

1

a)

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

p	q	$p \wedge (p \vee q)$	p
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	0	0
0	0	0	0

b)

$$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

p	q	$p \vee (p \wedge q)$	p
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	0	0
0	0	0	0

c)

$$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (p \vee r)$$

p	q	r	$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$	$p \rightarrow (p \vee r)$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	1	1
0	0	0	1	1

Não há equivalência lógica

d)

$$p + q \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$$

p	q	$p + q$	$(p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$
1	1	0	0
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

e)

$$(p \leftrightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \vee r$$

p	q	r	$(p \rightarrow q) \vee r$	$(p \leftrightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	1	1
0	0	0	1	1

2

Não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto

$$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

Não é verdade que Pedro é pobre ou Não é verdade que Alberto é alto

3

Não é verdade que Se Pedro é pobre então Alberto é alto

$$\sim(p \rightarrow q)$$

$$p \wedge \sim q$$

4

Não é verdade que Pedro é pobre sse Alberto é alto

$$\sim(p \leftrightarrow q)$$

$$p + q$$

Pedro é pobre e não é verdade que Alberto é alto

5

Algum carro é veloz

Nenhum carro é veloz

6

Algum livro não é ilustrado

Todo o livro é ilustrado

7

a) $(X \wedge Y) = \sim(X \wedge Y) = \sim X \vee \sim Y$

b) $(\sim X \wedge Y) = \sim(\sim X \wedge Y) = X \vee \sim Y$

c) $(\sim X \wedge \sim Y) = X \vee Y$

d) $(X \vee Y) = \sim(X \vee Y) = \sim X \wedge \sim Y$

e) $(\sim X \vee Y) = X \wedge \sim Y$

f) $(\sim X \vee \sim Y) = X \wedge Y$

g) $(X \rightarrow Y) = \sim(X \rightarrow Y) = X \wedge \sim Y$

h) $(\sim X \rightarrow Y) = \sim(\sim X \rightarrow Y) = \sim X \wedge \sim Y$

i) $(\sim X \rightarrow \sim Y) = \sim X \wedge Y$

j) $(X \leftrightarrow Y) = \sim(X \leftrightarrow Y) = X + Y$

k) $(\sim X \leftrightarrow Y) = \sim X + Y$

8

a) A contrapositiva de $(p \rightarrow \sim q)$

$$\sim q \rightarrow p$$

$$q \rightarrow \sim p$$

b) A contrária da contrapositiva de $[(\sim p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \vee q)]$

$$\sim(\sim p \vee q) \rightarrow \sim(\sim p \rightarrow q) \quad | \text{ contrapositiva}$$

$$\sim\sim(\sim p \vee q) \rightarrow \sim\sim(\sim p \rightarrow q) \quad | \text{ contrária}$$

$$(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim p \rightarrow q) \quad | \text{ simplificacao}$$

c) A recíproca da contrapositiva da contrária de $[(p \rightarrow \sim q) \rightarrow q]$

$$\sim(p \rightarrow \sim q) \rightarrow \sim q \quad | \text{ contrária}$$

$$\sim\sim q \rightarrow \sim\sim(p \rightarrow \sim q) \quad | \text{ contrapositiva}$$

$$\sim\sim(p \rightarrow \sim q) \rightarrow \sim\sim q \quad | \text{ recíproca}$$

$$\sim(p \rightarrow \sim q) \rightarrow \sim q \quad | \text{ simplificacao}$$

d) A recíproca da contrapositiva de $\{[(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow q] \rightarrow p\}$

$\sim p \rightarrow \sim[(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow q]$ | contrapositiva
 $\sim[(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow q] \rightarrow \sim p$ | recíproca

9

a) Pedro não é arquiteto ou Paulo é programador.

p = Pedro é arquiteto
 q = Paulo é programador

$\sim p \vee q$
 $q \vee \sim p$ | comutativa

b) João é programador sse Lucas é artista

p = João é programador
 q = Lucas é artista

$p \leftrightarrow q$
 $q \leftrightarrow p$ | comutativa

c) Paulo e Lucas são desenvolvedores

p = Paulo é desenvolvedor
 q = Lucas é desenvolvedor

$p \wedge q$
 $q \wedge p$ | comutativa

d) Paulo ou Lucas ou João são desenvolvedores.

p = Paulo é desenvolvedor
 q = Lucas é desenvolvedor
 r = João é desenvolvedor

$p \vee q \vee r$
 $p \vee (q \vee r)$ | associativa

10

a)

