

基于贝叶斯方法的蒙古栎林单木树高-胸径模型

姚丹丹<sup>1</sup>, 徐奇刚<sup>1</sup>, 闫晓旺<sup>2\*</sup>, 李玉堂<sup>2</sup>

(1. 中国林业科学研究院资源信息研究所, 北京 100091; 2. 吉林省林业调查规划院 吉林 长春 130022)

**摘要:**【目的】贝叶斯统计法在提高参数稳定性上有较大的优势,但在森林生长模型中的应用并不多见。研究贝叶斯方法在树高-胸径模型中的应用,改进模型参数的估计方法,为蒙古栎天然林树高生长预测提供支持。【方法】以蒙古栎天然异龄林为对象,基于197块蒙古栎天然异龄林固定样地数据,采用传统极大似然法、贝叶斯法估计树高-胸径基础模型,以及极大似然法与层次贝叶斯法估计树高-胸径混合效应模型。随机抽取80%的样地数据用于建立模型,剩余的20%用于检验模型,基于基础模型与混合效应模型,利用经典概率统计法(极大似然估计)、有先验信息的贝叶斯统计法和层次贝叶斯统计法进行参数估计,分析模型的表现和参数分布。模型的拟合效果通过绝对平均误差(MAE)、相对平均误差(RME)、均方根误差(RMSE)、相对均方根误差(RMSE%)、决定系数( $R^2$ )、赤池信息准则(AIC)和偏差信息准则(DIC)指标来确定。【结果】对于基础模型,有先验信息的贝叶斯统计参数可信区间集中。对于混合模型,层次贝叶斯法估计的固定效应参数可信区间较传统方法更为集中,但随机效应参数可信区间相较于极大似然法的置信区间更为扩散。使用层次贝叶斯混合效应模型的拟合效果最好,其决定系数 $R^2$ 为0.946。MAE、RMSE和RMSE%指标显示,层次贝叶斯法估计的模型精度最高,其次为极大似然估计的混合效应模型,贝叶斯法估计的基础模型以及极大似然估计的基础模型精度较低。【结论】层次贝叶斯统计法在拟合树高-胸径模型方面具有明显的优势,拟合效果最好,模型预估精度最高。此外,层次贝叶斯法能够以之前建立的模型结果作为先验信息而建立新的模型,是森林经营单位更新模型的可选方法之一。

**关键词:**蒙古栎天然异龄林;树高-胸径模型;最大似然法;层次贝叶斯统计

**中图分类号:**S758.3      **文献标志码:**A      **开放科学(资源服务)标识码(OSID):**

**文章编号:**1000-2006(2020)01-0131-07



Individual diameter-height model for Mongolian oak forests based on Bayesian method

YAO Dandan<sup>1</sup>, XU Qigang<sup>1</sup>, YAN Xiaowang<sup>2\*</sup>, LI Yutang<sup>2</sup>

(1. Insititute of Forest Resource Information Techniques, Chinese Academy of Forestry, Beijing 100091, China; 2. Jilin Forestry Inventory and Planning Institute, Changchun 130022, China)

**Abstract:** 【Objective】 Bayesian methods have advantages with regards to improving parameter stability. In this study, we examined the application of Bayesian methodology in tree height-diameter modeling, and improved the estimation method used for Mongolian oak (*Quercus mongolica*) forest height growth prediction. 【Method】 Utilizing the data obtained from 197 Mongolian oak forest permanent sample plots, we developed a height-diameter model using a classical statistical method, a Bayesian method, and a hierarchical Bayesian method. A random sample of 80% of the data was used for model calibration, and the remaining 20% was used for model validation. We tested model performance and the distribution of parameters among methods for parameter estimation, covering classical statistics (maximum likelihood method), Bayesian statistics with informative prior, and hierarchical Bayesian statistics with uninformative prior. Models were evaluated by calculating the absolute average error (MAE), relative average error (RME), root mean square error (RMSE), relative root mean square error (RMSE%),  $R^2$ , akaike information criterion (AIC), and deviation information criterion (DIC). 【Result】 The confidence intervals of Bayesian statistics with informative prior were concentrated, with the intervals of its three parameters lower than those of the maximum likelihood method. With the inclusion of ran-

收稿日期:2019-01-22      修回日期:2019-06-15  
基金项目:国家林业行业公益性科研专项项目(201504303)。  
第一作者:姚丹丹(danil55@icloud.com)。\*通信作者:闫晓旺(adslxqg@126.com),高级工程师,ORCID(0000-0002-4710-577X)。  
引文格式:姚丹丹,徐奇刚,闫晓旺,等. 基于贝叶斯方法的蒙古栎林单木树高-胸径模型[J]. 南京林业大学学报(自然科学版), 2020,44(1):131-137.YAO D D, XU Q G, YAN X W, et al. Individual diameter-height model for Mongolian oak forests based on Bayesian method[J]. Journal of Nanjing Forestry University (Natural Sciences Edition), 2020,44(1):131-137.DOI:10.3969/j.issn.1000-2006.201901031.

