UNIVERZITET U BEOGRADU
MATEMATIČKI FAKULTET

Ana Đorđević

AUTOMATSKO GENERISANJE TEST PRIMERA UZ POMOĆ STATIČKE ANALIZE I REŠAVAČA Z3

master rad

Beograd, 2017.

Mentor:

dr Milena Vujošević Janičić, docent
Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

Članovi komisije:

dr Filip Marić, vanredni profesor
Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

dr Milan Banković, docent
Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

Datum odbrane: _____

Mami i tati

Naslov master rada: Automatsko generisanje test primera uz pomoć statičke analize i rešavača Z3

Rezime:

Ključne reči: verifikacija softvera, testiranje softvera, SMT rešavači, Z3 rešavač, automatsko pronalaženje grešaka u programu, računarstvo

Sadržaj

Glava 1

Uvod

Glava 2

Testiranje

Testiranje predstavlja važan deo životnog ciklusa razvoja softvera. Softver se implementira prema korisničkim zahtevima kojima se rešava realan problem ili se kreira neka funkcionalnost REF. Nakon implementacije, softver može u manjoj ili većoj meri odgovarati zahtevima. Svako ponašanje softvera koje se ne slaže sa zahtevima predstavlja grešku koju je potrebno detektovati i eliminisati. Testiranje upravo predstavlja proveru da li je softver u potpunosti implementiran prema korisničkim zahtevima. Pored proveravanja samog softvera, testiranje uključuje proveravanje svih pratećih komponenti i karakteristika. Takođe, testiranje predstavlja jedan od načina specifikacije problema.

Kako i najmanji problem može uništiti uloženi trud, u slučaju obimnih projekata nikada nije dovoljno testiranja. Sa porastom složenosti projekta, raste i značaj testiranja i provera celokupnog softverskog sistema kako bi se izbegli ishodi koji mogu da unište ceo projekat. S obzirom da se greške ne mogu izbeći, potrebno ih je što je moguće ranije otkriti kako bi njihovo otklanjanje bilo brže i jeftinije. Zbog prednosti koje se ostvaruju, najzastupljenije i trenutno najpopularnije metodologije razvoja softvera promovišu paralelnu implementaciju i pisanje testova.

U ovoj glavi opisan je proces testiranja po fazama u delu 2.1. U delu 2.2 opisane su neke vrste testiranja. U delu 2.3 opisane su strategije testiranja. Načini izvršavanja testova opisani su u delu 2.4. Načini generisanja testova opisani su u delu 2.5. U ovom delu pored načina generisanja testova, navode se i primeri automatskog generisanja test primera. POPRAVITI

2.1 Testiranje u procesu razvoja softvera

Testiranje softvera usko je povezano sa procesom razvoja softvera. Proces testiranja se u opštem slučaju sastoji od četiri faze pri čemu svaka faza obuhvata veliki broj aktivnosti. Proces testiranja sastoji se od faza planiranja, dizajniranja, izvršavanja i evaluacije testova.

Planiranje predstavlja pripremu za ceo proces testiranja i služi da se sagleda šta je sve potrebno uraditi i na koji način. Tokom planiranja se definiše koje će vrste testova biti sprovedene, metode testiranja, strategije kao i kriterijum završetka. Kao rezultat planiranja, dobija se skup dokumenata koji predstavljaju opštiji pogled na sistem koji će biti testiran, aktivnosti koje će biti sprovedene tokom testiranja kao i strategije i alati koji će biti korišćeni.

Tokom procesa dizajniranja testova, pristupa se detaljnoj specifikaciji načina na koji će se aktivnosti predviđene planom izvršiti i formulišu se konkretna uputstva kako će se vršiti testiranje sistema. Tokom ove faze, analizira se sistem koji će biti testiran. Kao rezultat dizajniranja, kreira se skup test slučajeva i test procedura koje će biti korišćene u fazi izvršavanja testova.

Izvršavanje testova je proces konkretne primene test slučajeva i test procedura u skladu sa planom i dizajnom. Izvršavanje testova obuhvata i dodatnu aktivnost praćenja statusa problema. Ova aktivnost podrazumeva otklanjanje prijavljenih problema kao i potvrđivanje da je problem rešen.

Evaluacija testova predstavlja kreiranje izveštaja kojim se opisuje šta je testirano i potvrđivanje da je softver spreman za korišćenje u skladu sa korisničkim zahtevima. Evaluacija uključuje i pregled dobijenih rezultata.

2.2 Vrste testiranja

Testiranje se može izvoditi na različite načine. Jedan od njih je testiranje jedinice koda (eng. *Unit test*). Testiranje jedinice koda proverava funkcionisanje softverskih delova koji se nezavisno mogu testirati. U zavisnosti od konteksta, to mogu biti podprogrami ili veće komponente kreirane od tesno povezanih jedinica. Ova vrsta testiranja se precizno definiše standardom IEEE Standard for Software Unit Testing (IEEE1008-87). Tipično, testiranje jedinice se dešava sa pristupom kodu koji se testira i sa podrškom alata za debagovanje. Cilj jediničnih testova je pokazivanje da komponenta ima predviđenu funkcionalnost i da nema neželjeno ponašanje. Ukoliko

postoje greške u komponenti, one bi trebalo da budu otkrivene u fazi testiranja te komponente. Iz tog razloga, postoje dva tipa testiranja jedinice koda. Prvi bi trebalo da pokaže da jedinica radi u skladu sa planovima. Drugi bi trebalo da budu zasnovani na dosadašnjem iskustvu u testiranju. Treba koristiti specijalne slučajeve ulaza, probati granice domena kao i nekorektan ulaz kako bi obezbedili da ne dolazi do pada softverskog sistema pri ovakvim situacijama.

Testiranje prihvatljivosti podrazumeva da se klijentima i korisnicima omogući da se sami uvere da li napravljeni softver zaista zadovoljava njihove potrebe i očekivanja. Testove prihvatljivosti pišu, izvode i procenjuju korisnici, a učesnici u razvoju softvera im pružaju pomoć oko tehničkih pitanja, ukoliko se to od njih zahteva. Klijent može da proceni sistem na tri načina: referentnim testiranje, pilot testiranjem i paralelnim testiranjem. Kod referentnog testiranja, klijent generiše referentne test slučajeve koji predstavljaju uobičajne uslove u kojima sistem treba da radi. Ove testove obično izvode stvarni korisnici ili posebni timovi koji su dobro upoznati sa zahtevima i mogu da procene performanse sistema. Pilot testiranja podrazumeva instalaciju sistema na probnoj lokaciji. Zatim korisnici rade na sistemu kao da je on već u upotebi. Kod ove vrste testiranja ne prave se posebni test slučajevi, već se testiranje sprovodi simulacijom svakodnevnog rada na sistemu. Paralelno testiranje se koristi tokom razvoja, kada jedna verzija softvera zamenjuje drugu ili kada novi sistem treba da zameni stari. Ovaj način testiranja podrazumeva da paralelno rade dva sistema (stari i novi). Korisnici se postepeno privikavaju na novi sistem, ali i dalje koriste stari. Na taj način, korisnici mogu da uporede dva sistema i provere da li je novi sistem efikasniji.

Sistemsko testiranje je najviši, završni nivo testiranja koji obuhvata proveravanje sistema kao celine. Ispituje se da li je ponašanje sistema u skladu sa specifikacijom zadatom od strane klijenta. Pošto je većina funkcionalnih zahteva već proverena na nižim nivoima testiranja, sada je naglasak na nefunkcionalnim zahtevima kao što su brzina, pouzdanost, efikasnost, veze prema drugim aplikacijama i okruženju u kome će se sistem koristiti. Testiranje sistema obavlja se u drugačijim uslovima u odnosu na testiranje jedinica koda i testiranje prihvatljivosti. Kada se testira sistem, u proces se mora uključiti ceo razvojni tim pod kontrolom rukovodioca projekta. U sistemsko testiranje, između ostalog spada i testiranje performansi. Tokom testiranja performansi, izvršavaju se testovi konfiguracije, opterećenja, kapaciteta, kompatibilnosti i bezbednosti. Testovima konfiguracije ispituje se ponašanje softvera u različitim hardverskim/softverskim okruženjima navedenim u zahtevima. Postoje sistemi

koji imaju ceo spektar konfiguracija namenjenih različitim korisnicima. Testovi ispituju sve konfiguracije i proveravaju da li one zadovoljavaju sistemske zahteve. Testovima opterećenja ocenjuje se rad sistema kada se on optereti do svojih operativnih granica u kratkom vremenskom periodu. Ovim testovima se mogu ispitivati i porediti i sistemi sa različitim konfiguracijama pri istom opterećenju. Testovima kapaciteta proverava se kako sistem obrađuje velike količine podataka. Ispituje se i ispravnost rada sistema u slučaju kada skupovi podataka dostignu svoje maksimalne vrednosti. Testovima kompatibilnosti proverava se kako sistem ostvaruje spregu sa drugim sistemima iz okruženja. Ovim testovima se proverava da li je realizacija interfejsa u skladu sa zahtevima. Pri testiranju sistema, bezbednost je od velikog značaja. Ovim testovima ispituje se da li su određene funkcije dostupne isključivo onim korisnicima kojima su namenjene. Takođe se testiraju i dostupnost, integritet i poverljivost različitih vrsta podataka.

Regresiono testiranje spada u grupu testiranja performansi. Ova vrsta testiranja podrazumeva da se jednom razvijen test primer primeni više puta za testiranje istog softvera. To se obično radi posle neke izmene u softveru, kako bi se proverilo da nije došlo do lošeg rada nekih funkcija koje nisu bile obuhvaćene izmenom. Regresioni testovi se koriste i kada testirani sistem treba da zameni postojeći sistem kao i prilikom faznog razvoja softvera.

Kod istraživačkog testiranja se izvršavaju test procedure pri čemu one ne moraju striktno da se prate. Tokom ove metode testiranja testeri otkrivaju i proveravaju alternativne pravce korišćenja sistema, pa se tokom istraživačkog testiranja objedinjuju aktivnosti identifikacije, dizajna i izvršavanja test slučajeva.

