Introducción a la Inteligencia Predictiva en R con aplicaciones:

Modelos ARIMA.

Diego J. Pedregal
Universidad de Castilla-La Mancha
Diego.Pedregal@uclm.es

Universidad de Sevilla
15-16 de Noviembre de 2018

Modelos ARIMA

Auto

Regressive

Integrated

Moving

Average

1. Sin estacionalidad
2. Con estacionalidad

Modelos ARIMA sin estacionalidad

- Sin estacionalidad:

AR(p): p retardos de variable

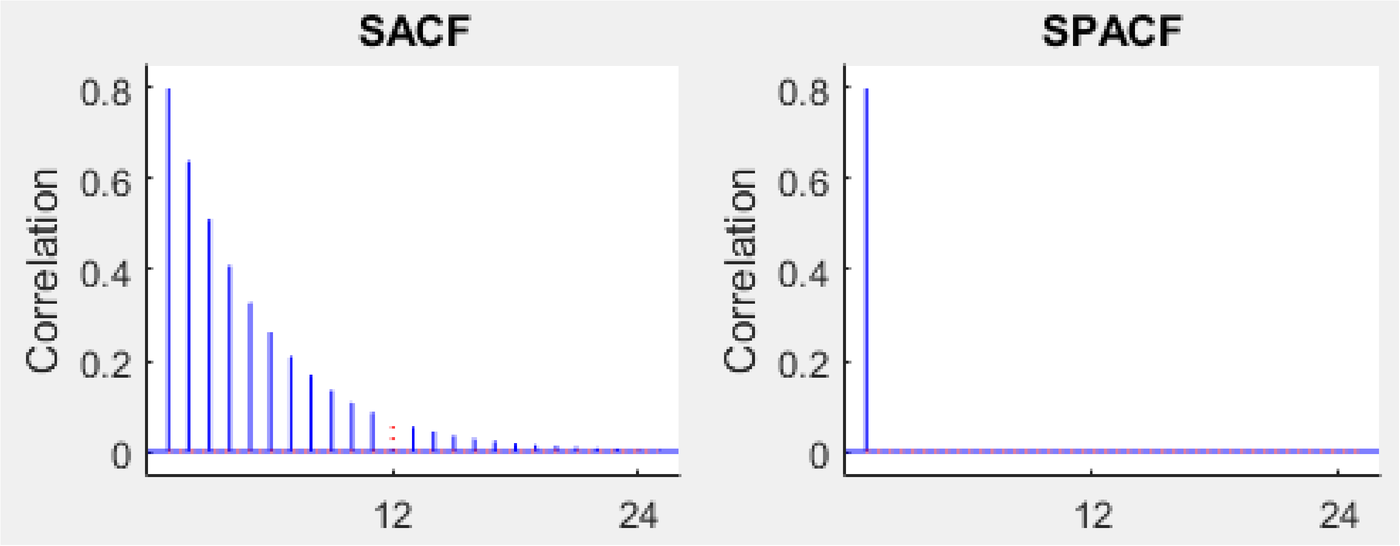
I(d): d diferencias para que sea estacionaria

MA(q): q retardos del término de error

ARIMA(p,d,q)

