

# 方法精讲-数量 3

( 笔记 )

主讲教师：杜岩

授课时间：2020.10.02



粉笔公考·官方微信

## 方法精讲-数量 3（笔记）

学习任务：

1. 课程内容：经济利润、最值原理。
2. 授课时长：3 小时。
3. 对应讲义：171 页~176 页。
4. 重点内容：

（1）掌握与成本、利润、折扣相关的公式，能准确地计算分段计费 and 合并付费问题。

（2）掌握函数最值、构造数列、最不利构造问题的题型特征及解题方法。

### 第六节 经济利润

【注意】今天是最简单的一节课，包括经济利润问题和最值问题。如果理解了，考场上算是送分题。经济利润问题稍微难点，最值问题有固定套路，平时购物、和老板砍价、用购物券都涉及经济利润，经济利润问题最接近生活，生活中怎么花钱，经济利润题就怎么做就好了，这类题要有代入感，代入题目角色，不能让自己亏本，大家觉得难可能是因为量太多了。不管工程问题还是行程问题，都是三量关系，要么总量=效率\*时间，要么路程=速度\*时间，只有三者，但是经济，涉及很多量，利润、利润率、售价、折扣、总价、总利润等等。有时候题目中可能一下出现很多量，所以经济利润题要先搞清楚基本公式。

#### 一、基础经济

##### 【知识点】

1. 利润=售价-进价。比如粉笔出了一本书售价 100 元，成本 40 元，卖一本书挣的 60 元就是利润。

2. 利润率=利润/进价。进价就是成本，利润率=60/40。数量关系中的利润率和资料分析中的利润率不同，资料分析中，利润率=利润/收入。出题人是这么命题的，所以大家做题时要随时切换。

3. 售价=进价 $\times$ (1+利润率)。比如批发衣服，一件 100 元，想获得 20% 利润，卖  $100 \times (1+20\%) = 120$  元即可。

4. 折扣=折后价/折前价。如果打折，卖 50 元，折扣就是  $50/100=50\%$ 。

5. 总价=单价 $\times$ 数量。一件东西 100 元，买了 10 件，总价为 1000 元。

6. 总进价=单个进价 $\times$ 数量。单个进价 5 元，买 5 件，这批货物总进价就是 25 元。

7. 总利润=单个利润 $\times$ 数量=总售价-总进价。计算总利润时，题目没那么简单，有 100 个西瓜，卖出一个西瓜能挣 10 元，问卖了 90 个的利润是多少元？很多同学会以为是 900 元，但剩下 10 个烂了或者自己吃了，亏损的成本也要算进去，不然容易掉坑，推荐用总售价-总进价，用卖出 90 的售价-100 个西瓜的成本，就不容易掉陷阱。如果用单个利润 $\times$ 数量，一定要注意亏损部分。

【例 1】(2020 山东) 某集团旗下有量贩式超市和便民小超市两种门店，集团统一采购的 A 商品在量贩式超市和便民小超市的单件售价分别为 12 元和 13.5 元。4 月份 A 商品在两种门店分别售出了 600 件和 400 件，共获利 5000 元。问该商品进价为多少元？

A. 7.2

B. 7.6

C. 8.0

D. 8.4

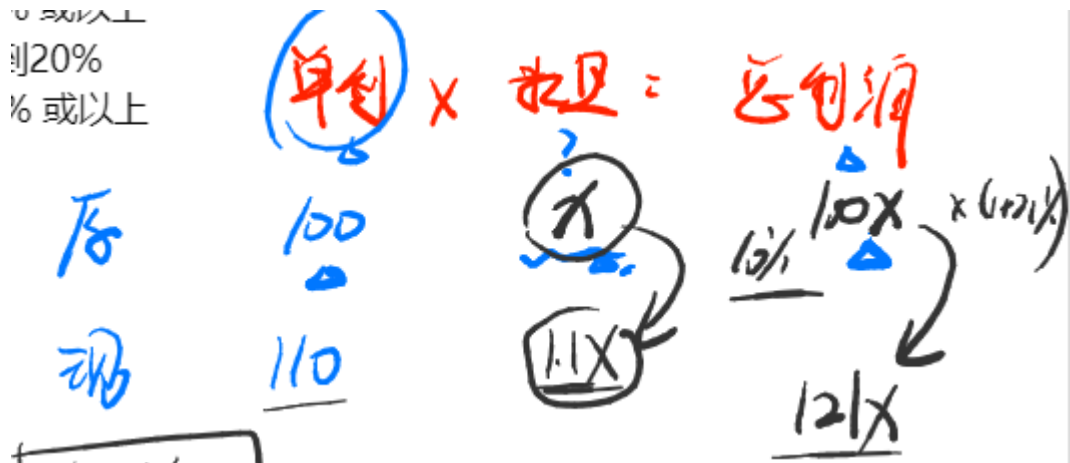
【解析】例 1. 方法一：进价就是成本，经济利润怎么做，先把题干条件圈出来，有单价、数量、获利、总利润，要想到四者之间的关系，(单价-成本) $\times$ 数量=总利润，考虑列方程再解方程即可。假设成本为  $x$ ， $(12-x) \times 600 + (13.5-x) \times 400 = 5000$ ，简单一元方程， $x=7.6$ 。