dom effects, the confidence interval of the fixed-effect parameters of the hierarchical Bayesian method was lower than that of the maximum likelihood estimation parameter, and the confidence interval of the standard deviation of the random effect parameters was higher than that of the maximum likelihood method. The hierarchical Bayesian method showed the best performance, with an  $R^2$  value of 0.946. On the bases of MAE, RMSE and RMSE% values, the prediction accuracy of the hierarchical Bayesian method was the highest, followed by the maximum likelihood method with random effects, the Bayesian method with informative prior, and the maximum likelihood method. 【Conclusion】The hierarchical Bayesian statistical method has obvious advantages with respect to the best fitting of the tree height-diameter model, and the model had the highest prediction accuracy. In addition, it can use prior information to establish a new model using the previously established model results, which can be used an alternative method for forest management departments updating models.

**Keywords:** natural uneven-aged Mongolian oak (*Quercus mongolica*) forest; individual diameter-height model; maximum likelihood estimation; hierarchical Bayesian statistics

树高与胸径在林业调查中占有重要地位,优势高能够直接反映树种当前环境立地质量的好坏,而林分平均高是林分蓄积量与生物量计算中不可或缺的变量<sup>[1]</sup>。在实践中,树高数据的获取相较于胸径难度更大,且可能会因为林分过密视野受限致使树高测量存在误差,树高的测定仅在部分易测样本中进行,然后使用树高-胸径模型来估计难测样本的树高,因此,构建准确的树高曲线有重要的实际意义<sup>[2]</sup>。

树高胸径模型的传统方法是使用极大似然法进行参数估计,这种方法基于参数服从正态分布的假设<sup>[3-4]</sup>。但在林业实际工作中,树高胸径模型的参数联合分布并非为多元正态分布,而使用贝叶斯方法估计参数则没有这方面的要求,这是由于贝叶斯法将样本与参数都视作随机变量,采用先验信息与样本信息得到参数后验分布的方法进行估计,近年来逐渐成为森林生长模型中的研究热点,包括单木枯死模型<sup>[5-6]</sup>、直径分布模型<sup>[7-8]</sup>、蓄积量生长模型<sup>[9-10]</sup>和林分断面积分布模型<sup>[11]</sup>等。张雄清等<sup>[1]</sup>使用贝叶斯法估计了江西杉木人工林的树高生长模型参数,研究表明利用贝叶斯法可以提高模型的可靠性和预测精度。同时又由于贝叶斯法能够利用先验信息与样本信息进行统计推断,在估计模型前可加入历史文献资料或者专家主观经验,这一特点十分适合林业建模工作。Zhang 等<sup>[12]</sup>分别运用传统法、无信息先验及有信息先验的贝叶斯方法对树高曲线模型的拟合效果进行比较分析,发现传统法、无先验信息及有先验信息贝叶斯方法拟合的模型检验结果相近,但是贝叶斯估计参数的可信区间比传统法更为集中。由于有先验信息的加入,贝叶斯法可克服样本量小的问题,Wyckoff 等<sup>[13]</sup>使用贝叶斯统计解决了林木死亡模型中数据稀少的问题。贝叶斯统计在国内生长模型方面的研究渐成趋

势<sup>[1,12,14]</sup>,但由于生长数据的相关和层次性,层次贝叶斯模型的应用不多见<sup>[15-16]</sup>。

以蒙古栎(*Quercus mongolica*)天然异龄林为对象,基于固定样地数据,构建基于极大似然法、贝叶斯法和层次贝叶斯法的蒙古栎树高-胸径模型,为蒙古栎的树高生长预测提供方法和依据。

1 研究区概况

研究区位于吉林省汪清林业局(129°50′~131°10′ E,43°00′~44°00′ N)。为长白山山脉丘陵区,海拔为 360~1 477 m。坡度较缓,一般为 10°~25°,个别陡坡在 35°以上。属温带大陆季风性气候,年平均气温大约为 4.0℃。土质较为肥沃,土壤类型为玄武岩中低山灰化土灰棕壤类型。研究区植物种类与森林资源丰富,林分类型以针阔混交林为主,主要树种为长白山林区常见树种,主要有红松(*Pinus koraiensis*)、冷杉(*Abies nephrolepis*)、长白落叶松(*Larix olgensis* var. *changpaiensis*)、白桦(*Betula platyphylla*)、蒙古栎、紫椴(*Tilia mandshurica*)、水曲柳(*Fraxinus mandshurica*)等。

2 材料与方法

2.1 数据来源

数据来源于吉林省汪清县林业局 1997 年和 2007 年二类调查复位样地调查数据。样地面积均为 0.06 hm<sup>2</sup>,共 202 块调查样地,删去异常值后,共 195 块调查样地数据。并随机取 80%样地数据为建模数据,20%为检验数据。由表 1 可得,树高的分布范围较大,为 8~24 m,平均值为 14.84 m;胸径的范围为 6.2~27.9 cm,平均值为 15.94 cm,变异系数也较大,为 22.64%,能够代表吉林省蒙古栎树高胸径生长的一般状况。林分优势高来自计算样地中 3 株树高最高或者胸径最大的样本算术平均,

