



Рисунок 1.1 – Класифікація систем числення

**Системою числення** називається сукупність підходів запису чисел. В загальному випадку це спеціальна мова, алфавітом якої є символи, які називають *цифрами*, а синтаксисом – правила, що дозволяють однозначним чином сформулювати запис чисел. Запис числа в системі числення називають *кодом* числа.

**Непозиційні системи числення.** Непозиційними називаються такі системи числення, алфавіт яких має необмежену кількість символів (цифр), причому кількісний еквівалент будь-якої цифри є постійним і залежить тільки від її нарису, але не від положення в числі. Такі системи будуються за принципом адитивності, тобто кількісний еквівалент числа в них визначається як сума цифр.

Непозиційні системи мають ряд недоліків:

- 1) для представлення чисел довільної величини необхідно мати довільну кількість символів;
- 2) з ними складно виконувати арифметичні операції;
- 3) в них відсутній нуль.

**Позиційні системи числення.** Позиційними називаються системи числення, алфавіт яких містить **скінченну кількість символів**, причому значення кожного розряду числа визначається не тільки нарисом відповідної йому цифри, але й позицією в самому числі. До позиційних систем числення належить арабська десяткова система, якою ми зараз користуємось.

**Надалі акцент буде зроблено на позиційних системах.**

Необхідно розрізняти число як абстрактну кількісну міру та код числа як його синтаксичне представлення у вигляді слова у алфавіті.

Нехай,  $Z$  – зафіксована множина чисел (наприклад, множина натуральних, цілих,... чисел). Системою числення (**СЧ**) називається спеціальна мова для запису чисел. Алфавітом  $L$  цієї мови є, частіше за все, скінчена множина букв, які називають також **цифрами**. Система числення представляє собою сукупність  $L^+$  правильно записаних слів в алфавіті  $L$ . Правила побудови слів можуть бути різними.

Наприклад,

для двійкової системи числення:  $L = \{0,1\}$ , а  $L^+ = L^*$ , де  $L^*$  – вільна напівгрупа в алфавіті  $L$ , тобто множина всіх слів в алфавіті  $L$ ;

для десяткової системи числення:  $L = \{0,...,9\}$ , а  $L^+$  - множина слів – кодів чисел, що індуктивно будується за наступними правилами:

1. Цифри  $0,1,...,9$  є кодами чисел;
2. Якщо  $A$  та  $B$  коди і  $A \neq 0$  та  $B \neq 0$  то  $AB$  – код і  $BA$  – код;
3. Якщо  $A$  та  $B$  коди і  $A \neq 0$ , то  $AB$  – код;
4. Інших кодів немає.

Аналогічно будуються інші системи числення. Крім того, до алфавіту можуть входити окрім цифр також допоміжні символи такі, як «крапка», «дефіс» та ін... Наприклад, вони використовуються для кодування дійсних чисел у десятковій системі числення.

Таким чином, код числа має вигляд  $A = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0, a_{-1} \in L \Big|_{i=0, \overline{n}}$ .

Окрему позицію в зображенні числа прийнято називати **розрядом**, а номер позиції – **номером розряду**.

Кількість розрядів у записі числа називається **розрядністю** і співпадає з його довжиною.

Позначимо  $L_k^+$  **множину всіх кодів довжини  $k$** . Це скінченна множина і з нескладних міркувань

зрозуміло, що кількість **слів** (правильно записаних рядків букв) у цій множині  $|L_k^+|$  **обмежена зверху**

**числом  $|L|^k$** , тобто  $|L_k^+| \leq |L|^k$ . ( $|A|$  – потужність множини  $A$ ).

Відповідність між числами та їх кодами у СЧ задається функцією еталонізації  $E: L^+ \rightarrow Z$ . **Ця функція є бієкцією!** Вона задається індуктивно:

1. Для кожної цифри  $a$  з алфавіту ставиться у відповідність деяке унікальне число –  $E(a)$ , яке розуміється як її кількісний еталон:  $(\forall a, b: a \in L \wedge b \in L \rightarrow \exists E(a) \wedge \exists E(b)) \wedge ((E(a) = E(b)) \rightarrow a = b)$
2. Для кожного коду числа  $A = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0$  його кількісний еталон визначається як функція над кортежем еталонів складових цього коду, тобто:  $E(a_n a_{n-1} \dots a_0) = f(< E(a_n), E(a_{n-1}), \dots, E(a_0) >)$ .

