 | 2 | 4 | 6 | 14 | 15 |    |
|------|---|---|---|---|----|----|----|
| A'D' | X | X | X | X |    |    | p0 |
| BCD' |   |   |   | X | X  |    | p1 |
| ABC  |   |   |   |   | X  | X  | p2 |

p0 IMPLICANTE PRIMO ED ESSENZIALE E COPRE I MINTERMINI 0,2,4,6

p2 IMPLICANTE PRIMO ED ESSENZIALE E COPRE 14 E 15

**P1** puo' esser semplificato

$$G = A'D' + ABC \quad 3G2L7I$$

ANCHE CON LE MAPPE

$$G = A'B'C'D' + A'B'CD' + A'BC'D' + A'BCD' + ABCD' + ABCD$$

$$G = A'D' + ABC$$

|   |    |    |   |    |    |    |    |
|---|----|----|---|----|----|----|----|
|   |    | C  |   |    |    |    |    |
|   |    | CD |   | 00 | 01 | 11 | 10 |
| A | AB | 00 | 1 | 0  | 0  | 1  |    |
|   |    | 01 | 1 | 0  | 0  | 1  |    |
|   | 11 | 0  | 0 | 1  | 1  |    |    |
|   | 10 | 0  | 0 | 0  | 0  |    |    |
|   |    | D  |   |    |    |    |    |

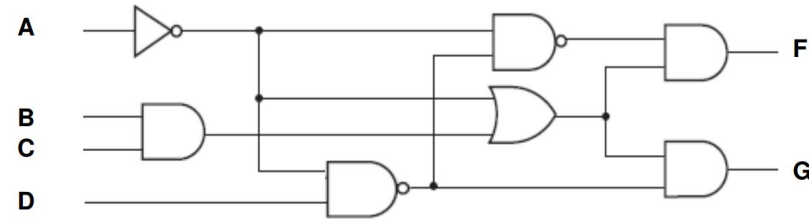
$$G = ABC + A'D'$$

# TEST POSSIBILI



UNIMORE  
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI  
MODENA E REGGIO EMILIA

Data la seguente rete combinatoria



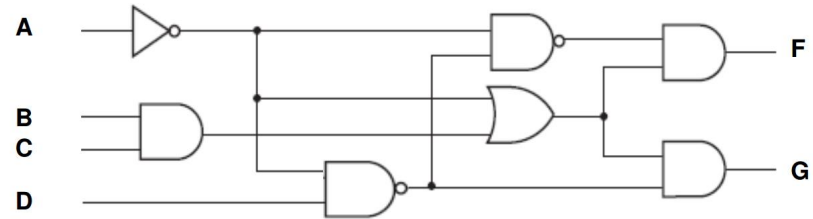
T1 Qual e' la complessità della sottorete F?

- A) La complessità di F e' 4G3L8I
- B) La complessità di F e' 5G3L10I
- C) La complessità di F e' 5G4L10I
- D) La complessità di F e' 6G3L10I

T2 Qual e' la complessità della sottorete G?

- A) La complessità di G 6G3L10I
- B) La complessità di G 4G4L8I
- C) La complessità di G 4G3L8I
- D) La complessità di G 4G4L8I

Data la rete combinatoria



T3. Quale delle seguenti sintesi SP e' corretta

- $F = A'B'C'D + A'B'CD + A'BC'D + A'BCD + ABCD' + ABCD$
- $F = A'B'C'D + A'B'CD + A'B'C'D + A'BCD + ABCD' + ABCD$
- $F = A'D' + CD$
- $F = A'D + ABC + BCD$

T4 avendo fatto l'analisi e trovata la forma SPn poi sempòlificata con l'algoritmo di quine mac cluskey quale e' al forma minima trovata?

- $F = A'B'C'D + A'B'CD + A'BC'D + A'BCD + ABCD' + ABCD$
- $F = A'B' + CD$
- $F = A'D' + CD$
- $F = A'D + ABC + BCD$

# RISPOSTE



**UNIMORE**  
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI  
MODENA E REGGIO EMILIA

T1 → B attenzione non si considerano i NOT

T2 → C

T3 → A ( la B ascorretta , le C e D non sono forme canoniche SP)