其变动系数较低,为 14.43%,各样地林分优势高的平均值为 17.6 m。

表 1 样地数据的基本统计量  
Table 1 Summary statistics of the plot data

| 统计量 statistics                  | 建模数据 calibration data |                          |              | 检验数据 validation data |                          |              |
|---------------------------------|-----------------------|--------------------------|--------------|----------------------|--------------------------|--------------|
|                                 | <i>H</i> /m           | <i>H</i> <sub>0</sub> /m | <i>D</i> /cm | <i>H</i> /m          | <i>H</i> <sub>0</sub> /m | <i>D</i> /cm |
| 平均值 average                     | 14.84                 | 17.6                     | 15.94        | 15.14                | 17.74                    | 16.13        |
| 最大值 max.                        | 24.00                 | 27.00                    | 27.90        | 19.00                | 22.00                    | 24.60        |
| 最小值 min.                        | 8.00                  | 11.00                    | 6.20         | 9.00                 | 12.00                    | 9.20         |
| 标准差 standard deviation          | 2.49                  | 2.54                     | 3.61         | 2.30                 | 2.35                     | 3.44         |
| 变异系数 coefficient of variation/% | 16.78                 | 14.43                    | 22.64        | 15.19                | 13.25                    | 21.33        |

注:*H*:树高 tree height;*H*<sub>0</sub>:优势树高 dominant tree height;*D*:胸径 diameter at breast height.

2.2 树高-胸径模型

2.2.1 基础模型与贝叶斯法

以马武<sup>[17]</sup>所选择的 16 种普通树高曲线和 16 种标准树高曲线作为备选模型,对本研究调查样地数据中的树高胸径关系进行拟合比较,挑选出精度最高、误差最小的模型为:

$$H=1.3+\alpha H_0^\beta \exp\left(\frac{-\gamma}{D}\right).$$
 (1)

式中:*H* 为树高, m; *H*<sub>0</sub> 为优势树高, m; *D* 为胸径, cm;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  是待估参数。

贝叶斯法是将参数  $\theta$  作为连续变量,根据参数的先验信息与样本信息由全概率公式计算后验概率得到参数  $\theta$  的条件概率分布统计方法。即令模型形式为:

$$y=f(x|\theta).$$
 (2)

则根据先验信息  $\pi(\theta)$ 、样本信息  $p(y|\theta)$ ,由全概率公式求得样本数据 *y* 与  $\theta$  的条件分布  $\pi(\theta|y)$ :

$$\pi(\theta|y)=\frac{p(y|\theta)\pi(\theta)}{p(y)}.$$
 (3)

研究中,使用 MCMC 算法中的 GIBBS 抽样法估算参数。

相较于传统统计方法,贝叶斯法增加了对先验信息的考虑,把样本与参数都视为随机变量,不求服从正态分布,尤其在小样本量的估算时,贝叶斯法估计的参数可信区间相较于传统极大似然估计的置信区间更小,模型精度也更高。

本研究先基于公式(1)使用传统的极大似然法得到模型参数的估计结果,并将该结果作为贝叶斯法的估计参数的先验信息,结合样本信息使用贝叶斯法估算参数的后验概率分布,得到模型的估计结果。

2.2.2 混合效应模型与层次贝叶斯法

混合模型既含有能够表达总体特征的固定效应参数,又含有能够表达个体差异特征的随机效应参数,往往具有比一般模型更高的估计精度,近年来在林业上已经有了较多的研究<sup>[18-21]</sup>。基于公式(1),在参数  $\beta$  与  $\gamma$  上加入随机效应参数,本研究

的混合模型形式如下:

$$H_{ij}=1.3+\alpha H_{0i}^{(\beta+\beta_{\gamma i})} \exp\left[-(\gamma+\gamma_{\gamma i})/D_{ij}\right]+\varepsilon_{ij}.$$
 (4)

式中:*H*<sub>*ij*</sub>是第 *i* 块样地第 *j* 株树的树高, m; *H*<sub>0*i*</sub>是第 *i* 块样地的优势树高, m; *D*<sub>*ij*</sub>是第 *i* 块样地第 *j* 株树的胸径, cm;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  是固定效应参数;  $\beta_{\gamma i}$  和  $\gamma_{\gamma i}$  是随机效应参数,服从均值为 0,方差分别为  $\sigma_b^2$  和  $\sigma_c^2$  的正态分布;  $\varepsilon_{ij}$  是误差项,其服从均值为 0,方差为  $\sigma^2$  的正态分布。在贝叶斯框架中,混合效应模型的参数估计可以通过层次贝叶斯法进行,通过赋予先验参数于先验信息,即在参数  $\beta$  与  $\gamma$  上再增加一个层次实现。