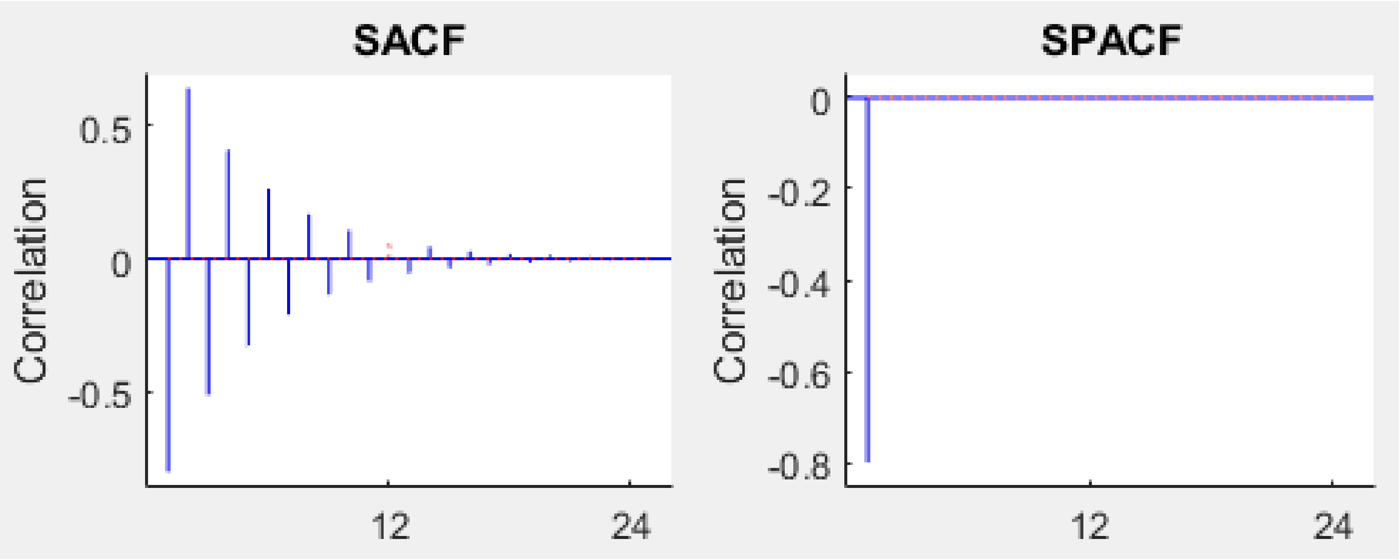
Modelo AR(p) sin estacionalidad

- $y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + a_t$
- AR(1): $y_t = \phi_1 y_{t-1} + a_t$
- AR(1): $y_t = 0.8 y_{t-1} + a_t$



