El Colegio de México A.C.
Centro de Estudios Económicos
Licenciatura en Economía
Macroeconomía III
Laboratorio 2: micro fundamentos

1. Suponga que un ejidatario de la zona de la reserva de la biósfera en la selva Lacandona tiene la siguiente función de utilidad que depende del consumo (c) y el ocio $(1-n)$:

$$u\left(c,(1-n)\right) = c^{\gamma}\left(1-n\right)^{1-\gamma}$$

con $\gamma \in (0,1)$. Este ejidatario tiene la siguiente tecnología de producción:

$$y = f\left(n\right) = An^{\alpha}$$

Obtenga los niveles de consumo y esfuerzo laboral óptimos para este consumidor.

2. Suponga que el mismo consumidor representativo del ejercicio anterior resolvió satisfactoriamente su problema entre la elección del consumo y esfuerzo laboral. Pero ahora los representantes del ejido le presentaron otro problema. En este caso, el consumidor hipotético tendrá que tomar decisiones sobre los niveles de consumo y ahorro en dos periodos. El ingreso en ambos periodos es una transferencia de ingreso, es decir, una remesa que familiares de los dueños del ejido reciben de sus familiares y amigos. La función de utilidad hipotética en este caso es la siguiente:

$$u = \ln c_t + \beta \ln c_{t+1}$$

En este contexto, sus restricciones presupuestales en ambos períodos son las siguientes:

$$c_{t+s} + b_{t+s} = y_{t+s} + b_{t-1+s}\left(1+r\right) \;\; \forall s = 0,1$$

Además, el consumidor sabe que no existe ahorro o deuda previa, es decir $b_{t-1} = 0$ y que tampoco puede dejar ahorro o deuda en el futuro, es decir $b_{t+1} = 0$.

   (a) Obtenga las soluciones para c_t, c_{t+1} y b_t y confirme que $\dfrac{\partial c_{t+1}}{\partial r} > 0$ a través de su expresión analítica. Interprete este resultado.

   Suponga que este consumidor representativo extiende su análisis e incorpora el hecho de que podría haber N consumidores con las mismas características. En estas condiciones, $Nb_t = 0$. Esto significa que entre los N ahorradores y deudores, el balance debe estar consolidado.

   (b) En este contexto, obtenga la tasa de interés r que permite que el mercado de crédito se consolide, es decir que $Nb_t = 0$.

3. Un consumidor representativo aparece en escena en un sólo período y toma decisiones sobre su consumo y ocio. La función de utilidad específica es:

$$u(c, l) = \ln c + \ln l$$

donde l representa el número de horas que el consumidor representativo gasta al día en ocio (l). Mientras el consumidor no está de ocioso, trabaja. Cuando trabaja, lo hace para si mismo y para alguien más. Si el consumidor trabaja n_s horas para si mismo, entonces produce $y = 4n_s^{0.5}$ unidades para consumir. Por cada hora que trabaja para alguien más, el consumidor recibe un salario competitivo en unidades de consumo. Formalmente plantee el problema de optimización de este consumidor.

4. Suponga que un productor agrícola permanece en un escenario hipotético por 5 periodos. Este productor tiene un huerto con un sólo árbol de mango manila. En el momento en el que irrumpe (t), el árbol tiene un tamaño de x_0. Asuma que c_t representa el consumo de mango en el período t. Si el productor -que también es consumidor-, consume todos los mangos en t, entonces $c_t = x_t$, lo malo es que ya no tendrá nada para consumir el resto del tiempo. Por otro lado, si el productor no consume todos los mangos del árbol, entonces la la producción de mangos crece a una tasa simple α entre períodos.

   (a) Suponga que este productor decide ahorrar mangos a la tasa $100s_t\%$ de los mangos para el futuro, entonces:

   $$x_{t+1} = (1+\alpha) s_t x_t$$

   (b) Describa formalmente el problema de este productor de acuerdo con la siguiente función de utilidad específica:

   $$u = \sum_{s=0}^{4} \beta^s \ln c_{t+s}$$

   Recuerde que el árbol de mangos es el único recurso disponible para este productor.

5. De acuerdo con el modelo sobre la elección entre consumo y esfuerzo laboral visto en clase, suponga que la función de utilidad toma la siguiente forma específica:

$$u(c, (1-n)) = c(1-n)$$

mientras que la función de producción -asumiendo que la dotación de capital está fija en el corto plazo-, es:

$$y = An^{\alpha}$$

donde:

c representa el consumo,

n el esfuerzo laboral,

$1 - n$ la parte (fracción) del día dedicada al ocio,

A representa el cambio en la productividad total de los factores, y

α un parámetro tecnológico predeterminado.

Con esta información y para un sólo período obtenga:

(a) El consumo y esfuerzo laboral óptimos,

(b) ¿Cómo reacciona el consumidor representativo a cambios en el parámetro tecnológico de acuerdo con sus preferencias?