2.2.3 先验信息

研究贝叶斯估计模型参数的先验信息来自经典极大似然法估计结果。令: $\lambda(\alpha, \beta, \gamma)$  为固定效应向量,其先验信息服从  $N(\lambda^*, M)$ ,  $\lambda^*$ 、*M* 均来自极大似然估计结果,  $\lambda^*$  为参数估计值, *M* 为参数估计值的方差。令: $\phi_i(\beta_{\gamma i}, \gamma_{\gamma i})$  为随机效应向量,随机效应先验信息直接取  $\phi_i \sim N(0, \Psi)$ ,设定协方差矩阵 *M* 和  $\Psi$  为对角矩阵,以减少模型的复杂程度<sup>[13]</sup>。具体先验信息见表 2。

表 2 用于贝叶斯框架的基础模型和混合模型中参数的先验信息

Table 2 Prior distribution of parameter for base model and mixed-effects model to Bayesian method

| 模型 model                | 参数 parameter | 先验分布 prior distribution                    |
|-------------------------|--------------|--|
| 基础模型 base model         | $\alpha$     | $\alpha \sim N(1.67, 0.20^2)$              |
|                         | $\beta$      | $b \sim N(0.83, 0.04^2)$                   |
|                         | $\gamma$     | $c \sim N(4.34, 0.35^2)$                   |
| 混合模型 mixed effect model | $\alpha$     | $\alpha \sim N(1.53, 0.19^2)$              |
|                         | $\beta$      | $b \sim N(0.86, 0.04^2)$                   |
|                         | $\gamma$     | $c \sim N(4.32, 0.38^2)$                   |
|                         | $\sigma_b$   | $(1/\sigma_b)^2 \sim \gamma(0.001, 0.001)$ |
|                         | $\sigma_c$   | $(1/\sigma_c)^2 \sim \gamma(0.001, 0.001)$ |
|                         | $\Sigma$     | $(1/\sigma)^2 \sim \gamma(0.001, 0.001)$   |

2.3 模型评价与检验

将数据随机分为两部分,80%用于建立模型,20%用于模型检验。以模型精度、拟合优度以及估

计参数的稳定性 3 个方面来评价模型。

1)精度检验指标。

$$\text{绝对平均误差}(\sigma_{\text{MAE}})=\frac{\sum_i^n |(\hat{y}-y_i)|}{n};$$
$$\text{平均相对误差}(\sigma_{\text{RME}})=\frac{\sum_i^n |(\hat{y}-y_i)|/y_i}{n}\times 100\%;$$
$$\text{均方根误差}(\sigma_{\text{RMSE}})=\sqrt{\frac{\sum_i^n (\hat{y}_i-y_i)^2}{n}};$$
$$\text{相对均方根误差}(\sigma_{\text{RMSE}\%})=\frac{\sigma_{\text{RMSE}}}{\bar{y}_i}\times 100\%;$$

式中: $\hat{y}_i$  为模型预估值; $y_i$  为样本观测值; $\bar{y}=\sum y_i/n$  为样本观测值的均值; $n$  为样本量。

2)拟合优度指标。

$$\text{决定系数}(R^2)=1-\frac{\sum_i^n (\hat{y}-y_i)^2}{\sum_i^n (y_i-\bar{y}_i)^2};$$
$$\text{赤池信息准则(AIC)}=-2\log L+2k;$$
$$\text{偏差信息准则(DIC)}=2E_{\theta}(\log(p(y|\theta)))+2P_{\text{d}}。$$

式中: $L$  为极大似然函数值; $k$  为模型中参数个数; $E_{\theta}(\log(p(y|\theta)))$  为后验离差均值; $P_{\text{d}}$  为模型中有效参数的个数。

3)待估参数不确定性度量指标。

贝叶斯统计将参数视为连续变量,经典概率统计将参数视为一个常量,因此两者在对于待估参数的不确定度量指标的定义不尽相同。贝叶斯统计方法的不确定性度量指标为 95%的可信区间,传统概率统计的不确定性度量指标为 95%的置信区间,二者的计算公式相同:

$$P_{\text{interval}}=2\cdot(t_{\alpha,n-1}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}})。$$

式中: $P_{\text{interval}}$  为 95%的置信区间(95%的可信区间); $t_{\alpha,n-1}$ 表示自由度为  $n-1$  的  $t$  分布上的  $\alpha$  分位点, $\sigma$  为样本观测值  $y$  的标准差。

3 结果与分析

3.1 模型拟合结果

将极大似然法估计基础模型式(1)和混合效应模型式(4)的参数估计结果作为先验信息,使用贝叶斯方法与分层贝叶斯法对模型式(1)和式(4)进行拟合,实现工具为 R3.5.1 和 WinBugs 软件。

迭代次数设置为 200 万次,削减速率设置为 3,并将最初的 10 万次迭代视为崩溃长度舍去,各方法估计的树高-胸径模型参数估计结果如表 3 所示。对于基础模型式(1),有先验信息的贝叶斯方法参数估计结果与传统最大似然参数估计的结

