Introduction to Reinforcement Learning

2021. 09. 28

김정재

What is Learning

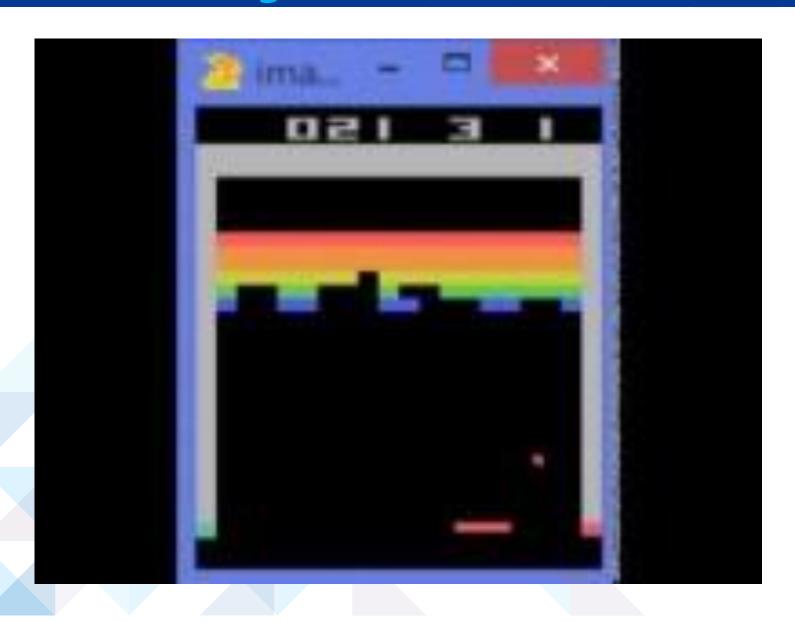
Learning?

Learn through Experience

= interacting with one's environment

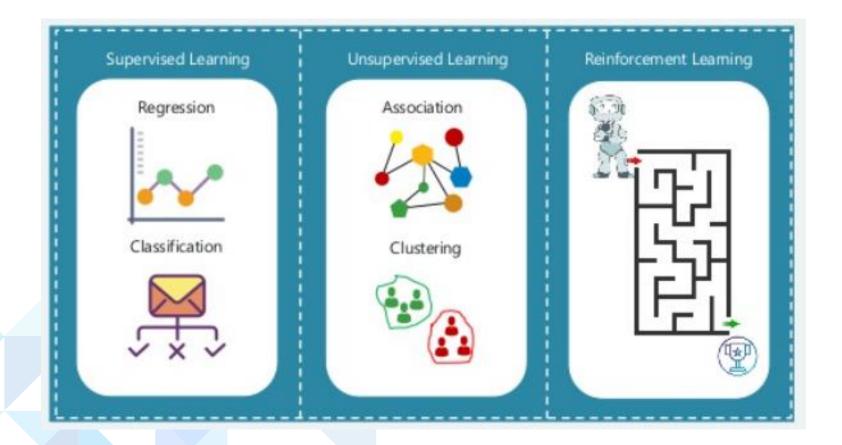
we will explore "learning from interaction" as the perspective of artificial intelligence researcher

What is Learning



Basics of Reinforcement Learning

머신러닝의 학습방법



강화학습 기본

- 환경과 상호작용하며 살아가는 인간과 동물
 - 환경의 상태를 보고 자신에게 유리한 행동을 결정하고 실행
 - 행동에 따른 결과가 좋으면 기억했다가 반복하고, 결과가 나쁘면 회피
 - 예) 자전거 타기
 - 예) 스키너의 행동심리학 실험
 - 예) 바둑, 비디오 게임, ...
 - 행동 → 상태 변화 → 보상의 학습 사이클



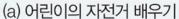
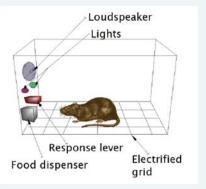
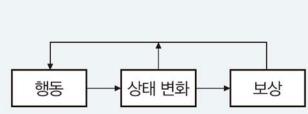


그림 9-1 '강화'를 통한 학습 과정



(b) 스키너 상자(출처: 위키백과)



(c) 학습 사이클

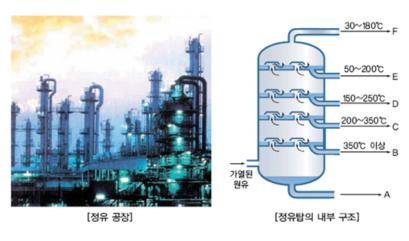
Learning in Real-time World



<chess play>



<baby gazelle's running>



<petroleum refinery control>



prepare breakfast>

Real-World Learning in Common

- 모든 상황들이 에이전트와 환경과의 상호작용 (Interaction)을 포함한다.
- 에이전트의 행동이 미래 상태에 영향을 미친다.
- 에이전트는 환경의 불확실성에도 목표를 달성하려 한다.
- 에이전트는 성능을 향상시키기 위하여 이전의 경험을 활용할 수 있다.



