

Jump-2d: kwadratische functies

Jelle Sjollema

15 oktober 2025

1 de asymmetrische sprong

Als een sprong niet op dezelfde hoogte eindigt al dat de sprong begint, is het een asymmetrische sprong. Dit kan gebeuren als de player ergens op, of juist ergens vanaf springt. Dit gaat invloed hebben op de tijd dat een sprong duurt. We gaan er wel vanuit dat de sprong op of rond het aardoppverlakte plaatsvindt, zodat wij de zwaartekracht gedurende de sprong als constante kunnen beschouwen

1.1 de quadratic formula

Om de hoogte tussen de hoogte van de sprong en tijd te beschrijven gaan we uit van de vierkantsvergelijking, met x als variabele en a , b en c als parameters (getallen die gedurende het gebruik van de functie gelijk blijven)

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

In de wiskunde is een oplossing voor dit soort vergelijkingen gevonden. Deze oplossing heet de 'quadratic formula' (in het Nederlands de wortelformule of abc-formule genoemd). Deze oplossing is:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (2)$$

- Het gedeelte $\sqrt{b^2 - 4ac}$ heet 'de discriminant'. Belangrijk is dat deze discriminant 3 mogelijkheden heeft
 - De discriminant is een positief getal: Dat betekent dat er vanwege het \pm -teken twee verschillende uitkomsten zijn
 - De discriminant is nul: dat betekent dat er één oplossing is en dat de top (of minimum) van de parabool ook direct het nulpunt is
 - De discriminant is negatief: dat betekent dat er geen (reeele) oplossingen zijn en de parabool dus niet de x -as raakt of kruist

Voorbeeld Los op de vierkantsvergelijking $4x^2 + 2x - 5 = 0$

a = 4, b = 2, c = -5 invullen in de quadratic formula

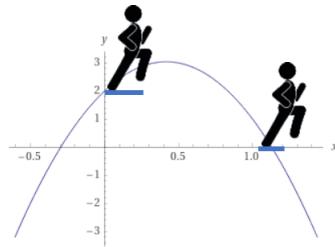
$$\begin{aligned}
 x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 &= \frac{-2 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)}}{2 \cdot 4} \\
 &= \frac{-2 \pm \sqrt{16 - (-40)}}{8} \\
 &= \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{8} \\
 &= \frac{-2 \pm 8}{8} \\
 &= \frac{-2 + 8}{8} \text{ or } \frac{-2 - 8}{8} \\
 &= \frac{6}{8} \text{ or } \frac{-10}{8} \\
 x_{1,2} &= \frac{3}{4} \text{ or } \frac{-5}{4}
 \end{aligned}$$

1.2 quadratic formula in physics

In de physics wordt de quadratic formula met name gebruikt om te berekenen hoe lang een sprong of de vlucht van een projectiel gaat duren. Als je de algemene vierkantsvergelijking $ax^2 + bx - c = 0$ gebruikt voor de zwaartekracht, dan gebruik je als variabele tijd t en als parameters $a = -\frac{1}{2}g$ en $b = v_0$ en $c = y_0$. Dat leidt dit tot de formule

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0 \quad (3)$$

voorbeeld Als je deze gebruikt voor bijvoorbeeld een sprong omlaag van y=2 naar y=0 bij een zwaartekracht van $g = 10 \text{ m/s}^2$ en een beginsnelheid van 10m/s



Als eerste kan je vierkantsvergelijking nu invullen

$$\begin{aligned}
 y(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0 \\
 0 &= -\frac{1}{2}10t^2 + 10t + 2 \\
 0 &= -5t^2 + 10t + 2
 \end{aligned}$$

Nu kunnen de waardes a,b en c in de quadratic formula worden ingevuld:

$$\begin{aligned}
 t_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 &= \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4(-5)2}}{2(-5)}
 \end{aligned}$$

$$t \approx -0.183218 \text{ or } t \approx 1.18322$$

de sprong bereikt $y=0$ dus na -0.183218 seconden of na 1.18322 seconden. De eerste oplossing (-0.183218) is de tijd die voor de sprong op 0 was gekomen, dus we moeten de tweede oplossing gebruiken

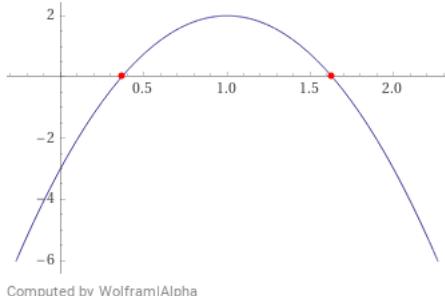
Als de sprong van y_0 niet naar $y=0$ gaat, maar naar een waarde $y = y_1$, kan de formule ook gebruikt worden, maar moet je de doelhoogte y_1 aftrekken van de beginhoogte y_0 . Het gaat bij deze sprong om het hoogteverschil.

Dus een sprong van $y_0 = 2$ naar $y_1 = 5$ met zwaartekracht 10 m/s^2 en beginsnelheid $v_0 = 10 \text{ m/s}$ duurt:

$$\begin{aligned}y_1 &= -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0 \\0 &= -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + (y_0 - y_1) \\0 &= -\frac{1}{2}10t^2 + 10t + (2 - 5) \\0 &= -\frac{1}{2}10t^2 + 10t - 3\end{aligned}$$

Invullen in de quadratic formula geft

$$\begin{aligned}t_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\&= \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4(-5)(-3)}}{2(-5)} \\t &\approx 0.367544 \text{ or } t \approx 1.63246\end{aligned}$$



Computed by Wolfram|Alpha