I. Les ensembles $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{D}$ et $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$

a. Les nombres entiers :

❖ Ensemble : $\mathbb{N}$

Les nombres entiers naturels forment un ensemble appelé ensemble des nombres entiers naturels on le note $\mathbb{N}$.

- On écrit : $\mathbb{N}=\{0,1,2,3,.....\}$ on dit que $\mathbb{N}$ est écrit en extension .
- L'ensemble $\{1,2,3,.....\}$ est note $\mathbb{N}^*$, on a $\mathbb{N}^*\subset\mathbb{N}$.

❖ Ensemble $\mathbb{Z}$

Les nombres entiers relatifs forment un ensemble appelé ensemble des nombres entiers relatifs on le note $\mathbb{Z}$.

- On écrit : $\mathbb{Z}=\{.....-3,-2,-1,0,1,2,3,.....\}$ on dit que $\mathbb{Z}$ est écrit en extension .
- L'ensemble $\{......,-3,-2,-1,1,2,3,.....\}$ est note $\mathbb{Z}^*$. on a $\mathbb{Z}^*\subset\mathbb{Z}$.
- L'ensemble $\{0,1,2,3,.....\}$ est l'ensemble des entiers positifs , on note $\mathbb{Z}^+=\mathbb{N}$. on a $\mathbb{Z}^+\subset\mathbb{Z}$ (ou encore $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}$)
- L'ensemble $\{1,2,3,.....\}$ est l'ensemble des entiers strictement positifs , on note $\mathbb{Z}^{+*}=\mathbb{N}^*$.
- L'ensemble $\{0,-1,-2,-3,.....\}$ est l'ensemble des entiers négatifs , on note $\mathbb{Z}^-$ . . on a $\mathbb{Z}^-\subset\mathbb{Z}$
- L'ensemble $\{-1,-2,-3,.....\}$ est l'ensemble des entiers strictement négatifs , on note $\mathbb{Z}^{-*}$.

- **Remarque :**
  - ✓ les chiffres sont : 0 et 1 et 2 et 3 et 4 et 5 et 6 et 7 et 8 et 9 .
  - ✓ les nombres sont : 0 et 1 et 2 et 3 et 4 et 5 et 6 et 7 et 8 et 9 et 10 et 11 et 12 ….
  - ✓ $\mathbb{Z}^-\cup\mathbb{Z}^+=\mathbb{Z}$

b. Les nombres décimaux :

Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire par un nombre fini de chiffres après la virgule . par exemple -15,237 et 0,21 et $\frac{3}{4}=0.75$ sont des nombres décimaux ; mais $\frac{2}{3}=0,6666666...$ n'est pas un nombre décimal . pour comprendre la définition mathématique exacte de l'ensemble des nombres décimaux .

On Remarque : $-15,237=-\frac{15237}{1000}=-\frac{15237}{10^3}$ et $0,21=\frac{21}{100}=\frac{21}{10^2}$.

❖ D'ou : Les nombres décimaux forment un ensemble appelé ensemble des nombres décimaux on le note $\mathbb{D}$. Avec : $\mathbb{D}=\left\{\frac{a}{10^p}/a\in\mathbb{Z},p\in\mathbb{N}\right\}$.

❖ **Remarque :**

$17=\frac{17}{10^0}\in\mathbb{D}$ et $-5=\frac{-5}{10^0}\in\mathbb{D}$ d'ou : $\mathbb{Z}\subset\mathbb{D}$ et $\mathbb{N}\subset\mathbb{D}$.

c. Les nombres rationnels :

On a : $\frac{2}{3} = 0,6666666... \notin \mathbb{D}$. $\frac{2}{3}$ est un nombre rationnel (du latin ratio= fraction) . chaque nombre rationnel peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec a et b sont des entiers (avec $b \neq 0$ on préfère $b > 0$) . on note l'ensemble des nombres rationnels par $\mathbb{Q}$

Remarque :