<chess play>



cprepare breakfast>

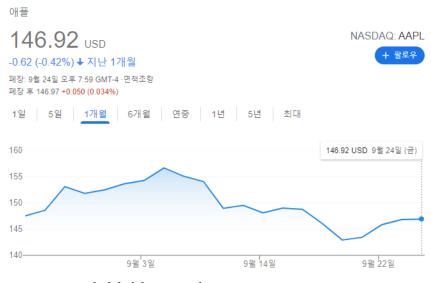
강화학습 기본

- Agent (에이전트)
 - 행동을 하는 주체
- Environment (환경)
 - 에이전트가 놓여진 곳
- Action (행동)
 - 행동이 환경에 하는 행위
- State (상태)
 - 환경에서 정량적으로 측정된 것
 - 에이전트의 행동에 의해 변화함
- Reward (보상)
 - 에이전트가 행동의 결과로 얻게 되는 것

- $\begin{array}{c|c} & & & \\ & & & \\ S_t & & & \\ \hline & R_t & & \\ \hline & R_{t+1} & & \\ \hline & S_{t+1} & & \\ \hline & Environment & \\ \end{array}$
 - [강화학습 기본 Framework]

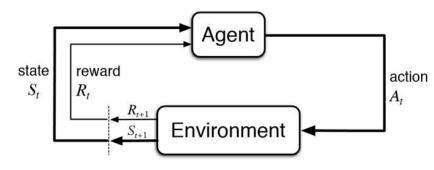
- '보상 (Reward)'를 극대화하기 위해 '해야할 일 (What-to-do)'를 학습함
- 행동은 즉각적인 보상을 포함하여 이후의 일련의 모든 보상에 영향을 미친다
- 에이전트는 반드시 상태를 센싱하고 액션을 취한다.
- 에이전트는 상태와 관련한 명확한 목표가 제시되어야 한다

강화학습 설계 예제



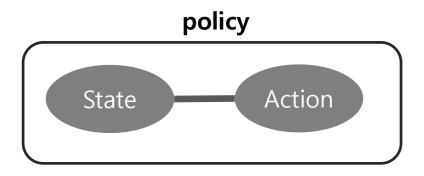
[강화학습 기본 Framework]

- 주식 거래 강화학습 에이전트 설계
 - Agent (에이전트) : 주식 거래 주체
 - Environment (환경): 증권거래소
 - Action (행동): Buy, Hold, Sell
 - State (상태): 현재가, 전일종가 등등...
 - Reward (보상): 수익 또는 수익률



[강화학습 기본 Framework]

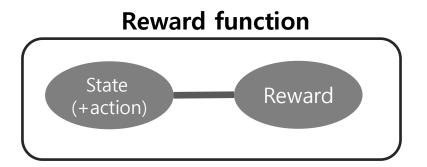
1) Policy



$$Policy = P(a|s)$$

- 에이전트의 행동 방식을 정의함
- 각각의 상태가 주어졌을 때, 에이전트가 취해야할 가장 좋은 행동에 매핑
- 강화학습의 핵심
- Policy는 확률적으로 정의할 수도 있음

2) Reward Function



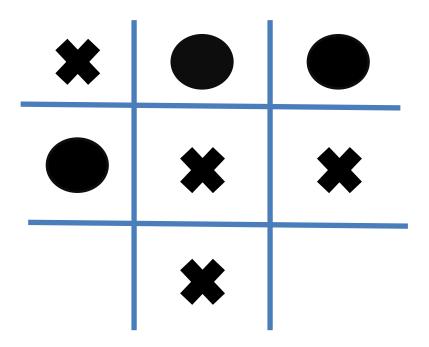
- 에이전트의 목적을 정의함
- 일반적으로 싱글 넘버 형태로 표현
- 직관적으로 행동의 좋은 정도를 판단할 수 있음
- 전체 보상을 최대화하는 것이 에이전트의 목적

3) Value Function

$$value\ function\ v(s) = \max_{a}(Reward_{s} + Reward_{s+1} + \cdots + Reward_{goal})$$

- 장기적으로 좋은 행동을 선택할 수 있게 함
- 에이전트가 현재 상태에서 시작하여 앞으로 얻을 수 있을 것으로 기대되는 누적 보상
- 의사결정과 플래닝에 있어 중요함 최고의 가치를 가지는 행동을 추구하기 때문

An Extended Example : Tic-Tac-Toe

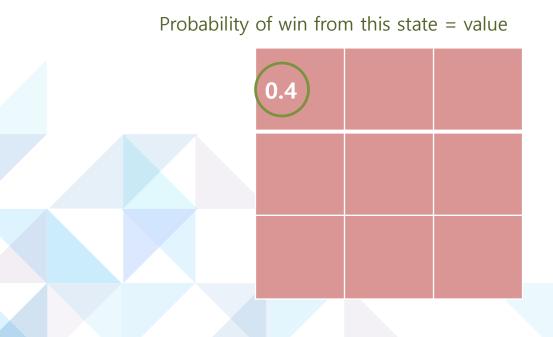


Assume that

- -We are playing against an imperfect player.
- -Draws and losses to be equally bad for us.