(c) Explique intuitivamente sobre los efectos de una mejora de este tipo sobre el consumo y esfuerzo laboral.

6. Extienda el modelo en el que la decisión de consumo y esfuerzo laboral es en 2 períodos. Considere que el consumidor ahora dispone de un mecanismo de ahorro para decidir si consumir más en t o en $t+1$. El consumidor "entra en escena" al inicio de t y "sale" al final de $t+1$. En este contexto, el consumidor no dispone ni de ahorro ni de deuda previa y tampoco dejará ahorro o deuda alguna. Asuma que la función de utilidad separable y aditiva es la siguiente:

$$u = \ln\left\{c_t^{\alpha}\left(1-n\right)_t^{1-\alpha}\right\} + \beta \ln\left\{c_{t+1}^{\alpha}\left(1-n\right)_{t+1}^{1-\alpha}\right\}$$

(a) Asuma que el nivel de ingreso relacionado con el esfuerzo laboral de manera específica toma la siguiente forma:

$$y_{t+s} = An_{t+s}^{\gamma}\ \forall s = 0, 1$$

(b) Obtenga los niveles de consumo en cada período.

(c) Obtenga el esfuerzo laboral de cada período, y

(d) El ahorro en función de la comparación entre δ -que representa el grado de impaciencia-, y r la tasa de interés constante.

(e) Identifique en función del inciso anterior qué tendría que ocurrir para que el consumidor decida "prestar" o "pedir prestado".

7. Considere a una economía pequeña y abierta que programa de manera agregada su consumo y ahorro en dos periodos, es decir t y $t+1$. La economía tiene una dotación de recursos de Y_t y Y_{t+1}, respectivamente. La tasa de interés r está predeterminada y representa el rendimiento al que esta economía puede "prestar" o "pedir prestado" en el mercado financiero internacional. B_{t+1} representa al valor de los activos extranjeros netos de la economía al final del periodo t. En esta economía la cuenta corriente (CA) en cada uno de los períodos t y $t+1$ tiene la siguiente expresión:

$$CA_{t+s} = B_{t+1+s} - B_{t+s} = Y_{t+s} + rB_{t-1+s} - C_{t+s}\ \forall s = 0, 1$$

Esta economía comienza y termina sin activos extranjeros, es decir, $B_{t-1} = 0 = B_{t+1}$. Las preferencias del consumidor representativo están dadas por la siguiente función:

$$U = lnC_1 + \beta \ln C_2$$

con $\beta = \dfrac{1}{1+\delta}$ y $\delta \geqslant 0$ con δ representando el grado de impaciencia del consumo agregado de esta economía pequeña y abierta.

(a) Muestre la restricción presupuestaria intertemporal a la que se enfrenta esta economía y obtenga $CA_1 = -CA_2$.

(b) Resuelva el problema al que se enfrenta esta economía en términos del consumo agregado y el ahorro. Interprete la condición de primer orden e identifique la función de consumo para los periodos t y $t+1$.

(c) Suponga que Y_t y Y_{t+1} son tales, que esta economía incurre en un superávit de cuenta corriente en el primer periodo, es decir $CA_t > 0$. Grafique el equilibrio inicial y muestre las ganancias del "intercambio comercial". ¿Es $Y_t \gtreqless Y_{t+1}$?

(d) Identifique la tasa de interés cuando la economía está cerrada al intercambio comercial y de activos financieros y no financieros $\left(r^A\right)$ y explique intuitivamente la razón por la que al comparar esta tasa de interés con la que prevalece en el mercado internacional (r), esta economía incurre en un superávit de cuenta corriente.

(e) Ahora suponga que $\beta = \dfrac{1}{1+r}$, es decir que $\delta = r$ y que Y_t y $Y_{t+1} = Y$. Además suponga que el gobierno tiene una regla de presupuesto balanceado en ambos periodos, justo como la Ley Federal de Presupuesto y Responsabilidad Hacendaria (LFPRH) y su reglamento (RLFPRH) señalan en sus artículos respectivos, es decir, $G_t = T_t$ y $G_{t+1} = T_{t+1}$. Donde G representa al gasto de gobierno y T a los impuestos netos de transferencias para los periodos t y $t+1$, respectivamente. Muestre la nueva restricción presupuestaria a la que se enfrenta esta economía. Obtenga los niveles de consumo en ambos períodos y el saldo de la cuenta corriente CA_t cuando $G_t > 0$ y $G_{t+1} = 0$. ¿Qué pasa con los niveles de consumo y la cuenta corriente en ambos periodos si $G_t = G_{t+1} = G > 0$?

8. Considere una economía abierta con niveles de ingreso de Y_1 y Y_2, predeterminados. Un consumidor representativo maximiza su función de utilidad separable:

$$U = u\left(c_1\right) + \beta u\left(c_2\right)$$

donde: $\beta \in (0,1)$. Este país puede prestar o pedir prestado en los mercados financieros internacionales a la tasa r. Los activos iniciales y finales de esta economía son $B_1 = 0 = B_3$.