方法二：拔高：统一采购的 A 商品成本一样，但在两个店的价格不同，利润是有差额的，先把差额抹掉，便民小超市比量贩式超市卖的贵 1.5 元，便民小超市卖了 400 件，所以多了  $1.5 \times 400 = 600$  元，用总利润减去差额， $5000 - 600 = 4400$  元，平摊下来，每个 12 元的话，每个利润为  $4400/12 = 4.4$ ，成本： $12 - 4.4 = 7.6$ 。

【选 B】



了，不用考虑定价，在本题是干扰条件。利润不知道是多少，列表，赋值原来单个利润为 100，现单个利润为 110，数量不能再赋值了，不然答案就赋出来了。假设数量为  $x$ ，则原来的总利润为  $100x$ ，“2017 年全年销售这种产品的总利润较 2016 年增加了 21%”，故后来变成  $100x \times (1+21\%) = 121x$ ，则后来的数量为  $1.1x$ ，2017 年的销量比 2016 年提高不到 20%。【选 A】



【拓展】（2019 联考）某楼盘的地下停车位，第一次开盘时平均价格为 15 万元/个；第二次开盘时，车位的销售量增加了一倍、销售额增加了 60%。那么，第二次开盘的车位平均价格为：

- A. 10 万元/个
- B. 11 万元/个
- C. 12 万元/个
- D. 13 万元/个

【解析】拓展. 先把题干涉及条件摘出来，平均价格、销售量、总的销售额。平均价格\*效率=总的销售额，第一次，均价为 15 万，效率和总额都不知道，直接假设，假设第一次就卖了 1 个车位，总额就是 15 万。第二次，增加一倍，车位变成 2 个，总额增加 60%，变成  $15 \times (1+60\%) = 24$  万，均价为  $24/2=12$  万元，对应 C 项。【选 C】

【例 4】（2019 青海法检）某品牌月饼进价比上月提高了 4%，某商场仍按上月售价销售该品牌月饼，利润率比上月下降了 5 个百分点，那么该商场上月销售该品牌月饼的利润率是多少？

- A. 20%
- B. 25%
- C. 30%
- D. 32%

【解析】例 4. 出现 4%、5 个百分点、利润率，用赋值法。赋值前，先把条件摘出来，出现进价（成本）、售价、利润率，推出：售价-进价=利润，利润/成本=利润率，开始赋值，一般赋成本为 100，“月饼进价比上月提高 4%”，赋上月为 100，本月为 104。售价：仍按上月售价销售该品牌月饼，售价不能再赋值，不然答案就被赋出来了。设售价为  $x$ ，本月也是  $x$ ，则上月利润为  $x-100$ ，本月利润为  $x-104$ ，故上月利润率为  $(x-100)/100$ ，本月利润率为  $(x-104)/104$ ，“利润率比上月下降了 5 个百分点”，则  $(x-104)/104 = (x-100)/100 - 5\%$ ，合并一下： $(x-104)/104 = (x-105)/100$ 。交叉相乘， $(x-104)*100 = (x-105)*104$ ，解得  $x=130$ ，利润率为  $(130-100)/100=30\%$ 。【选 C】

品牌月饼的利润率是多少？

A. 20%  
B. 25%  
C. 30%  
D. 32%

赋值  $x=130$

上月 本月

进价 100 104

售价  $x$   $x$

利润  $x-100$   $x-104$

利润率  $\frac{x-100}{100}$   $\frac{x-104}{104}$

$\frac{x-104}{104} = \frac{x-100}{100} - 5\%$

$(x-104) \cdot 100 = (x-105) \cdot 104$

$x=130$

利润率  $\frac{130-100}{100} = 30\%$

【拓展】（2019 江西法检）某商品的成本比原来增加 10%，但是仍保持原售价，致使商品的成本占售价的百分比高达 82.5%，那么该商品的利润下降了多少？

- A. 20%  
B. 25%  
C. 30%  
D. 35%

【解析】拓展. 经济利润问题先对方法做选择，出现百分数，给比例，求比例，用赋值法，有成本、利润、售价，售价-成本=利润，分为原来和现在，本题赋成本有点麻烦，因为成本占售价比例 82.5%，成本/82.5%=售价，非常麻烦，

灵活一点，赋售价为 100，成本占 82.5%，成本就是 82.5，保持售价不变，所以现在售价也是 100，“成本比原来增加 10%”，现在成本是 82.5，原来=现在/(1+10%)，所以原来成本是  $82.5 / (1+10\%) = 75$ ，原来利润是  $100-75=25$ ，现在是  $100-82.5=17.5$ ，所以利润下降了： $(17.5-25) / 25 = -30\%$ 。【选 D】