T4 → C

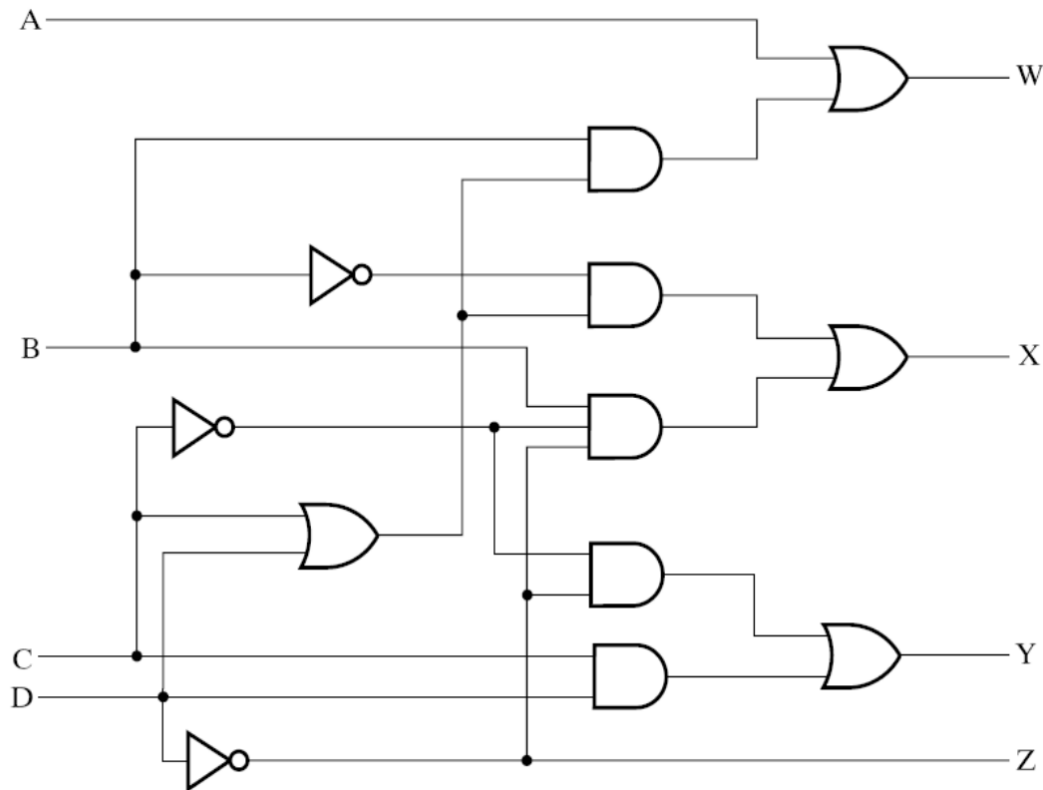


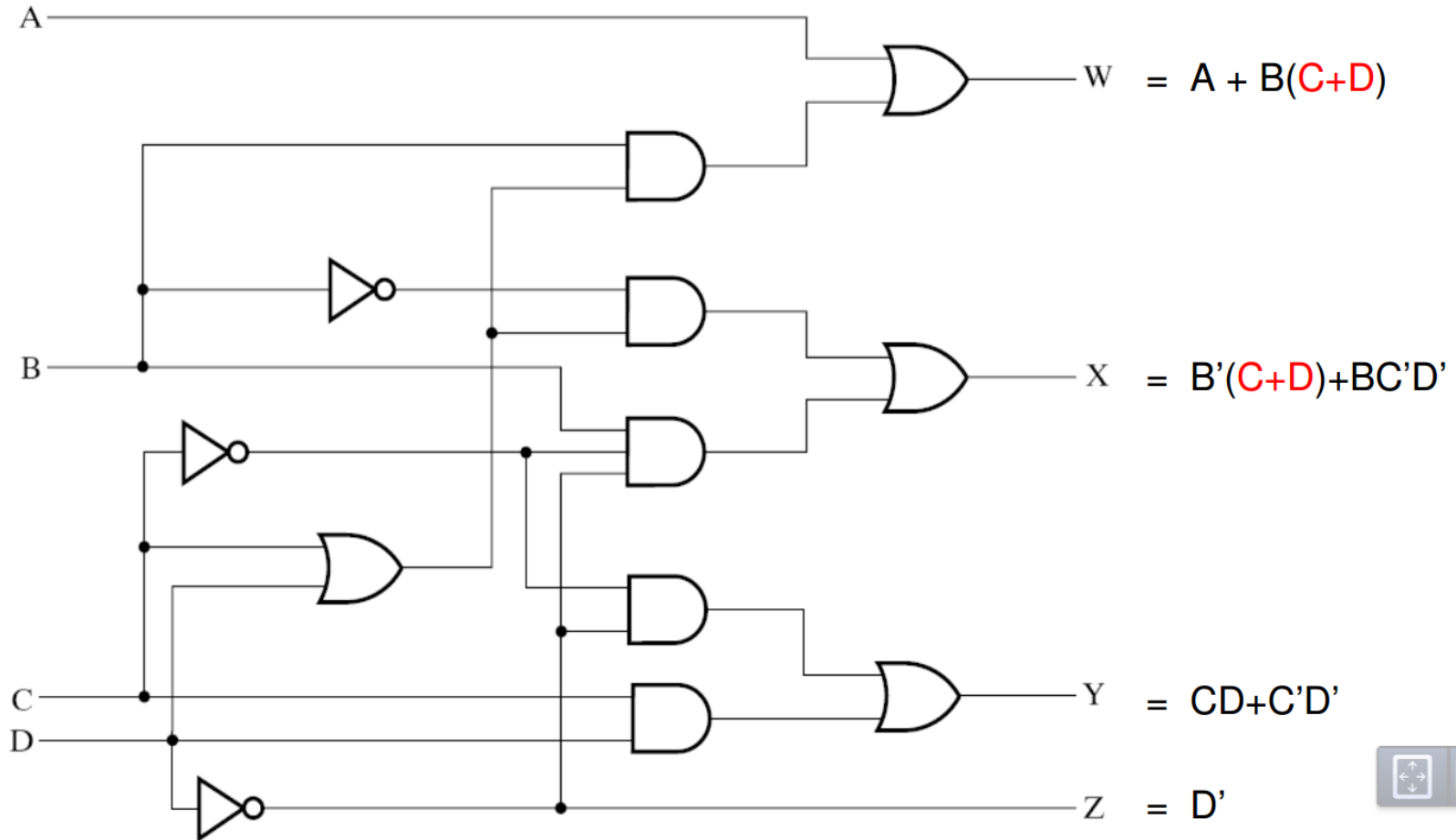
# ES 2 ANALISI DI UNA RL



UNIMORE  
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI  
MODENA E REGGIO EMILIA

Quale e' la funzione di questa RETE LOGICA?





A COSA SERVE UNA RETE DI QUESTO GENERE?

| <hr/> |   |   |   | <hr/> |   |   |   |
|-------|---|---|---|-------|---|---|---|
| A     | B | C | D | W     | X | Y | Z |
| 0     | 0 | 0 | 0 | 0     | 0 | 1 | 1 |
| 0     | 0 | 0 | 1 | 0     | 1 | 0 | 0 |
| 0     | 0 | 1 | 0 | 0     | 1 | 0 | 1 |
| 0     | 0 | 1 | 1 | 0     | 1 | 1 | 0 |
| 0     | 1 | 0 | 0 | 0     | 1 | 1 | 1 |
| 0     | 1 | 0 | 1 | 1     | 0 | 0 | 0 |
| 0     | 1 | 1 | 0 | 1     | 0 | 0 | 1 |
| 0     | 1 | 1 | 1 | 1     | 0 | 1 | 0 |
| 1     | 0 | 0 | 0 | 1     | 0 | 1 | 1 |
| 1     | 0 | 0 | 1 | 1     | 1 | 0 | 0 |



# E' UN CODIFICATORE!

E' IL CODIFICATORE EXCESS 3 CHE SOMMA 3 AD OGNI CIFRA BCD

AD ESEMPIO IL NUMERO DECIMALE 125

0001 0010 0101

DIVENTA 478

0100 0111 1000

| Decimal<br>Digit | Input<br>BCD |   |   |   | Output<br>Excess-3 |   |   |   |
|------------------|--------------|---|---|---|--------------------|---|---|---|
|                  | A            | B | C | D | W                  | X | Y | Z |
| 0                | 0            | 0 | 0 | 0 | 0                  | 0 | 1 | 1 |
| 1                | 0            | 0 | 0 | 1 | 0                  | 1 | 0 | 0 |
| 2                | 0            | 0 | 1 | 0 | 0                  | 1 | 0 | 1 |
| 3                | 0            | 0 | 1 | 1 | 0                  | 1 | 1 | 0 |
| 4                | 0            | 1 | 0 | 0 | 0                  | 1 | 1 | 1 |
| 5                | 0            | 1 | 0 | 1 | 1                  | 0 | 0 | 0 |
| 6                | 0            | 1 | 1 | 0 | 1                  | 0 | 0 | 1 |
| 7                | 0            | 1 | 1 | 1 | 1                  | 0 | 1 | 0 |
| 8                | 1            | 0 | 0 | 0 | 1                  | 0 | 1 | 1 |