How do we construct a learning agent?

An reinforcement learning method



How do we construct a learning agent?

An reinforcement learning method



How do we construct a learning agent?

An reinforcement learning method

Initialize all to 0.5

0.5	0.5	0.5
0.5	0.5	0.5
0.5	0.5	0.5

How do we construct a learning agent?

An reinforcement learning method

After play many games against the opponent

0.2	0.8	0.6
0.3	0.5	0.1
0.2	0.05	0.3

How do we construct a learning agent?

An reinforcement learning method

Most of the time we move greedily

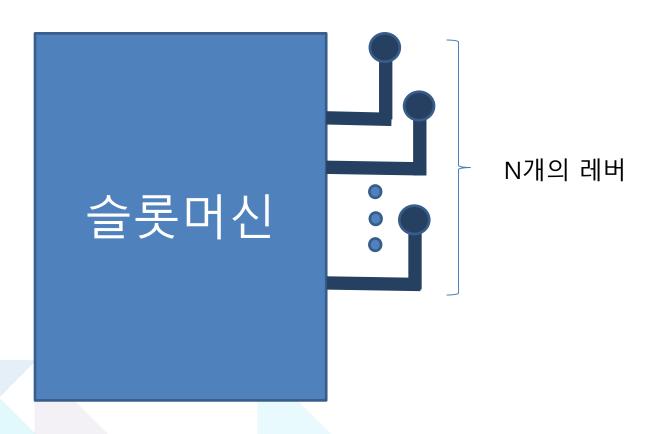
0.2	0.8	0.6
0.3	0.5	0.1
0.2	0.05	0.3

Deepmind DQN

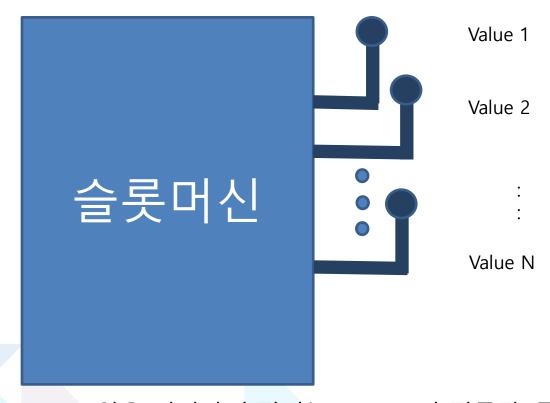


- DeepMind Breakthrough 에이전트
 - Environment (환경):
 - Action (행동):
 - State (상태):
 - Reward (보상):