- ✓ On a de même $\mathbb{Q}^*$ et $\mathbb{Q}^+$ et $\mathbb{Q}^-$.
- ✓ $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$ mais $\frac{2}{3} \notin \mathbb{D}$. $\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$ mais $\frac{3}{4} \in \mathbb{D}$.
- ✓ Tout nombre rationnel admet une infinité de représentants par exemple :
  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{15}{20} = \frac{-3}{-4}$ le représentant privilégié est la fraction irréductible $\frac{3}{4}$.
- ✓ $\frac{3}{4}$ est une fraction et 0,75 est son développement décimal .
- ✓ Considérons les développement décimal de quelques nombre rationnels :
  - $\frac{1}{3} = 0,3333... = 0,\overline{3}$. $\frac{1}{11} = 0,09090909... = 0,\overline{09}$. $\frac{47}{37} = 1,270270270... = 0,\overline{270}$.
  - $\frac{7}{101} = 0,069306930693... = 0,\overline{0693}$. $\frac{47}{41} = 1,146341463414634... = 1,\overline{14634}$.

❖ **Théorème :**

Dans le développement décimal de tout nombre rationnel il y a une suite de chiffres qui se répète indéfiniment , appelle période de ce nombre rationnel .

d. Les nombres réels :

Exemples :

$\sqrt{2} \simeq 1,41421356....$. $\pi \simeq 3,141592653589....$. Sont des nombres irrationnels .

- Les nombres rationnels et les nombres irrationnels forment un ensemble appelé ensemble des nombres reels on note cet ensemble par : $\mathbb{R}$.
- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.
- $\mathbb{R}^*$ est l'ensemble des nombres réels non nuls .
- $\mathbb{R}^+$ est l'ensemble des nombres réels positifs .
- $\mathbb{R}^{+*}$ est l'ensemble des nombres réels positifs non nuls .
- $\mathbb{R}^-$ est l'ensemble des nombres réels négatifs .
- $\mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- = \mathbb{R}$ et $\mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^- = \{0\}$

II. Règles de calculs:

a. Pour les fractions :

Soient a et b et c et d des nombres réels avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{ad}$ et $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d - b \times c}{ad}$.

- $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{a\times d}$ et $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}$.

b. Les racines carrées :

❖ **Définition :**

La racine carrée d'un nombre positif x est le nombre positif a dont $a^2 = x$ le nombre a est noté $a=\sqrt{x}$ (càd $\sqrt{a}^2 = x$) .

c. Identités remarquables :

a et b sont des nombres reels .

$(a+b)^2 = a^2+2a\times b+b^2$	$(a+b)^3 = a^3+3a^2\times b+3ab^2+b^3$	$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
$(a-b)^2 = a^2-2a\times b+b^2$	$(a-b)^3 = a^3-3a^2\times b+3ab^2-b^3$	$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$		

d. Puissances de 10 :

$$10^n=\underbrace{10\times10\times10\times\cdots\times10}_{\text{n fois}}=1\underbrace{000\cdots0}_{\text{n zéros}} \quad \text{et} \quad 10^{-n}=\frac{1}{10^n}=\underbrace{0,00\cdots0}_{\text{n zéros}}1$$

e. Ecriture scientifique :

Ecrire un nombre b en écriture scientifique c'est de l'écrire sous la forme :

$$b=\underset{\text{nombre entre1 et10 exclu}}{a}\times10^n$$

$\lvert b\rvert \le 1$ $(-1\le b\le 1)$ n est positif	$\lvert b\rvert > 1$ $(-1<b \text{ ou } b>1)$ n est négatif
$b=5,4=5,4\times10^0$	$b=-0,4=4\times10^{-1}$
$b=47,3=4,73\times10^1$	$b=0,043=4,3\times10^{-2}$
$b=-5110=-5,11\times10^3$	$b=-0,00757=7,57\times10^{-3}$
$b=59,4=5,94\times10^1$	$b=-\frac{2}{5}=-0,4=4\times10^{-1}$
$b=\frac{7}{4}=1,75=1,75\times10^0$	$b=-0,00009999=9,999\times10^{-5}$