20%  
25%  
~~30%~~  
35%

原价 - 成本 = 利润

原 100  $\frac{82.5}{1+10\%} = 75$  25

现 100 82.5 17.5  $\frac{17.5-25}{25}$

$\frac{17.5-25}{25} = -30\%$

$\frac{100}{82.5} = \frac{100}{75(1+10\%)}$   $\frac{100}{82.5} = \frac{100}{75 \times 1.1}$   $\frac{100}{82.5} = \frac{100}{82.5}$

【注意】 $A/B=C/D=(A \pm C)/(B \pm D)$ ，比如  $10/30=1/3=11/33=9/27$ 。具体应用： $(x-104)/104=(x-105)/100$ ，发现两边都有 x，用减法的话可以把 x 消掉，则  $(x-104)/104=(x-105)/100=1/4=25/100$ ，由  $(x-105)/100=25/100$  推出  $x-105=25$ ， $x=130$ 。

## 二、分段计费

【知识点】分段计费：在生活中，水电费、出租车计费等，每段计费标准不等。

1. 问：在不同收费标准下，一共需要的费用？

2. 计算方法：

(1) 先按标准分开看。

(2) 计算之后再汇总

3. 引例：某地出租车收费标准为：3 公里内起步价 8 元；超出 3 公里的部

分，每公里 2 元。小明打车坐了 12 公里，共花费多少钱？

答：画图，一共 12 公里，前三公里 8 元，还有 9 公里，超出部分每公里 2 元，一共  $9 \times 2 = 18$  元，共花费  $18 + 8 = 26$  元。

坐了 12 公里，共花费多少钱？

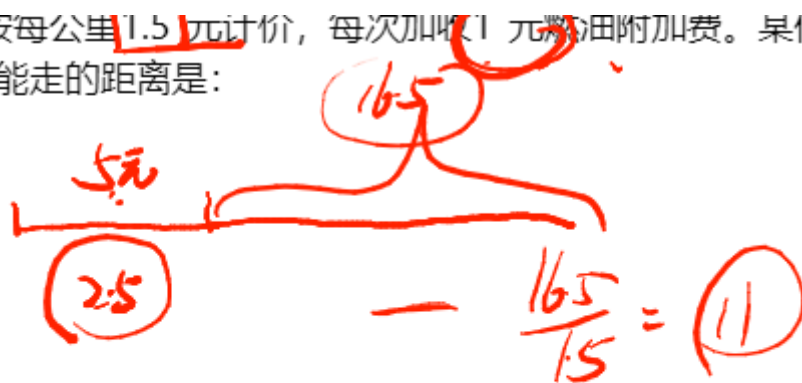


【例 1】（2018 吉林）某市出租车采用分段计价办法：2.5 公里及以内收费 5 元，超过 2.5 公里按每公里 1.5 元计价，每次加收 1 元燃油附加费。某位乘客有 22.5 元零钱，最多能走的距离是：

- A. 14 公里
- B. 13.5 公里
- C. 12 公里
- D. 15.5 公里

【解析】例 1. 画图，起步价 5 元能坐 2.5 公里，后面超出部分，每公里 1.5 元计价，还要扣除 1 元燃油附加费，还有  $22.5 - 5 - 1 = 16.5$  元， $16.5 / 1.5 = 11$  公里。所以一共能坐  $11 + 2.5 = 13.5$  公里。【选 B】

按每公里 1.5 元计价，每次加收 1 元燃油附加费。某位乘客最多能走的距离是：



$$22.5 - 5 - 1 =$$

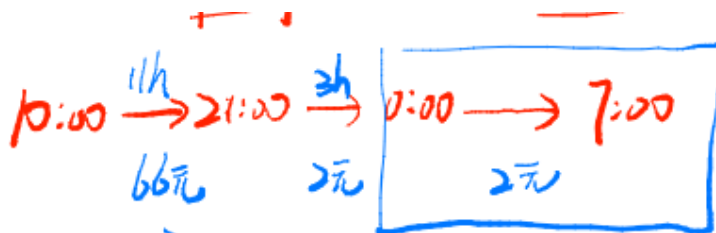


【例 2】(2020 浙江选调) 某停车场的收费标准如下：7：00—21：00，每小时 6 元，不足一小时按一小时计算；21：00—次日 7：00，每两小时 1 元，不足两小时按两小时计算；每日零时为新的计费周期，重新开始计时。小刘某天上午 10 时将车驶入停车场，待其驶出时缴费 70 元，则小刘停车时长  $t$  的范围是：

- A. 14 小时  $< t \leq 16$  小时                      B. 15 小时  $< t \leq 17$  小时  
C. 16 小时  $< t \leq 18$  小时                      D. 17 小时  $< t \leq 19$  小时

【解析】例 2. 字很多，按照分段节点去分段，单独汇总，第一个节点是 10：00~21：00，11 个小时，每小时 6 元，一共花了 66 元，每日零时为新的计费周期，重新开始计时，第二个时间节点是 21：00~24：00，3 小时，按两个两小时计算，花了 2 元。第三个时间节点为 0：00~7：00，还剩下 2 元，“21：00—次日 7：00，每两小时 1 元，不足两小时按两小时计算”，所以最短时间能停 2 小时 1 秒，最长 4 小时， $11+3+2 < t \leq 11+3+4$ ，16 小时  $< t \leq 18$  小时。【选 C】

