

```
In [4]: import numpy as np
```

Dominik Matracki 408558

## Problem plecakowy 0-1 KP

Mamy plecak o maksymalnej pojemności  $B$  oraz zbior  $N$  elementów. Każdy element charakteryzuje się zyskiem oraz wagą. Dyskretny problem plecakowy:

- Maksymalizuj zysk  $\sum_{j=1}^n c_j x_j$
- Przy ograniczeniach wagi  $B \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq B, x_j \in 0, 1$

## Przykład problemu plecakowego

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 7$$

```
In [5]: from typing import List

def maxArg(array: List[int]):
    if len(array) == 0:
        return

    maximum = -np.inf
    arg = None
    for i, el in enumerate(array):
        if el > maximum:
            arg = i
            maximum = el
    return arg, maximum

def binaryKP(weights, prices, capacity):
    n = len(weights)
    table = [[0 for _ in range(capacity+2)] for _ in range(n+1)]

    # Tworze tabele zyskow
    for i in range(1, n+1):
        for w in range(1, capacity+2):
            if 0 < w-weights[i-1] < capacity + 1:
                table[i][w] = max(table[i-1][w], table[i-1][w-weights[i-1]] + prices[i-1])
                continue
            table[i][w] = table[i-1][w]

    # Find max in last row
    arg, maximum = maxArg(table[-1])
    print("Tablica: \n", np.array(table))
    print("Maksymalna wartosc zysku: ", maximum)

    # Ukladam sciezke
    currentPrice = maximum
    i = n
    result = [0 for _ in range(n)]
    while i > 0:
        if table[i][arg] != table[i-1][arg]:
            result[i-1] = 1
            currentPrice -= prices[i-1]
            arg = arg - weights[i-1]
        i = i - 1

    return result, currentPrice
```

```

        result[i-1] = 1
        currentPrice -= p[i-1]
        arg = table[i-1].index(currentPrice)
        i -= 1
    return result

```

```

In [6]: w = [1, 4, 3, 3, 1, 2, 2, 5, 3, 5]
        p = [1, 3, 2, 2, 9, 3, 4, 4, 2, 4]
        binaryKP(w, p, 7)

```

```

Tablica:
[[ 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0]
 [ 0  0  1  1  1  1  1  1  1  1]
 [ 0  0  1  1  1  3  4  4  4  4]
 [ 0  0  1  1  2  3  4  4  4  5]
 [ 0  0  1  1  2  3  4  4  4  5]
 [ 0  0  9 10 10 11 12 13 13 13]
 [ 0  0  9 10 12 13 13 14 15 15]
 [ 0  0  9 10 13 14 16 17 17 17]
 [ 0  0  9 10 13 14 16 17 17 17]
 [ 0  0  9 10 13 14 16 17 17 17]
 [ 0  0  9 10 13 14 16 17 17 17]]
Maksymalna wartosc zysku: 17
Out[6]: [1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0]

```

```

In [49]: def shipProblem(a, d, q, capacity):
        n = len(a)
        result = np.zeros((capacity+1, n*2+1))
        f_col = 2
        x_col = 1
        j = 2
        while f_col < n*2+1 and x_col < n*2:
            i = 0
            while i < capacity+1:

                minimal = np.inf
                amount = 0
                # Find minimal value in values
                for x in range(min(i//a[j], d[j]) + 1):
                    if i - a[j]*x < 0:
                        value = q[x][j]
                    else:
                        value = q[x][j] + result[i-a[j]*x][f_col-2]
                    if minimal > value:
                        minimal = value
                        amount = x

                result[i][f_col] = minimal
                result[i][x_col] = amount
                i += 1
            f_col += 2
            x_col += 2
            j -= 1
        print("Tablica wyników: \n", result)
        # Znalezienie rozwiązania

        items = [0 for _ in range(n)]
        # Znalezienie minimum w ostatniej kolumnie
        i = 0
        column = n*2
        arg = np.argmin(result[:,column])
        currentCost = result[arg][column] - q[int(result[arg][column-1])][i]
        items[i] = result[arg][column-1]
        i += 1

```

```

column -= 2
while i < n:
    # Find arg with currentCost in column
    for k in range(capacity):
        if result[k][column] == currentCost:
            arg = k
            break
    currentCost = result[arg][column] - q[int(result[arg][column-1])][i]
    items[i] = result[arg][column-1]
    i += 1
    column -= 2
return items

```

```

In [50]: a = [1, 2, 3]
d = [6, 3, 2]

q = np.array([
    [20, 9, 6],
    [18, 6, 2],
    [14, 3, 0],
    [11, 0, 0],
    [7, 0, 0],
    [2, 0, 0],
    [0, 0, 0],
])
shipProblem(a, d, q, 7)

```

Tablica wyników:

```

[[ 0.  0.  6.  0. 15.  0. 35.]
 [ 0.  0.  6.  0. 15.  1. 33.]
 [ 0.  0.  6.  1. 12.  2. 29.]
 [ 0.  1.  2.  0. 11.  3. 26.]
 [ 0.  1.  2.  2.  9.  4. 22.]
 [ 0.  1.  2.  1.  8.  5. 17.]
 [ 0.  2.  0.  3.  6.  6. 15.]
 [ 0.  2.  0.  2.  5.  5. 14.]]

```

```

Out[50]: [5.0, 1.0, 0.0]

```

## Zadanie 3

**Jakie założenia muszą być spełnione dla wag oraz zysków? Co stanie się jeśli te założenia nie spełnimy?**

Wagi oraz zyski muszą być dodatnie, ponieważ gdyby wagi były ujemne to możliwe by było dodawanie wszystkich przedmiotów oraz natychmiastowe uzyskanie najlepszego zysku. Natomiast gdyby zyski były ujemne to nieoptymalne byłoby dodawanie jakiegokolwiek przedmiotu.

**Jaka jest złożoność obliczeniowa algorytmu?**

Złożoność obliczeniowa algorytmu dla problemu plecakowego wynosi  $O(B \cdot n)$ , gdzie  $n$  – liczba przedmiotów,  $B$  – pojemność.