$(p \rightarrow q) \vee (p \vee q)$ | original

$(p \vee q) \vee (p \rightarrow q)$ | comutativa

$(\sim p \vee q) \vee (p \vee q)$ | condicional

$(p \rightarrow q) \vee (\sim p \rightarrow q)$ | condicional

b)

$(p \leftrightarrow q) \vee (\sim(p \wedge q) \rightarrow r)$ | original

$(p \leftrightarrow q) \vee ((p \wedge q) \vee r)$ | condicional

$(q \leftrightarrow p) \vee (\sim(p \wedge q) \rightarrow r)$ | comutativa

$((p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)) \vee (\sim(p \wedge q) \rightarrow r)$ | bicondicional

12

a) O tempo será frio e chuvoso.

$\sim(p \wedge q)$

$\sim p \vee \sim q$

O tempo não será frio ou não será chuvoso

b) Ele cometeu um erro ou não foi responsável.

$\sim(p \vee \sim q)$

$\sim p \wedge q$

Ele não cometeu um erro e foi responsável

c) Marina não é morena ou Ana é baixa.

$\sim(\sim p \vee q)$

$p \wedge \sim q$

Marina é morena e Ana não é baixa

d) Se o tempo está chuvoso então está frio.

$\sim(p \rightarrow q)$

$p \wedge \sim q$

O tempo está chuvoso e não está frio

e) Todos os corvos são negros.

Alguns corvos não são negros

f) Nenhum triângulo é retângulo.

Algum triângulo é retângulo

g) Alguns sapos são bonitos.

Nenhum sapo é bonito

h) Algumas vidas não são importantes

Todas as vidas são importantes

13

Verifique se as proposições abaixo são equivalentes, referenciando as regras de equivalência utilizadas. a)

$$r \vee r \Leftrightarrow r$$

3 - Idem potente

b)

$$p \rightarrow \sim q \Leftrightarrow \sim(p \wedge q) \quad | \text{ original}$$

$$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q \quad | \text{ 1}^\circ \text{ lei de morgan}$$

$$p \rightarrow \sim q \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

1 - condicional

c)

$$\sim p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge r)$$

9 - distributiva

d)

$$\sim p \rightarrow \sim q \Leftrightarrow q \rightarrow p$$

1 - condicional (contrapositiva)

2 - dupla negação

e)

$$\sim(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$$

$$\sim \sim p \wedge \sim q$$

$$p \wedge q$$

2 lei de morgan e dupla negação

f)

$$p \vee q \Leftrightarrow \sim(\sim p \wedge \sim q)$$

$$\sim(\sim p \wedge \sim q) \Leftrightarrow \sim \sim p \vee \sim \sim q \Leftrightarrow p \vee q$$

1 lei de morgan e dupla negação

g)

$$\sim p \rightarrow p \Leftrightarrow p$$

$$\sim p \rightarrow p \Leftrightarrow \sim \sim p \vee p \Leftrightarrow p \vee p$$

- 2 - dupla negacao
- 3 - Idem Potente

14

Q: A aula termina mais cedo ou não há festa hoje

a) Especifique a operação lógica envolvida em Q.

A operação lógica envolvida em Q é a OU

b) Escreva Q em linguagem simbólica.

p = A aula termina mais cedo

q = há festa hoje

$p \vee \sim q$

c) Escreva pelo menos duas proposições logicamente equivalentes a Q, referenciando as equivalências utilizadas.

$Q = p \vee \sim q$

$Q \Leftrightarrow (\sim p \rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (\sim q \vee p)$

Condicional e comutativa

d) Sabendo que a aula acabou mais cedo o que se pode afirmar sobre o valor lógico de Q

$Q = p \vee \sim q$

O valor lógico de Q é verdade.

15

Se não estudarmos, não seremos bons profissionais

p = Se estudarmos

q = seremos bons profissionais

$\sim p \rightarrow \sim q$

a) Determine a contrária da proposição dada.

$p \rightarrow q$

b) Determine a contrária da recíproca da contrapositiva da proposição gerada na alternativa a.

$\sim q \rightarrow \sim p$

$\sim p \rightarrow \sim q$

$p \rightarrow q$

c) Utilizando TVs verifique as equivalências lógicas existentes entre a contrapropositiva, a contrária a contrapositiva da proposição gerada na alternativa a.

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$	$q \rightarrow p$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1

reciproca \Leftrightarrow original

contrária \Leftrightarrow contrapositiva