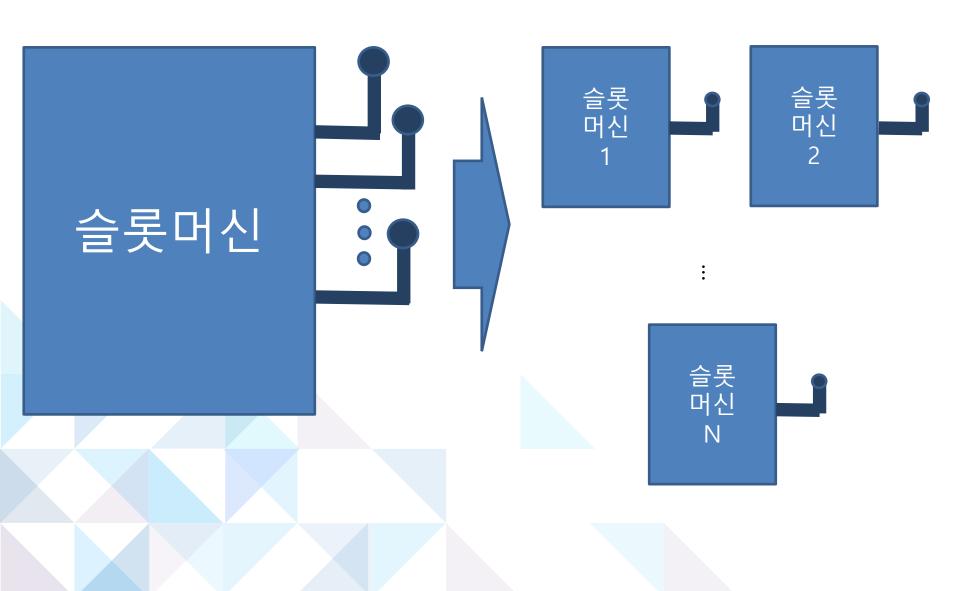
An n-Armed Bandit Problem

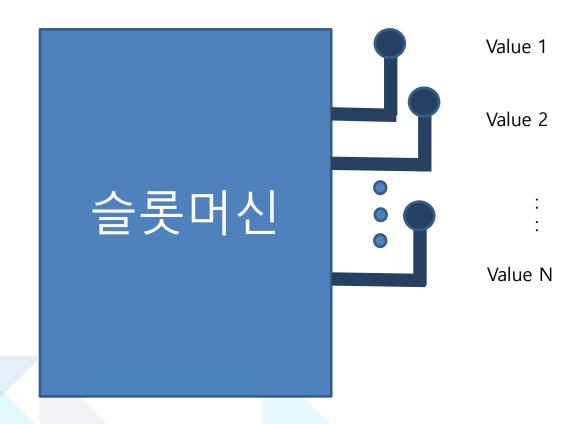


- N 개의 선택지(레버)중 매회 마다 하나의 선택지를 선택 할 수 있다.
- 선택지별로 다른 보상(코인)을 얻을 수 있고 이 보상은 선택지별 정해진 확률 분포를 따른다.
- 우리는 이 머신을 사용하여 최대의 보상을 얻고 싶다.



- 레버를 한번 당길 때(Action) 얻을 것이라 추정되는 Reward의 평균값, 즉 레버를 당겼을 때 기대값을 Value라 한다.
- 각 레버의 true value값은 당연히 모른다고 가정한다.





- 각 Action들의 value값을 추정 하였을 때
 - 가장 Value값이 높은 레버를 선택하는 것(Greedy action) => Exploitation(활용)
 - Non-greedy action을 선택하는 것 : Exploration (탐험)

Why do Exploration?

Because of Uncertainty

우리가 추정한 Value가 정확히 맞다는 확신을 할 수가 없기 때문.



Exploration 과 Exploitation 간의 trade-off를 잘 조절 해야 한다.

But, 이 책에서는 최적의 trade-off까지는 고려하지 않는다.

문제에 대한 몇가지 Solution들을 알아본다.

용어 정의

- 각 action a의 true value 값을 $q_*(a)$ 라고 정의한다.
- Time step t마다 추정되는 각 action a의 value 값을 $Q_t(a)$ 라고 정의한다.
- t 번째 time step에서 action a가 선택된 횟수를 K_a 라고 정의하고 선택 될 때 마다 얻은 reward를 $R_1, R_2, ..., R_{K_a}$ 라고 정의한다.
- 그때 $Q_t(a)$ 값은 다음과 같이 정의된다.

$$Q_t(a) = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_{K_a}}{K_a}$$

가장 간단한 방법

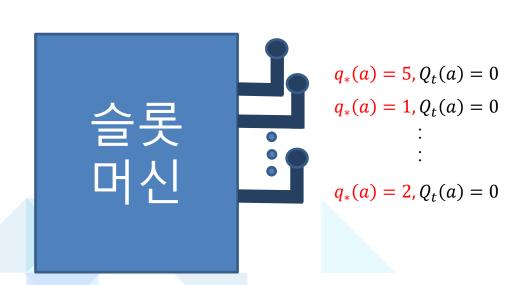
모험을 하지 말자!

$$Q_t(A_t^*) = \max_a Q_t(a)$$

단, $A_t^* = greedy$ action at time step t

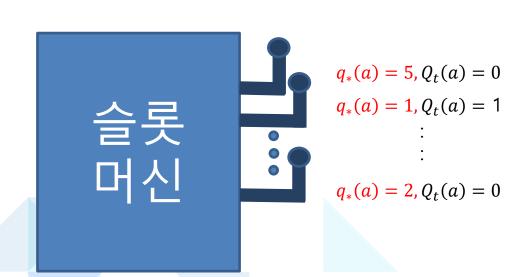
가장 간단한 방법

Time step 1



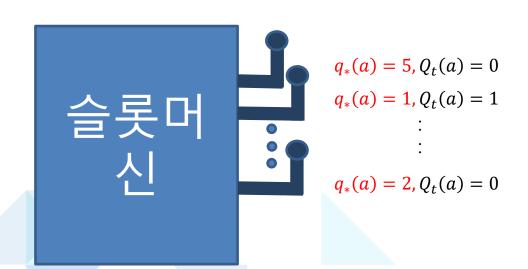
가장 간단한 방법

Time step 2



가장 간단한 방법

Time step ∞





가끔은 Exploration 해야하지 않을까?

가끔 무작위로 선택하자!



 ε – greedy Method

: ε의 확률로 무작위 action을 선택

가끔은 Exploration 해야하지 않을까?

Time step 1

where $\varepsilon = 0.1$



$$q_*(a) = 5, Q_t(a) = 0$$

$$q_*(a) = 1, Q_t(a) = 0$$

:

$$q_*(a) = 2, Q_t(a) = 0$$

가끔은 Exploration 해야하지 않을까?

Time step 2

where $\varepsilon = 0.1$



$$q_*(a) = 5, Q_t(a) = 0$$

$$q_*(a) = 1, Q_t(a) = 1$$

:

$$q_*(a) = 2, Q_t(a) = 0$$

가끔은 Exploration 해야하지 않을까?