Ideja istraživačkog testiranja je da testeri sami tokom testiranja aplikacije pronalaze alternativne scenarije za testiranje koji ne mogu biti unapred planirani, na ovaj način se podstiče kreativnost testera. Istraživačko testiranje ima smisla pošto u većini slučajeva tester tek kada vidi aplikaciju, može videti i sve moguće pravce koje treba proveriti. Ukoliko tester piše test proceuduru pre nego što aplikacija gotova, on mora da zamšilja sve moguće varijante, tako da su velike šanse da će planirani testovi promašiti neke funkcionalnosti ili alternativne tokove testova.

Opisani načini testiranja ilustrovani su piramidom testiranja. Piramidom testiranja na slici ilustruje se redosled izvršavanja testova. Testiranje softvera počinje izvršavanjem testova jedinica koda, zatim slede testovi prihvatljivosti kao i sistemsko testiranje. Najveći broj testova piše se za testiranje jedinica koda pri čemu svaki deo koda softverskog sistema mora biti pokriven. Broj testova na svim nivoima zavisi

od konkretnog projekta i prilagođava se potrebama klijenata i krajnjih korisnika.

Slika 2.1: Piramida testiranja

Pored opisanih vrsta, postoje i drugi načini testiranja softvera. Neki od njih su alfa-beta testiranje, instalaciono testiranje i testiranje korisničkih funkcija. Više o podržanim načinima testiranja može se naći u literaturi.

2.3 Strategije testiranja

Strategija crne kutije

Testiranje crnom kutijom je strategija koja zahteva da se program po- smatra kao zatvoreni sistem kako bi se utvrdilo ponašanje programa na osnovu odgovarajućih ulaznih podataka. Ova strategija, za razliku od strategije bele kutije, ne zahteva poznavanje strukture i analizu izvornog koda, već samo način funkcionisanja sistema koji se testira. Izvršava se tako sto se sistemu prosleduju odgovarajući ulazni podaci a zatim se pro- verava da li je izlaz u skladu sa očekivanom specifikacijom funkcionalnosti sistema. Ova situacija je uobičajena prilikom testiranja web aplikacija ili

web servisa gde se razmatra web strana koju je generisao server na osnovu unetih podataka. Strategija testiranja crne kutije obično nije najbolji pri- stup, ali je uvek opcija. Kao prednost ove strategije može se navesti jed- nostavnost, pošto testiranje može biti vodeno bez poznavanja unutrašnje strukture aplikacije. Ulazni podaci za testiranje aplikacije definišu se tako da povećaju verovatnoću nalaženja greške i da smanje veličinu skupa te- stova.

Testiranje crnom kutijom (Black Box Strategy), kao što sam naziv kaže, je strategija koja zahteva da se program posmatra kao zatvoreni sistem (crna kutija) kod kojeg se analizira odziv na određenu pobudu, tj. reakcija na zadate ulazne podatke. Ova strategija, za razliku od strategija bele kutije, ne zahteva poznavanje unutrašnjeg dizajna koda i analizu izvornog koda, već samo osobine definisane specifikacijom softverske aplikacije koja se testira. Zato je ova strategija potpuno fokusirana na funkcionalnostima rada aplikacije. Dve najpoznatije metode koje pripadaju strategiji crne kutije su: Metoda klasa ekvivalencije i Metoda graničnih vrednosti.

Metod deljenja na klase ekvivalencije (eng. Equivalence Class Partitioning) Ideja je da se skup svih mogućih ulaznih podataka izdeli na podskupove (klase), pri čemu u istu klasu ulaze oni ulazni podaci koji daju iste (slične) rezultate, na primer, otkrivaju istu grešku. U idealnom slučaju, podskupovi su međusobno disjunktni i pokrivaju ceo skup ulaza. U cilju identifikacije klasa, posmatraju se svi uslovi koji proizilaze iz specifikacije:
Za svaki uslov se posmatraju dve grupe klasa prema zadovoljenosti uslova: -legalne klase obuhvataju ispravne situacije (ulazne podatke)
-ilegalne klase obuhvataju sve ostale situacije (ulazne podatke).

Strategija bele kutije

Strategija testiranja bele kutije zahteva pristup izvornom kodu. Obu- hvata testiranje kontrole toka i putanja. Sve moguće putanje koda mogu biti predmet revizije za potencijalne slabosti. Alati za analizu izvornog koda nisu savršeni i mogu proizvesti lažne pozitivne rezultate. Iz tog razloga, iskusni programeri moraju identifikovati da li uočeni problemi reprezentuju legitimne slabosti. Medutim, izvorni kod nije uvek dostu- pan. Iako je za većinu UNIX projekata dostupan, za Windows okruženja to obično nije slučaj. Bez pristupa izvornom kodu, strategija testiranja belom kutijom nije moguća opcija.

Ovo testiranje proverava i analizira izvorni kod i zahteva dobro poznavanje programiranja, odgovarajućeg programskog jezika, kao i dizajna konkretnog softver-

skog proizvoda. Plan testiranja se određuje na osnovu elemenata implementacije softvera,kao što su programski jezik, logika i stilovi. Testovi se izvode na osnovu strukture programa. Kod ove metode postoji mogućnost provere skoro celokupnog koda, na primer proverom da li se svaka linija koda izvršava barem jednom, proverom svih funkcija ili proverom svih mogućih kombinacija različitih programskih naredbi. Specifičnim testovima može se proveravati postojanje beskonačnih petlji ili koda koji se nikada ne izvršava.

Kodna pokrivenost je navedena u 6 sledećih koraka: -Segment pokrivenost – svaki segment koda u B/W kontroli strukture se izvršava makar jednom
Područna rasprostanjenost ili čvorno testiranje – svaki ogranak u kodu se koristi u jednom mogućem smeru barem jednom
Složeno stanje rasprostranjenosti – kada postoji više uslova, mora se testirati ne samo svaki smer, već i sve moguće kombinacije uslova, što se obično obavlja pomoću kombinacijske tabele (Truth Table)
Osnovni put testiranja – svaka nezavisna staza kroz kod koristi prethodno definisan niz
Testiranje toka podataka – u ovom pristupu, skup srednjih staza kroz kod definiše praćenje specifičnih promenljivih kroz svaki mogući proračun. Praćenje se zasniva na svakom odabranom pojedinačnom delu koda.Iako ove staze smatraju nezavisnim, zavisnosti između višestrukih staza zapravo nisu testirane za ovaj pristup. DFT (Data Flow Testing) teži da održava zavisnosti, ali to je uglavnom kroz manipulaciju sekvenci podataka. Ovaj pristup prikazuje skrivene bugove i koristi ih kao promenljive, deklariše ih ali ih ne koristi.
Put testiranja – put testiranja definiše i pokriva sve moguće puteve kroz kod. Ovo testiranja su vrlo teška i dugotrajana .
Testiranje petlje – ove strategije se odnose na testiranju jedne petlje, grupnih petlji i ispletenih petlji. Zavisnost petlji je prilično jednostavno testirati, osim ako postoji među petlja ili kod sadrži B/W petlju.
U White box testingu, koristi se kontrola strukture proceduralnog dizajna za dobijanje test slučajeva.

Strategija sive kutije

Pored navedenih, postoji i tehnika sive kutije (eng. Gray-Box Testing) u kojoj se koristi uvid u unutrašnju strukturu softvera prilikom kreiranja test skriptova, dok se izvršavanje tih skriptova odvija tehnikom crne kutije. Ovaj metod je koristan

u slučajevima testiranja integracije različitih delova koda. Kod ove strategije ne postoji pristup izvornom kodu, ali postoji pristup nekom segmentu softvera. Često je to pristup bazi podataka.

Gray box testing, also called gray box analysis, is a strategy for software debugging in which the tester has limited knowledge of the internal details of the program. A gray box is a device, program or system whose workings are partially understood.

Gray box testing can be contrasted with black box testing, a scenario in which the tester has no knowledge or access to the internal workings of a program, or white box testing, a scenario in which the internal particulars are fully known. Gray box testing is commonly used in penetration tests.

Gray box testing is considered to be non-intrusive and unbiased because it does not require that the tester have access to the source code. With respect to internal processes, gray box testing treats a program as a black box that must be analyzed from the outside. During a gray box test, the person may know how the system components interact but not have detailed knowledge about internal program functions and operation. A clear distinction exists between the developer and the tester, thereby minimizing the risk of personnel conflicts.

Grey box testiranje uključuje znanje o internoj strukturi podataka i algoritama u svrhu izrade test case-ova, ali i testiranje s korisnicima. Manipulativni ulazni podaci i oblikovanje izlaznih podataka da ne pripadaju u sivi okvir jer ulaz i izlaz su jasno definirani izvan „black box“, te se samo zove ispitivani sustav. Ova razlika je osobito važna kad se provodi testiranje između dva modula koda napisanih od dvaju programera, gdje je samo sučelje izloženo za test. Međutim izmjenu skladišta podataka ne kvalificiramo kao sivi okvir kako bi korisnik normalno mogao mijenjati podatke izvan sustava koji se testira. Grey box testiranje također uključuje obrnuti inženjering kako bi se ustvrdile granične vrijednosti ili poruke o pojedinim greškama.

2.4 Načini izvršavanja testova - automatizovano i manuelno

Manuelno testiranje podrazumeva ručno izvršavanje test skritpova različitim alatima u kojima se prate koraci testa i beleže test rezultati. Izvršavanje testa se smatra uspešnim ako je ponašanje sistema koji se testira u skladu sa očekivanim ponašanjem.