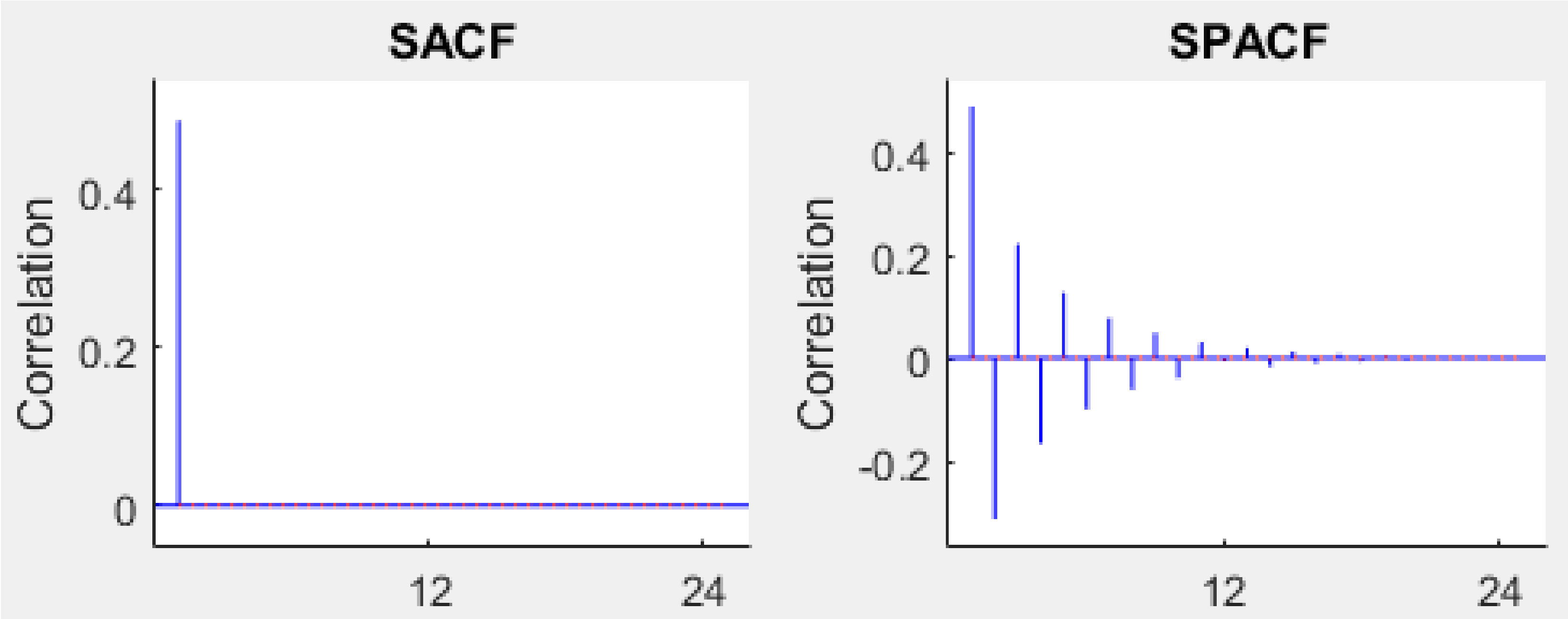
Modelo AR(1) sin estacionalidad

- AR(1): $y_t = -0.8y_{t-1} + a_t$



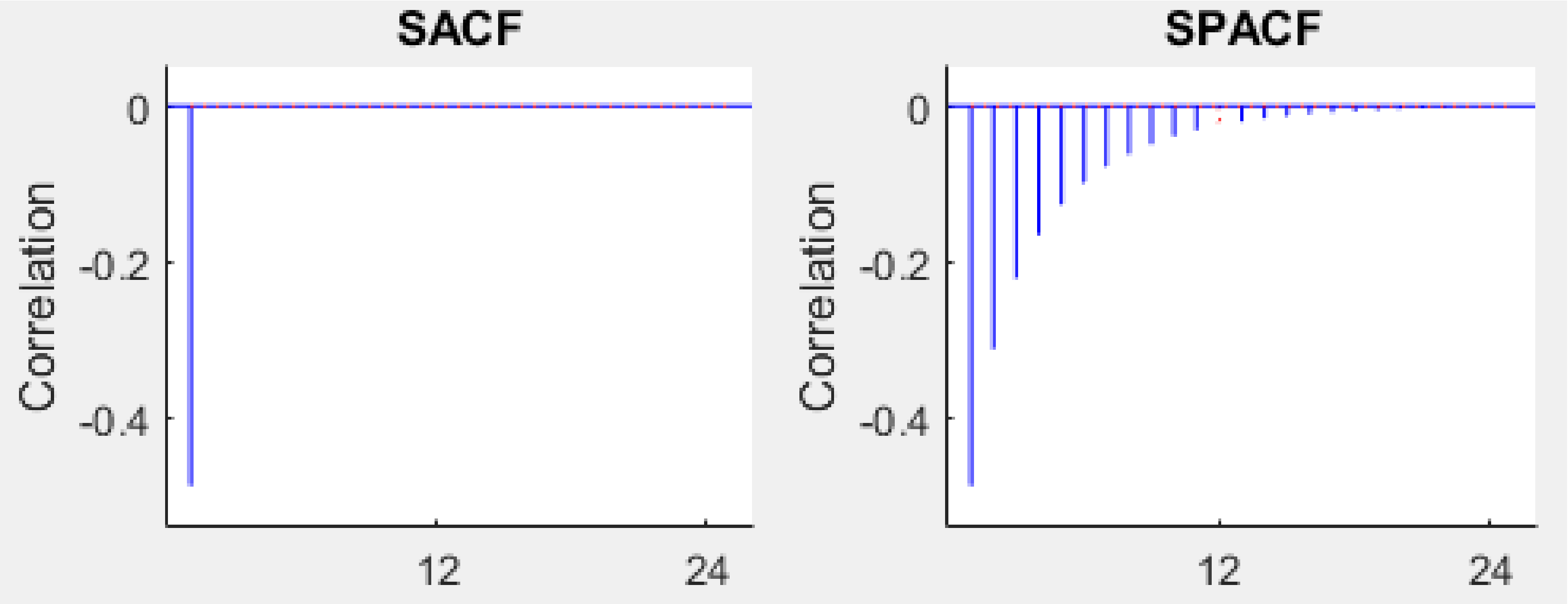
Modelos MA(q) sin estacionalidad

- $y_t = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \cdots + \theta_q a_{t-q}$
- MA(1): $y_t = a_t + \theta_1 a_{t-1}$
- MA(1): $y_t = a_t + 0.8 a_{t-1}$