Time step 10

where $\varepsilon = 0.1$



$$q_*(a) = 5, Q_t(a) = 5$$

$$q_*(a) = 1, Q_t(a) = 1$$

:

$$q_*(a) = 2, Q_t(a) = 0$$

가끔은 Exploration 해야하지 않을까?

Time step ∞

where $\varepsilon = 0.1$

슬롯 머신

$$q_*(a) = 5$$
, $Q_t(a) = 4.5$

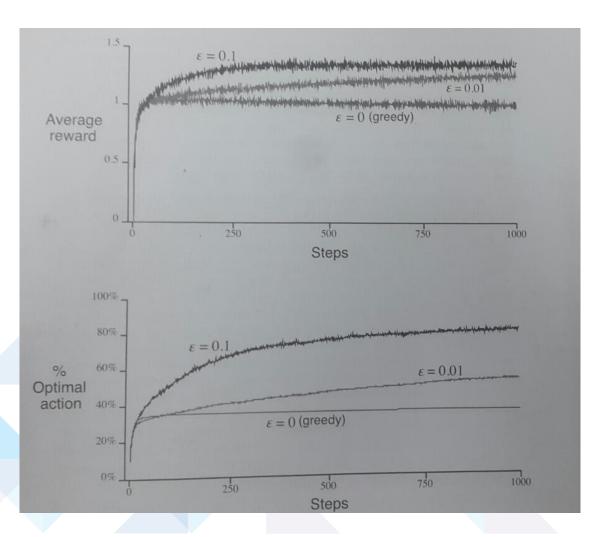
$$q_*(a) = 1, Q_t(a) = 1$$

:

$$q_*(a) = 2, Q_t(a) = 2$$

모든 레버의 q값을 알아낼 수 있다.

가끔은 Exploration 해야하지 않을까? (실험결과)



Incremental Implementation

문제점: 점점 늘어나는 시간 및 공간복잡도 요구량

Tiem step이 늘어날 수록 아래의 식을 계산하는데 걸리는 시간과 저장공간이 점점 늘어난다.

$$Q_t(a) = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_{K_a}}{K_a}$$

적은 계산 시간과 저장공간으로 새로운 value 값을 구하는 방법이 있다.

Incremental Implementation

문제점 : 점점 늘어나는 시간 및 공간복잡도 요구량

k 번째 value값을 Q_k 라고 하면

$$Q_{k+1} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} R_i$$

$$= \frac{1}{k} \left(R_k + \sum_{i=1}^{k} R_i \right)$$

$$= \frac{1}{k} (R_k + (k-1)Q_k)$$

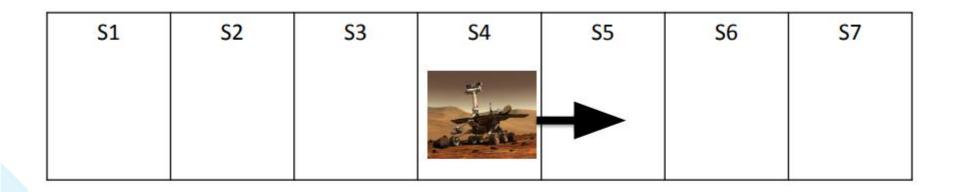
$$= \frac{1}{k} (R_k + kQ_k + Q_k)$$

$$= Q_k + \frac{1}{k} [R_k - Q_k]$$



Simple Mars Rover

Example: Simple Mars Rover



- 7 discrete states (location of rover)
- 2 actions: TryLeft or TryRight



Simple Mars Rover

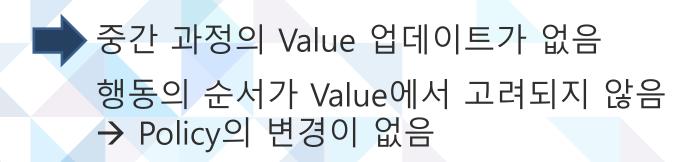
문제점 : 최종 Goal 까지 행동 횟수가 많음

```
action_cnt : 10
cur_state : 2
next_state : 1

action_cnt : 11
cur_state : 1
next_state : 0

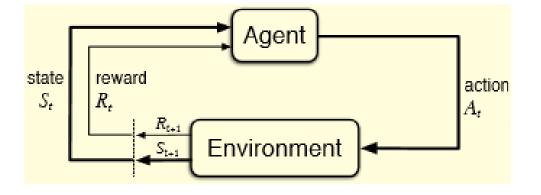
action_cnt : 12
cur_state : 0
next_state : 0

left : [0, 0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 8.3222784]
right : [3.3616, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
```



Reinforcement Learning

- 강화학습이란 "상호작용을 통해 목적을 이루는 학습문제"를 간단히 framing 한 것이다.
- 학습자(learner, decision-maker)를 Agent라고 부른다.
- Agent과 상호작용할 수 있는 (Agent외의) 모든 것을 Environment라 부른다.
- Agent와 Environment는 끊임없이 상호작용한다.
- 좀 더 자세히 말하면, 둘은 time-step t마다 상호작용을 한다. 매 t 마다 Agent는 Environment의 state $S_t \in S_{(\mathbb{D}S \vdash N \ni T \vdash State)]}$ 를 받고, 그에 따라서 action $A_t \in \mathcal{A}(S_t)$ 를 선택한다. 한번의 t가 끝나고 action에 대한 결과로써 numerical reward $R_{t+1} \in \mathbb{R}$ 를 얻는다. 그리고 새로운 S_{t+1} 를 찾는 것을 반복.