Nasuprot manuelnom je automatizovano testiranje koje zahteva postojanje određenog koda koji je napisan da bi se automatizovali koraci pri izvršavanju određenog test skirpta. Manuelno i automatizovano testiranje prate iste faze procesa testiranja i mogu se primeniti na različitim novima i tipovima testiranja. Oba pristupa imaju svoje prednosti i mane, a neke od njih su: 1) Automatizovano testiranje je brže, što dovodi do velike uštede vremena. To je posebno značajno kod izvršavanja regresionih testovakojih je obično veliki broj i koji se moraju često ponavljati. Sem toga, izvršavanje automatskih testo va ne zahteva ljudsko prisustvopa je moguće njihovo 24-časovno izvršavanje.
2)Automatizovano testiranje je pouzadnije od manuelnog testiranja zato što su kod manuelnog testiranja mogući propusti usled umora ili pada koncentracijetestera. Sem toga, manuelno testiranje se uvek oslanja na mišljenje osobe koja testira. Takođe, ograničeni resursi u procesu testiranja često onemogućavajuefikasno i blagovremeno manuelno testiranje
3)Automatizovano testiranje je skuplje od manuelnog testiranja i zahteva dodatno obučeno osoblje. Ukoliko se implementacija često menja, održavanje testova može biti jako naporno.
4)Postoje situacije u kojima je manuelno testiranje bolji izbor od automatizovanog -na primer, ukoliko se korisnički interfejs menja često, manuelno testiranje je pogodnije iz razloga što svaka promena korisničkog interfejsa zahteva pisanje novih automatskih testova. Zatim, ukoliko nema dovoljno vremena za pisanje automatskih testova, manuelno testiranje je efikasnije iliako je upotreba neke Web aplikacije kratkotrajna, a ne postoji ni jedan adekvatno napisan test za testiranje iste, manuelno testiranje se smatra efikasnijim rešenjem.

Pod pojmom manuelnog testiranja podrazumevamo ručno izvršavanje test slučajeva. U najvećem broju slučaja tester prati određeni niz koraka da bi verifikao određeni segment aplikacije ili kod koji je pod tesitranjem. Test slučaj se označava kao uspešan ako njegovo izvršavanje nad sistemom pod testom dovodi do rezlutata koji je ekvivalentan sa očekivanim. Naravno ovo je u kontradikciji sa sve više popularnom metodologijom destruktivnog testiranja gde se test slučaj označava uspešnim akko njegovo izvršavanje nad sistemom pod testom se ne slaže sa očekivanim rezultatom, odnosno test slučaj je uspešan ako otkrije postojanje grešaka u softveru.

2.5 Načini generisanja testova - automatsko i manuelno

Manuelno generisanje test primera podrazumeva da tester ručno piše testove za koje ce softver biti pokrenut. Ovakan način generisanja test primera može zahtevati veliki napor s obzirom da se vezuje za samu aplikaciju. Kod automatskog generisanja test primera korišćenjem drugih alata (programa) dobijaju se test primeri za koje se pokreće softver. Test primeri kod automatskog pristupa obično se vezuju za sam programski jezik u kojem je softver napisan. U ZAVISNOTI OD SLABOSTI JEZIKA

Primeri automatskog generisanja test primera

Rasplinuto testiranje (primer strategije crne kutije za generisanje test primera) Fuzz testiranje je jedan od pristupa otkrivanja slabosti softvera zasno- vano na tehnikama testiranja crne ili sive kutije. Definiše se kao analiza graničnih vredosti gde se odreduje opseg dozvoljenih vrednosti konkretnog ulaza i kreiraju se test vrednosti izvan granica. Fuzz testiranje se ne fo- kusira samo na granične vrednosti već i na bilo koju ulaznu vrednost koja može izazvati nedefinisano ili nebezbedno ponašanje. Može se definisati i kao metod otkrivanja grešaka softvera kreiranjem neočekivanih ulaza i upravljanjem izuzecima.

Kako bi računalne aplikacije bile sigurne potrebno je testirati njihovu sigurnost. Jedna od metoda je nazvana testiranje Fuzz metodom. Tehniku je uspostavio Prof. Barton Miller sa sveučilišta u Wisconsinu 1988. kao studentski zadatak nazvan: “Operating System Utility Program Reliabilitiy –The Fuzz Generator“. Osnovna ideja testiranja Fuzz metodom jedavanje slučajnih ili pseudo-slučajnih podataka kao ulaz u testirani sustav. Ukoliko sustav prestane funkcionirati nakon nekog ulaza onda se taj niz podataka zabilježi za daljnju analizu. Danas se testiranje Fuzz metodom najviše koristi u velikim sustavima gdje se vrši testiranje na principu crne-kutije, zato što se pokazalo da Fuzz metoda daje jako dobar odnos cijene i vremena naspram kvalitete testiranja. Mogućnosti primjene su jako velike tako da se može testirati vrlo široki spektar različitih sustava od web- aplikacija, protokola, funkcija u kodu i sl.

Za potrebe tes tiranja stvaraju se fuzzing alati koji mogu biti različitih tipova i namijenjeni različitim profilima korisnika. Budući da je fuzzing alat efikasniji uko-

liko je prilagođeniji testnom slučaju, neki proizvođači prodaju biblioteke za razvoj fuzzing testova, n o tada krajnji korisnici moraju sami implementirati konkretne testove što zahtjeva znanje i vrijeme. Prednost takvih testova što će su specijalizirani i samim time mogu podrobnije testirati sigurnosne propuste na testiranom objektu. Sa druge strane se nala ze gotovi potpuni alati koji uz namještanje određeni parametara omogućuju korisniku da vrši testiranje. Prednost ovakvog pristupa je jednostavnost, dok mana je manje kvalitetno testiranje u odnosu na testove koji se rade specifično za objekt koji se testir a. Druga podjela alata se vrši na temelju toga da li mogu pamtiti stanje ili ne. Alati koje ne pamte stanje su statički i ne mogu simulirati protokol. Kompleksniji alati su bazirani na modelu komunikacije i mogu vršiti komunikaciju sa poslužiteljem te po p otrebi varirati parametre komunikacije, mijenjati pakete u komunikaciji i sl. Fuzzing alati koji su bazirani na modelu su se pokazali puno boljim u pronalaženju sigurnosnih propusta. Ovakvi napredniji testovi mogu doći do dubljih pogrešaka u sustavu.

SAGE - primer strategije sive kutije za generisanje test primera
Alat SAGE[1](Scalable,Automated,GuidedExecution) namenjen je za automatsko testiranje stabilnosti izvršsavanja programa, koji rade pod Windows operativnim sistemom na računarima čiji su procesori kompatibilni sa x86 setom instrukcija. Odlikuje se specifičnom strukturom i algoritmom koji ga izdvaja od programa slične namene. Test šemu čini sam program koji se testira i niz setova ulaznih podataka koji se jedan za drugim učitavaju u sam program. Cilj je naći one setove ulaznih podataka koji mogu da dovedu do nestabilnosti tokom izvršavanja programa. Ukoliko SAGE uspe da generiše takav set ulaznih podataka takav da izazove zaglavljivanje računara ili veće korišćenje memorije nego što je sistem predvideo za taj program, on je izvršio deo svog zadatka, beležeći situaciju u svoju bazu i nastavlja potragu za ostalim eventualnim problematičnim slučajevima. Algoritam SAGE alata ne bira ulazne podatke nasumično i nije cilj testiranje svih mogućih ulaza, jer ono za kompleksne programe i nije moguće u razumnom roku, već prati izvršavanje programa na nivou x86 mašinskog koda a zatim ciljano generiše naredni set ulaznih podataka tako da ispita što više ulaznih slučajeva. Postoje četiri faze SAGE programa: 1. Testiranje, 2. Praćenje na x86 nivou, 3. Generisanje ograničenja, 4. Generisanje narednog seta ulaznih podataka. Ove faze se izvršavaju jedna za drugom u ciklusima, broj tih ciklusa je veoma veliki, a ukupno vreme izvršavanja programa se meri satima ili čak danima. U prvoj fazi se program izvršava sa početnim setom ulaznih podataka. U slučaju da se otkrije problematična situacija, ista se dokumen-

tuje. U slučaju da nema problematične situacije, prelazi se na drugu fazu u kojoj se pravi zapis mašinskih instrukcija koje su koje su obavljene tokom izvršavanja programa. Naredni blok koristi pomenuti zapis iz druge faze, analizira ga i proverava koji osnovni blokovi instrukcija su korišćeni, a onda formira tzv. Score i prema njemu pravi nova ograničenja. U poslednjoj fazi se na osnovu zadatih ograničenja sračunava novi set ulaznih podataka, a zatim se ciklus ponavlja.

Osnovna ideja testiranja Fuzz metodom je korišćenje slučajnih ili pseudo-slučajnih ulaznih podataka u sistemu koji se testira. Ukoliko sistem prestane da funkcioniše nakon nekog ulaza, onda se taj niz podataka beleži za dalju analizu. Danas se testiranje fuzz metodom najviše koristi u velikim sistemima gde se vrši testiranje na principu crne kutije. Princip crne kutije podrazumeva testiranje nepoznatog i zatvorenog sistema. SAGE alat primenjuje konceptualno jednostavniji ali drugačiji pristup automatskog testiranja fuzz metodom ali u beloj kutiji. To zapravo znači testiranje sa potpuno poznatim sistemom i njegovim kodom. Prvi set podataka se određuje slučajnim izborom, a zatim se pri prolasku kroz kod određuju granični slučajevi koje će program koristiti za određivanje sledećeg seta. Jedan od ciljeva je provera pokrivenosti koda, odnosno prolazak kroz sve grane programa.