果相近,且有先验信息的贝叶斯方法(基础模型)估计的 3 个参数的标准差分别为 0.10、0.02 和 0.21,均小于传统极大似然估计的 0.20、0.04、0.35。类似地,对于混合效应模型,层次贝叶斯法估计结果的参数标准差也均小于传统极大似然估计的估计结果。

表 3 极大似然法与贝叶斯方法的参数估计

Table 3 Parameter estimation of maximum likelihood method and Bayesian method using calibration data

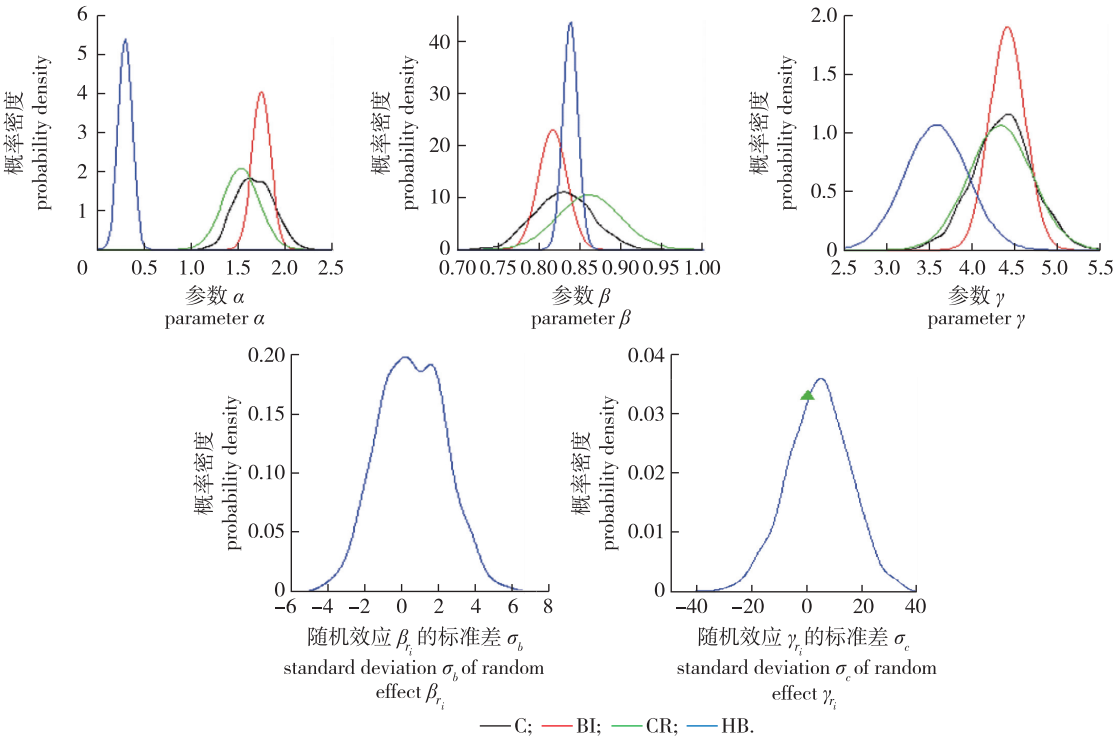
| 方法<br>method  | 参数<br>parameter | 均值<br>average | 标准差<br>standard deviation | 置信区间<br>credible interval |        |
|---|-----------------|---------------|---------------------------|---------------------------|--------|
|   |                 |               |                           | 2.50%                     | 97.50% |
| 极大似然法<br>(基础模型)<br>maximum likelihood<br>(base model)                         | $\alpha$        | 1.67          | 0.20                      | 1.27                      | 2.06   |
|   | $\beta$         | 0.83          | 0.04                      | 0.76                      | 0.90   |
|   | $\gamma$        | 4.34          | 0.35                      | 3.64                      | 5.04   |
| 贝叶斯统计<br>(基础模型)<br>Bayesian statistic<br>(base model)                         | $\alpha$        | 1.74          | 0.10                      | 1.57                      | 1.94   |
|   | $\beta$         | 0.82          | 0.02                      | 0.78                      | 0.85   |
|   | $\gamma$        | 4.41          | 0.21                      | 4.03                      | 4.82   |
| 极大似然法<br>(混合模型)<br>maximum likelihood<br>(mixed effect model)                 | $\alpha$        | 1.53          | 0.19                      | 1.15                      | 1.90   |
|   | $\beta$         | 0.86          | 0.04                      | 0.78                      | 0.93   |
|   | $\gamma$        | 4.33          | 0.38                      | 3.59                      | 5.07   |
|   | $\sigma_b$      | 0.01          |                           | 0.01                      | 0.02   |
|   | $\sigma_c$      | 0.39          |                           | 0.15                      | 0.98   |
| 层次贝叶斯统计<br>(混合模型)<br>hierarchical Bayesian statistics<br>(mixed effect model) | $\alpha$        | 0.30          | 0.01                      | 0.28                      | 0.31   |
|   | $\beta$         | 0.84          | 0.01                      | 0.83                      | 0.85   |
|   | $\gamma$        | 3.57          | 0.37                      | 2.74                      | 4.28   |
|   | $\sigma_b$      | 0.58          | 1.74                      | 0.52                      | 0.65   |
|   | $\sigma_c$      | 4.80          | 11.29                     | 4.08                      | 5.69   |

