HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Dạng: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ (1)

Cách giải:

*** Cách 1: Phương pháp thế**

Từ một trong hai phương trình của hệ ta rút một ẩn theo ẩn còn lại rồi thế vào phương trình thứ hai. Khi đó ta được một phương trình bậc nhất một ẩn.

*** Cách 2: Phương pháp đại số:**

Nhân thêm các hệ số (nếu cần) vào các phương trình của hệ sao cho hệ số của một trong hai ẩn của các phương trình của hệ bằng nhau (hoặc đối dấu nhau) rồi trừ (hoặc cộng) vế với vế các phương trình của hệ ta sẽ khử được một ẩn và được một phương trình bậc nhất một ẩn.

HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Dạng: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ (1)

Cách giải:

*** Cách 3: Dùng đồ thị**

Gọi (d_1) là đường thẳng : $a_1x + b_1y = c_1$;

(d_2) là đường thẳng : $a_2x + b_2y = c_2$;

Khi đó số nghiệm của hệ (1) là số giao điểm của (d_1) và (d_2).

+ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ (d_1) cắt (d_2) $\Leftrightarrow$ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

+ Hệ phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow$ $(d_1) // (d_2)$ $\Leftrightarrow$ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

+ Hệ phương trình có vô số nghiệm $\Leftrightarrow$ $(d_1) \equiv (d_2)$ $\Leftrightarrow$ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Cách giải: * Cách 4: Phương pháp Crame

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1; \quad D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1b_2 - c_2b_1; \quad D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1c_2 - a_2c_1$$

+ Hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ D $\neq$ 0. Khi đó nghiệm của hệ là:

$$x = \frac{D_x}{D}; \quad y = \frac{D_y}{D}$$

+ Hệ vô nghiệm $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} D = 0 \\ D_x \neq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} D = 0 \\ D_y \neq 0 \end{cases}$

+ Hệ có vô số nghiệm $\Leftrightarrow$ D = Dx = Dy = 0.Khi đó các nghiệm của hệ thoả mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x \in R \\ a_1x + b_1y = c_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in R \\ y = -\dfrac{a_1}{b_1}x + \dfrac{c_1}{b_1} \end{cases}$$

HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bài tập:

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau:

$a)\ \begin{cases} \sqrt{5}x + y = 6 \\ x - \sqrt{5}y = -6 \end{cases}$

$c)\ \begin{cases} 2x^2 + 2x - \sqrt{y-1} = 3 \\ x^2 + x + 2\sqrt{y-1} = 4 \end{cases}$

$b)\ \begin{cases} \dfrac{6x-3}{y-1} - \dfrac{2y}{x+1} = 5 \\ \dfrac{4x-2}{y-1} - \dfrac{4y}{x+1} = 2 \end{cases}$

$d)\ \begin{cases} 3(x+y) + 2(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y}) = 6 \\ 3(x-y) + 2(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}) = 4 \end{cases}$

HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bài 2. Giải và biện luận hệ phương trình:

$$a)\ \begin{cases} mx + y = m + 1 \\ 4x + my = 2 \end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases} mx + y = m \\ x + my = m^2 \end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases} (m-1)x - y = m + 2 \\ (m+1)x + 2y = m - 5 \end{cases}$$

HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bài 3. Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm:

$$a)\ \begin{cases} mx + 2y = m \\ (m-1)x + (m-1)y = 1 \end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases} 3x - my = 1 \\ -mx + 3y = m - 4 \end{cases}$$

HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bài 4. Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất và tìm nghiệm đó

$a)\ \begin{cases} mx - y = 3 \\ 4x - my = m - 1 \end{cases}$ $\qquad$ $b)\ \begin{cases} 2x + (m-1)y = 4 \\ mx + 3y = m + 3 \end{cases}$

Bài 5. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx + 4y = m \\ x + my = m - 1 \end{cases}$

a) Xác định m để hệ phương trình vô nghiệm.

b) Xác định m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x ; y), trong trường hợp đó hãy tìm hệ thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m.

c) Xác định các giá trị nguyên của m để hệ phương trình có nghiệm (x ; y) với x, y là các số nguyên.