

# ALGORITMOS EVOLUTIVOS MULTI OBJETIVOS

Miguel Cárdenas-Montes

Existen escenarios reales en los cuales la resolución del problema requiere optimizar objetivos los cuales pueden ser conflictivos entre ellos. Esta necesidad hace que las técnicas necesarias para la resolución de problemas multiobjetivos sean diferentes de las técnicas monoobjetivos. Por ello es necesario conocer las guías que marcan el funcionamiento de este tipo de algoritmos.

Objetivos:

- Conocer las técnicas evolutivas más populares aplicables a la resolución de problemas multiobjetivos.

Este documento puede contener imprecisiones o errores. Por favor no lo utilice para citarlo como una fuente fiable.

## 1 Introducción

Un algoritmo evolutivo puede definirse de manera simplista como un algoritmo que actúa sobre un conjunto de soluciones candidatas a través de dos actividades o principios: selección y variación. Mientras que la selección trata de imitar la competición por los recursos que existe en la naturaleza y por la reproducción de los seres vivos, la variación trata de imitar capacidad de creación de nuevas formas de vida a través de la recombinación y la mutación.

MOEA = MultiObjective Evolutionary Algorithm, Algoritmo Evolutivo MultiObjetivo.

## 2 Principios Básicos

### 2.1 Optimización Multiobjetivo

En la optimización monoobjetivo, existe una función que evalúa la calidad de la solución  $\mathbf{X}$  desde el espacio de decisión (*decision space*) al espacio de objetivo (*objective space*),  $f: \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}$ , donde  $\mathbf{Y} \subseteq \mathbb{R}$ . El valor de  $\mathbf{Y}$  evalúa la calidad de la solución. De esta forma la evaluación de dos soluciones  $x_1$  y  $x_2$  se hará en función de los valores  $y_1$  e  $y_2$ , siendo  $y_1 = f(x_1)$  e  $y_2 = f(x_2)$ . En caso de buscar un máximo, la solución  $y_1$  es mejor que  $y_2$  si  $y_1 > y_2$ .

Si la función de evaluación,  $f$ , es multidimensional entonces  $\mathbf{Y} \subseteq \mathbb{R}^k$  con  $k > 1$ . En este caso, determinar si una solución es mejor que otra es más complejo.

Un concepto ampliamente difundido es el concepto de *dominancia de Pareto*. Se dice que una solución  $\mathbf{y}_1$  domina a otra solución  $\mathbf{y}_2$ ,  $\mathbf{y}_1 \succ \mathbf{y}_2$ , si ninguna componente de  $\mathbf{y}_1$  es más pequeña que la componente correspondiente de  $\mathbf{y}_2$  y al menos una componente es mayor. Si  $\mathbf{y}_1 \succ \mathbf{y}_2$ , entonces  $\mathbf{x}_1$  domina  $\mathbf{x}_2$ ,  $\mathbf{x}_1 \succ \mathbf{x}_2$ . Por lo tanto una solución óptima es aquella que no es dominada por ninguna otra solución. Pueden

coexistir múltiples soluciones óptimas, representado cada una de ellas diferentes compromisos entre las funciones objetivos.

Se denomina *conjunto de Pareto* al conjunto  $\mathbf{X}^* \subseteq \mathbf{X}$  a un subconjunto de soluciones no dominadas, y *frente de Pareto* al equivalente en el espacio de soluciones  $\mathbf{Y}^* \subseteq \mathbf{Y}$ .

## 2.2 Computación Evolutiva

Generar un conjunto de Pareto es una tarea computacionalmente intensiva, y normalmente inalcanzable debido a la complejidad del problema que previene que se puedan encontrar soluciones exactas. Por esta razón, los algoritmos evolutivos son útiles para la búsqueda de estas soluciones.

Tal y como se ha dicho al principio un EA consiste en: partiendo de un conjunto de soluciones candidatas aplicar procesos de selección y modificación a dichas soluciones de forma que éstas mejoren a lo largo de estos ciclos. Debe además implementarse algún mecanismo que evite el estancamiento de las soluciones. Finalmente, es necesario implementar un mecanismo de parada del algoritmo.