У системах числення використовують терміни «**базис**» та «**основа**». **Базис системи числення** – її алфавіт, а **основа** – послідовність (зазвичай нескінченна)  $\{b(i)\}_{i=0,1,2,\dots}$  ваг окремих розрядів кодів

чисел СЧ, причому  $b(i+1) > b(i) \Big|_{i=0,1,2,\dots}$ . Для десяткової СЧ **базисом (базою)** є  $L = \{0, \dots, 9\}$ , а основою –  $\{10^i\} \Big|_{i=0,1,2,\dots}$ .

**У позиційних СЧ кількісний еталон визначається поліномом:**  $E(a_n a_{n-1} \dots a_0) = \sum_{i=0}^n E(a_i) \times b(i)$ , де  $b(i)$  –

вага  $i$ -го розряду коду числа.  $E(01101)_{10} = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^4 = 13$

Існують різні види позиційних систем числення (ПСЧ). Наприклад, неоднорідні та однорідні ПСЧ.

**Неоднорідні позиційні системи числення.** В таких системах числення основа задається безпосереднім переліком і нарощується за необхідністю. Їх також називають системами зі змішаними основами. Зауважимо, що в деяких неоднорідних системах кількість допустимих символів (цифр) у різних розрядах може відрізнятись.

Прикладом неоднорідної ПСЧ є система числення часу, для якої  $b(0) = 1$  (с),  $b(1) = 60$  (с) [1 хв.],  $b(2) = 3600$  (с) [1 год.],  $b(3) = 24 \cdot 3600$  (с) [1 доба]. Можна продовжувати – тиждень, декада, місяць, квартал, півроку, рік,...

**Однорідні позиційні системи числення.** Однорідні ПСЧ є окремим випадком позиційних систем числення з основою  $b(i+1) > b(i) \Big|_{i=0,1,2,\dots}$ . В них ваги окремих розрядів є елементами геометричної прогресії зі знаменником  $b \equiv b(1)$ . Таким чином, кількісний еталон числа може бути представлений поліномом:  $E(a_n a_{n-1} \dots a_0) = \sum_{i=0}^n E(a_i) \times b^i$

$$E(0101) = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 = 1 + 4 = 5$$

До однорідних ПСЧ належить сучасна десяткова система, якою ми користуємось, а також усі інші системи, які наразі широко застосовуються в обчислювальній техніці, зокрема двійкова, вісімкова та шістнадцяткова. Наведемо таблицю перших 17 чисел в цих системах починаючи з 0.

Таблиця 1.1 – Представлення чисел в основних системах числення

Десяткова	Двійкова	Вісімкова	Шістнадцяткова
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

При необхідності використання **дробових чисел** у однорідних ПСЧ можна використовувати наступний узагальнюючий прийом: для кодів таких чисел використовувати допоміжний символ «крапка» і розряди дробової частини нумерувати від’ємними індексами. Тобто,

$A = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \dots a_{-k+1} a_{-k}$ , кількісний еталон

$$E(a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \dots a_{-k+1} a_{-k}) = \sum_{i=0}^n E(a_i) \times b^i + \sum_{j=0}^k E(a_j) \times b^{-j} \equiv \sum_{s=-k}^n E(a_s) \times b^s$$

Існують і інші однорідні ПСЧ. Але з прагматичних міркувань ми не будемо їх розглядати тут.

## 1.1. Переведення чисел з однієї позиційної системи числення в іншу

### 1.1.1. Переведення цілих чисел

Нехай задано число  $A$  в довільній однорідній ПСЧ з базою  $L$  та основою  $\{b(i)\}_{i=0,1,2,\dots}$  і його необхідно

перевести у нову однорідну ПСЧ з базою  $L_1$  та основою  $\{p(i)\}_{i=0,1,2,\dots}$  тобто привести до вигляду, коли

кількісний еталон буде мати вигляд:  $E(A) \equiv E(a_n a_{n-1} \dots a_0) = \sum_{i=0}^n E(a_i) \times p^i$ , де  $a_i \in L_1|_{i=0,1,2,\dots}$  та  $p$  - нові

база та основа СПЧ представлені у «старій» СПЧ (див. таб. 1.1).

Очевидно, що  $E(A) = E(A_1) \times p + E(a_0)$ , де  $E(A_1) = \sum_{i=0}^n E(a_n) \times p^{i-1}$  – ціла частина частки  $\frac{E(A)}{p}$ , а  $E(a_0)$  – остача від ділення  $\frac{E(A)}{p}$ . Остача  $E(a_0)$ , очевидно, є цифрою молодшого розряду шуканого числа,

записаного в символах старої системи числення.