Modelos MA(q) sin estacionalidad

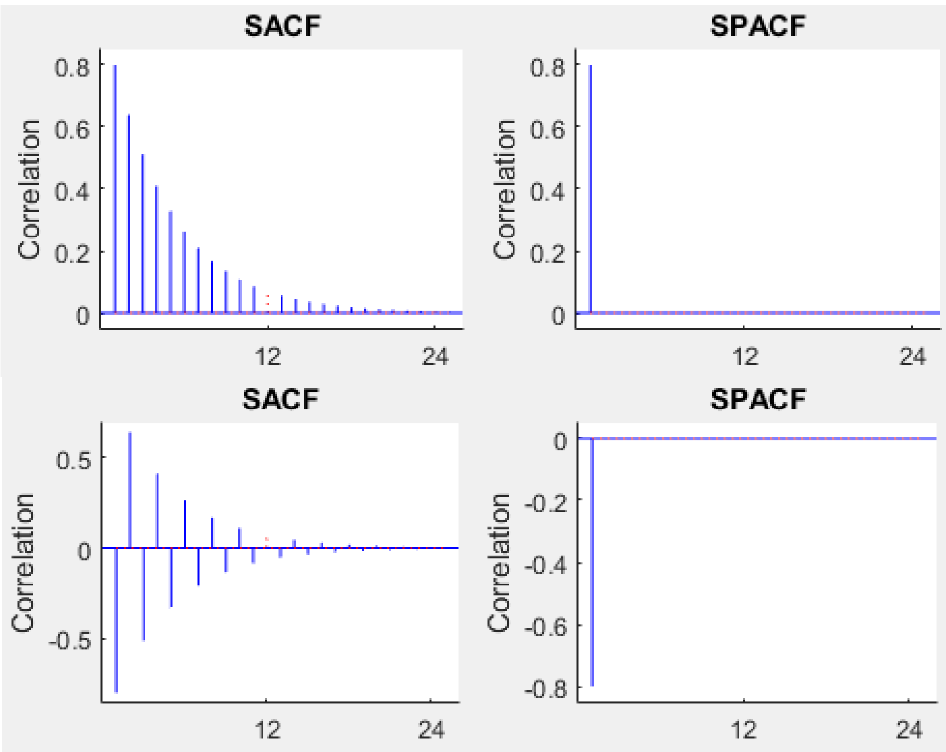
- $y_t = a_t - 0.8a_{t-1}$



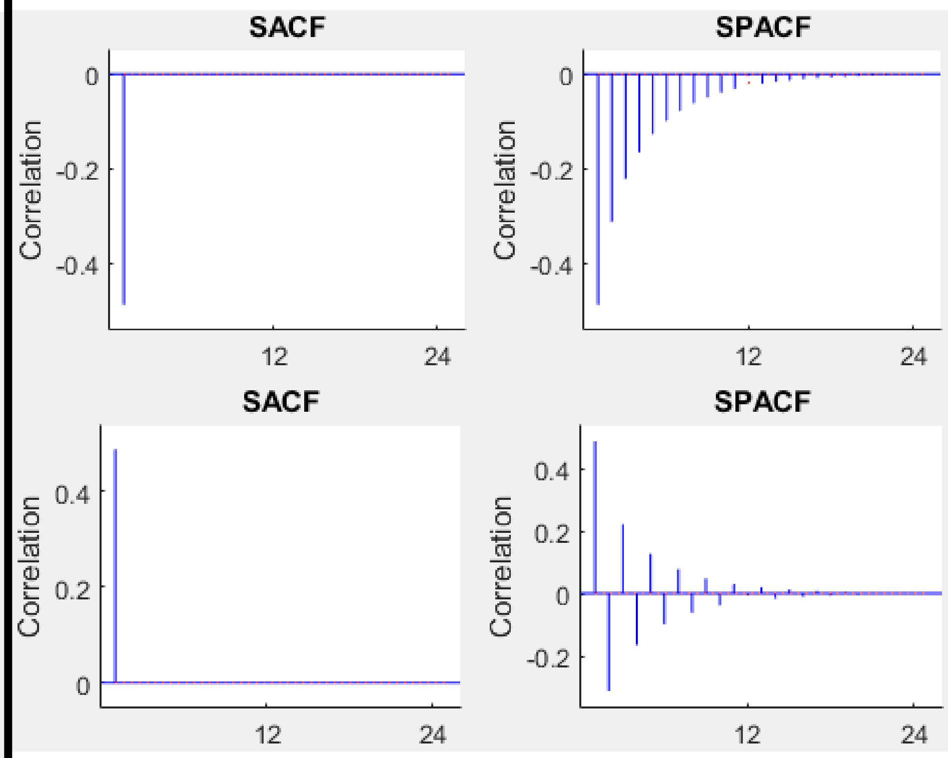
Modelos MA(1) sin estacionalidad

- Dualidad:

AR(1)



MA(1)