14 小时  $< t \leq 16$  小时  
15 小时  $< t \leq 17$  小时  
~~16 小时  $< t \leq 18$  小时~~  
17 小时  $< t \leq 19$  小时



$$11+3+2 \sim 11+3+4 \quad \boxed{2+4=6 \text{ 小时}}$$

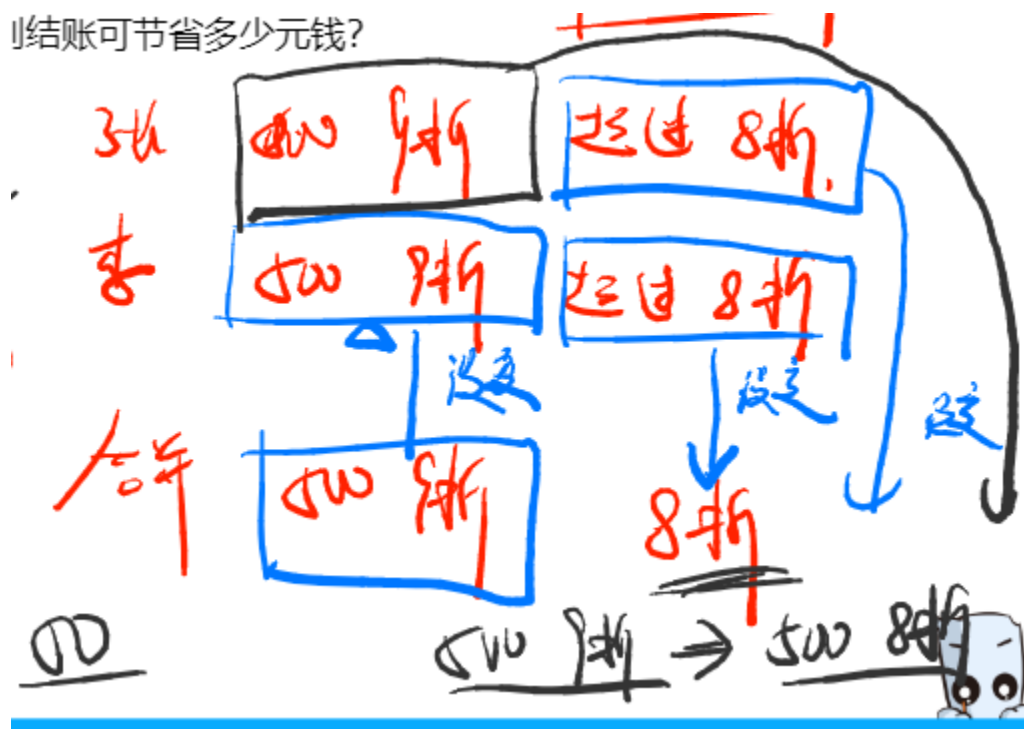
$$16 \quad \sim \quad 18 \quad \quad \quad 4 \text{ 小时}$$

【例 3】(2019 四川下) 某商场做促销活动，一次性购物不超过 500 元的打九折优惠；超过 500 元的，其中 500 元打九折优惠，超过 500 元部分打八折优惠。小张购买的商品需付款 490 元，小李购买的商品比原价优惠了 120 元。如两人一起结账，比分别结账可节省多少元钱？

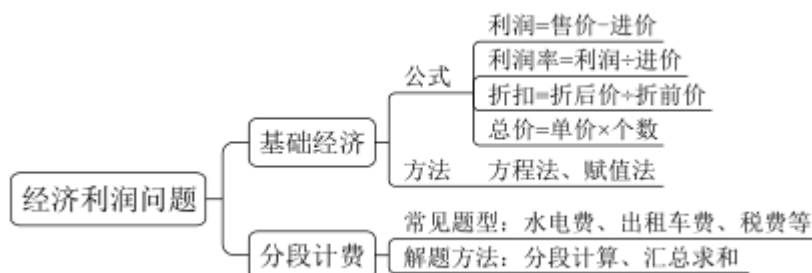
- A. 10    B. 20  
C. 30    D. 50

【解析】例 3. 合并付费问题，之前分开买，小张付款 490，小张原价一定超过 500，因为如果买了 490 元商品，实际付款应该是  $490 \times 0.9$ ，如果只买了 500，

打 9 折，应该只付 450，所以小张的打折方案包括 500 以内打 9 折，超过 500 打 8 折。小李购买的商品比原价优惠了 120 元，也超过了 500，打折方案也包括 500 以内打 9 折，超过 500 打 8 折。合并计费后，把不变的剔除，只看变化的部分，500 以内还是打 9 折，超过后打 8 折，小李以前 9 折部分和 8 折部分没变化，而小张超过 500 的部分打 8 折，合并后还是打 8 折，以前打 9 折的部分，现在打 8 折，500 块钱直接省了 1 折，为 50 元。【选 D】



