

2020학년도 제2학기 수학입문

중간고사 대체과제

※ 풀이과정이 없으면 점수가 없습니다.

1. $a_{ij} = 3i - j^2$ 일 때, 3 차 정방행렬 $A = (a_{ij})$ 를 구하여라.

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 & -1 \\ 5 & -2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ 일 때, AB 를 구하여라.

3. 행렬 $A = \begin{pmatrix} t-a & -1 \\ 3 & 2t-a \end{pmatrix}$ 일 때, 임의의 실수 a 에 대해서 A 의 역행렬이 존재하기 위한 정수 t 를 모두 구하여라.

4. Gauss-Jordan 소거법을 이용하여 다음 연립일차방정식의 해집합을 구하여라.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 0 \\ 2x_1 + 6x_2 - 5x_3 - 2x_4 + 4x_5 - 3x_6 = -1 \\ 5x_3 + 10x_4 + 15x_6 = 5 \\ 2x_1 + 6x_2 + 8x_4 + 4x_5 + 18x_6 = 6 \end{cases}$$

5. 확대계수행렬이 다음과 같은 연립일차방정식의 해가 무수히 많이 존재하도록 상수 a 의 값을 정하여라.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & a & 0 \end{pmatrix}$$

6. $EA = B$ 를 만족하는 기본행렬 E 를 구하여라.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 5 & -1 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 5 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7. A 의 역행렬 A^{-1} 를 구하여라.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -a & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -c & 1 \end{pmatrix}$$

8.

$$\text{연립방정식} \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -4 \\ x_2 + x_3 + 3x_4 = -3 \end{cases} \text{에 대하여,}$$

Cramer 공식을 이용하여 연립방정식의 해 중에서 x_4 의 값을 구하여라.

9. A, B 는 3 차의 정방행렬이고 E_1 은 제 I 형태의 기본행렬, E_3 는 제 III 형태의 기본행렬이다. $|A| = 5$ 이고 $|B^T| = 4$ 일 때, $\det(2E_1 A E_3 (B^{-1})^2)$ 의 값을 구하여라.

10. 다음 방정식을 풀어라.

$$\begin{vmatrix} 1-x & -4 & -2 \\ 2 & 7-x & 4 \\ 4 & 10 & 6+x \end{vmatrix} = 0$$

11. 다음 행렬이 특이행렬이 되도록 실수 c 의 값을 모두 구하여라.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 9 & c \\ 1 & c & 3 \end{pmatrix}$$

12. 두 벡터 $\mathbf{x} = (1, 1, -2)$, $\mathbf{y} = (a, -1, 2)$ 에 대해 \mathbf{x} 와 \mathbf{y} 가 직교가 되도록 a 를 구하여라.

13. $\mathbf{x} = (3, -1, 2)$, $\mathbf{y} = (2, 1, -4)$ 일 때, $\text{proj}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y})$ 를 구하여라.

14. 두 벡터 $\mathbf{u} = \mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ 와 $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ 에 동시에 수직이고 길이가 10 인 벡터를 구하여라.

15. 두 점 $A(-3, 2, -3)$, $B(1, -1, 4)$ 를 지나는 직선의 벡터방정식과 매개변수방정식을 구하여라.