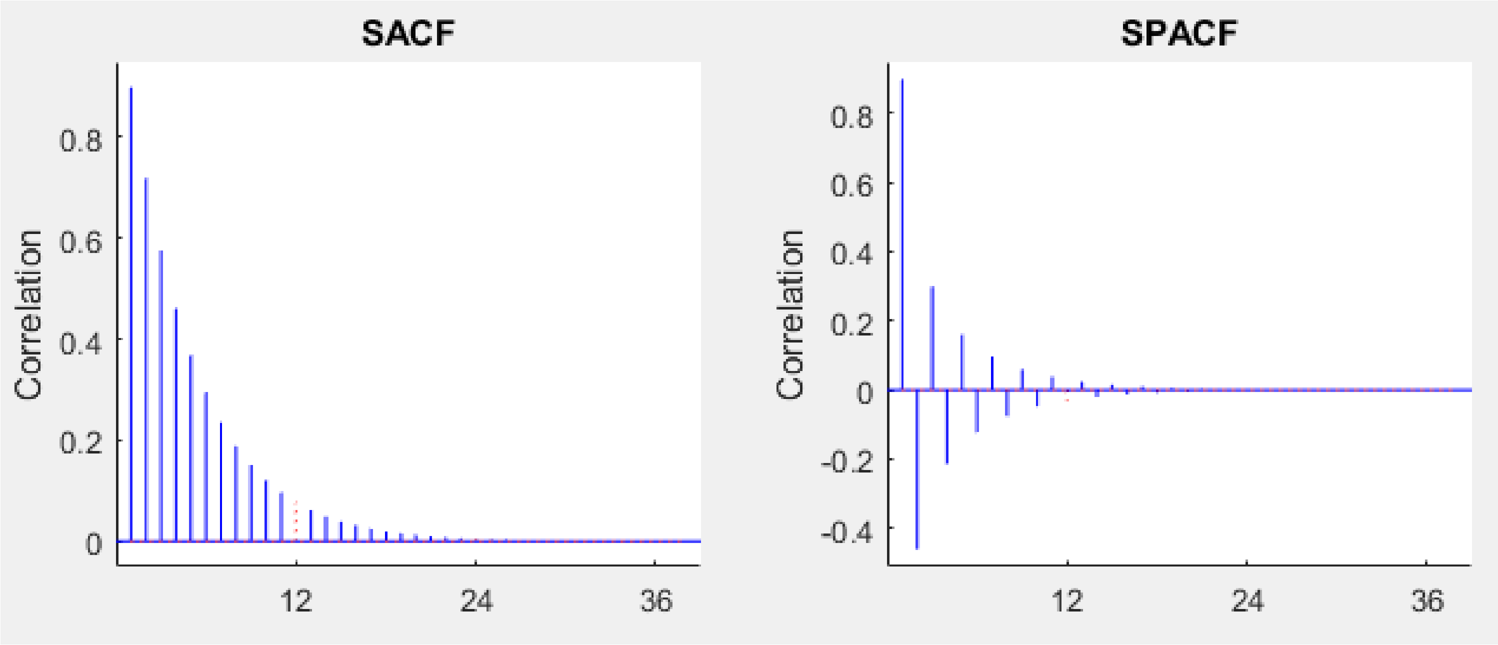


UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA

PRÁCTICA #2.7

Modelos ARMA(p,q) sin estacionalidad

- $y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \cdots + \theta_q a_{t-q}$
- ARMA(1, 1): $y_t = \phi_1 y_{t-1} + \theta_1 a_{t-1} + a_t$
- ARMA(1, 1): $y_t = 0.8 y_{t-1} + a_t - 0.8 a_{t-1}$



Modelos ARIMA(p,d,q) sin estacionalidad

- Crear serie z_t que sea la serie y_t diferenciada *d* veces.
- Si necesitamos 1 diferencia para reducir a estacionariedad la serie y_t, diremos que y_t es integrada de orden 1, o I(1). En ese caso $d = 1$.
- $$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \cdots + \phi_p z_{t-p} + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \cdots + \theta_q a_{t-q}$$
- Casos particulares:
  - Ruido blanco: ARIMA(0, 0, 0)
  - Paseo aleatorio: ARIMA(0, 1, 0)
  - Paseo aleatorio con deriva: ARIMA(0, 1, 0) con constante
  - AR(p): ARIMA(p, 0, 0)
  - MA(q): ARIMA(0, 0, q)