Аналогічно,  $E(A_1) = E(A_2) \times p + E(a_1)$ ,  $E(A_2) = E(A_3) \times p + E(a_2)$ ,  $E(A_3) = E(A_4) \times p + E(a_3)$ , ... Таким чином,  $E(A) = (((E(a_n) \times p + E(a_{n-1}) \times p + \dots + E(a_3)) \times p + E(a_2)) \times p + E(a_1)) \times p + E(a_0)$ . Задля зручності, надалі кількісні еталони цифр  $E(a_i) \big|_{i=1,2,3,\dots}$  та чисел будемо позначати самими цими цифрами та числами, зазначаючи, при необхідності, у якій системі числення ми їх записуємо (за допомогою нижнього правого індексу). Тобто, у десятковій ПСЧ  $E(8) \equiv 8_{10}$ , у вісімковій ПСЧ  $E(10) \equiv 10_8$  і т.д.

Отже, в результаті серії ділень заданого цілого числа на основу нової системи числення  $p$  знаходимо коефіцієнти  $E(A_i)$  та остачі від ділення  $a_i$ :

$$A = A_1 \times p + a_0,$$

$$A_1 = A_2 \times p + a_1,$$

$$A_2 = A_3 \times p + a_2,$$

...

$$A_i = A_{i+1} \times p + a_i,$$

...

$$A_{n-1} = A_n \times p + a_{n-1},$$

$$A_n = 0 \times p + a_n$$

Ділення продовжується до тих пір, доки виконуються наступні умови:  $A_n > p$  та  $A_{n+1} \neq 0$

**Правило переводу цілих чисел** із однієї позиційної системи числення у іншу можна сформулювати наступним чином: задане число необхідно поділити на перший елемент основи  $\{p^k\} \big|_{k=0,1,2,\dots}$  ( $p^1 = p$ ) нової системи числення та знайти частку й остачу від ділення, після цього повторно застосовувати дану процедуру до кожної нової отриманої частки доти, доки не буде отримано частку рівну нулю чи меншу за основу нової системи числення. Число в новій системі числення, після цього, записується із знайдених остач, починаючи з останньої знайденої остачі. **Основа нової системи числення при виконанні наведеної вище процедури повинна бути представлена числом у старій системі числення!!!**

Приклади.

1) Перевести число  $123_{10}$  до двійкової системи числення:

$$\begin{array}{r|l}
 123 & 2 \\
 \hline
 122 & 61 \\
 \hline
 1 & 60 \\
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 & 30 \\
 \hline
 & 30 \\
 \hline
 & 15 \\
 \hline
 & 14 \\
 \hline
 & 7 \\
 \hline
 & 6 \\
 \hline
 & 3 \\
 \hline
 & 2 \\
 \hline
 & 1
 \end{array}$$

$$123_{10} = 1111011_2$$

2) Перевести число  $123_{10}$  до трійкової системи числення:

$$\begin{array}{r|l}
 123 & 3 \\
 \hline
 123 & 41 \\
 \hline
 0 & 39 \\
 \hline
 & 2 \\
 \hline
 & 13 \\
 \hline
 & 12 \\
 \hline
 & 4 \\
 \hline
 & 3 \\
 \hline
 & 1
 \end{array}$$

$$123_{10} = 11120_3$$

3) Перевести число  $123_{10}$  до вісімкової системи числення:

$$\begin{array}{r|l}
 123 & 8 \\
 \hline
 120 & 15 \\
 \hline
 3 & 8 \\
 \hline
 & 7
 \end{array}$$

$$123_{10} = 173_8$$

4) Перевести число  $1247_8$  до десяткової системи числення:

$$\begin{array}{r|l}
 1247 & 12 \\
 \hline
 1236 & 103 \\
 \hline
 11 & 74 \\
 \hline
 & 7
 \end{array}$$

Враховуючи, що під час ділення в останньому прикладі всі дії і результати отримані у вісімковій системі, для запису числа в десятковій системі всі залишки також треба перевести в десяткову систему. Це зокрема стосується першого залишку  $11_8$  який в десятковій системі рівний  $9_{10}$ . Отже остаточний результат буде:

$$1247_8 = 679_{10}$$

Зауважимо, що **переведення чисел також можна виконувати безпосередньо** за допомогою формули

$$a_n a_{n-1} \dots a_0 = \sum_{i=0}^n a_i \times b^i .$$

Для цього кожен цифру та основу ( $p$ ) в початковій системі числення необхідно

перевести у числа нової системи числення та знайти значення наведеного виразу, виконуючи арифметичні дії за правилами нової системи числення.