Reinforcement Learning

- ullet 각 t마다, Agent는 S_t 에서 각 A_t 들이 선택될 확률을 맵핑 시키는데 이를 Policy π_t 라 부른다. 단, $\pi_t(a|s)$ 는 $S_t=s$, $A_t=a$ 일 확률을 나타냄
- 강화학습 method는 Agent가 경험을 하며 Policy를 어떻게 수정해 나갈 것인지 구체적으로 명시한다.
- Agent의 goal은 자신이 얻을 수 있는 reward의 총량을 최대화 시키는 것이다.

강화학습의 최대 이슈

Policy를 수정하여 Agent가 가질 수 있는 reward의 총량을 최대화 시키는 것

How?

Policy를 어떻게 수정 할까?

Sequential Returns

Returns

Goal을 어떻게 식으로써 나타낼까?

- time step t 이후로 얻는 reward들을 $R_{t+1}, R_{t+2}, R_{t+3}, ...$ 이라고 둔다.
- ullet t 이후 얻을 것이라 기대되는 결과값(return)을 G_t 라 둔다. G_t 는 reward집합에 대한 함수
- ullet 이때 G_t 를 Maximize하는 것이 Goal을 정의하는 것이다.

Then

가장 간단한 형태의 G_t 는 다음과 같다.

$$G_t = R_{t+1} + R_{t+2} + R_{t+3} + \dots + R_T$$

(where T : final time step)

- -Terminal state가 존재
- -모든 Nonterminal states들의 집합은 S, terminal state까지 포함한 집합은 S⁺라 부른다.



Returns

Goal을 어떻게 식으로써 나타낼까?

$$G_t = R_{t+1} + R_{t+2} + R_{t+3} + \dots + R_T$$
(where T : final time step)

- 문제점 : Agent가 첫 행동에서 받는 보상과 끝 행동을 통해 받는 보상을 구분하기 어려움
- 문제점 : 해결책 Discounting Factor (γ) 도입

$$G_t = R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \gamma^2 R_{t+3} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R_{t+k+1}$$

(where $0 \le \gamma < 1$)

Markov Decision Process

State라는 signal이 필요한 이유에 대해 알아본다.

- Agent가 결정을 내릴 때 쓰이는 environment쪽의 signal을 state라 한다.
- ●state를 구성하고 수정하고 학습하는 것 등에 대해서는 다루지 않는다. 어떤 state에서도 작동하는 함수를 통해 action을 결정하는 것에 중점을 둔다.
- ●state는 일시적인 sensing으로 구성될 수도 있다. 반대로 state가 과거의 모든 유용한 정보들을 알고있을 필요는 없다.
- ●하지만 과거의 모든 유용한 정보들을 알 수 있으면 좋다.
- 과거의 모든 유용한 정보들을 포함한 채 계승 되는 State signal을 'Markov하다'또는 Markov Property를 가진다고 칭한다.

Markov Property를 형식화 한다.

● 강화학습 문제에서 일반적으로, time step t에서 수행한 action에 대한 응답으로 t+1에서의 state, reward S_{t+1}, R_{t+1} 가 정해질 때, 이들은 이전의 일어 났던 모든 일들 $R_t, S_t, A_t, R_{t-1}, S_{t-1}, A_{t-1}, \dots, R_1, S_0, A_0$ 에 의존한다.

$$\Pr\{S_{t+1} = s', R_{t+1} = r \mid R_t, S_t, A_t, R_{t-1}, S_{t-1}, A_{t-1}, \dots, R_1, S_0, A_0\} \quad \dots \quad (-1)$$

하지만, state signal이 Markov Property를 가진다면

$$\Pr\{S_{t+1} = s', R_{t+1} = r \mid S_t, A_t\}$$
 과 같이 표현 될 수 있고(식 2)

이를 Markov state라 부른다.

그리고 (식 1)과 (식 2)를 동시에 만족하는 것이 Markov state의 필요충분조건이다.

Markov state을 통해 최고의 action을 선택하는 것은 지금까지의 histroy를 통해 최고의 action을 선택하는 것과 같다.

$$\pi(S_t) == \pi(R_t, S_t, R_{t-1}, S_{t-1}, A_{t-1}, \dots, R_1, S_0, A_0)$$

Markov State로 근사화 한다.