【注意】很多同学的做法：小张购买的商品需付款 490 元，则推出原价。小李购买的商品比原价优惠了 120 元，推出原价也超过 500，两个原价相加，再重新计算最后价格，再和原来对比，就可以推出节省了多少，但是这样很耗费时间。



【注意】经济利润问题：

1. 基础经济：

(1) 公式:

- ① 利润=售价-进价。
- ② 利润率=利润/总价。
- ③ 折扣=折后价/折前价。
- ④ 总价=折后价/折前价。

(2) 方法: 方程法、赋值法。

2. 分段计费:

- (1) 常见题型: 水电费、出租车费、税费等。
- (2) 解题方法: 分段计算、汇总求和。

## 第七节 最值问题

**【注意】**最值问题: 是最简单的题目, 做起来像脑筋急转弯, 每种题型还有各自的套路和方法。本节课重点讲解以下三种题型:

- 1. 函数最值。
- 2. 构造数列。
- 3. 最不利构造。

### 一、函数最值

**【知识点】**函数最值:

1. 判定题型: 单价和销量此消彼长(薄利多销), 问何时总价/总利润最高?

2. 引例: 单价为 3000 元, 可卖出 16 万件。若单价每提升 300 元, 销量会降低 1 万件。请问当单价定为多少元时, 销售总额最高?

答: 销售总额=单价\*数量, 设提价  $x$  次, 则总利润= $(3000+300x)*(16-x)$ 。这是一个一元二次函数,  $x^2$  的系数为负, 构成一个开口向下的抛物线, 求这个函数的最大值就是求这个抛物线的顶点; 有的同学说可以求导数、有的同学说利用韦达定理计算  $-b/2a$ , 这些方法都不建议, 建议大家使用两点式。令总利润=0, 解得  $x_1=-10$ ,  $x_2=16$ , 这两个根的中点对应的函数值就是这个函数的最大值,  $x=(x_1+x_2)/2=(-10+16)/2=3$ , 即当  $x=3$  时, 销售总额最高。

3. 计算方法（两点式）：设提价次数为  $x$ 。

(1) 令总价/总利润为 0, 解得  $x_1$ 、 $x_2$ 。

(2) 当  $x = (x_1 + x_2) / 2$  时, 取得最值。

【例 1】(2019 深圳) 某类商品按质量分为 8 个档次, 最低档次商品每件可获利 8 元, 每提高一个档次, 则每件商品的利润增加 2 元。最低档次商品每天可产出 60 件, 每提高一个档次, 则日产量减少 5 件。若只生产其中某一档次的商品, 则每天能获得的最大利润是多少元?

- A. 620  
B. 630  
C. 640  
D. 650

【解析】例 1. 根据题意，价格和数量此消彼长，确定题目为函数最值问题。  
总利润=单个利润\*数量，设提档  $x$  次，总利润=  $(8+2x) * (60-5x)$ 。运用两点式方法，令总利润=0，解得  $x_1=-4$ ， $x_2=12$ ，则  $x = (x_1+x_2) / 2 = (-4+12) / 2 = 4$ ，代入计算，总利润=  $(8+2x) * (60-5x) = (8+8) * (60-20) = 16*40=640$ ，对应 C 项。

【选 C】

【例 2】(2020 江苏) 某商品的进货单价为 80 元, 销售单价为 100 元, 每天可售出 120 件。已知销售单价每降低 1 元, 每天可多售出 20 件。若要实现该商品的销售利润最大化, 则销售单价应降低的金额是:

- A. 5 元                  B. 6 元  
C. 7 元                  D. 8 元

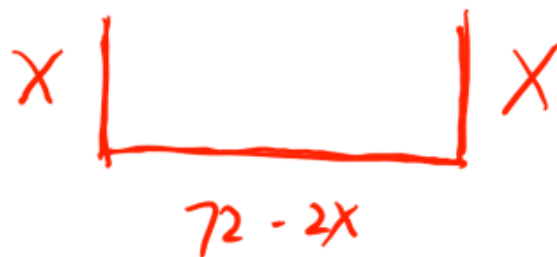
【解析】例 2. 根据题意，价格和数量此消彼长，确定题目为函数最值问题。  
总利润=单个利润\*销量，根据“某商品的进货单价为 80 元，销售单价为 100 元”，  
则每件商品原来的利润=100-80=20 元；设降价  $x$  次，总利润= $(20-x)*(120+20x)$ ，  
运用两点式方法，令总利润=0，解得  $x_1=20$ ， $x_2=-6$ ，则  $x=(x_1+x_2)/2=(20-6)/2=7$ 。根据题意，降价 7 次即降 7 元，对应 C 项。【选 C】

【例 3】(2018 广州) 某单位计划在户外举办讲座, 计划使用 72 米的隔离带围成一个长方形作为活动场所, 其中一边不封闭 (即成  $\sqcup$  形), 缺口面向讲坛。