| 9                | 1            | 0 | 0 | 1 | 1                  | 1 | 0 | 0 |

# SINTESI SP CON QMC



**UNIMORE**  
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI  
MODENA E REGGIO EMILIA

| Decimal<br>Digit | Input<br>BCD |   |   |   | Output<br>Excess-3 |   |   |   |
|------------------|--------------|---|---|---|--------------------|---|---|---|
|                  | A            | B | C | D | W                  | X | Y | Z |
| 0                | 0            | 0 | 0 | 0 | 0                  | 0 | 1 | 1 |
| 1                | 0            | 0 | 0 | 1 | 0                  | 1 | 0 | 0 |
| 2                | 0            | 0 | 1 | 0 | 0                  | 1 | 0 | 1 |
| 3                | 0            | 0 | 1 | 1 | 0                  | 1 | 1 | 0 |
| 4                | 0            | 1 | 0 | 0 | 0                  | 1 | 1 | 1 |
| 5                | 0            | 1 | 0 | 1 | 1                  | 0 | 0 | 0 |
| 6                | 0            | 1 | 1 | 0 | 1                  | 0 | 0 | 1 |
| 7                | 0            | 1 | 1 | 1 | 1                  | 0 | 1 | 0 |
| 8                | 1            | 0 | 0 | 0 | 1                  | 0 | 1 | 1 |
| 9                | 1            | 0 | 0 | 1 | 1                  | 1 | 0 | 0 |

| A | B | C | D |  | w |
|---|---|---|---|--|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |  | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |  | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |  | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |  | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |  | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |  | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |  | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |  | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |  | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |  | - |
| 1 | 0 | 1 | 1 |  | - |
| 1 | 1 | 0 | 0 |  | - |
| 1 | 1 | 0 | 1 |  | - |
| 1 | 1 | 1 | 0 |  | - |
| 1 | 1 | 1 | 1 |  | - |