Estimación de modelos ARIMA

- Primero necesitamos haber identificado los órdenes *p*, *d* y *q*
- Calcular serie estacionaria diferenciando *d* veces la serie original.
- Dados valores concretos para los parámetros podemos calcular el vector *condicionado* de residuos de forma recursiva. Por ejemplo, para un ARMA(1,1):

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \theta_1 a_{t-1} + a_t$$
$$a_t = z_t - \phi_1 z_{t-1} - \theta_1 a_{t-1}$$
$$\left\{\begin{matrix} a_1 = z_1 - \phi_1 z_0 - \theta_1 a_0 \\ a_2 = z_2 - \phi_1 z_1 - \theta_1 a_1 \\ \vdots \end{matrix}\right\}$$

- Depende de valores iniciales a_0 y z_0

Estimación de modelos ARIMA

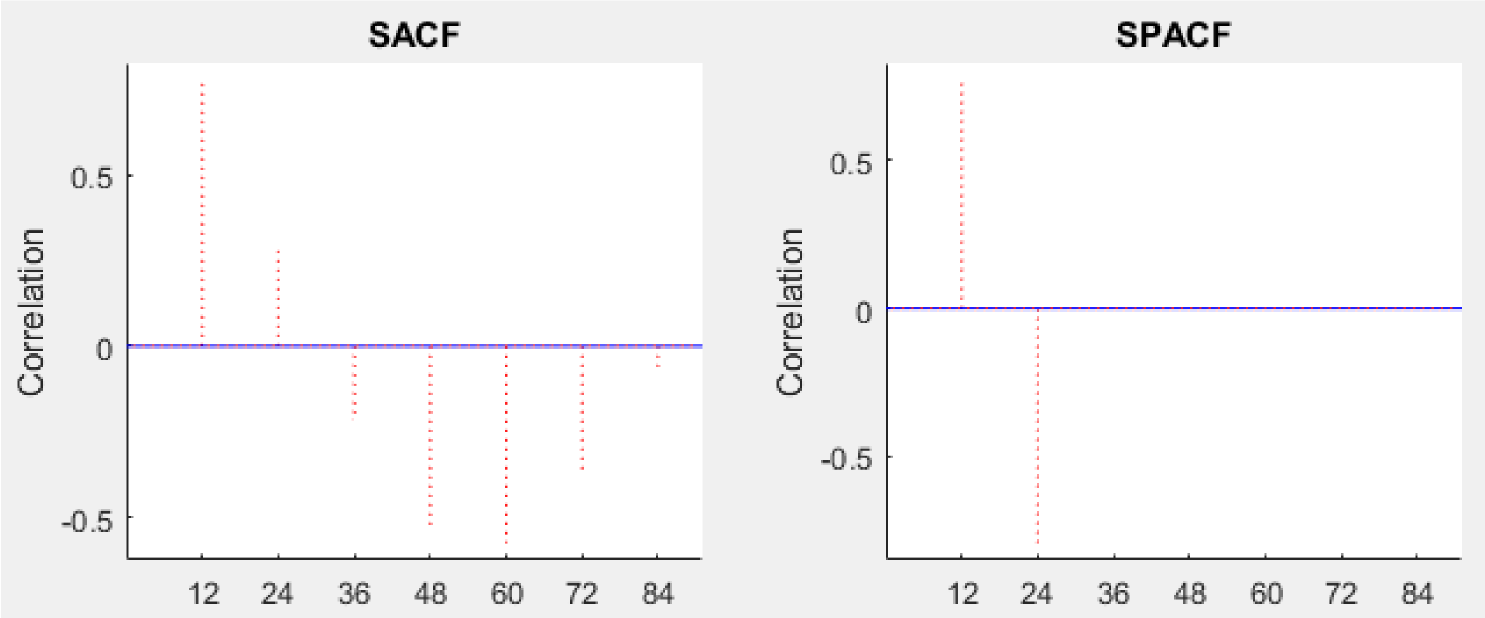
- La función objetivo es Máxima Verosimilitud Exacta o Condicionada que es parecida a la suma al cuadrado de residuos, es decir,

$$SCR = \sum_{t=p+1}^{T} a_t^2$$

- Mediante un algoritmo de optimización buscamos los parámetros que minimizan la función objetivo
- Selección de modelos (*p* es el número de parámetros):
  - $\mathrm{AIC} = -2\ln(verosimilitud) + 2p$
  - BIC ó $\mathrm{SBC} = \mathrm{AIC} + p[\ln(n) - 2]$