能围成的场所面积最大是多少平方米？

- A. 324                      B. 648  
C. 972                      D. 1296

【解析】例 3. 长方形面积=长\*宽。设宽为  $x$ ，根据“计划使用 72 米的隔离带围成一个长方形作为活动场所”，则长= $72-2x$ ，所求围成的场所面积= $(72-2x)*x$ ，运用两点式方法，令面积=0，解得  $x_1=36$ ， $x_2=0$ ，则  $x=(x_1+x_2)/2=(36-0)/2=18$ ，即  $x=18$  时面积最大，所求面积= $(72-36)*18=36*18$ ，结果的尾数为 8，对应 B 项。【选 B】



## 二、构造数列

【知识点】构造数列（某个主体最……）：

### 1. 引例：

（1）5 个人分 20 个硬币，每人都有，分到的数量互不相等。分得最多的人，最多分（ ）个。

答：假设 1 号选手拿到硬币最多、5 号选手拿到硬币最少，题目所求为 1 号选手最多能拿到多少个。令拿最少的拿 1 个、倒数第二的拿 2 个、倒数第三的拿 3 个，倒数第四的拿 4 个，所以 1 号选手最多拿  $20-(4+3+2+1)=10$  个。



（2）5 个人分 20 个硬币，每人都有，分到的数量互不相等。分得最多的人，最少分（ ）个。

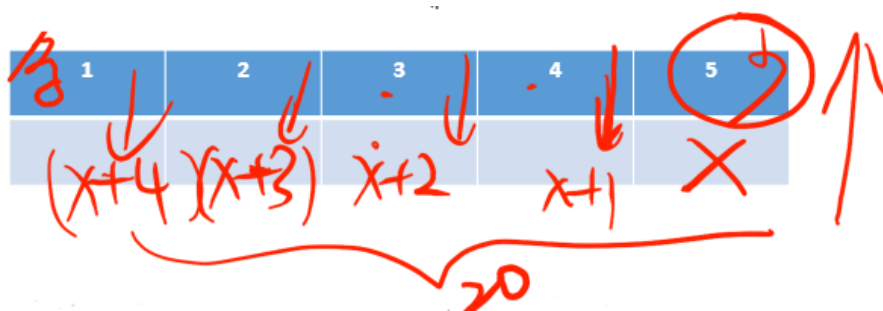
答：要让分得硬币最多的 1 号选手拿到的硬币尽可能少，则其他人分得的硬币应尽可能多。假设分得最多的 1 号选手最少分  $x$  个，则 2 号选手最多拿

( $x-1$ ) 个, 3 号选手最多拿 ( $x-2$ ) 个, 4 号选手最多拿 ( $x-3$ ) 个, 5 号选手最多拿 ( $x-4$ ) 个。加和求解:  $x + (x-1) + (x-2) + (x-3) + (x-4) = 20$ , 解得:  $x=6$ , 即分得最多的最少分 6 个。



(3) 5 个人分 20 个硬币, 每人都有, 分到的数量互不相等。分得最少的人, 最多分 ( ) 个。

答: 要让分得硬币最少的 5 号选手拿到的硬币尽可能多, 则其他人分得的硬币应尽可能少。假设分得最少的 5 号选手最多分  $x$  个, 则其余选手最少分别分得  $x+1$ 、 $x+2$ 、 $x+3$ 、 $x+4$  个。加和求解:  $x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) = 20$ 。



(4) 5 个人分 20 个硬币, 每人都有, 分到的数量互不相等。分得最少的人, 最少分 ( ) 个。

答: 分得最少的人最少分 1 个。

2. 方法: 求谁设  $x$ ——反向推其它——求和列式。

【例 1】(2016 上海) 现有 21 本故事书要分给 5 个人阅读, 如果每个人得到的数量均不相同, 那么得到故事书数量最多的人至少可以得到多少本?

- A. 5
- B. 7
- C. 9
- D. 11

【解析】例 1. 构造数列问题。设得到故事书数量最多的人至少得到  $x$  本书，要让其分得的数尽可能少，则其他人分得的书要尽可能多，其他人最多能分到  $x-1$ 、 $x-2$ 、 $x-3$ 、 $x-4$  本书。加和求解： $x + (x-1) + (x-2) + (x-3) + (x-4) = 21$ ，整理得： $5x-10=21$ ，解得： $x=6.2$ ，问“至少”，应向上取整，对应 B 项。【选 B】

【注意】问“至少”，向上取整；问“至多”，向下取整。

【例 2】（2020 联考）从某物流园区开出 6 辆货车，这 6 辆货车的平均装货量为 62 吨。已知每辆货车载重量各不相同且均为整数，最重的装载了 71 吨，最轻的装载了 54 吨。问这 6 辆货车中装货第三重的卡车最少要装多少吨？

- A. 59
- B. 60
- C. 61
- D. 62

【解析】例 2. 构造数列问题。假设最重的是 1 号其装载为 71 吨，最轻的是 6 号装载了 54 吨，要让第三种的卡车装载尽可能少，则其他应装载尽可能多，2 号最多 70 吨，4、5 号最多分别为  $x-1$ 、 $x-2$ 。根据“这 6 辆货车的平均装货量为 62 吨”，加和求解： $71+70+x + (x-1) + (x-2) + 54 = 62 \times 6$ ，解得： $x=60$ ，对应 B 项。【选 B】