SI RIFACCIA POI IL PROCEDIMENTO PER X,Y,Z

$$W=M(5,6,7,8,9)+ D(10,11,12,13,14,15)$$

| A | B | C | D |  | w  |
|---|---|---|---|--|----|
| 1 | 0 | 0 | 0 |  | 8  |
|   |   |   |   |  |    |
| 0 | 1 | 0 | 1 |  | 5  |
| 0 | 1 | 1 | 0 |  | 6  |
| 1 | 0 | 0 | 1 |  | 9  |
| 1 | 0 | 1 | 0 |  | 10 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |  | 12 |
|   |   |   |   |  |    |
| 0 | 1 | 1 | 1 |  | 7  |
| 1 | 0 | 1 | 1 |  | 11 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |  | 13 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |  | 14 |
|   |   |   |   |  |    |
| 1 | 1 | 1 | 1 |  | 15 |

| A | B | C | D |  | w     |
|---|---|---|---|--|-------|
| 1 | 0 | 0 | - |  | 8,9   |
| 1 | 0 | - | 0 |  | 8,10  |
| 1 | - | 0 | 0 |  | 8-12  |
|   |   |   |   |  |       |
| 0 | 1 | - | 1 |  | 5-7   |
| - | 1 | 0 | 1 |  | 5-13  |
| 0 | 1 | 1 | - |  | 6-7   |
| - | 1 | 1 | 0 |  | 6-14  |
| 1 | 0 | 1 | - |  | 10-11 |
| 1 | - | 1 | 0 |  | 10-14 |
| 1 | 1 | 0 | - |  | 12-13 |
| 1 | 1 | - | 0 |  | 12-14 |
|   |   |   |   |  |       |
| - | 1 | 1 | 1 |  | 7-15  |
| 1 | - | 1 | 1 |  | 11-15 |
| 1 | 1 | - | 1 |  | 13-14 |
| 1 | 1 | 1 | - |  | 14-15 |
|   |   |   |   |  |       |

| A | B | C | D |  | w     |
|---|---|---|---|--|-------|
| 1 | 0 | 0 | - |  | 8,9   |
| 1 | 0 | - | 0 |  | 8,10  |
| 1 | - | 0 | 0 |  | 8-12  |
|   |   |   |   |  |       |
| 0 | 1 | - | 1 |  | 5-7   |
| - | 1 | 0 | 1 |  | 5-13  |
| 0 | 1 | 1 | - |  | 6-7   |
| - | 1 | 1 | 0 |  | 6-14  |
| 1 | 0 | 1 | - |  | 10-11 |
| 1 | - | 1 | 0 |  | 10-14 |
| 1 | 1 | 0 | - |  | 12-13 |
| 1 | 1 | - | 0 |  | 12-14 |
|   |   |   |   |  |       |
| - | 1 | 1 | 1 |  | 7-15  |
| 1 | - | 1 | 1 |  | 11-15 |
| 1 | 1 | - | 1 |  | 13-15 |
| 1 | 1 | 1 | - |  | 14-15 |
|   |   |   |   |  |       |

| A | B | C | D |  | w           |
|---|---|---|---|--|-------------|
| 1 | 0 | - | - |  | 8,9,10,11   |
| 1 | - | 0 | - |  | 8,9,12,13   |
| 1 | - | - | 0 |  | 8-10,12,14  |
| 1 | - | - | 0 |  | 8,12,10,14  |
|   |   |   |   |  |             |
| - | 1 | - | 1 |  | 5-7,13,14   |
| - | 1 | - | 1 |  | 5-13,7,15   |
| - | 1 | 1 | - |  | 6-7,14,15   |
| - | 1 | 1 | - |  | 6-14,7,15   |
| 1 | - | 1 | - |  | 10-11,14,15 |
| 1 | - | 1 | - |  | 10-14,11,15 |
| 1 | 1 | - | - |  | 12-13,14,15 |
| 1 | 1 | - | - |  | 12-14,13,15 |



| A | B | C | D |        | w                         |
|---|---|---|---|--------|---------------------------|
| 1 | - | - | - | P<br>0 | 8,9,10,11,12,13,<br>14,15 |
|   |   |   |   |        |                           |
| 1 | - | - | 0 | P<br>1 | 8-10,12,14                |
|   |   |   |   |        |                           |
|   |   |   |   |        |                           |
| - | 1 | - | 1 | P<br>2 | 5-7,13,14                 |
|   |   |   |   |        |                           |
| - | 1 | 1 | - | P<br>3 | 6-7,14,15                 |
|   |   |   |   |        |                           |
|   |   |   |   |        |                           |
|   |   |   |   |        |                           |
|   |   |   |   |        |                           |
|   |   |   |   |        |                           |



| A | B | C | D |        | W                     |
|---|---|---|---|--------|-----------------------|
| 1 | - | - | - | P<br>0 | 8,9,10,11,12,13,14,15 |
| 1 | - | - | 0 | P<br>1 | 8-10,12,14            |
| - | 1 | - | 1 | P<br>2 | 5-7,13,14             |
| - | 1 | 1 | - | P<br>3 | 6-7,14,15             |