在估计参数的置信区间表现上,从表 3 可以看出,对于基础模型式(1),有先验信息的贝叶斯方法估计参数的可信区间要明显比极大似然估计参数的置信区间更加集中。对于混合效应模型式(4),层次贝叶斯法估计固定效应参数的可信区间比极大似然估计的置信区间更为集中,但随机效应参数更为分散。

传统方法估计参数的似然函数分布与贝叶斯方法估计参数的后验概率分布如图 1 所示,使用传统方法的估计结果作为先验信息的贝叶斯法估计的参数后验分布比传统方法估计参数的似然分布峰度更高,更加陡峭,表现为参数更加集中。加入随机效应后,传统的极大似然估计参数分布与未加入随机效应的参数分布有较大的重合,两者的估计结果接近,而层次贝叶斯法估计的固定效应参数后



验分布与贝叶斯方法估计基础模型的参数后验分布重合较小。在随机效应参数的标准差方面,层次贝叶斯法大于极大似然法估计的随机效应参数标准差。



C 为极大似然法估计基础模型的估计结果 C represents the estimation result of maximum likelihood method;BI 为贝叶斯统计法估计基础模型的估计结果 BI represents the estimation result of Bayesian statistics of prior information;CR 为极大似然法估计混合模型的估计结果 CR represents the result of estimating the mixed model by maximum likelihood method;HB 为层次贝叶斯的估计结果 HB represents the estimation result of hierarchical Bayesian;“▲”为加入混合效应后最大似然估计的参数 $\beta$ 、 $\gamma$ 的标准差▲ represents standard deviation of parameters  $\beta$  and  $\gamma$  of maximum likelihood estimation after mixed effect.

图 1 树高曲线贝叶斯估计参数的后验分布与极大似然法估计参数的似然分布

Fig.1 Posterior distribution of Bayesian method and likelihood distribution of maximum likelihood method for height-diameter model

基于建模数据,4 种方法的模型拟合优度与精度指标如表 4 所示,从拟合优度指标  $R^2$ 、AIC、DIC 可看出,层次贝叶斯法的拟合效果最好,其  $R^2$  为 0.946,高于其他 3 种方法。层次贝叶斯法的预估精度最高, RMSE% 为 3.92。

表 4 4 种参数估计方法拟合的树高-胸径模型的误差统计量 (n=156)

| 方法 method  | $\sigma$ (MAE) | $\sigma$ (RME) | $\sigma$ (RMSE) | $\sigma$ (RMSE%) | $R^2$ | AIC      | DIC      |
|--|----------------|----------------|-----------------|------------------|-------|----------|----------|
| 极大似然估计(基础模型)<br>max. likelihood (base model)                           | 0.67           | 0.49           | 1.09            | 7.84             | 0.848 | 1 051.67 |          |
| 贝叶斯统计(基础模型)<br>Bayesian statistics (base model)                        | 0.66           | -0.05          | 1.00            | 7.36             | 0.838 |          | 1 049.13 |
| 极大似然估计(混合模型)<br>max. likelihood (mixed effect model)                   | 0.46           | -0.19          | 0.74            | 5.30             | 0.913 | 1 039.95 |          |
| 层次贝叶斯统计(混合模型)<br>hierarchical Bayesian statistics (mixed effect model) | 0.32           | 0.35           | 0.58            | 3.92             | 0.946 |          | 1 021.52 |

3.2 模型精度与检验

基于测试集数据,对 4 种方法建立的模型使用

MAE、RME、RMSE、RMSE% 进行检验,检验结果如表 5 所示。4 种方法拟合的模型其 RMSE% 都小于

7.65,模型的预估精度表现都较好。对于基础模型,有先验信息的贝叶斯统计法模型的预估精度比传统的极大似然法高,其 MAE 与 RMSE 分别为 0.57、0.96,均低于传统极大似然估计的 0.68 与 1.17。混合模型的结果类似,层次贝叶斯估计的模型精度指标均优于极大似然估计的模型精度指标。