- Non-Markov한 State라도 Markov한 상태라고 근사화 시켜 사용한다.
 - Ex) 자동차는 엔진의 힘에 의해서만 위치가 바뀐다

Why?

Markov State는 Reward 예측, Action 선택에 언제나 좋은 기준이 되어 주기 때문

Exercise

● exercise 3.6 : Broken Vision System 자신이 vision system이라 생각해보자. 처음 눈을 뜨고 하루 동안 보이는 이미지들을 camera에 담는다. 단 벽 뒤에 가려져있는 것 등은 못본다.

첫번째 scene을 본 후 당신은 environment의 Markov state를 구할 수 있는가? ...(1) 그 날 이후 camera가 부셔져서 앞으로 image들을 얻지못하게 되었다고 가정하자.

그때는 Markov state를 구할 수 있는가? ...(2)

Markov Decision Process

정의

- Markov Property를 만족하는 강화 학습 task를 Markov decision process 또는 MDP라 부른다. 특히, state, action의 개수가 유한하면 Finite MDP라 부른다.
- Finite MDP는 현재 state s 와action a, 다음 state s', 그리고 한 step의 dynamics에 의해 정의된다.

$$p(s'|s,a) = \Pr\{S_{t+1} = s' \mid S_t = s, A_t = a\}$$

s,a,s'가 주어졌을 때 reward r(s,a,s')은

$$r(s, a, s') = \mathbb{E}\{R_{t+1} \mid S_t = s, A_t = a, S_t = s'\}$$
 $0 \mid \mathbb{I}_{s}$

이 두가지 수치값는 Finite MDP의 dynamics를 아주 잘 표현할 수 있다.

Bellman Equation

Value는 얻을 수 있는 Reward의 총량을 예측한 것

$$S^t = s \longrightarrow \pi_t(a|s) \longrightarrow v_{\pi_t}(s)$$

즉, value는 π 를 따른다.

Value는 얻을 수 있는 Reward의 총량을 예측한 것

Then

State-Value Function

$$v_{\pi}(s) = \mathbb{E}_{\pi}[G_t \mid S_t = s] = \mathbb{E}_{\pi}\left[\sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R_{t+K+1} \mid S_t = s\right]$$

Action-Value Function

$$q_{\pi}(s, a) = \mathbb{E}_{\pi}[G_t \mid S_t = s, A_t = a] = \mathbb{E}_{\pi}\left[\sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R_{t+K+1} \mid S_t = s, A_t = a\right]$$

 $v_{\pi}(s)$ 와 $q_{\pi}(s,a)$ 는 여러 번의 experience을 통해 얻어진 Return들의 평균값을 각각 자신의 값으로 삼는다.

이렇게 실험을 반복하여 값을 추정하는 방법을 Monte Carlo methods라 한다.

Value Function은 재귀적인 성질을 가진다.

$$v_{\pi}(s) = \mathbb{E}_{\pi}[G_{t} \mid S_{t} = s] = \mathbb{E}_{\pi} \left[\sum_{k=0}^{\infty} \gamma^{k} R_{t+K+1} \mid S_{t} = s \right]$$

$$= \mathbb{E}_{\pi} \left[R_{t+1} + \gamma \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^{k} R_{t+K+2} \mid S_{t} = s \right]$$

$$= \sum_{a} \pi(a|s) \sum_{s'} p(s'|s,a) \left[r(s,a,s') + \gamma \mathbb{E}_{\pi} \left[\sum_{k=0}^{\infty} \gamma^{k} R_{t+K+2} \mid S_{t+1} = s \right] \right]$$

$$= \sum_{a} \pi(a|s) \sum_{s'} p(s'|s,a) \left[r(s,a,s') + \gamma v_{\pi}(s') \right]$$

$$\text{where } (s \in S, a \in \mathcal{A}(s), r \in \mathcal{R})$$



Bellman equation for v_{π}

Value는 얻을 수 있는 Reward의 총량을 예측한 것

Then

State-Value Function

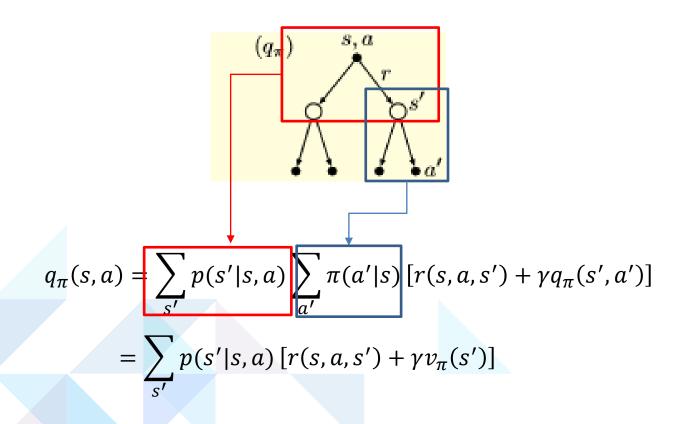
$$v_{\pi}(s) = \mathbb{E}_{\pi}[G_t \mid S_t = s] = \mathbb{E}_{\pi}\left[\sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R_{t+K+1} \mid S_t = s\right]$$
$$v_{\pi}(s) = \sum_{a} \pi(a|s) \sum_{s'} p(s'|s,a) \left[r(s,a,s') + \gamma v_{\pi}(s')\right]$$