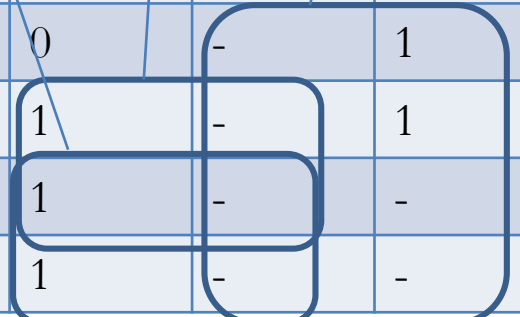
| M  | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|---|---|---|---|---|
| P0 |   |   |   | X | X |
| P1 |   |   |   | X |   |
| P2 | X |   | X |   |   |
| P3 |   | X | X |   |   |

$$W = A + BD + BC$$

ESSENDO SOLO 4 VARIABILI  
SI PUO' OSSERVARE ANCHE  
DALLA K-MAP  
LA SEMPLIFICAZIONE  
AVVIENE PONENDO LE - AD 1

| AB/<br>CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-----------|----|----|----|----|
| 00        | 0  | 0  | -  | 1  |
| 01        | 0  | 1  | -  | 1  |
| 11        | 0  | 1  | -  | -  |
| 10        | 0  | 1  | -  | -  |

BC BD A



# ES 3 CODIFICA DI HAMMING

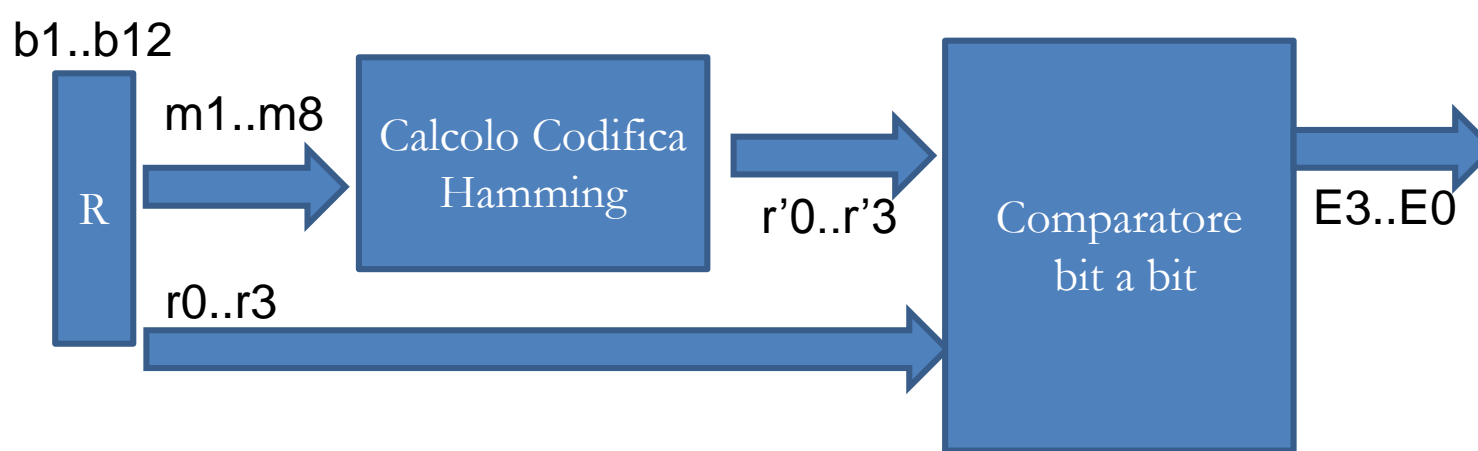
Es 3. La memoria riceve una parola pari 001000001110 codificata con Codifica di Hamming, supponendo che il sistema abbia al piu' 1 errore singolo sui bit, quale e' la parola originaria?

|    |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|    | 0  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
|    | quale e' la parola binaria prima della codifica? |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| a) | 1  | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |   |   |   |   |
| b) | 1  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |   |   |   |   |
| c) | 1  | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |   |   |   |   |
| d) | 1  | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |   |   |   |   |

La parola Ricevuta  $R$  e' ( $b_1$ — $b_{12}$ ) ed e' composta da 8 bit di dato e 4 bit di codici di ridondanza

Percio' se non ci fossero errori il dato trasmesso sarebbe ( $m_1..m_8$ )=10001110