KLEE - primer strategije bele kutije za generisanje test primera KLEE je alat za simboličko izvršavanje koji može da automatski generiše testove koji postižu veliku pokrivenost na širokom skupu kompleksnih programa. KLEE ima dva cilja: da pokrije svaku liniju izvršnog koda u programu i da detektuje svaku opasnu operaciju (npr. dereferenciranje) ako postoji ijedna ulazna vrednost koja može da prouzrokuje grešku. KLEE to radi simbolički za razliku od normalnog izvršavanja, gde operacije nad operandima proizvode konkretne vrednosti, ovde se generišu ograničenja koja tačno opisuju skup vrednosti koji je moguć na datoj putanji. Kada KLEE detektuje grešku ili kada se stigne do exit poziva u putanji, KLEE rešava KLEE rešava ograničenja trenutne putanje (ovo odgovara ranije pomenutom pc-ju) kako bi proizveo test primer koji će pratiti istu putanju kada se program ponovo pokrene normalno (kompajlira se sa gcc). KLEE je dizajniran tako da putanja originalnog izvršavanja programa uvek prati istu putanju kojom je išao KLEE. KLEE koristi različite optimizacije i rešavanja ograničenja, reprezentuje stanje programa na kompaktan način i koristi različite heuristike kako bi postigao veliku pokrivenost koda. Takođe, koristi se i jednostavan pristup za sinhronizaciju sa okruženjem. Naime, veliki deo koda je kontrolisan vrednostima koje se dobijaju iz okruženja (argumenti komandne

linije, fajl sistem). Pošto ulazi mogu biti zlonamerni, program mora biti u stanju da rukuje na pravi način tim ulazima.

KLEE je alat koji vrši simboličko izvršavanje i generisanje test primera nad programima koji su pisani u programskom jeziku C. Nastao je na univerzitetu Ilinois i javno je dostupan. KLEE analizira LLVM međukod koristeći SMT rešavač STP prilikom ispitivanja uslova ispravnosti programa.

Glava 3

Rešavač Z3

Sistemi za analizu i verifikaciju softvera su veoma kompleksni. Njihovu osnovu predstavlja komponenta koja koristi logičke formule za opisivanja stanja i transformacija između stanja sistema. Opisivanje stanja sistema često se svodi na proveravanje zadovoljivosti formula logike prvog reda. Proveravanje zadovoljivosti formula vrši se procedurama odlučivanja u odnosu na definisanu teoriju. Formalno, zadovoljivost u odnosu na teoriju (eng. *Satisfiability Modulo Theory*, skraćeno SMT) problem je odlučivanja zadovoljivosti u odnosu na osnovnu teoriju T opisanu u klasičnoj logici prvog reda sa jednakošću [1]. Alati koji se koriste za rešavanje ovog problema nazivaju se SMT rešavači.

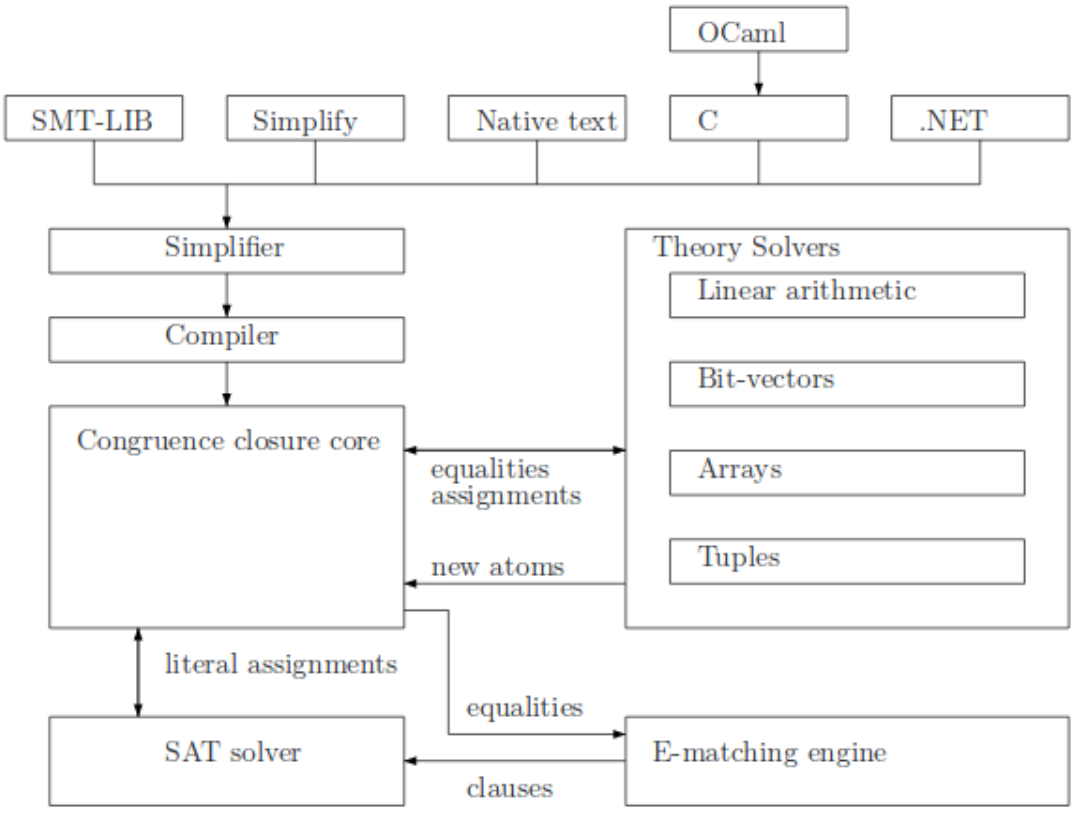
Jedan od najpoznatijih SMT rešavača je rešavač Z3 kompanije Microsoft koji se koristi za proveru zadovoljivosti logičkih formula u velikom broju teorija [7]. Z3 se najčešče koristi kao podrška drugim alatima, pre svega alatima za analizu i verifikaciju softvera. Pripada grupi SMT rešavača sa integrisanim procedurama odlučivanja.

U ovoj glavi opisane su osnove rešavača Z3 u delu 3.1. U delu 3.2 opisane su najvažnije teorije uključujući teoriju neinterpretiranih funkcija, teoriju linearne aritmetike, teoriju nelinearne aritmetike, teoriju bitvektora i teoriju nizova. U delu 3.3 opisani su podržani tipovi podataka. U delu 3.4 opisan je format za komunikaciju sa Z3 rešavačem korišćenjem SMT-LIB standarda. Pored toga, rešavač Z3 nudi interfejse za direktnu komunikaciju sa programskim jezicima C, C++, Java i Python. U delu 3.5 opisan je interfejs rešavača Z3 za komunikaciju sa programskim jezikom C++. Oba formata komunikacije imaju istu moć izražajnosti. Šta više, sintaksno se jako slično zapisuju. U delu sa implementacijom biće korišćen C++ interfejs za komunikaciju sa Z3 rešavačem. Važno zapažanje je da su interfejsi za programske je-

zike C i C++ veoma slični. Više materijala o podržanim interfejsima za programske jezike C, C++, Java i Python može se pronaći u literaturi [8].

3.1 Osnove rešavača

Problem zadovoljivosti (eng. *Satisfiability problem*, skraćeno SAT) problem je odlučivanja da li za iskaznu formulu u konjunktivnoj normalnoj formi postoji valuacija u kojoj su sve njene klauze tačne [2]. Rešavači koji se koriste za rešavanje ovog problema nazivaju se SAT rešavači. Rešavač Z3 integriše SAT rešavač zasnovan na savremenoj DPLL proceduri i veliki broj teorija. Implementiran je u programskom jeziku C++. Šematski prikaz arhitekture rešavača [7] prikazan je na slici 3.1.



Slika 3.1: Arhitektura rešavača Z3

Formule prosleđene rešavaču se najpre procesiraju upotrebom simplifikacije. Simplifikacija primenjuje algebarska pravila redukcije kao što je `p` $\wedge$ `true` $\vdash$ `p`. Ovim procesom vrše se i odgovarajuće zamene kao što je `x=4` $\wedge$ `q(x)` $\vdash$ `x=4` $\wedge$ `q(4)`.

Nakon simplifikacije, kompajler formira apstraktno sintaksno stablo formula čiji su čvorovi simplifikovane formule (klauze). Zatim se jezgru kongruentnog zatvorenja (eng. *Congruence closure core*) prosleđuje apstraktno sintaksno stablo. Jezgro kongruentnog zatvorenja komunicira sa SAT rešavačem koji određuje istinitosnu vrednost klauza.

Glavni gradivni blokovi formula su konstante, funkcije i relacije. Konstante su specijalan slučaj funkcija bez parametara. Svaka konstanta je određene sorte. Sorta odgovara tipu u programskim jezicima. Relacije su funkcije koje vraćaju povratnu vrednost tipa Boolean. Funkcije mogu uzimati argumente tipa Boolean pa se na taj način relacije mogu koristiti kao argumenti funkcija.

Formula F je validna ako je vrednost valuacije *true* za bilo koje interpretacije funkcija i konstantnih simbola. Formula F je zadovoljiva ukoliko postoji bar jedna valuacija u kojoj je formula tačna. Da bismo odredili da li je formula F validna, rešavač Z3 proverava da li je formula $\neg F$ zadovoljiva. Ukoliko je negacija formule nezadovoljiva, onda je polazna formula validna.

3.2 Teorije

Teorije rešavača Z3 su opisane u okviru višesortne logike prvog reda sa jednakošću. Definisanjem specifične teorije, uvode se restrikcije pri definisanju formula kao i podržanih relacija i operatora koje se nad njima primenjuju. Na taj način, specijalizovane metode u odgovarajućoj teoriji mogu biti efikasnije implementirane u poređenju sa opštim slučajem. U nastavku će biti opisane teorija neinterpretiranih funkcija, teorija linearne aritmetike, teorija nelinearne aritmetike, teorija bitvektora i teorija nizova.

Teorija neinterpretiranih funkcija

Teorije obično određuju interpretaciju funkcijskih simbola. Teorija koja ne zadaje nikakva ograničenja za funkcijske simbole naziva se teorija neinterpretiranih funkcija (eng. *Theory of Equality with Uninterpreted Functions*, skraćeno EUF).

Kod rešavača Z3, funkcije i konstantni simboli su neinterpretirani. Ovo je kontrast u odnosu na funkcije odgovarajućih teorija. Funkcija + ima standardnu interpretaciju u teoriji aritmetike. Neinterpretirane funkcije i konstante su maksimalno fleksibilne i dozvoljavaju bilo koju interpretaciju koja je u skladu sa ograničenjima.