【注意】5 号车载重的最大值是  $(x-2)$ ，55 吨是 5 号车载重的最小值。

【例 3】（2019 江西法检）某高校计划招聘 81 名博士，拟分配到 13 个不同的院系，假定院系 A 分得的博士人数比其他院系都多，那么院系 A 分得的博士人数至少有多少名？

- A. 6  
B. 7  
C. 8  
D. 9

【解析】例 3. 构造数列问题。要让分得博士最多的院系人数尽可能少，则其他院系分得的博士应尽可能多，设 A 院系分得  $x$  名博士，本题没有说明各个系分得的人数各不相同，则其他院系最多分得人数可以相同，可以都分得  $(x-1)$  名博士。加和求解： $x+12*(x-1)=81$ ，整理得： $13x=93$ ，解得： $x=7$ 。X，问“至少”，应向上取整，对应 C 项。【选 C】



【例 4】(2018 四川) 企业今年从全国 6 所知名大学招聘了 500 名应届生, 从其中任意 2 所大学招聘的应届生数量均不相同。其中从 A 大学招聘的应届生数量最少且正好为 B 大学的一半。从 B 大学招聘的应届生数量为 6 所大学中最多的。则该企业今年从 A 大学至少招聘了多少名应届生?

- A. 48  
B. 47  
C. 46  
D. 45

【解析】例 4. 构造数列问题。设 A 大学至少招聘了  $x$  名大学生，根据“其中从 A 大学招聘的应届生数量最少且正好为 B 大学的一半”，则 B 大学招聘了  $2x$  名大学生，要让 A 大学招聘的大学生尽可能少，则其他大学招聘的大学生要尽可能多，则中间四所大学最多可招聘  $2x-1$ 、 $2x-2$ 、 $2x-3$ 、 $2x-4$  名大学生。根据“企业今年从全国 6 所知名大学招聘了 500 名应届生”，加和求解： $2x+(2x-1)+(2x-2)+(2x-3)+(2x-4)+x=500$ ，解得： $x=46.5$ ，问“至少”，应向上取整，对应 B 项。【选 B】



$$\begin{array}{cccccc}
 \cancel{2x} & 2x-1 & 2x-2 & 2x-3 & 2x-4 & x \\
 \hline
 & & & & & 500
 \end{array}$$

### 三、最不利构造

【知识点】最不利构造（至少……保证……）

1. 引例：袋子中装有 5 个红球，8 个白球，10 个黄球。问：

（1）至少取出（ ）个，才能保证有红球？

答：取出 1 个就是红球，这是运气最好的情况。要保证有红球，最倒霉的情况是将所有白球、黄球全部取出，此时再任取一个球就能保证有红球。至少取出  $8+10+1=19$  个球，才能保证有红球。

（2）至少取出（ ）个，才能保证至少有 3 个同色的球？

答：最倒霉的情况是红、白、黄球各取 2 个，此时再任取一个球，就能保证至少有 3 个同色的球。至少取出  $2+2+2+1=7$  个球，才能保证至少有 3 个同色的球。

（3）至少取出（ ）个，才能保证至少有 8 个同色的球？

答：最倒霉的情况是红、白、黄球各取 7 个，此时再任取一个球，就能保证至少有 8 个同色的球；但要注意的是本题红球只有 5 个，将其全部取出即可。至少取出  $5+7+7+1=20$  个球，才能保证至少有 8 个同色的球。

2. 方法：要保证同种情况至少  $n$  个，应每种情况各取  $(n-1)$  个（如果有不够  $n-1$  的有多少取多少），最后再加 1。

【例 1】(2018 天津事业单位) 一个箱子中有 30 个大小形状完全相同的小球，其中红球 9 个，蓝球 8 个，白球 10 个，黑球 3 个，则一次性至少取出多少个球，才能保证取出的球中至少有 7 个颜色相同的球？

- A. 18
- B. 21
- C. 22
- D. 24

【解析】例 1. 最不利构造问题。要保证至少有 7 个颜色相同的球，最倒霉的情况是红、蓝、白、黑各取 6 个，此时再任取一个球，就能保证有 7 个颜色相同的球；但要注意黑球只有 3 个，将其全部取出即可。至少取出  $6+6+6+3+1=22$  个球，就能保证取出的球中至少有 7 个颜色相同，对应 C 项。【选 C】

【注意】识别题型出是最不利构造问题，所求结果=最不利情况+1，所以往往会有考生忘记“+1”，选项中一般会有一个“最不利”选项、有一个正确选项。B、C 项刚好差 1，所以本题可以猜测 C 项为正确选项。

【例 2】（2019 重庆法检）某地区招聘卫生人才，共接到 600 份不同求职者的简历，其中临床、口腔、公共卫生和护理专业分别有 200 人、160 人、140 人和 100 人。问至少有多少人被录用，才能保证一定有 140 名被录用的人专业相同？