Приклади.

1) Для переведення числа  $25B_{16}$  до десяткової системи маємо:

- цифри:  $a_2 = 2_{16} = 2_{10}$ ,  $a_1 = 5_{16} = 5_{10}$ ,  $a_0 = B_{16} = 11_{10}$
- основа:  $p = 10_{16} = 16_{10}$ .

Тоді:

$$25B_{16} = 2_{10} \cdot 16_{10} \cdot 16_{10} + 5_{10} \cdot 16_{10} + 11_{10} = 512_{10} + 80_{10} + 11_{10} = 603_{10}$$

2) Для переведення числа  $158_{10}$  до вісімкової системи маємо:

- цифри:  $a_2 = 1_{10} = 1_8$ ,  $a_1 = 5_{10} = 5_8$ ,  $a_0 = 8_{10} = 10_8$
- основа:  $p = 10_{10} = 12_8$ .

Тоді:

$$158_{10} = 1_8 \cdot 12_8 \cdot 12_8 + 5_8 \cdot 12_8 + 10_8 = 144_8 + 62_8 + 10_8 = 236_8$$

Наведені способи перевodu чисел зручні при переході з/до *десяткової* системи числення, **оскільки в цьому випадку розрахунки в формулах виконуватимуться саме в десятковій системі**, що для нас є більш звичним. При цьому для переходу

з *десяткової в інші системи* краще використовувати перший спосіб, оснований на *схемі Горнера та діленні*, а для переходу з

*інших систем до десяткової* – другий спосіб, оснований на *безпосередньому застосуванні формули*

$$a_n a_{n-1} \dots a_0 = \sum_{i=0}^n a_i \times b^i. \quad (1)$$

Для швидкого переходу між двійковою, вісімковою та шістнадцятковою системами використовується ще один спосіб. Запишемо формулу (1) з основою  $p = 2$ , групуючи розряди наступним чином:

$$a_n a_{n-1} \dots a_0 \Big|_2 = (a_n \times 2^2 + a_{n-1} \times 2^1 + a_{n-2} \times 2^0) \times 2^{n-2} + \dots + (a_5 \times 2^2 + a_4 \times 2^1 + a_3 \times 2^0) \times 2^3 + \\ + (a_2 \times 2^2 + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0) \times 2^0$$

та

$$a_n a_{n-1} \dots a_0 \Big|_2 = (a_n \times 2^3 + a_{n-1} \times 2^2 + a_{n-2} \times 2^1 + a_{n-3} \times 2^0) \times 2^{n-3} + \dots + (a_3 \times 2^3 + a_2 \times 2^2 + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0) \times 2^0.$$

З наведених виразів видно, що суми в дужках є кількісними еквівалентами вісімкових та

шістнадцяткових цифр, так як в першому випадку кожна дужка може представляти значення  $0 \dots 7$ , а в другому –  $0 \dots 15$ . Легко також переконатися, що множники винесені за дужки для першого виразу кратні степеню числа 8, а для другого – числа 16, тобто відповідають основам вісімкової та шістнадцяткової систем числення. Це означає, що якщо в двійковому числі, починаючи з найменш значущого розряду (з права наліво) утворювати групи по *три* (тріади) або по *чотири* (тетради) розряди, можна одразу записувати відповідні цим групам цифри вісімкового та шістнадцяткового чисел. Аналогічно, якщо число представлено у вісімковій чи шістнадцятковій системах, то

переписуючи кожен його розряд відповідними 3- або 4-розрядними двійковими числами, можна одразу отримати представлення цього числа у двійковій системі числення.

Приклади.

1) Переведення числа  $1101011_2$  до вісімкової та шістнадцяткової систем числення:

$$1101011_2 = \underbrace{001}_1 \underbrace{101}_5 \underbrace{011}_3_2 = 153_8;$$

$$1101011_2 = \underbrace{0110}_6 \underbrace{1011}_B_2 = 6B_{16}.$$

Якщо для коректного групування не вистачає розрядів додаємо зліва до числа довільну кількість нулів (це, очевидно, не вплине на його значення).