表 5 极大似然法和贝叶斯统计法拟合的树高-胸径曲线模型的检验 (n=39)

| 方法 method   | $\sigma$<br>(MAE) | $\sigma$<br>(RME) | $\sigma$<br>(RMSE) | $\sigma$<br>(RMSE%) |
|---|-------------------|-------------------|--------------------|---------------------|
| 极大似然法(基础模型)<br>maximum likelihood (base model)                            | 0.68              | 1.08              | 1.17               | 7.65                |
| 贝叶斯统计(基础模型)<br>Bayesian statistic (base model)                            | 0.57              | 0.79              | 0.96               | 6.73                |
| 极大似然法(混合模型)<br>maximum likelihood<br>(mixed effect model)                 | 0.61              | 0.9               | 1.06               | 7.59                |
| 层次贝叶斯统计(混合模型)<br>hierarchical Bayesian statistics<br>(mixed effect model) | 0.56              | 1.04              | 1.04               | 6.81                |

#### 4 讨 论

研究表明,对于基础模型,贝叶斯方法的先验信息来自传统极大似然法的参数估计结果,因此两种方法估计出的参数均值较为接近,说明贝叶斯法估计参数的后验结果会受到先验信息的影响。Zhang 等<sup>[12]</sup>对树高曲线的研究也有类似的结果。对于混合模型,使用分层贝叶斯法估计模型的参数后验均值也与传统极大似然估计混合模型的参数值较为接近。

使用贝叶斯法估计的参数后验分布与极大似然估计参数的似然分布有较大的重合,且分布更为集中。而因为考虑了随机效应,层次贝叶斯法的参数后验分布比贝叶斯法的参数后验分布较为扩散,这与 Patenaud 等<sup>[20]</sup>使用层次贝叶斯统计在生物学区域模型中的研究结果类似。

对比基础树高胸径模型中使用贝叶斯法估计参数的标准差和使用传统极大似然估计的参数标准差,使用贝叶斯法估计的 3 个参数标准差比传统方法估计的 3 个参数的标准差都要低,这可能是由于贝叶斯法本身就引入了来自传统极大似然法的估计结果作为先验信息,使参数估计的结果更加稳定。

从模型的拟合效果来看,表现最好的是层次贝叶斯法的模型结果,其  $R^2$  为 0.946,明显高于其他 3 种方法。AIC 与 DIC 的指标也说明了相同的结论,即贝叶斯方法估计模型的参数,其拟合效果要优于传统极大似然估计。Li 等<sup>[18]</sup>研究使用贝叶斯法估计树高胸径模型参数时也得到了相同的结果。这是由于贝叶斯方法在估计参数时加入了先验信息,且先验信息来自传统极大似然估计,是在其基础上进行拟合,因此模型的拟合效果更好<sup>[1,14]</sup>。

从模型的精度表现来看,层次贝叶斯模型的预估精度表现最好,其在建模数据中的 RMSE% 为 3.92,低于其他 3 种方法,MAE、RMSE 的结果类似。但在检验样本中,层次贝叶斯法的 RMSE% 为 6.81,高于贝叶斯法的 6.73,可能是因为层次贝叶斯法对训练数据产生了过拟合现象,对于这个问题仍有待深入研究。

树高曲线在建立森林生长模型、生物量与碳储量的估算中均有较重要作用<sup>[23]</sup>,用贝叶斯方法估计树高曲线模型具有对小样本数据估计精度高<sup>[12]</sup>、使用先验信息等优点,这对于林业实际工作有重要意义,可以节省调查成本,且能够以之前建立的模型结果作为先验信息加入而建立新的模型,是森林经营单位更新模型的可选方法之一,使模型更具时效性。

#### 参考文献 (reference):

[1] 张雄清,张建国,段爱国.基于贝叶斯法估计杉木人工林树高生长模型[J].林业科学,2014,50(3):69-75. ZHANG X Q, ZHANG J G, DUAN A G. Tree-height growth model for Chinese fir plantation based on Bayesian method[J]. Scientia Silvae Sinicae, 2014, 50(3): 69-75. DOI: 10.11707/j.1001-7488.20140310.

[2] 卢军,张会儒,雷相东,等.长白山云冷杉针阔混交林幼树树高——胸径模型[J].北京林业大学学报,2015,37(11):10-25. LU J, ZHANG H R, LEI X D, et al. Height-diameter models for saplings in a spruce-fir mixed forest in Changbai Mountains[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2015, 37(11): 10-25. DOI:10.13332/j.1000-1522.20140429.

[3] BOX G E P, TIAO G C. Bayesian inference in statistical analysis [M].Massachusetts: Wiley Press, 1992:52-65.

[4] SEBER G A F, WILD C J. Nonlinear regression [M].Massachusetts: Wiley Press, 1989:188-164.

[5] WYCKOFF P H, CLARK J S. Predicting tree mortality from diameter growth: a comparison of maximum likelihood and Bayesian approaches[J].Canadian Journal of Forest Research,2000,30(1):156-167.

[6] METCALF C J E, MCMAHON S M, CLARK J S. Overcoming data sparseness and parametric constraints in modeling of tree mortality: a new nonparametric Bayesian model [J]. Canadian Journal of Forest Research,2009,39(9):1677-1687. DOI: 10.