Modelos ARMA(p,q) CON estacionalidad

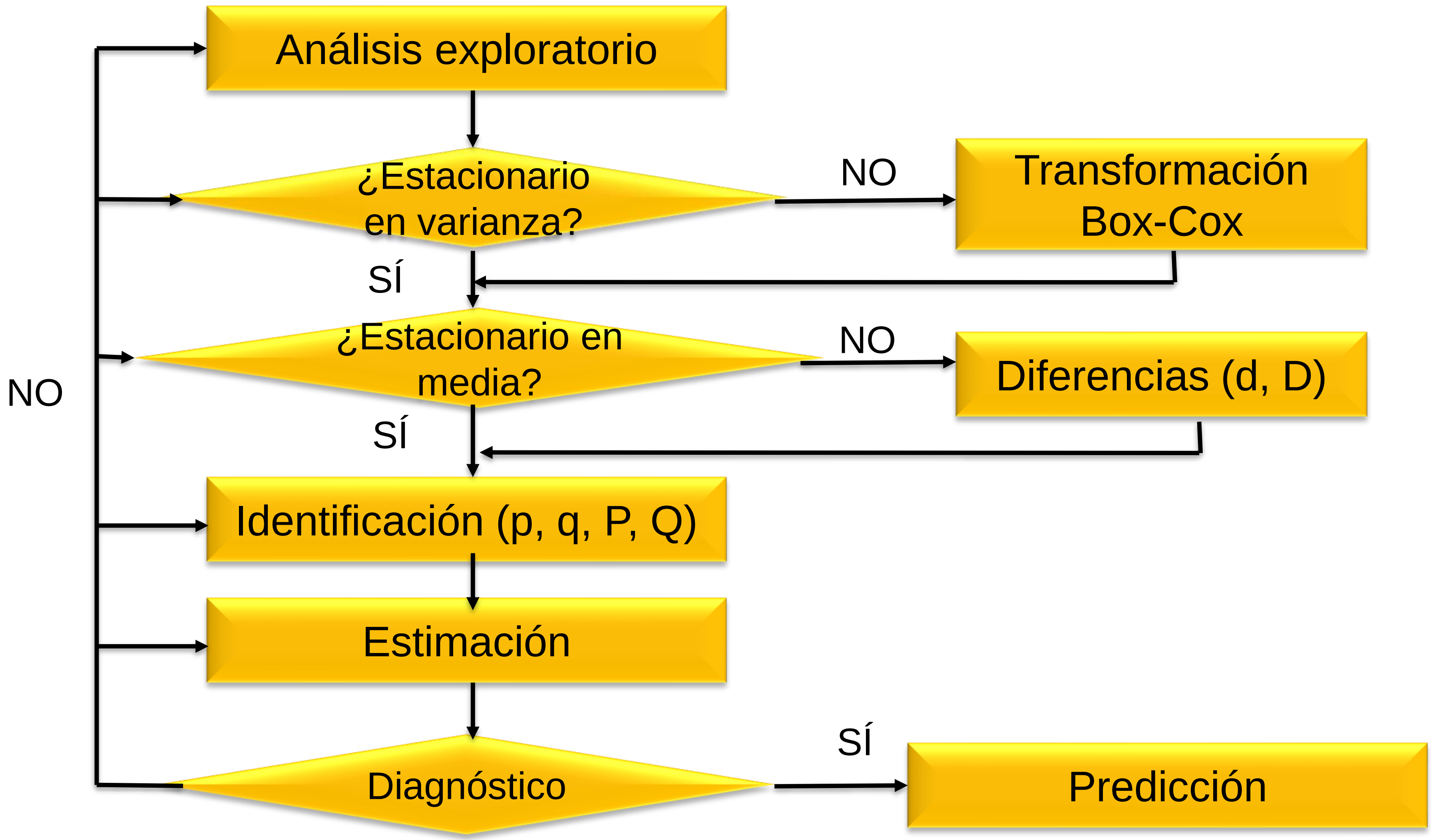
- $y_t = \phi_1 y_{t-s} + \phi_2 y_{t-2s} + \cdots + \phi_p y_{t-ps} + a_t + \theta_1 a_{t-s} + \theta_2 a_{t-2s} + \cdots + \theta_q a_{t-qs}$
- ARMA$(2, 0)_{12}$: $y_t = \phi_1 y_{t-12} + \phi_2 y_{t-24} + a_t$
- ARMA$(2, 0)_{12}$: $y_t = 1.4 y_{t-12} - 0.8 y_{t-24} + a_t$