(a) Obtenga las condiciones de primer orden para el consumo óptimo en ambos períodos e interprete la condición de Euler.

(b) Obtenga los efectos sobre el bienestar de un aumento en r, es decir, obtenga $\dfrac{dU}{dr}$ e interprete.

(c) Asuma que la función de utilidad del consumidor representativo es la siguiente:

$$U\left(C\right) = \frac{C^{1-\frac{1}{\rho}}}{1-\frac{1}{\rho}}$$

Obtenga C_1 y la cuenta corriente CA_1 como función de las variables exógenas Y_1, Y_2 y r. Recuerde que la cuenta corriente es:

$$CA_t = B_{t+1} - B_t = Y_t + rB_{t-1} - C_t$$

(d) Suponga que un consumidor representativo en el país extranjero tiene las mismas preferencias que el consumidor de la economía doméstica del inciso anterior, es decir,

$$U = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

Asuma que $Y_1 = Y_1^*$, pero $Y_2 > Y_2^*$. Obtenga la tasa de interés en autarquía en ambos países y compare. Explique intuitivamente las diferencias.

9. Considere que dos economías pequeñas y abiertas están descritas por un modelo donde los niveles de ingreso intertemporal para los periodos t y $t+1$ están dados. En ausencia de gasto de gobierno e inversión en cada una de las economías, el equilibrio en el mercado de bienes global requiere que para $s = 1, 2$:

$$S_{t+s} + S_{t+s}^* = 0 \ \forall s = 0, 1$$

donde: $S_{t+s} = Y_{t+s} - C_{t+s}$ y $S_{t+s}^* = Y_{t+s}^* - C_{t+s}^* \ \forall s = 0, 1$. En este contexto, asuma que la función de utilidad que incorpora el consumo agregado del país doméstico es:

$$U(C_t, C_{t+1}) = \log C_t + \beta \log C_{t+1}$$

y para el país extranjero:

$$U^*\left(C_t^*, C_{t+1}^*\right) = \log C_t^* + \beta^* \log C_{t+1}^*$$

(a) El país doméstico cuenta con una dotación de ingresos para ambos períodos, Y_t y Y_{t+1}. Obtenga el consumo del primer período en este país, y muestre que es una función de la tasa de interés r.

(b) Obtenga la expresión del ahorro del país doméstico.

(c) Calcule la tasa de interés de equilibrio global para estas dos economías.

(d) Muestre que la tasa de rendimiento r pertenece al intervalo abierto $r \in \left(r^A, r^{A^*}\right)$. Con r^A y r^{A^*}representando las tasas de interés bajo condiciones de ausencia de intercambio comercial y de activos financieros y no financieros entre residentes y no residentes de ambas economías.

(e) Muestre que para el país cuya tasa de interés -en ausencia de intercambio-, se encuentre por debajo de la tasa r, incurrirá en un superávit de cuenta corriente en el periodo t, mientras que el país cuya tasa de interés -en ausencia de intercambio- se encuentre por arriba de r, incurrirá en un déficit.

(f) ¿Cómo afecta al bienestar del país doméstico un aumento en los niveles de ingreso del país extranjero? Muestre que:

$$\frac{dU}{dr} = \frac{\beta}{1+r}\left\{\frac{r - r^A}{1 + r + \beta\left(1 + r^A\right)}\right\}$$

10. Considere el mismo modelo del ejercicio anterior, pero ahora añada inversión asumiendo que la depreciación es nula ($\delta = 0$). Asuma que en el segundo periodo la función de producción del país doméstico es la siguiente:

$$Y_2 = A_2 K_2^{\alpha}$$

mientras que para el país extranjero es la siguiente:

$$Y_2^* = A_2^* K_2^{\alpha^*}$$

con $\alpha, \alpha^* < 1$. Los niveles de ingreso del primer periodo continúan siendo exógenos.

(a) La inversión queda determinada en el punto en el que la productividad marginal del capital es igual a la tasa de interés r. Muestre que esta condición implica:

$$K_2 = \left(\frac{\alpha A_2}{r} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

(b) Obtenga la función de inversión del país doméstico $I(r)$ (variable flujo), considerando que el acervo de capital del primer periodo K_1está dado.

(c) Obtenga la función de consumo del primer periodo para el país doméstico $C(r)$.

(d) Utilice $I_2 = -K_2$ y los resultados obtenidos en los incisos a-c y obtenga la siguiente expresión:

$$C(r) = \frac{1}{1+\beta} \left[Y_1 + K_1 + \frac{(1-\alpha)}{1+r} \left(\frac{\alpha}{r} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A_2^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]$$

para finalmente concluir que la función de ahorro del país doméstico $S(r)$ describe a una curva con pendiente positiva.