- 1139/X09-083.
- [ 7 ] GREEN E J, ROESCH F A. Bayesian estimation for the three-parameter Weibull distribution with tree diameter data [ M ]. Washington, DC, ETATS-UNIS: International Biometric Society, 1994:110-152.
- [ 8 ] BULLOCK B P, BOONE E L. Deriving tree diameter distributions using Bayesian model averaging [ J ]. Forest Ecology and Management, 2007, 242 ( 2/3 ): 127 - 132. DOI: j. foreco. 2007.01.024.
- [ 9 ] LI R X, STEWART B, WEISKITTEL A. A Bayesian approach for modelling non-linear longitudinal/hierarchical data with random effects in forestry [ J ]. Forestry, 2012, 85 ( 1 ): 17 - 25. DOI: 10.1093/forestry/cpr050.
- [ 10 ] GREEN E J, STRAWDERMAN W E. A Bayesian growth and yield model for slash pine plantations [ J ]. Journal of Applied Statistics, 1996, 23 ( 2/3 ): 285 - 300. DOI: 10.1080/02664769624251.
- [ 11 ] NYSTROM K, STAHL G. Forecasting probability distributions of forest yield allowing for a Bayesian approach to management planning [ J ]. Silva Fennica, 2001, 35 ( 2 ): 185-201. DOI: 10.14214/sf.595.
- [ 12 ] ZHANG X Q, DUAN A G, ZHANG J G. Estimating Height-diameter models with Bayesian method [ J ]. The Scientific World Journal, 2014 ( 1 ): 1-9. DOI: 10.1155/2014/683691.
- [ 13 ] WYCKOFF P H, CLARK J S. Predicting tree mortality from diameter growth: a comparison of maximum likelihood and Bayesian approaches [ J ]. Canadian Journal of Forest Research, 2000, 30 ( 1 ): 156-167. DOI: 10.1139/x99-198.
- [ 14 ] 姚丹丹,雷相东,张则路. 基于贝叶斯法的长白落叶松林分优势高生长模型研究 [ J ]. 北京林业大学学报, 2015, 37 ( 3 ): 94-100. YAO D D, LEI X D, ZHANG Z L. Bayesian parameter estimation of dominant height growth model for Changbai larch (*Larix olgensis* Henry) plantations [ J ]. Journal of Beijing Forestry University, 2015, 37 ( 3 ): 94 - 100. DOI: 10.13332/j.1000-1522.20140221.
- [ 15 ] ZHANG X Q, CAO Q V, DUAN A G, et al. Modeling tree mortality in relation to climate, initial planting density, and competition in Chinese fir plantations using a Bayesian logistic multilevel method. [ J ] Canadian Journal of Forest Research, 2017, 47 ( 9 ): 1278-1285. DOI: 10.1139/cjfr-2017-0215.
- [ 16 ] ZHANG X Q, ZHANG J G, DUAN A G, et al. A hierarchical Bayesian model to predict self-thinning line for Chinese fir in southern China [ J ]. PLoS ONE, 2015, 10 ( 10 ): e0139788. DOI: 10.1371/journal.pone.0139788.
- [ 17 ] 马武.蒙古栎林单木生长模型系研究 [ D ].北京:中国林业科学研究院, 2012. MA W. Individual tree growth model system for Mongolian oak forest [ D ]. Beijing: Chinese Academy of Forestry, 2012.
- [ 18 ] LI R X, STEWART B, WEISKITTEL A. A Bayesian approach for modelling non-linear longitudinal/hierarchical data with random effects in forestry [ J ]. Forestry, 2012, 85 ( 1 ): 17 - 25. DOI: 10.1093/forestry/cpr050.
- [ 19 ] RUSSELL M B. Influence to prior distributions and random effects on count regression models: implications for estimating standing dead tree abundance [ J ]. Environment and Ecological Statistics, 2015, 22: 145-160. DOI: 10.1007/s10651-014-0290-7.
- [ 20 ] PATENAUD G, MILNE R. Integrating remote sensing datasets into ecological modelling: a Bayesian approach [ J ]. International Journal of Remote Sensing, 2008, 29 ( 5 ): 1295 - 1315. DOI: 10.1080/01431160701736414.
- [ 21 ] FANG S, GERTNER G. Analysis of parameters of two growth models estimated using Bayesian methods and nonlinear regression [ R/EB ]. [http:// Cmsi. gre. ac. uk./conferences/iufro](http://Cmsi.gre.ac.uk/conferences/iufro) ( proceedings ) ( 2004 ).
- [ 22 ] KLEMEDTSSON L, JANSSON P E, et al. Bayesian calibration method used to elucidate carbon turnover in forest on drained organic soil [ J ]. Biogeochemistry, 2008, 89 ( 1 ): 61 - 79. DOI: 10.1007/s10533-007-9169-0.
- [ 23 ] RITCHIE M W, HANN D W. Development of a tree height growth model for Douglas-fir [ J ]. Forest Ecology and Management, 1986, 15 ( 2 ): 135 - 145. DOI: 10.1016/0378-1127(86)90142-8.

(责任编辑 李燕文)