Za razliku od programskih jezika, funkcije logike prvog reda su totalne, tj. definisane su za sve vrednosti ulaznih parametara. Na primer, deljenje 0 je dozvoljeno, ali nije specifikovano šta ono predstavlja. Teorija neinterpretiranih funkcija je odlučiva i postoji procedura odlučivanja polinomijalne vremenske složenosti. Jedna od procedura odlučivanja za ovu teoriju zasniva se na primeni algoritma Nelson-Open (eng. *Nelson-Open algorithm*). O ovom algoritmu može se više naći u literaturi [6].

Teorija linearne aritmetike

Rešavač Z3 sadrži procedure odlučivanja za linearnu aritmetiku nad celobrojnim i realnim brojevima. Dodatni materijali o procedurama odlučivanja linearne aritmetike dostupni su u literaturi [5].

U okviru celobrojne linearne aritmetike, podržani funkcijski simboli su $+$, $-$ i $*$ pri čemu je kod množenja drugi operand konstanta. Nad funkcijskim simbolima, čiji su specijalni slučajevi konstante mogu se primenjivati relacijski operatori $<$, $\leq$, $>$ i $\geq$.

U okviru realne linearne aritmetike, podržani funkcijski simboli su $+$, $-$ i $*$ pri čemu je kod operacije množenja drugi operand konstanta. Pored ovih podržane su operacije *div* i *mod*, uz uslov da je drugi operand konstanta različita od 0. Nad funkcijskim simbolima, čiji su specijalni slučajevi konstante mogu se primenjivati relacijski operatori $<$, $\leq$, $>$ i $\geq$.

Teorija nelinearne aritmetike

Formula predstavlja formulu nelinearne aritmetike ako je oblika (* t s), pri čemu t i s nisu linearnog oblika. Nelinearna celobrojna aritmetika je neodlučiva, tj. ne postoji procedura koja za proizvoljnu formulu vraća zadovoljivost ili nezadovoljivost. U najvećem broju slučajeva, Z3 vraća nepoznat rezultat. Za nelinearne probleme, rešavač Z3 koristi posebne metode odlučivanja zasnovane na Grebnerovim bazama.

Teorija bitvektora

Rešavač Z3 podržava bitvektore proizvoljne dužine. `(_ BitVec n)` je sorta bitvektora čija je dužina `n`. Bitvektor literali se mogu definisati koristeći binarnu, decimalnu ili heksadecimalnu notaciju. U binarnom i heksadecimalnom slučaju, veličina bitvektora je određena brojem karaktera. Na primer, literal *#b010* u binarnom formatu je bitvektor dužine 3. Kako konstanta *a* u heksadecimalnom formatu

odgovara vrednosti 10, literal *#x0a* je bitvektor veličine 10. Veličina bitvektora mora biti specifikovana u decimalnom formatu. Na primer, reprezentacija *(_ bv10 32)* je bitvektor dužine 32 sa vrednošću 10. Podrazumevano, Z3 predstavlja bitvektore u heksadecimalnom formatu ukoliko je dužina bitvektora umnožak broja 4 a u suprotnom u binarnom formatu. Bitvektor literali mogu biti reprezentovani u decimalnom formatu. Više materijala o procedurama odlučivanja za teoriju bitvektora može se naći u literaturi [3].

Pri korišćenju operatora nad bitvektorima, mora se eksplicitno navesti tip operatora. Zapravo, za svaki operator podržane su dve varijante za rad sa označenenim i neoznačenim operandima. Ovo je kontrast u odnosu na programske jezike u kojima kompajler na osnovu argumenata implicitno određuje tip operacije (označena ili neoznačena varijanta).

U skladu sa prethodno navedenom činjenicom, teorija bitvektora ima na raspolaganju različite verzije aritmetičkih operacija za označene i neoznačene operande. Za rad sa bitvektorima od aritmetičkih operacija definisane su operacije sabiranja, oduzimanja, određivanje negacije (zapisivanja broja u komplementu invertovanjem svih bitova polaznog broja), množenja, izračunavanja modula pri deljenju, šiftovanje u levo kao i označeno i neoznačeno šiftovanje u desno. Podržane su sledeće logičke operacije: disjunkcija, konjunkcija, unarna negacija, negacija konjunkcije i negacija disjunkcije. Definisane su različite relacije nad bitvektorima kao što su $\leq$, $<$, $\geq$ i $>$.

Teorija nizova

Osnovnu teoriju nizova karakterišu `select` i `store` funkcije. Funkcijom `(select a i)` vraća se vrednost na poziciji i u nizu a, dok se funkcijom `(store a i v)` formira novi niz, identičan nizu a pri čemu se na poziciji i nalazi vrednost v. Z3 sadrži procedure odlučivanja za osnovnu teoriju nizova. Dva niza su jednaka ukoliko su vrednosti svih elemenata na odgovarajućim pozicijama jednake.

Konstantni nizovi

Nizovi sa konstantnim vrednostima mogu se specifikovati koristeći `const` konstrukciju. Prilikom upotrebe `const` konstrukcije rešavač Z3 ne može da odluči kog tipa su elementi niza pa se on mora eksplicitno navesti. Interpretacija nizova je slična interpretaciji funkcija. Z3 koristi konstrukciju `(_ as-array f)` za određiva-

nje interpretacije niza. Ako je niz a jednak rezultatu konstrukcije `(_ as-array f)`, tada za svaki indeks i, vrednost `(select a i)` odgovara vrednosti `(f i)`.

Primena map funkcije na nizove

Rešavač Z3 obezbeđuje primenu parametrizovane funkcije `map` na nizove. Funkcijom `map` omogućava se primena proizvoljnih funkcija na sve elemente niza.

Nad nizovima se mogu vršiti slične operacije kao i nad skupovima. Rešavač Z3 ima podršku za računanje unije, preseka i razlike dva niza. Ovi operatori se tumače na isti način kao i u teoriji skupova. Za nizove a i b, pomenuti operatori mogu se koristiti navođenjem funkcija:
`(union a b)` ; kreiranje unije dva niza kao skupa
`(intersect a b)` ; kreiranje preseka dva niza kao skupa
`(difference a b)` ; kreiranje razlike dva niza kao skupa

3.3 Tipovi podataka

U okviru rešavača Z3 dostupni su primitivni tipovi podataka, definisanjem konstanti različitih sorti. Neke od najčešće korišćenih su konstante bulovske, celobrojne i realne sorte. Pored toga, mogu se definisati algebarski tipovi podataka. Algebarski tipovi podataka omogućavaju specifikaciju uobičajnih struktura podataka. Slogovi, torke i skalari (enumeracijski tipovi) spadaju u algebarske tipove podataka. Primena algebarskih tipova podataka može se generalizovati. Mogu se koristiti za specifikovanje konačnih listi, stabala i rekurzivnih struktura.

Slogovi

Slog se specifikuje kao tip podataka sa jednim konstruktorom i proizvoljnim brojem elemenata sloga. Rešavač Z3 ne dozvoljava povećavanje broja argumenata sloga nakon njegovog definisanja. Važi svojstvo da su dva sloga jednaka samo ako su im svi argumenti jednaki.

Skalari (tipovi enumeracije)

Sorta skalara je sorta konačnog domena. Elementi konačnog domena se tretiraju kao različite konstante. Na primer, neka je S skalarni tip sa tri vrednosti A, B i C.

Moguće je da tri konstante skalarnog tipa S budu različite. Ovo svojstvo ne može važiti u slučaju četiri konstante.

Rekurzivni tipovi podataka

Deklaracija rekurzivnog tipa podataka uključuje sebe direktno kao komponentu. Standardni primer rekurzivnog tipa podataka je lista. Lista celobrojnih vrednosti sa imenom `list` može se deklarisati naredbom:

```
(declare-datatypes (list (nil) ((head Int) (tail list)))
```

Rešavaš Z3 ima ugrađenu podršku za liste korišćenjem ključne reči `List`. Prazna lista se definiše korišćenjem klučne reči `nil` a konstruktor `insert` se koristi za dodavanje elemenata u listu. Selektori `head` i `tail` se definišu na uobičajan način.

3.4 Upotreba rešavača korišćenjem SMT-LIB standarda

Ulazni format rešavača Z3 je definisan SMT-LIB 2.0 standardom [4]. Standard definiše jezik logičkih formula čija se zadovoljivost proverava u odnosu na neku teoriju. Cilj standarda je pojednostavljivanje jezika logičkih formula povećavanjem njihove izražajnosti i fleksibilnosti kao i obezbeđivanje zajedničkog jezika za sve SMT rešavače.

Interno, Z3 održava stek korisnički definisanih formula i deklaracija. Formule i deklaracije jednim imenom nazivamo tvrđenjima. Komandom `push` kreira se novi opseg i čuva se trenutna veličina steka. Komandom `pop` uklanjaju se sva tvrđenja i deklaracije zadate posle push-a sa kojim se komanda uparuje. Komandom `assert` dodaje se formula na interni stek. Skup formula na steku je zadovoljiv ako postoji interpretacija u kojoj sve formule imaju istinitosnu vrednost tačno. Ova provera se vrši komandom `check-sat`. U slučaju zadovoljivosti vraća se `sat`, u slučaju nezadovoljivosti vraća se `unsat` a kada rešavač ne može da proceni da li je formula zadovoljiva ili ne vraća se `unknown`. Komandom `get-model` vraća se interpretacija u kojoj su sve formule na steku tačne.

Komandom `declare-const` deklariše se konstanta odgovarajuće sorte. Sorta može biti parametrizovana i u tom slučaju su specifikovana imena njenih parametara. Naredbom `(define-sort [symbol] ([symbol]+)[sort])` vrši se specifikacija sorte. Komandom `declare-fun` deklariše se funkcija. U primeru 1 koristimo

činjenicu da se validnost formule pokazuje ispitivanjem zadovoljivosti negirane formule.