Action-Value Function

$$q_{\pi}(s, a) = \mathbb{E}_{\pi}[G_t \mid S_t = s, A_t = a] = \mathbb{E}_{\pi}\left[\sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R_{t+K+1} \mid S_t = s, A_t = a\right]$$

$$q_{\pi}(s, a) = \sum_{t} p(s' \mid s, a) \sum_{t} \pi(a' \mid s) \left[r(s, a, s') + \gamma q_{\pi}(s', a')\right]$$

● exercise 3.8 : action values의 Bellman equation은 무엇인가?



lack Optimal Policy π_* 를 찾는 것은 Optimal value function을 찾는 것과 같다.

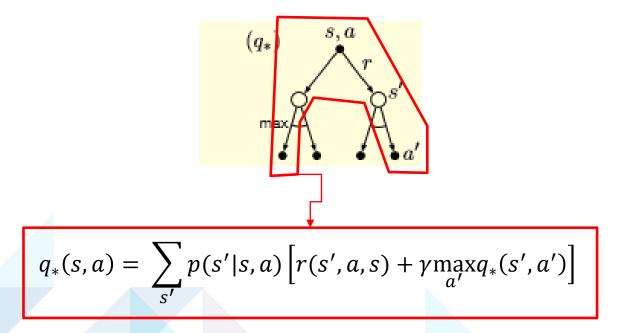
$$\pi < \pi'$$
, if and only if, $v_{\pi}(s) < v_{\pi'}(s)$ and $q_{\pi}(s,a) < q_{\pi'}(s,a)$

So.
$$v_*(s) = \max_{\pi} v_{\pi}(s)$$

 $q_*(s, a) = \max_{\pi} q_{\pi}(s, a)$
, for all $s \in S, a \in A(s)$

Optimal Value Functions

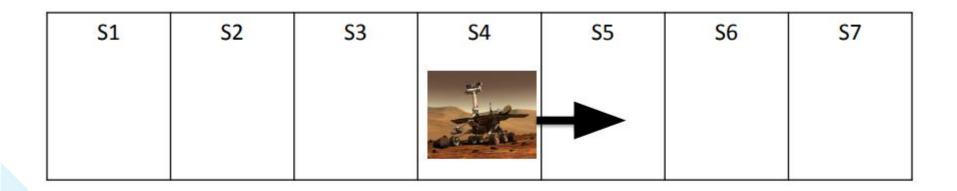
Bellman optimality equation



- -한차례(immediate, local)의 결과만 보고 greedy하게 선택을 하는 모습이지만, 실제로는 장기적으로(long-term) 최적의 선택이 된다.
- $\rightarrow q_*(s,a)$ 가 앞으로 일어날 모든 행동들의 reward 이기 때문.

Simple Mars Rover_MDP

Example: Simple Mars Rover



- 7 discrete states (location of rover)
- 2 actions: TryLeft or TryRight



Simple Mars Rover

문제점: Transition Probability를 알아야함

$$q_*(s,a) = \sum_{s'} \underline{p(s'|s,a)} \Big[r(s',a,s) + \gamma \max_{a'} q_*(s',a') \Big]$$

```
if (action - cur_state) == 1:
    right_action_val[action] = 1 * (action_reward * (gamma * right_action_val[action * 1]))
else:
    left_action_val[action] = 1 * (action_reward * (gamma * left_action_val[action - 1]))
```

State Transition Probability가 없으면 계산이 불가능 환경의 Dynamics를 이미 알고 있음 > 불가능 (강화학습 할 필요가 없음)

Summary

- 강화학습은 interaction을 통해 goal을 성취하는 방법을 배우는 학습법이다.
- 강화학습 Agent와 Environment가 매 time-step마다 interaction한다.
- action은 agent가 선택하는 것, state는 선택을 하는 기준, reward는 선택을 평가하는 기준이다.
- policy는 agent가 현재 state에 따라 사용할 수 있는 action중 하나를 선택하는 확률 함수다.
- Agent의 목적은 최종으로 얻을 reward의 총량을 최대화 하는 것이다.
- return은 agent가 최대화 하고자 하는 reward의 총량에 대한 기대값 함수이다.
- reward가 점차 discount되는, 끝나지 않는 task를 continuing task라 한다. 반대로 episode단위로 끊기는, 끝이 있는 task를 episodic task라 한다.

감사합니다

강의 내용 관련 질문 : kjj6929@gmail..com