- A. 141                                      B. 240  
C. 379                                      D. 518

【解析】例 2. 最不利构造问题。要保证一定有 140 名被录用的人专业相同，最倒霉的情况是各个专业都被录取了 139 名，此时再任意录用一个人，就能保证有 140 名被录用的人专业相同；注意护理专业不足 140 人、将其全部录用即可。至少录用  $139+139+139+100+1$ ，才能保证一定有 140 名被录用的人专业相同；运用尾数法，尾数为 8，对应 D 项。【选 D】

【知识点】最不利构造（至少……保证……）：

1. 引例：袋子中装有 5 个红球，8 个白球，10 个黄球。特殊问法：保证都有。至少取几个保证每个颜色都有 3 个球。

2. 答：注意与前面所学题目的问法做好区分。考虑最倒霉的情况，假设先摸了 5 红球、又摸了 8 白球，此时再摸 3 黄球，就能保证每个颜色都有 3 个球，以此类推，本题有以下三种情况：

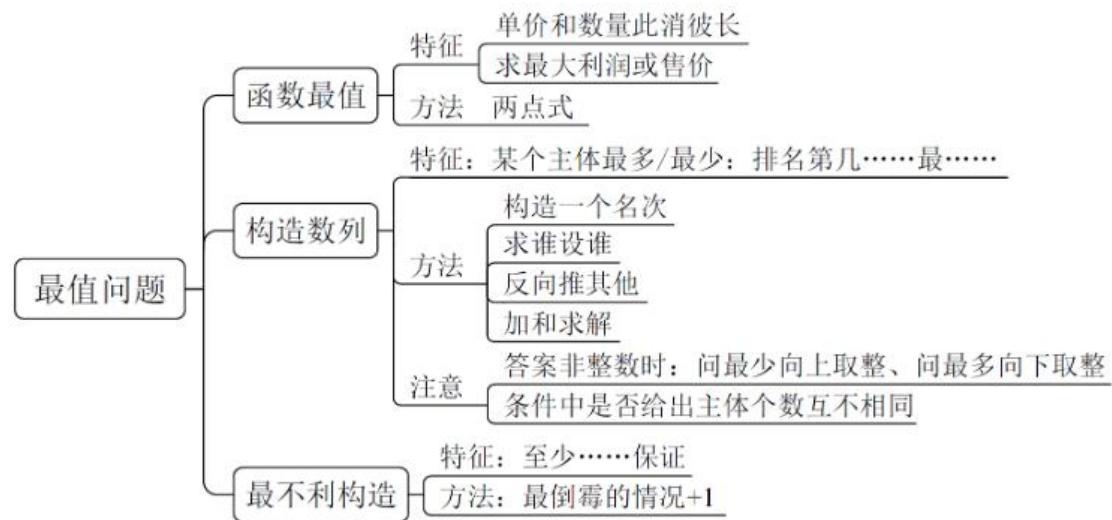
- （1）先摸 5 红球、8 白球、2 黄球，再+1；  
（2）先摸 5 红球、10 黄球、2 白球，再+1；

(3) 先摸 8 白球、10 黄球、2 红球，再+1。由以上分析可得最倒霉的情况是先从球数最多的球开始摸，第三种情况是最倒霉的，即至少取  $10+8+2+1=21$  个球才能保证每个颜色都有 3 个球。

【例 3】(2015 事业单位联考) 某公司有 38 名男员工, 27 名女员工。现要参加集团组织的羽毛球比赛, 如采取自由报名的形式, 至少有多少名员工报名才能保证一定能从报名者中选出男女选手各 8 名参赛?

- A. 65  
B. 46  
C. 35  
D. 16

【解析】例 3. 最不利构造问题。对于特殊问法，要从人数多的主体入手；要让男、女都有 8 名参赛选手，最倒霉的情况是人数多的男员工全部报名、7 名女员工报名，此时再有 1 名女员工报名，就能保证男女选手各 8 名参赛。所以至少  $38+7+1=46$  名选手报名，才能保证一定能从报名者中选出男女选手各 8 名参赛，对应 B 项。【选 B】



**【注意】** 最值问题：可遇不可求，一旦出现就是送分题，必须拿下。

### 1. 函数最值:

(1) 特征:

- ①单价和数量此消彼长。  
②求最大利润或售价。

(2) 方法：两点式。

2. 构造数列：

(1) 特征：某个主体最多/最少；排名第几……最……

(2) 方法：

①构造一个名次。

②求谁设谁。

③反向推其他。

④加和求解。

(3) 注意：

①答案非整数时：问最少向上取整、问最多向下取整。

②条件中是否给出主体个数互不相同。

3. 最不利构造：

(1) 特征：至少……保证……

(2) 方法：最倒霉的情况+1。

**【注意】**10月3日最后一节课，18:30开始答疑。

**【答案汇总】**经济利润：基础经济：1-4：BDAC；分段计费：1-3：BCD

最值问题：函数最值：1-3：CCB；构造数列：1-4：BBCB；最不利构造：1-3：

CDB

遇见不一样的自己

Be your better self