Ma bisogna verificare se ci sono errori o no



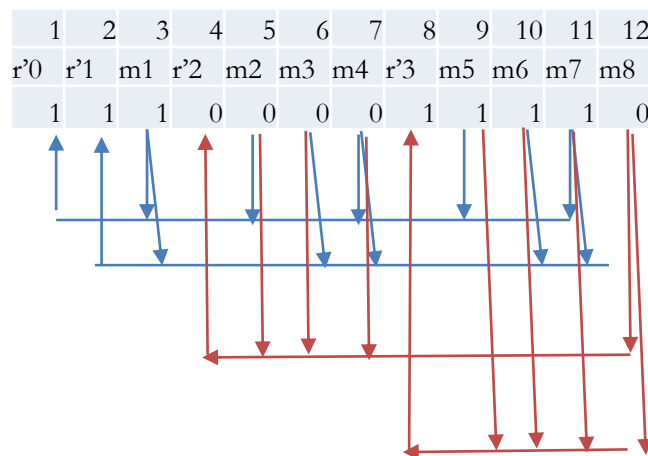
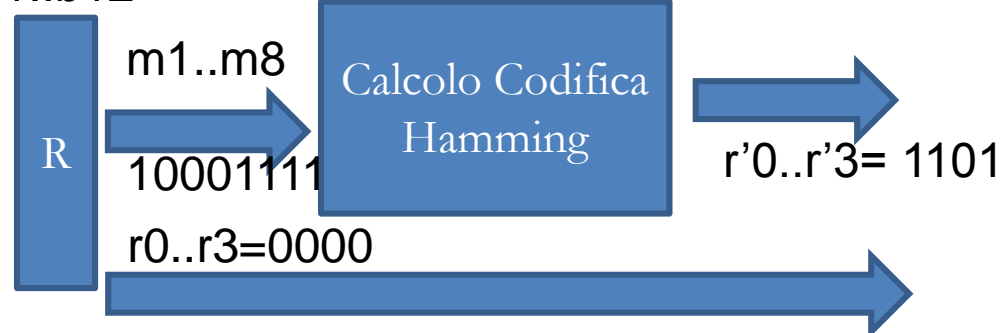
Calcolo bit di ridondanza  $r'0$ — $r'3$

| 1     | 2     | 3    | 4     | 5    | 6    | 7    | 8     | 9    | 10   | 11   | 12   |
|-------|-------|------|-------|------|------|------|-------|------|------|------|------|
| $r'0$ | $r'1$ | $m1$ | $r'2$ | $m2$ | $m3$ | $m4$ | $r'3$ | $m5$ | $m6$ | $m7$ | $m8$ |
| 0     | 0     | 1    | 0     | 0    | 0    | 0    | 0     | 1    | 1    | 1    | 0    |

Infatti

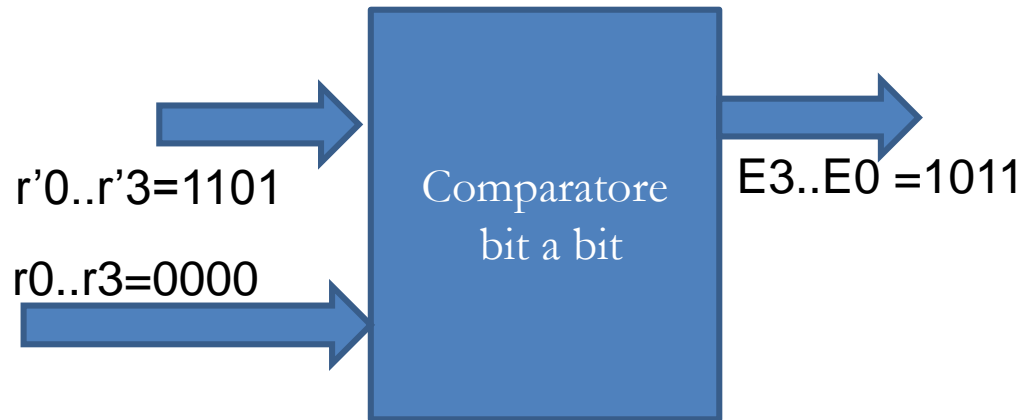
0000  
0001 1  
0010 2  
0011 3  
0100 4  
0101 5  
0110 6  
0111 7  
1000 8  
1001 9  
1010 10  
1011 11  
1100 12  
..  
r3 r2 r1 r0

$b1..b12$



$$\begin{aligned} r'0 &= P(m1, m2, m4, m5, m7) \\ &= P(1, 0, 0, 1, 1) = 1 \\ r'1 &= P(m1, m3, m4, m6, m7) \\ &= P(1, 0, 0, 1, 1) = 1 \\ r'2 &= P(m2, m3, m4, m8) \\ &= P(0, 0, 0, 0) = 0 \\ r'3 &= P(m5, m6, m7, m8) \\ &= P(1, 1, 1, 0) = 1 \end{aligned}$$

Il calcolo della parità si ottiene con una rete di exor



Il calcolo dell'errore si fa con un comparatore di uguaglianza (equivalence) bit a bit cambiando ordine per avere in little endian a sinistra il piu' significativo


if ( $r_i = r'_i$ )