Primer 1 *Dokazivanje de Morganovog zakona dualnosti ispitivanjem validnosti formule:* $\neg(a \wedge b) \Leftrightarrow (\neg a \vee \neg b)$ *tako što se kao ograničenje dodaje negacija polazne formule. Z3 pronalazi da je negacija formule nezadovoljiva, pa je polazna formula tačna u svim interpretacijama.*

Formula prosleđena rešavaču:	***Izlaz:***
(declare-const a Bool)	*unsat*
(declare-const b Bool)	
(define-fun demorgan () Bool	
(= (and a b) (not (or (not a) (not b))))	
)	
(assert (not demorgan))	
(check-sat)	
(get-model)	

Rešavač Z3 ima podršku za celobrojne i realne konstante. Komandom `declare-const` deklarišu se celobrojne i realne konstante. Rešavač ne vrši automatsku konverziju između celobrojnih i realnih konstanti. Ukoliko je potrebno izvršiti ovakvu konverziju koristi se funkcija `to-real` za konvertovanje celobrojnih u realne vrednosti. Realne konstante treba da budu zapisane sa decimalnom tačkom. Primer 2 ilustruje deklarisanje konstanti i funkcija kao i primenu funkcije na konstante. Ispituje se zadovoljivost ograničenja.

Primer 2 *Rešavaču se prosleđuje ograničenja koje sadrže primenu funkcije f na celobrojnu konstantu a kao i relacijske operatore. Rešavač Z3 pronalazi da je ovo tvrđenje zadovoljivo i daje prikazani model.*

Formula prosleđena rešavaču:	***Izlaz:***
(declare-const a Int)	*sat*
(declare-fun f (Int Bool) Int)	*(model*
(assert (> a 10))	*(define-fun a () Int 11)*
(assert (< (f a true) 100))	*(define-fun f ((x!1 Int) (x!2 Bool)) Int*
(check-sat)	*(ite (and (= x!1 11) (= x!2 true)) 0 0))*
(get-model)	*)*

Primer 3 ilustruje pronalaženje interpretacija celobrojnih i realnih konstanti. Interpretacija se svodi na pridruživanje brojeva svakoj konstanti.

Primer 3 *Rešavaču se prosleđuju jednostavna ograničenja za celobrojne i realne konstante. Ograničenja sadrže aritmetičke i relacijske operatore. Rešavač vraća zadovoljivost tvrđenja i dobijeni model prikazujemo u nastavku.*

Formula prosleđena rešavaču:

```
(declare-const a Int)
(declare-const b Int)
(declare-const c Int)
(declare-const d Real)
(declare-const e Real)
(assert (> e (+ (to_real (+ a b)) 2.0)))
(assert (= d (+ (to_real c) 0.5)))
(check-sat)
(get-model)
```

Izlaz:

```
sat
(model
  (define-fun b () Int 0)
  (define-fun a () Int 1)
  (define-fun e () Real 4.0)
  (define-fun c () Int 0)
  (define-fun d () Real (/ 1.0
  2.0))
)
```

Takođe, postoji uslovni operator (if-then-else operator). Na primer, izraz (ite (and (= x!1 11) (= x!2 false)) 21 0) ima vrednost 21 kada je promenljiva x!1 jednaka 11, a promenljiva x!2 ima vrednost False. U suprotnom, vraća se 0.

U slučaju deljenja, može se koristiti `ite` (if-then-else) operator i na taj način se može dodeliti interpretacija u slučaju deljenja nulom.

Mogu se konstruisati novi operatori, korišćenjem `define-fun` konstruktora. Ovo je zapravo makro, pa će rešavač vršiti odgovarajuće zamene. U primeru 4 ilustruje se definisanje novog operatora. Zatim se novi operator primenjuje na konstante, uvode se ograničenja i ispituje njihova zadovoljivost.

Primer 4 *Definišemo operator deljenja tako da rezultat bude specifikovan i kada je delilac 0. Uvode se dve konstante realnog tipa i primenjuje se definisani operator. Z3 rešavač pronalazi nezadovoljivost tvrđenja s obzirom da operator* `mydiv` *vraća 0 pa relacija poređenja ne može biti tačna.*

Formula prosleđena rešavaču:	***Izlaz:***
(define-fun mydiv ((x Real) (y Real)) Real *(if (not (= y 0.0)) (/ x y) 0.0))* *(declare-const a Real)* *(declare-const b Real)* *(assert (>= (mydiv a b) 1.0))* *(assert (= b 0.0))* *(check-sat)*	*unsat*

Primer 5 ilustruje rešavanje nelinearnog problema uvođenjem ograničenja nad realnim konstantama. Ispituje se zadovoljivost prosleđenih ograničenja. Kada su prisutna samo nelinearna ograničenja nad realnim konstantama, Z3 koristi posebne metode odlučivanja

Primer 5 *Rešavaču se prosleđuje ograničenja* $b^3 + b * c = 3$ *nad realnim konstantama. Rešavač vraća zadovoljivost tvrđenja i dobijeni model prikazujemo u nastavku.*

Formula prosleđena rešavaču:	***Izlaz:***
(declare-const b Real) *(declare-const c Real)* *(assert (= (+ (* b b b) (* b c)) 3.0))* *(check-sat)* *(get-model)*	*sat* *(model* *(define-fun b () Real (/ 1.0 8.0))* *(define-fun c () Real (/ 15.0 64.0))* *)*

Primer 6 ilustruje različite načine predstavljanja bitvektora. Ukoliko zapis počinje sa #b, bitvektor se zapisuje u binarnom formatu. Ukoliko zapis počinje sa #x, bitvektor se zapisuje u heksadecimalnom formatu.

Primer 6 *Nakon specifikacije formata, zapisuje se dužina vektora. Drugi način zapisa počinje skraćenicom* `bv`*, navođenjem vrednosti i na kraju dužine. Komandom* `(display t)` *štampa se izraz* `t`*.*

Formula prosleđena rešavaču:	***Izlaz:***
(display #b0100)	*#x4*
(display (_ bv20 8))	*#x14*
(display (_ bv20 7))	*#b0010100*
(display #x0a)	*#x0a*
(set-option :pp.bv-literals false)	*(_ bv4 4)*
(display #b0100)	*(_ bv20 8)*
(display (_ bv20 8))	*(_ bv20 7)*
(display (_ bv20 7))	*(_ bv10 8)*
(display #x0a)	

Primer 7 ilustruje primenu aritmetičkih operacija nad bitvektorima. Podržane aritmetičke operacije su sabiranje `(bvadd)`, oduzimanje `(bvsub)`, unarna negacija `(bvneg)`, množenje `(bvmul)`, računanje modula `(bvmod)`, šiftovanje ulevo `(bvshl)`, neoznačeno (logičko) šiftovanje udesno `(bvlshr)` i označeno (aritmetičko) šiftovanje udesno `(bvashr)`. Od logičkih operacija postoji podrška za disjunkciju `(bvor)`, konjunkciju `(bvand)`, ekskluzivnu disjunkciju `(bvxor)`, negaciju disjunkcije `(bvnor)`, negaciju konjunkcije `(bvnand)` i negaciju ekskluzivne disjunkcije `(bvnxor)`.

Primer 7 *Ovaj primer ilustruje primenu nekih aritmetičkih operacija nad bitvektorima i dobijene rezultate. Komandom* `(simplify t)` *prikazuje se jednostavniji izraz ekvivalentan izrazu* `t` *ukoliko postoji.*

Formula prosleđena rešavaču:	***Izlaz:***
(simplify (bvadd #x07 #x03))	*#x0a*
(simplify (bvsub #x07 #x03))	*#x04*
(simplify (bvneg #x07))	*#xf9*
(simplify (bvmul #x07 #x03))	*#x15*
(simplify (bvsmod #x07 #x03))	*#x01*
(simplify (bvshl #x07 #x03))	*#x38*
(simplify (bvlshr #xf0 #x03))	*#x1e*
(simplify (bvashr #xf0 #x03))	*#xfe*
(simplify (bvor #x6 #x3))	*#x7*
(simplify (bvand #x6 #x3))	*#x2*

Postoji brz način da se proveri da li su brojevi fiksne dužine stepeni dvojke. U primeru 8 pokazuje se da je bitvektor x stepen dvojke ako i samo ako je vrednost izraza x $\wedge$ (x - 1) jednaka 0.

Primer 8 *Provera da li je broj stepen dvojke primenjuje se na bitvektore čije su vrednosti 0, 1, 2, 4 i 8. Rešavaču se prosleđuje negacija formule. U svim slučajevima brojevi su stepeni dvojke pa Z3 rešavač vraća nezadovoljivost.*

Formula prosleđena rešavaču:

```
(define-fun is-power-of-two
   ((x (_ BitVec 4))) Bool
   (= #x0 (bvand x (bvsub x #x1)))
)
(declare-const a (_ BitVec 4))
(assert
   (not (= (is-power-of-two a)
      (or (= a #x0)
         (= a #x1)
         (= a #x2)
         (= a #x4)
         (= a #x8)
      ))
   )
)
(check-sat)
```

Izlaz:

```
unsat
```

Primer 9 ilustruje upotrebu relacija nad bitvektorima. Podržane relacije uključuju neoznačene i označene verzije za operatore $<$, $\leq$, $>$ i $\geq$. Neoznačene varijante počinju nazivom `bvu`, a u nastavku sledi ime relacije. Označene varijante počinju nazivom `bvs`, a u nastavku ponovo sledi ime relacije.

Primer 9 *Primer ilustruje upotrebu označenih i neoznačenih verzija operatora nad bitvektorima. Na primer, relacija $\leq$ nad neoznačenim brojevima zadaje se komandom* `bvule`*, a relacija $>$ nad neoznačenim brojevima komandom* `bvugt`*. Slično, relacija $\geq$ nad neoznačenim brojevima zadaje se komandom* `bvsge`*, a relacija $<$ nad označenim brojevima komandom* `bvslt`*.*

Formula prosleđena rešavaču:	***Izlaz:***
(simplify (bvule #x0a #xf0))	*true*
(simplify (bvult #x0a #xf0))	*true*
(simplify (bvuge #x0a #xf0))	*false*
(simplify (bvugt #x0a #xf0))	*false*
(simplify (bvsle #x0a #xf0))	*false*
(simplify (bvslt #x0a #xf0))	*false*
(simplify (bvsge #x0a #xf0))	*true*
(simplify (bvsgt #x0a #xf0))	*true*

Rešavač Z3 nudi funkcije za promenu načina reprezentacije brojeva. Moguće su konverzije reprezentacije brojeva linearne aritmetike u reprezentaciju bitvektora i obrnuto. Ovaj rezultat može se postići naredbama:

```
(define b (int2bv[32] z))
(define c (bv2int[Int] x))
```

Primer 10 ilustruje poređenje bitvektora koristeći označene i neoznačene verzije operatora. Ispituje se zadovoljivost prosleđenog ograničenja.