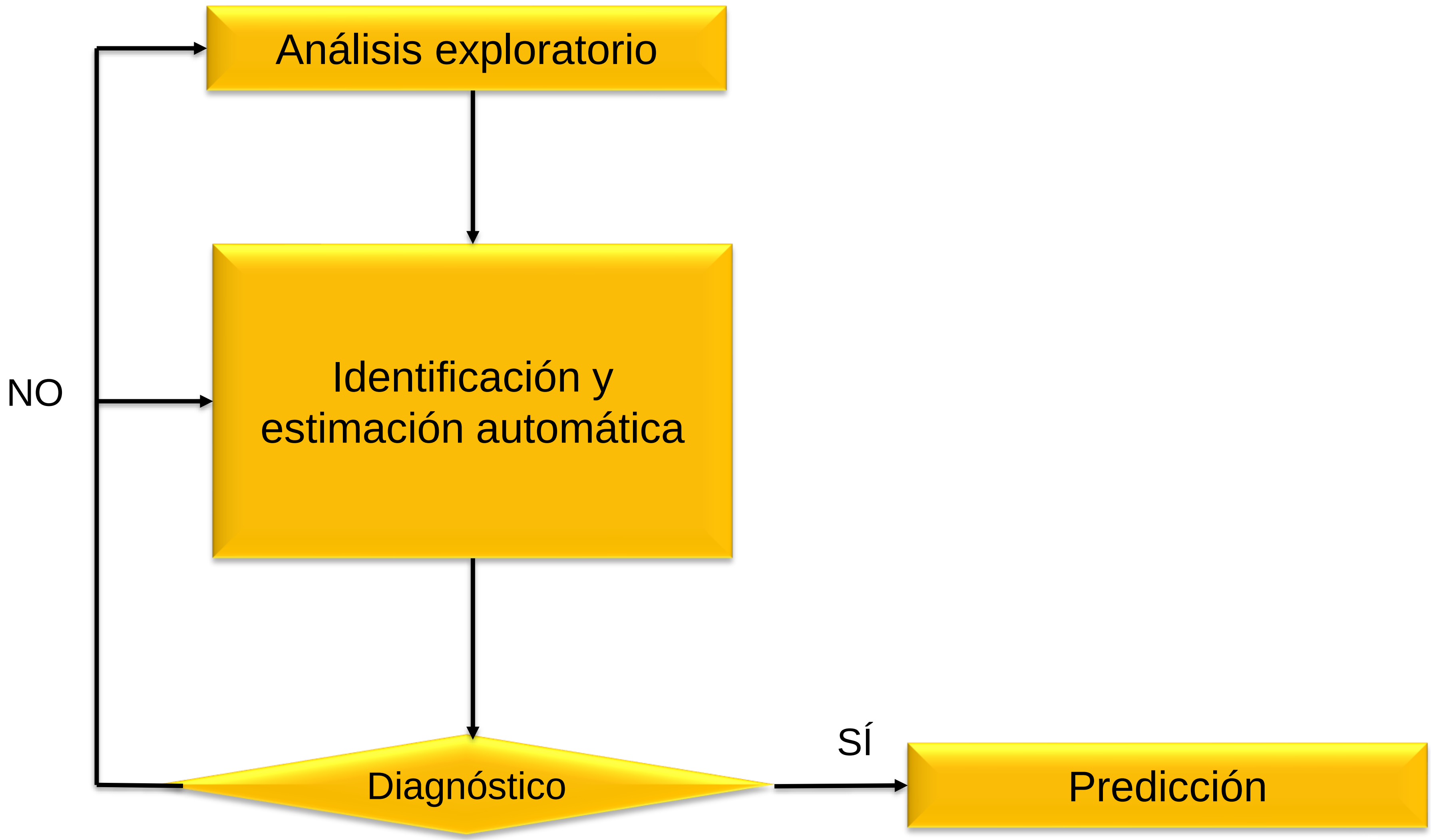
Modelos ARIMA CON estacionalidad

- ARIMA(p, d, q) x $(P, D, Q)_s$
  - Diferencias: D, d
  - Parte regular: ARMA(p,q)
  - Parte estacional: $ARMA(P,Q)_s$

Estrategia manual ARIMA



Estrategia automática ARIMA



PRÁCTICA #2.8

PRÁCTICA #2.9