

Системи числення

Система числення - це спосіб подання чисел та відповідні йому правила дії з числами.

Різноманітні системи числення, які існували раніше і які використовуються в наш час, можна розділити на непозиційної і позиційні. Знаки, використовувані при записі чисел, називаються цифрами.

У непозиційних системах числення від положення цифри в записі числа не залежить величина, яку вона позначає.

Прикладом непозиційної системи числення є римська система (римські цифри). У римській системі в якості цифр використовуються латинські літери:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

У римських числах цифри записуються зліва направо у порядку убутання. У такому разі їх значення складаються. Якщо ж зліва записана менша цифра, а праворуч - велика, то їх значення віднімаються, наприклад:

$$VI = 5 + 1 = 6, \text{ а } IV = 5 - 1 = 4.$$

Число CCXXXII складається з двох сотень, трьох десятків і двох одиниць – 232.

У римських числах цифри записуються зліва направо у порядку убутання. У такому разі їх значення складаються. Якщо ж зліва записана менша цифра, а праворуч - велика, то їх значення віднімаються, наприклад:

$$VI = 5 + 1 = 6, \text{ а } IV = 5 - 1 = 4.$$

Завдання

1. Записати римське число MCMXCVIII в десяткового системі

Позиційні СЧ

У позиційних системах числення величина, що позначається цифрою в записі числа, залежить від її позиції. Кількість використовуваних цифр називається *підставою* позиційної системи числення.

Система числення, застосовувана в сучасній математиці, є позиційної десяткової системою. Її основа дорівнює десяти, тому що запис будь-яких чисел проводиться за допомогою десяти цифр:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Позиційний характер цієї системи легко зрозуміти на прикладі будь-якого багатозначного числа. Наприклад, в числі 333 перша трійка означає три сотні, друга - три десятки, третя - три одиниці.

Для запису чисел в позиційній системі з основою n потрібно мати алфавіт з n цифр. Зазвичай для цього при $n < 10$ використовують n перших арабських цифр, а при $n > 10$ до десяти арабським цифрам додають літери. Ось приклади алфавітів декількох систем:

Підстава	Назва	Алфавіт
$n = 2$	двійкова	0 1
$n = 3$	трійкова	0 1 2
$n = 8$	восьмерична	0 1 2 3 4 5 6 7
$n = 16$	шестнадцатеричная	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ABCDEF

Якщо потрібно вказати основу системи, до якої належить число, то воно приписується нижнім індексом до цього числа. Наприклад:

101101₂, 3671₈, 3B8F₁₆.

В системі числення з основою q (q -кова система числення) одиницями розрядів служать послідовні степені числа q .

q одиниць якого-небудь розряду утворюють одиницю наступного розряду. Для запису числа в q -ічній системі числення потрібно q різних знаків (цифр), що зображують числа 0, 1, ..., $q - 1$. Запис числа q в q -ічній системі числення має вигляд 10. Розгорнутою формою запису числа називається запис у вигляді

$$A_q = \pm(a_{n-1}q^{n-1} + a_{n-2}q^{n-2} + \dots + a_0q^0 + a_{-1}q^{-1} + a_{-2}q^{-2} + \dots + a_{-m}q^{-m}).$$

Тут A_q – саме число, q - основа системи числення, a_i - цифри даної системи числення, n - число розрядів цілої частини числа, m - число розрядів дробової частини числа.

Згорнутою формою запису числа називається запис у вигляді

$$A_q = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0a_{-1}\dots a_{-m},$$

якою користуються в повсякденному житті.

3. Записати в розгорнутому вигляді число $A_{10} = 4718,63$

4. Записати в розгорнутому вигляді число $A_8 = 7764,1$

5. Записати в розгорнутому вигляді число $A_{16} = 3AF$

6. Всі числа 112_3 , 101101_2 , $15FC_{16}$, $101,11_2$ перевести в десяткову систему

Перекодування десяткових чисел в інші системи числення

1. Послідовно виконати поділ даного числа і одержуваних неповних часток на основу нової системи числення до тих пір, поки не отримаєте неповну частку, меншу дільника;
2. отримані залишки, є цифрами числа в новій системі числення, привести у відповідність з алфавітом нової системи числення;
3. скласти число в новій системі числення, записуючи його, починаючи з останньої частки.

8. Перекласти число 37_{10} в двійкову систему числення. Для позначення цифр у записі числа використовуємо символіку: $a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$.

9. Перекласти десяткове число 315 у вісімкову і в шістнадцяткову системи числення.

Нагадаємо, що $11_{10} = Y_{16}$.

Переклад двійкових чисел в системи числення з основою 2^n

Для того, щоб ціле двійкове число записати в системі числення з основою $q = 2^n$ (4, 8, 16 і т.д.), потрібно:

1. дане двійкове число розбити справа наліво на групи по n цифр у кожній групі;
2. якщо в останній лівій групі виявиться менше n розрядів, то її треба доповнити зліва нулями до потрібного числа розрядів;
3. розглянути кожну групу як n -розрядне двійкове число і записати її відповідною цифрою в системі числення з основою $q = 2^n$.

Нижче наводиться таблиця з числами систем числення з основами $q = 2^n$, де $n = 1, 3, 4$ і десяткової системи числення.

Десяткова	Двійкова	Вісімкова	Шістнадцяткова
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8

9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

10. Перекласти число 1100101001101010111_2 в вісімкову систему числення.

Розбиваємо число на групи по три цифри - тріади (тому $q = 8, 8 = 2^n, n = 3$) справа наліво і, користуючись таблицею, записуємо відповідне вісімкове число. Заповнюємо таблицю відповідності.

11. Перекласти число 1100101001101010111_2 в шістнадцяткову систему числення.

Розбиваємо число на групи по чотири цифри - тетради (тому $q = 16, 16 = 2^n, n = 4$) справа наліво і, користуючись таблицею, записуємо відповідне шістнадцяткове число. Заповнюємо таблицю відповідності.

12. Чому дорівнює значення основи системи числення X , якщо відомо, що $175_X = 7D_{16}$?

Для того, щоб довільне число, записане в системі числення з основою $q = 2^n$, перевести в двійкову систему числення, потрібно кожен цифру цього числа замінити її n -розрядним еквівалентом у двійковій системі числення.

Стосовно до комп'ютерної інформації часто використовуються системи з основою 8 (восьмерична) або 16 (шестнадцатеричная).

13. Перекласти двійковечисло 110111101011101111 в шістнадцяткову систему числення.

Для нижченаведених завдань навести роз'яснення вибору.

14. Кількісний еталон числа 100_q є сумою $(33 + 22 + 16 + 17)_{10}$. В якій системі числення представлено число 100_q ?

Варіанти відповіді: а) 7; б) 9; в) 11; г) 13.

15. Кількісний еталон числа $53_q + 53_q$ є 136_{10} .

Яка система числення використана ?

Варіанти відповіді: а) 11; б) 13; в) 15; г) 17.

16. Оберіть число з найбільшим кількісним еталоном серед наведених ?

Варіанти відповіді: а) 152_7 , б) 152_{10} , в) 152_{12} , г) 152_{16} .

17. Переведіть двійкові числа в вісімкову систему числення:

а) 110000110101; 1010101 б) 11100001011001; 1000010101.

18. Переведіть двійкові числа в шістнадцяткову систему числення:

а) 11011010001; 111111111000001 б) 10001111010; +100011111011.

19. Переведіть шістнадцяткові числа в двійкову систему числення:

а) 1AC7 б) FACC.

20. Переведіть числа з вісімкової системи числення в шістнадцяткову:

а) 774; б) 665.