El objetivo final de un MOEA es proporcionar a las personas que toman las decisiones un conjunto de soluciones tan próximas al frente de Pareto como sea posible, y que a su vez estas soluciones sean tan diversas como sea posible. Este segundo requerimiento permitirá presentar un conjunto de soluciones con diferentes compromisos entre los criterios que se tienen que optimizar.

Por esta razón, la diversidad de soluciones es un criterio importante en el diseño de los MOEA. No es considerado como una buena solución del algoritmo, aquel que proporciona muy buenas soluciones (muy cercanas al frente de Pareto), pero todas casi idénticas.

## 2.3 Asignación del Fitness

En los algoritmos evolutivos monoobjetivo, la función objetivo y la función de fitness son idénticas. Sin embargo en los MOEA la asignación de fitness y la selección deben cubrir varias funciones objetivo diferentes.

En general se pueden distinguir tres tipos de estrategias para la asignación del fitness:

**Basados en agregación.** En estos se agregan las funciones objetivos en una sola función objetivo parametrizada. Los parámetros de esta función son modificados durante la ejecución para encontrar soluciones no dominadas en vez de una sola solución. Este tipo de metodología tiene la desventaja de que el muestreo del frente de Pareto puede ser parcial, no encontrando todas las soluciones.

**Basados en criterio.** En estos métodos se cambian de función objetivo durante la fase de selección. Cada vez que un individuo es seleccionado para la reproducción, una función objetivo diferente decidirá si pasa a la siguiente generación o no.

**Basados en Pareto.** Algunos de estos algoritmos utilizan el ranking de dominancia", el número de individuos por los cuales un individuo es dominado. Otros hacen uso de la "profundidad de dominancia", la población es dividida en varios frentes y la profundidad indica a qué frente pertenece el individuo. Existen varias técnicas más, pero en todas ellas el fitness está relacionado con la población en su conjunto.

**Dominance rank:** el criterio se basa en por cuántos individuos es un individuo dominado. Algoritmos: MOGA y NPGA

**Dominance count:** el criterio se basa en a cuántos individuos domina un individuo. Algoritmos: SPEA, SPEA2

**Dominance depth:** el criterio se basa en qué frente de dominancia está localizado el individuo. Algoritmos: NSGA y NSGA-II.

## 2.4 Preservación de la Diversidad

La preservación de soluciones lo más diversas posibles es un objetivo en el diseño de MOEAs. Así algunos de ellos incorporan información sobre la densidad de soluciones: la posibilidad de que un individuo sea seleccionado es inversamente proporcional a la densidad de individuos en la zona. De esta forma algunos MOEA pueden ser clasificados como técnicas de estimación estadística de la densidad.

Otros MOEAs son métodos denominados *kernel* ya que definen la vecindad de un punto como una función de la distancia a otros puntos.

La técnica del k-ésimo vecino más próximo (*k-th nearest neighbor*) utiliza la distancia al k-ésimo vecino más próximo para estimar la densidad en el vecindario de la solución.

También pueden utilizarse histogramas para estimar la densidad del entorno de la solución. Se hace una división cartesiana y se cuentan cuantos puntos hay en cada división.

## 2.5 Elitismo

El elitismo tiene por objetivo no perder las buenas soluciones encontradas durante el proceso de optimización. En algunos algoritmos estas buenas soluciones pueden perderse por efectos aleatorios.

Una posible forma de evitar la pérdida de estas buenas soluciones es juntar tanto la población de padres y de descendientes, y establecer

un mecanismo de selección que incluya individuos de ambos subgrupos como si fuera uno solo. Esto evitará el reemplazo directo de la población de la generación por una completamente nueva.

Alternativamente, se puede mantener una población auxiliar, llamada *archive*, en la cual se mantienen las soluciones prometedoras. La finalidad de esta estructura es mantener un conjunto de soluciones extras, que pueden ser incorporadas a los procesos de selección. Una cuestión a tener en cuenta es que las soluciones no dominadas deben tener preferencias sobre las dominadas.

Muchos MOEAs hacen uso de una combinación de dominancia y densidad para elegir los individuos que deben conservar en el archivo en cada generación. El espacio alrededor del individuo es dividido en cuadrados, y se cuentan cuantos individuos hay dentro de cada cuadrado. Esto permite estimar la densidad de individuos de un área.