Primer 10 *Označeno poređenje, kao što je bvsle, uzima u obzir znak bitvektora za poređenje, dok neoznačeno poređenje komandom bvule tretira bitvektor kao prirodan broj. Z3 rešavač pronalazi da je tvrđenje zadovoljivo i daje prikazani model.*

Formula prosleđena rešavaču:	***Izlaz:***
(declare-const a (_ BitVec 4))	*sat*
(declare-const b (_ BitVec 4))	*(model*
(assert (not (= (bvule a b) (bvsle a b)))	*(define-fun b () (_ BitVec 4) #xe)*
(check-sat)	*(define-fun a () (_ BitVec 4) #x0)*
(get-model)	*)*

Primer 11 ilustruje kako se definišu nizovi sa konstantnim vrednostima. Zatim se dodaju ograničenja korišćenjem funkcije `select` i ispituje se njihova zadovoljivost.

Primer 11 *Definišemo konstantni niz m celobrojnog tipa i dve celobrojne konstante a i i. Uvodimo ograničenje da niz m sadrži samo jedinice. Z3 pronalazi da je ovo tvrđenje zadovoljivo i daje prikazani model.*

Formula prosleđena rešavaču:

```
(declare-const m (Array Int Int))
(declare-const a Int)
(declare-const i Int)
(assert (= m ((as const (Array Int Int)) 1)))
(assert (= a (select m i)))
(check-sat)
(get-model)
```

Izlaz:

```
sat
(model
   (define-fun m () (Array Int Int)
      (_ as-array k!0)
   )
   (define-fun i () Int 0)
   (define-fun a () Int 1)
   (define-fun k!0 ((x!0 Int))
      Int (ite (= x!0 0) 1 1)
   )
)
```

Primer 12 ilustruje primenu funkcije `map` na sve elemente konstatnih nizova. Za svaka dva elementa koji pripadaju različitim nizovima, pokazuje se važenje De Morganovog zakona iz primera 1.

Primer 12 *Kao ograničenje dodajemo negaciju navedene formule. Rešavač Z3 vraća nezadovoljivost negirane formule, odakle zaključujemo da je polazna formula validna.*

Formula prosleđena rešavaču:

```
(define-sort Set (T) (Array T Bool))
(declare-const a (Set Int))
(declare-const b (Set Int))
(assert (not (= ((_ map and) a b) ((_ map not)
   ((_ map or) ((_ map not) b) ((_ map not) a)))))
)
(check-sat)
```

Izlaz:

```
unsat
```

U primeru 13 pokazuje se da su dva sloga jednaka ako i samo ako su im svi argumenti jednaki. Uvodi se parametarski tip `Pair` i koriste se selektorske funkcije `first` i `second`.

Primer 13 *Nakon definisanja slogova p1 i p2, dodaje se ograničenje koje se odnosi na drugi element sloga. Dodajemo i ograničenje da su slogovi p1 i p2 jednaki. Rešavač Z3 vraća zadovoljivost formule i odgovarajući model.*

Formula prosleđena rešavaču:

```
(declare-datatypes (T1 T2)
  (Pair (mk-pair (first T1) (second T2))))
(declare-const p1 (Pair Int Int))
(declare-const p2 (Pair Int Int))
(assert (= p1 p2))
(assert (> (second p1) 20))
(check-sat)
(get-model)
```

Izlaz:

```
sat
(model
   (define-fun p1 () (Pair Int Int)
      (mk-pair 0 21)
   )
   (define-fun p2 () (Pair Int Int)
      (mk-pair 0 21)
   )
```

U primeru 14 ilustruje se definisanje listi kao i dodavanje ograničenja korišćenjem selektorskih funkcija `head` i `tail`. Ispituje se zadovoljivost tvrđenja.

Primer 14 *Pored ograničenja za prve elemente listi, tražimo model takav da liste l1 i l2 nisu jednake, tj. da nisu svi elementi na odgovarajućim pozicijama u listama jednaki. Rešavač Z3 vraća zadovoljivost tvrđenja i dobijeni model prikazujemo u nastavku.*

Formula prosleđena rešavaču:

```
(declare-const l1 (List Int))
(declare-const l2 (List Int))
(declare-const l3 (List Int))
(declare-const x Int)
(assert (not (= l1 nil)))
(assert (not (= l2 nil)))
(assert (= (head l1) (tail l2)))
(assert (not (= l1 l2)))
(assert (= l3 (insert x l2)))
(assert (> x 100))
(check-sat)
(get-model)
```

Izlaz:

```
sat
(model
   (define-fun l3 () (List Int)
   (insert 101 (insert 0 (insert 1 nil)))
   (define-fun x () Int 101)
   (define-fun l1 () (List Int) (insert 0 nil))
   (define-fun l2 () (List Int) (insert 0
      (insert 1 nil))
   )
)
```

U prethodnom primeru, uvode se ograničenja da su liste l1 i l2 različite od `nil`. Ova ograničenja se uvode jer interpretacija selektora `head` i `tail` nije specifikovana u slučaju praznih lista.

3.5 Upotreba rešavača korišćenjem C++ interfejsa

C++ interfejs prema rešavaču Z3 obezbeđuje različite strukture podataka, klase i funkcije koje su potrebne za direktnu komunikaciju C++ aplikacije sa rešavačem. Neke od najbitnijih klasa biće opisane u nastavku, dok se kompletan opis interfejsa može naći na internetu [9].

Klasa `Z3_sort` koristi se za definisanje sorte izraza. Prilikom definisanja izraza navodi se sorta kako bi bio poznat skup vrednosti koje mu se mogu dodeliti kao i skup dozvoljenih metoda. Sorte izraza definisane su tipom enumeracije. Neke od najvažnijih sorti su `Z3_BOOL_SORT`, `Z3_INT_SORT`, `Z3_REAL_SORT`, `Z3_BV_SORT` i `Z3_ARRAY_SORT`. Određivanje sorte izraza vrši se funkcijom `sort_kind()` sa povratnom vrednošću tipa enumeracije. Za proveru pripadnosti izraza sorti, koriste se funkcije `is_bool()`, `is_int()`, `is_real()`, `is_array()` i `is_bv()`. Sorte različitih izraza se mogu porediti korišćenjem operatora jednakosti.

Za upravljanje objektima interfejsa kao i za globalno konfigurisanje koristi se klasa `context`. Klasa sadrži konstruktor bez argumenata. Upotrebom klase `context`, mogu se detektovati različite vrste grešaka u korišćenju C++ API-ja. Greške su definisane tipom enumeracije `Z3_ERROR_CODE`. Neke od konstanti enumeracije su `Z3_OK`, `Z3_SORT_ERROR`, `Z3_INVALID_USAGE` i `Z3_INTERNAL_FATAL`. Kontekst omogućava kreiranje konstanti metodama `bool_const()`, `int_const()`, `real_const()` i `bv_const()`. Definisanje različitih sorti omogućeno je metodama `bool_sort()`, `int_sort()`, `real_sort()`, `bv_sort()` i `array_sort()`.

Izrazi koji se formiraju pripadaju klasi `expr`. Sadrži konstruktor čiji je argument objekat klase `context`. Za dobijanje izraza na zadatoj poziciji u skupu izraza koristi se metoda `at(expr const &index)`. Provera da li podizraz predstavlja deo drugog izraza vrši se metodom `contains(expr const &s)`. Za dobijanje pojednostavljenog izraza ekvivalentnog polaznom koristi se metoda `simplify()` ukoliko takav izraz postoji. Za dobijanje pojednostavljenog izraza može se navesti i skup parametara koji se prosleđuju Z3 simplifikatoru. Zamenu vektora izraza drugim vektorom vrši se metodom `substitute(expr_vector const &source, expr_vector const &destination)`.

Postoji veliki broj metoda i operatora koji se koriste za izgradnju složenih izraza. Podržan je veliki broj aritmetičkih operatora za rad za izrazima uključujući operatore sabiranja, oduzimanja, množenja, deljenja, računanja stepena i modula. Svi aritmetički operatori kao argumente imaju izraze. Rezultat primene

operatora je novi izraz. Pored toga, mogu se koristiti i različiti logički operatori. Neke od podržanih logičkih operacija su konjunkcija, disjunkcija, implikacija, negacija konjunkcije i negacija disjunkcije. Konjunkcija vektora izraza vrši se metodom `mk_and(expr_vector const &args)`. Disjunkcija vektora izraza vrši se metodom `mk_or(expr_vector const &args)`. Implikacija dva izraza vrši se metodom `implies(expr const &a, expr const &b)`. Negacija konjunkcije dva izraza vrši se metodom `nand(expr const &a, expr const &b)`. Negacija disjunkcije dva izraza vrši se metodom `nor(expr const &a, expr const &b)`. Nad izrazima se mogu primenjivati relacijski operatori `==`, `!=`, `<`, `<=`, `>`, `>=` pri čemu izrazi moraju biti odgovarajuće sorte kako bi poređenje bilo moguće. Nadovezivanje dva izraza vrši se metodom `concat(expr const &a, expr const &b)`. Može se vršiti i nadovezivanje vektora izraza. Kombinovanjem pomenutih metoda i operatora mogu se graditi izrazi proizvoljne složenosti.