$E_i \leftarrow 0;$

else  $E_i \leftarrow 1$

Vale 1 se bit iesimo di ridondanza calcolato  $r'_i$  e' diverso da quello ricevuto  
ci sono ben 3 bit di ridondanza sbagliati

Se  $E=1101$  allora bisogna correggere il bit corrispondente che è sbagliato



|        |    |    |    |    |                          |    |    |    |    |    |    |  |
|--------|----|----|----|----|--------------------------|----|----|----|----|----|----|--|
| 0      | 2  | 3  | 4  | 5  | 6                        | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |  |
| r0     | r1 | m1 | r2 | m2 | m3                       | m4 | r3 | m5 | m6 | m7 | m8 |  |
| 1      | 1  | 1  | 0  | 0  | 0                        | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  |  |
| errore |    |    |    |    |                          |    |    |    |    |    |    |  |
| r3     | r2 | r1 | r0 |    |                          |    |    |    |    |    |    |  |
| 1      | 0  | 1  | 1  |    | 11 errore nel bit iesimo |    |    |    |    |    |    |  |
| quindi |    |    |    |    |                          |    |    |    |    |    |    |  |
| 1      | 1  | 1  | 0  | 0  | 0                        | 0  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  |  |

Quindi la parola giusta è

r    r    1    r    0    0    0    r    1    1    0    0    → 10001100



|    |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|    | 0  | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
|    | quale e' la parola binaria prima della codifica? |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| a) | 1  | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |   |   |   |   |
| b) | 1  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |   |   |   |   |
| c) | 1  | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |   |   |   |   |
| d) | 0  | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |   |   |   |   |

[illegible]

Esercizio di hamming: Data la parola 00111110 da trasmettere, quale è la parola da trasmettere con la codifica di ridondanza

[illegible]



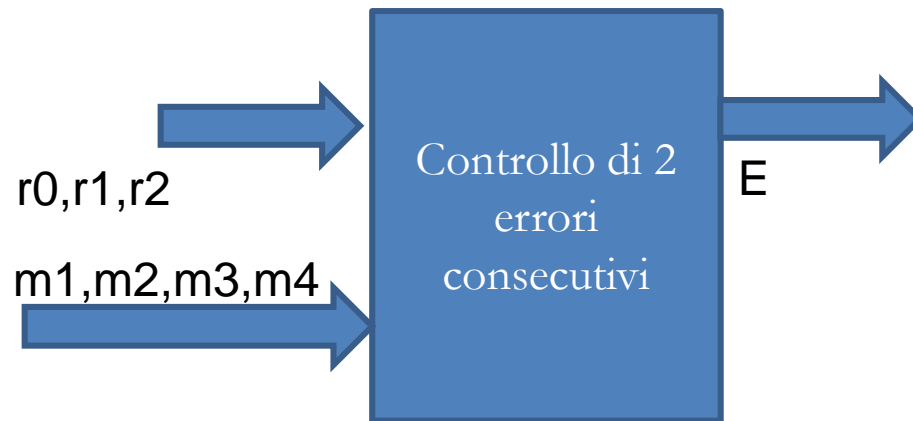
# ESERCIZIO AUTOMA A STATI FINITI



UNIMORE  
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI  
MODENA E REGGIO EMILIA

In un calcolatore ogni parola da 4 bit viene codificata con la ridondanza di hamming. Si vuole costruire un automa a stati finiti che abbia in ingresso la parola e una uscita E (errore) che vale 1 se si verificano per due trasmissioni consecutive un errore allo stesso bit. Non si considerano influenti gli errori sui bit di ridondanza.

Progettare la rete con sintesi SP e FF-D.



Innanzitutto si capisce subito che la 'parola che viene trasmessa  $m1..m4$  non è' un ingresso influente dato che si devono controllare solo i bit di ridondanza

Dewtto in altro modo: se  $r_0, r_1, r_2$  sono per due volte consecutivi corrispondenti ad un bit che e' significativo l'uscita E vale 1

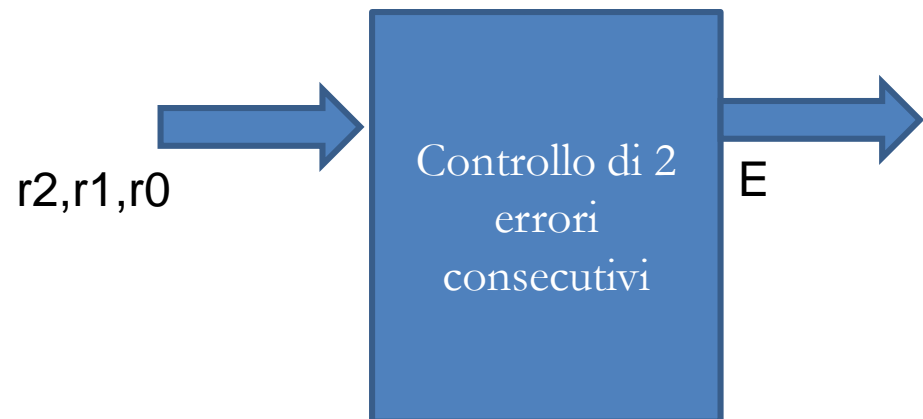
$r_0 \ r_1 \ m_1 \ r_2 \ m_2 \ m_3 \ m_4$