2) Переведення числа  $123$  з вісімкової та шістнадцяткової систем до двійкової системи числення:

$$123_8 = \underbrace{001}_1 \underbrace{010}_2 \underbrace{011}_3_2 = 1010011_2$$

$$123_{16} = \underbrace{0001}_1 \underbrace{0010}_2 \underbrace{0011}_3_2 = 100100011_2$$

### 1.1.2. Переведення правильних дробів

Нехай задано дріб  $A$  у довільній ПСЧ і його необхідно перевести у нову систему з основою  $b$ , тобто необхідно його привести до вигляду

$$a_{-1}a_{-2}...a_{-k+1}a_{-k} = \sum_{s=-k}^{-1} a_s \times b^s \quad (2)$$

Якщо, аналогічно до випадку цілих чисел, у формулі (2) обидві частини виразу поділити на  $b^{-1}$ , що

еквівалентно множенню на  $b$ , то отримаємо:  $A \times b = (\sum_{s=-k}^{-1} a_s \times b^s) \times b = a_{-1} + \sum_{s=-k}^{-2} a_s \times b^s \equiv a_{-1} + A_1$ . Тут

$\sum_{s=-k}^{-2} a_s \times b^s$  та  $a_{-1}$  – дробова та ціла частина результату множення  $A$  на  $b$ , відповідно.  $a_{-1}$  буде

першою цифрою дробу у новій системі числення.

Продовжуючи, отримуємо:  $A_1 \times b = a_{-2} + A_2$ ,

$$A_2 \times b = a_{-3} + A_3,$$

...

$$A_{k-1} \times b = a_{-k} + A_k$$



$$A_k \times b = a_{-k+1} + A_{k+1}$$

...

Таким чином, підставляючи отримані вирази послідовно знизу нагору та множачи результат на  $b^{-1}$  отримуємо

$$A = b^{-1} \times (a_{-1} + b^{-1} \times (a_{-2} + b^{-1} \times (a_{-3} + \dots + b^{-1} \times (a_{-k+1} + b^{-1} \times (a_{-k} + \dots)))) \dots) \quad (3)$$

Отже, в результаті серії множень заданої дробової частини числа на основу  $b$  нової ПСЧ знаходимо коефіцієнти  $A_i$  та цілі частини добутоків  $a_{-i}$ , які і є **цифрами дробової частини дробу** в новій ПСЧ.

Правило перекладу правильного дробу із однієї позиційної системи числення у іншу можна сформулювати наступним чином:

**необхідно задану дробову частину послідовно множити на основу нової системи числення, записану в старій системі числення, повторюючи дану процедуру до отримання необхідної точності.**

**Дріб в новій системі числення буде записуватись у вигляді цілих частин добутоків, починаючи з першої отриманої цілої частини.**

Приклади.

1) Перекласти число  $0,8125_{10}$  до двійкової системи числення:

Ціла частина	Дробова частина
0	$8125 \times 2$
1	$625 \times 2$
1	$25 \times 2$
0	$5 \times 2$
1	0

$$0,8125_{10} = 0,1101_2$$

2) Перекласти число  $0,101_2$  до десяткової системи числення:

Ціла частина	Дробова частина
0	$101 \times 1010$
110	$01 \times 1010$
10	$1 \times 1010$
101	0

$$0,101_2 = 0,625_{10}$$

3) Перекласти число  $0,8125_{10}$  до вісімкової системи числення

Ціла частина	Дробова частина
0	$8125 \times 8$
6	$5 \times 8$
4	0

$$0,8125_{10} = 0,64_8$$

4) Перекласти число  $0,525_{10}$  до двійкової системи числення:

Ціла частина	Дробова частина
0	$525 \times 2$
1	$05 \times 2$
0	$1 \times 2$
0	$2 \times 2$
0	$4 \times 2$
0	$8 \times 2$
1	$6 \times 2$
1	$2 \times 2$
...	...

$$0,525_{10} = 0,1000011(0011)_2$$

З наведених вище прикладів можна бачити, що деякі дробові числа в інших системах числення не можуть бути представлені в скінченному вигляді, зокрема розглянуте вище число  $0,525_{10}$  у двійковій системі числення є нескінченним дробом.

Як і у випадку з цілими числами, переведення дробових чисел у іншу систему числення можна виконувати безпосередньо за допомогою формули представлення їх кількісного еталону (2).

*Приклад.*

Перевести число  $0,12A_{16}$  у десяткову систему числення:

- цифри:  $a_{-1} = 1_{16} = 1_{10}$ ,  $a_{-2} = 2_{16} = 2_{10}$ ,  $a_{-3} = A_{16} = 10_{10}$
- основа:  $p = 10_{16} = 16_{10}$ .