Definicija funkcije vrši se objektima klase `func_decl`. Korišćenjem ove klase definišu se interpretirane i neinterpretirane funkcije rešavača Z3. Povratne vrednosti funkcija određene su tipom enumeracije `Z3_decl_kind`. Neke od konstanti enumeracije su `Z3_OP_TRUE`, `Z3_OP_FALSE`, `Z3_OP_REAL`, `Z3_OP_INT` i `Z3_OP_ARRAY`. Dobijanje imena funkcijskog simbola vrši se metodom `name()`. Određivanje arnosti funkcijskog simbola vrši se metodom `arity()`. Određivanje sorte i-tog parametra funkcijskog simbola određuje se metodom `domain(unsigned i)`.

U okviru C++ interfejsa, teorije rešavača Z3 zadate su semantički navođenjem modela. Ova podrška implementirana je klasom `model`. Sadrži konstruktor čiji je argument objekat klase `context`. Interpretacija izraza definisanog u modelu dobija se korišćenjem metode `eval(expr const &n)`. Metodom `get_func_decl(unsigned i)` dobija se i-ti funkcijski simbol modela. Metodom `get_const_decl(unsigned i)` dobija se interpretacija i-te konstante modela. Metodom `num_consts()` dobija se broj konstanti datog modela kao funkcijskih simbola arnosti 0. Metodom `num_funcs()` dobija se broj funkcijskih simbola arnosti veće od 0. Metodom `size()` vraća se broj funkcijskih simbola modela. Poređenje modela vrši se operatorom jednakosti. Dva modela su jednaka ukoliko su im jednake interpretacije svih funkcijskih simbola. Za ispisivanje modela, koristi se funkcija `Z3_model_to_string` čiji su argumenti objekti klasa `context` i `model`.

Sa Z3 rešavačem komunicira se korišćenjem objekta klase `solver`. Objekat klase `solver` inicijalizuje se vrednostima objekta klase `context`. Osnovni metodi klase solver su `add`, `check` i `get_model`. Metodom `add(expr const &e)` dodaje se ogra-

ničenje koje se prosleđuje rešavaču. Metodom `check()` proverava se zadovoljivost ograničenja prosleđenih rešavaču. Metodom `get_model()` vraća se model definisan ograničenjima ukoliko postoji. Pre korišćenja metode `get_model()`, mora se pozvati metod `check()`. Metodom `assertions()` vraća se vektor ograničenja prosleđenih rešavaču. Ograničenja se mogu čitati iz fajla i iz stringa, korišćenjem metoda `from_file(char const *file)` i `from_string(char const *s)`. Uklanjanje svih ograničenja prosleđenih rešavaču vrši se metodom `reset()`.

Interfejs kroz primere

Naredni primeri ilustruju korišćenje najvažnijih klasa i metoda C++ interfejsa za komunikaciju sa Z3 rešavačem. Primer 15 ilustruje kreiranje bulovskih izraza i jednostavne formule i prikazuje kako se kreira i upotrebljava klasa `context` i klasa `solver`. U ovom primeru, ilustrovano je dodavanje ograničenja u solver metodom `add` i proveravanje njegove zadovoljivosti metodom `check`.

Primer 15 *Primer demonstrira važenje De Morganovog zakona dokazivanjem formule iz primera 1. Pokazuje se nezadovoljivost negirane formule. U zavisnosti od rezultata štampa se odgovarajuća poruka.*

```
void demorgan() {
    context c;
    expr x = c.bool_const("x");
    expr y = c.bool_const("y");
    expr e = (!(x && y)) == (!x || !y);

    solver s(c);
    s.add(!e);

    switch (s.check()) {
    case unsat:   std::cout << "Formula je validna"; break;
    case sat:     std::cout << "Formula nije validna"; break;
    case unknown: std::cout << "Rezultat je nepoznat"; break;
    }
}
```

Primer 16 ilustruje kreiranje celobrojnih konstanti i jednostavne neinterpretirane funkcije upotrebom klase `func_decl`. Prilikom definisanja funkcije navodi se njeno ime kao i sorte argumenta i povratne vrednosti. Ilustruje se kreiranje složenijeg

izraza upotrebom metode `implies` koji odgovara logičkom operatoru implikacije. Složeniji izraz prosleđuje se solveru i proverava se njegova zadovoljivost.

Primer 16 *Primer demonstrira upotrebu neinterpretiranih funkcija dokazivanjem formule x = y => g(x) = g(y). Dodaje se negacija prethodno navedene formule. U zavisnosti od rezultata, štampa se odgovarajuća poruka.*

```
void primer_sa_neinterpretiranim_funkcijama() {
    context c;
    expr x       = c.int_const("x");
    expr y       = c.int_const("y");
    sort I       = c.int_sort();
    func_decl g = function("g", I, I);

    solver s(c);
    expr e = implies(x == y, g(x) == g(y));
    s.add(!e);
    if (s.check() == unsat)
        std::cout << "dokazano";
    else
        std::cout << "nije dokazano";
}
```

U primeru 17 korišćenjem metode `get_model` pristupa se modelu koji je solver vratio. Vrši se evaluacija izraza dobijenih iz modela primenom metode `eval`.

Primer 17 *Rešavaču se prosleđuju jednostavna ograničenja nad konstantama. Zatim se vrši evaluacija jednostavnih izraza nad konstantama definisanih u modelu.*

```
void eval_primer() {
    context c;
    expr x = c.int_const("x");
    expr y = c.int_const("y");
    solver s(c);

    s.add(x < y);
    s.add(x > 2);
    std::cout << s.check();

    model m = s.get_model();
    std::cout << "Model:" << m;
    std::cout << "x+y = " << m.eval(x+y);
```

```
14 }
```

Primer 18 ilustruje pronalaženje interpretacija konstanti modela za problem linearne aritmetike uvođenjem ograničenja. Pokazuje se kako se korišćenjem klase `func_decl` pristupa konstantama modela kao funkcijskim simbolima arnosti 0.

Primer 18 *Rešavaču se prosleđuju jednostavna ograničenja linearne aritmetike* $x >= 1$ *i* $y < x + 3$. *Ispisuju se imena i interpretacije konstanti modela korišćenjem funkcije* `arity` *klase* `func_decl`.

```
1  void primer_linearne_aritmetike() {
2      context c;
3      expr x = c.int_const("x");
4      expr y = c.int_const("y");
5      solver s(c);
6      s.add(x >= 1);
7      s.add(y < x + 3);
8      model m = s.get_model();
9
10     for(unsigned i = 0; i < m.size(); i++) {
11         func_decl v = m[i];
12         assert(v.arity() == 0);
13         std::cout << v.name() << "=" << m.get_const_interp(v);
14     }
15 }
```

Primer 19 ilustruje pronalaženje interpretacija realnih konstanti modela za problem nelinearne aritmetike uvođenjem ograničenja. Interpretacija realnih konstanti ispisuje se u celobrojnom i realnom formatu korišćenjem opcija za konfigurisanje formata ispisa klase `context`.

Primer 19 *Rešavaču se prosleđuju jednostavna ograničenja nelinearne aritmetike* $x^2 + y^2 = 1$ *i* $x^3 + z^3 < 0.5$. *Ispisuju se imena i interpretacije konstanti modela korišćenjem funkcije* `arity` *klase* `func_decl`.

```
1  void primer_nelinearne_aritmetike() {
2      context c;
3      expr x = c.real_const("x");
4      expr y = c.real_const("y");
```

```
    expr z = c.real_const("z");

    solver s(c);
    s.add(x*x + y*y == 1);
    s.add(x*x*x + z*z*z < c.real_val("1/2"));

    std::cout << s.check();
    model m = s.get_model();
    std::cout << m;

    for(unsigned i = 0; i < m.size(); i++) {
        func_decl v = m[i];
        assert(v.arity() == 0);
        std::cout << v.name() << "=" << m.get_const_interp(v);
    }

}
```

Primer 20 ilustruje pronalaženje interpretacija konstanti koje imaju bitvektorsku reprezentaciju korišćenjem metode `bv_const` klase `context`. Parametri ove metode su ime i broj mesta za zapisivanje konstante.

Primer 20 *Rešavaču se prosleđuje ograničenje* $x^y - 103 = x*y$. *Ispisuju se imena i interpretacije konstantni predstavljenih bitvektorom dužine 32 korišćenjem funkcije* `arity` *klase* `func_decl`.

```
void primer_sa_bitvektorima() {
    context c;
    expr x = c.bv_const("x", 32);
    expr y = c.bv_const("y", 32);

    solver s(c);
    s.add((x ^ y) - 103 == x * y);
    std::cout << s.check();
    std::cout << s.get_model();

    for(unsigned i = 0; i < m.size(); i++) {
        func_decl v = m[i];
        assert(v.arity() == 0);
        std::cout << v.name() << "=" << m.get_const_interp(v);
    }
}
```

Glava 4

Zaključak

Literatura

[1] C. Barrett i R. Sebastiani. *Satisfiability Modulo Theories, Frontiers in Artificial Intelligence and Applications*. 1987, str. 825–885.

[2] Armin Biere i Marijin Heule. *Handbook of Satisfiability, volume 185 of Frontiers in Artificial Intelligence and Applications*. 2009.

[3] J. Levitt C. Barrett D. Dill. *A decision procedure for bit-vector arithmetic*. 1998, str. 522–527.

[4] Aaron Stump Clark Barrett. *The SMT-LIB Standard - version 2.0*. 2013.

[5] B. Dutertre i L. de Moura. *A Fast Linear-Arithmetic Solver for DPLL(T)*. 2006.

[6] R. W. House i T. Rado. *A Generalization of Nelson-Open's Algorithm for Obtaining Prime Implicants*.

[7] Leonardo de Moura i Nikolaj Bjorner. *Z3 - An Efficient SMT Solver, Microsoft Research*. 2008, str. 337–340.

[8] Microsoft Research. *Automatically generated documentation for the Z3 APIs*. `http://z3prover.github.io/api/html/index.html`. 2016.

[9] Microsoft Research. *Automatically generated documentation for the Z3 C++ API*. `https://z3prover.github.io/api/html/group__cppapi.html`. 2016.

Biografija autora