1   2   3   4   5   6   7

Se  $r_2, r_1, r_0 = 000$  no errore

Se  $(r_2, r_1, r_0) = k$  allora errore al bit kesimo

I bit significativi sono corrispondenti alla configurazione  $r_2, r_1, r_0$  pari a 011 ( $m_1$ ) 101 ( $m_2$ ), 110 ( $m_3$ ) ed 111 ( $m_4$ ) mentre le configurazioni 001, 010, 100 non servono.



Se  $r_2, r_1, r_0$



Si può vedere un automa di Mealy che ha meno stati

S0 non ha errori, Se, S2, S3 ed S4 se c'è un errore nel bit m1, m2 o m3 ed ,m4



Sono necessari 2 errori consecutivi per avere  $\text{errore}=1$ , in tutti gli altri casi, l'errore vale 0, possiamo rappresentarlo in questo modo



Tabella di flusso: TANTE RIGHE QUANTI GLI STATI, TANTE COLONNE QUANTI GLI INGRESSI, CONTIENE LE TRASMISSIONI DI STATO E DELLE USCITE

[illegible]

TABELLA DELLE TRANSIZIONI E DELLE USCITE

| codifica S0=000... | codifica ordinale,, | gli stati 101, 110, 111 non esistono, stati vietati e tabelle non completamente specificate |
|--------------------|---------------------|---|
|                    |                     |   |

[illegible]



Sono 2 reti combinatorie a 6 ingressi ( $r_2, r_1, r_0$  e  $y_2, y_1, y_0$ ) con 3 FF

# Tabella delle transizioni per 3 variabili di stato

| r2,<br>r1,r<br>0<br>y2,<br>y1,<br>y0 | 00<br>0 | 00<br>1 | 01<br>0 | 01<br>1 | 10<br>0 | 10<br>1 | 11<br>0 | 11<br>1 |
|--------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 000                                  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 1       |
| 001                                  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 010                                  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 011                                  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 100                                  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 101                                  | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       |
| 110                                  | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       |
| 111                                  | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       |

| r2,<br>r1,r<br>0<br>y2,<br>y1,<br>y0 | 00<br>0 | 0<br>0<br>1 | 010 | 01<br>1 | 10<br>0 | 10<br>1 | 11<br>0 | 11<br>1 |
|--------------------------------------|---------|-------------|-----|---------|---------|---------|---------|---------|
| 000                                  | 0       | 0           | 0   | 0       | 0       | 1       | 1       | 0       |
| 001                                  | 0       | 0           | 0   | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 010                                  | 0       | 0           | 0   | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 011                                  | 0       | 0           | 0   | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 100                                  | 0       | 0           | 0   | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 101                                  | -       | -           | -   | -       | -       | -       | -       | -       |
| 110                                  | -       | -           | -   | -       | -       | -       | -       | -       |
| 111                                  | -       | -           | -   | -       | -       | -       | -       | -       |

| r2,<br>r1,r<br>0<br>y2,<br>y1,<br>y0 | 00<br>0 | 00<br>1 | 01<br>0 | 01<br>1 | 10<br>0 | 10<br>1 | 11<br>0 | 11<br>1 |
|--------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 000                                  | 0       | 0       | 0       | 1       | 0       | 0       | 1       | 0       |
| 001                                  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 010                                  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 011                                  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 100                                  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 101                                  | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       |
| 110                                  | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       |
| 111                                  | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       |

$$Y2=y2'y1'y0'r2r1r0$$

$$Y1=y2'y1'y0'r2r1'r0+ \\ + y2'y1'y0'r2r1'r0$$

$$Y0= y2'y1'y0'r2'r1r0+ \\ + y2'y1'y0'r2r1r0'$$



L'uscita vale 1

| r2,<br>r1,r<br>0<br>y2,<br>y1,<br>y0 | 00<br>0 | 00<br>1 | 01<br>0 | 01<br>1 | 10<br>0 | 10<br>1 | 11<br>0 | 11<br>1 |
|--------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 000                                  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 001                                  | 0       | 0       | 0       | 1       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 010                                  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 1       | 0       | 0       |
| 011                                  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 1       | 0       |
| 100                                  | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 1       |
| 101                                  | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       |
| 110                                  | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       |
| 111                                  | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       |

$E = y_2'y_1'y_0r_2'r_1r_0 + y_2'y_1y_0'r_2r_1'r_0 + y_2'y_1y_0r_2r_1r_0' + y_2'1'y_0'r_2r_1r_0$  forma SP

Si semplifica con QMC mettendo le indifferenze a 1 o con algebra boole