Тоді:

$$0,12A_{16} = 1_{10} \cdot 16^{-1} + 2_{10} \cdot 16^{-2} + 10_{10} \cdot 16^{-3} = 0,0727539_{10}$$

При цьому для переведення десяткових дробів до інших систем числення простіше використовувати процедуру оснований на схемі Горнера (формула (3)) та множенні на основу  $b$ , а для переходу з інших систем до десяткової – другий спосіб, оснований на безпосередньому застосуванні виразу (2).

Для переведення дробів між двійковою, вісімковою та шістнадцятковими системами можна виконувати взаємну заміну груп розрядів у двійковій системі числення на вісімкові та шістнадцяткові цифри.

Причому, вісімкові цифри замінюються на відповідні 3-розрядні двійкові числа, а шістнадцяткові – на відповідні 4-розрядні двійкові числа, починаючи з найбільш значущого розряду (зліва направо).

Якщо в крайній правій позиції не вистачає розрядів для формування групи, дробову частину будь-якого числа можна доповнити довільною кількістю нулів.

Приклади.

1) Перевести число  $0,10010101_2$  до вісімкової та шістнадцяткової систем числення:

$$0,10010101_2 = 0,\underbrace{100}_4\underbrace{101}_5\underbrace{010}_2_2 = 0,452_8;$$

$$0,10010101_2 = 0,\underbrace{1001}_9\underbrace{0101}_5_2 = 0,95_{16}.$$

2) Перевести числа з вісімкової та шістнадцяткової систем до двійкової системи числення:

$$0,123_8 = 0,\underbrace{001}_1\underbrace{010}_2\underbrace{011}_3_2;$$

$$0,1AF_{16} = 0,\underbrace{0001}_1\underbrace{1010}_A\underbrace{1111}_F_2.$$

### 1.1.3. Переведення неправильних дробів

Для переведення неправильних дробів (чисел, що мають і цілу, і дробову частину) з однієї однорідної ПСЧ у іншу необхідно *окремо перевести цілу й дробову частини числа*, а далі з обох цих частин утворити число у заданій системі числення. Для переходу у десяткову систему числення можна використовувати раніше вже розглянуту формулу

$$a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \dots a_{-k+1} a_{-k} = \sum_{s=-k}^n a_s \times b^s. \quad (4)$$

Перехід між вісімковою та шістнадцятковою системами найзручніше здійснювати *через двійкову систему, перегруповуючи розряди по тріадам і тетрадам*.

Приклади.

- 1) Перевести число  $23,125_{10}$  до двійкової системи числення:

Переводимо цілу частину:

$$\begin{array}{r|l} 23 & 2 \\ \hline 22 & 11 \\ \hline 1 & 10 \\ & 1 \\ & 5 \\ & 4 \\ & 2 \\ & 2 \\ & 1 \\ & 0 \end{array}$$

Переводимо дробову частину:

$$\begin{array}{r|l} 0 & 125 \times 2 \\ \hline 0 & 25 \times 2 \\ 0 & 5 \times 2 \\ 1 & 0 \end{array}$$

Таким чином:  $23_{10} = 10111_2$ ,  $0,125_{10} = 0,001_2$

$$23,125_{10} = 10111,001_2$$

- 2) Перевести число  $10101,101_2$  до десяткової системи числення:

$$\begin{aligned} 10101,101_2 &= 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = \\ &= 16 + 4 + 1 + 0,5 + 0,125 = 21,625_{10}. \end{aligned}$$

- 3) Перевести число  $10101,101_2$  до вісімкової системи числення:

$$10101,101_2 = \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5 \underbrace{,101}_5 = 25,5_8$$

- 4) Перевести число  $7B2, E_{16}$  до двійкової системи числення:

$$7B2, E_{16} = \underbrace{7}_{0111} \underbrace{B}_{1011} \underbrace{2}_{0010}, \underbrace{E}_{1110}_{16} = 11110110010,111_2$$

- 5) Перевести число  $175,24_8$  до шістнадцяткової системи числення:

$$175,24_8 = \underbrace{1}_{001} \underbrace{7}_{111} \underbrace{5}_{101}, \underbrace{2}_{010} \underbrace{4}_{100}_8 = \underbrace{0111}_7 \underbrace{1101}_D \underbrace{,0101}_5 = 7D,5_{16}.$$